



DON'T BE  
AFRAID OF  
THE DARK



# INTERPRETAZIONE DELLA MATERIA OSCURA IN RELATIVITÀ GENERALE

Matteo Tuveri

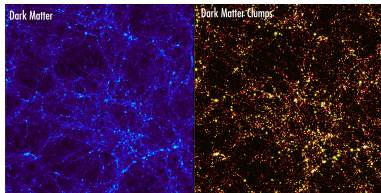
*Università di Cagliari & INFN Cagliari*

Dark Matter Day, Dipartimento di Fisica, Università di Cagliari, 27/10/2017

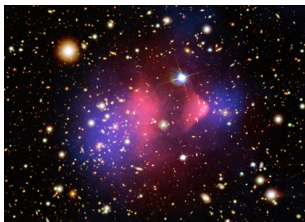




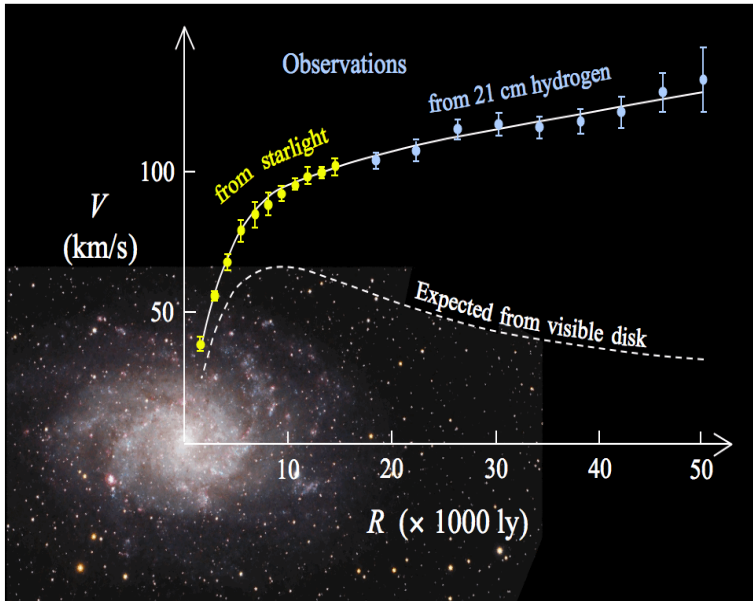
**Figure:** Effetti di lente gravitazionale dovuti alla materia oscura in un ammasso di galassie.



**Figure:** A sinistra: simulazione della distribuzione di particelle di materia oscura relativa a 10 miliardi di anni fa. A destra: gli aloni di materia oscura. Crediti: consorzio Virgo / A. Amblard / ESA.

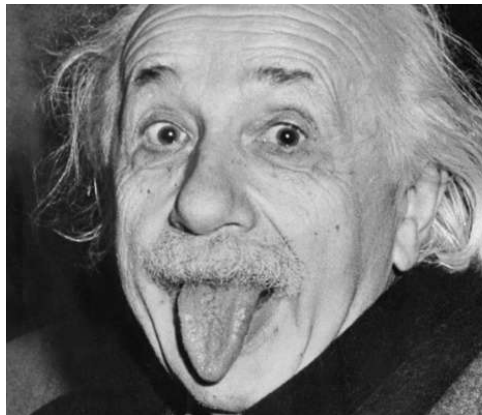


**Figure:** Osservazione nella banda X e nell'ottico dell'ammasso di galassie 1E 0657-56 ([chandra.harvard.edu](http://chandra.harvard.edu)).



**Figure:** Velocità di rotazione predetta (Newton) e osservata nella galassia M31. Crediti: Wikipedia.

- Che cos'è la Relatività Generale?
- I successi della Relatività Generale
- I limiti della Relatività Generale
- Teorie alternative della gravità
- Sviluppi moderni e futuri
- Conclusioni



## Che cos'è la Relatività Generale?

*"Lo spazio dice alla materia come muoversi; la materia dice allo spazio come curvarsi."*

*John Archibald Wheeler*

# Che cos'è la Relatività Generale?

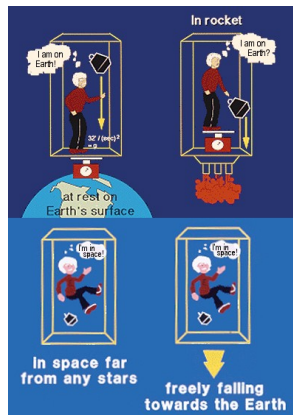
*"Lo spazio dice alla materia come muoversi; la materia dice allo spazio come curvarsi."*

*John Archibald Wheeler*

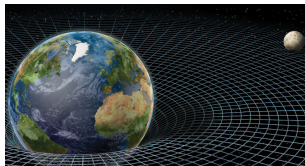
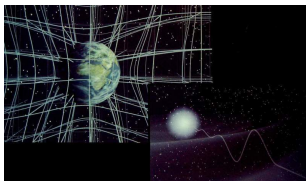
La Relatività Generale è la teoria che descrive l'interazione gravitazionale: la forza di gravità è una manifestazione della curvatura dello spazio tempo dovuta alla presenza della materia.

Come ci accorgiamo della curvatura dello spazio tempo?

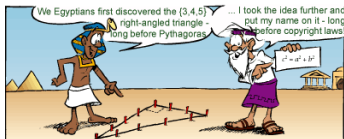
Principio di Equivalenza di Einstein:  
*Localmente (nello spazio e nel tempo) non è possibile distinguere il moto di una particella in caduta libera da quello di una particella in un sistema di riferimento uniformemente accelerato.*



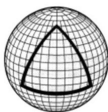
# Che cos'è la Relatività Generale?



A causa della curvatura dello spazio-tempo, la nozione (Pitagorica) di **misura delle distanze** va generalizzata!

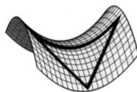


La misura della distanza va espressa attraverso il concetto matematico di metrica



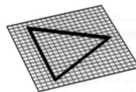
Positive Curvature

$$\Sigma \text{ angles} > 180^\circ$$



Negative Curvature

$$\Sigma \text{ angles} < 180^\circ$$



Flat Curvature

$$\Sigma \text{ angles} = 180^\circ$$



...Altrimenti dette soluzioni delle equazioni di Einstein

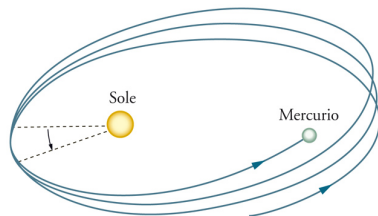


Risolvere le equazioni di Einstein significa trovare l'espressione esplicita della metrica.

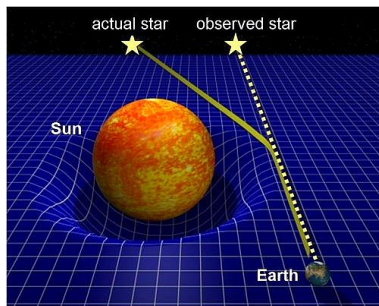
Tutte le informazioni gravitazionali di un sistema fisico sono contenute nella metrica.

# I successi della Relatività Generale

## Precessione del perielio di Mercurio



## Deflessione gravitazionale della luce e effetti di lente gravitazionale



## Global Positioning System (GPS) - Redshift gravitazionale



## Onde gravitazionali

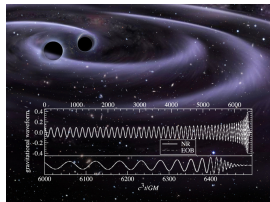


Figure: Collisione di due buchi neri.



Figure: Collisione di due stelle di neutroni.

La cosmologia si basa sul connubio tra Relatività Generale, Fisica delle Particelle e Meccanica Statistica.

Principio fondamentale della cosmologia: su grande scala lo spazio-tempo è omogeneo e isotropo.

Le disomogeneità danno origine alle strutture (ammassi di galassie, galassie) che oggi osserviamo (Vedi presentazione Prof. Cadoni).

Nel modello cosmologico standard, la sola materia barionica non è sufficiente a descrivere la fenomenologia su scala galattica e extra-galattica che noi oggi osserviamo!

Misure indipendenti ci dicono che circa il 70% dell'universo è composto da una forma di energia "oscura", mentre la materia visibile rappresenta il 5% dell'universo. Il restante 25% è una forma "oscura" di materia.

# Gli insuccessi della Relatività Generale

Su scala galattica

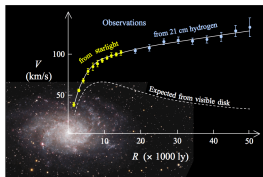


Figure: Curva rotazionale. Crediti: Wikipedia.

Su scala extra galattica



Figure: Bullet Cluster. Crediti: Chandra.

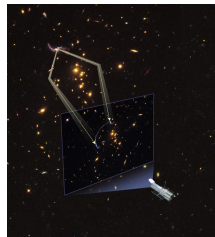


Figure: Lente gravitazionale. Crediti: Nasa.

Più massa o una diversa dinamica che non abbiamo ancora capito?



Teorie modificate di gravità: istruzioni per l'uso

- Qualsiasi teoria modificata di gravità deve riprodurre la Relatività Generale alle scale del sistema solare!
- Qualsiasi buona teoria modificata di gravità deve essere in grado di descrivere **contemporaneamente** e senza introdurre nuove particelle le curve rotazionali delle galassie, gli effetti di lente gravitazionale (e possibilmente la cosmologia!) e la velocità di propagazione delle onde gravitazionali ( $c_g = c$ ).

Più massa o una diversa dinamica che non abbiamo ancora capito?



Teorie modificate di gravità: istruzioni per l'uso

- Qualsiasi teoria modificata di gravità deve riprodurre la Relatività Generale alle scale del sistema solare!
- Qualsiasi buona teoria modificata di gravità deve essere in grado di descrivere **contemporaneamente** e senza introdurre nuove particelle le curve rotazionali delle galassie, gli effetti di lente gravitazionale (e possibilmente la cosmologia!) e la velocità di propagazione delle onde gravitazionali ( $c_g = c$ ).

In realtà ci accontentiamo anche di descrivere solo *alcuni* di questi effetti...



Lo zoo è piuttosto ampio..

- Relatività generale + l'aggiunta di campi scalari, tensoriali, vettoriali:  
Es. Brans-Dicke, TeVeS, Chameleon...
- Teorie che prevedono l'uso di più metriche:  
Es. Bi-metric gravity, Rastall...
- Teorie che prevedono l'esistenza di ulteriori dimensioni spazio-temporali:  
Es. Stringhe, Gauge-Gravity duality, Brane-world scenario, Randall-Sundrum, Lovelock gravity...
- Teorie estese di gravità:  
Es.  $f(R)$ ,  $f(T)$ ...
- Teorie non metriche:  
Es. Modified Newtonian Dynamics (MOND), Einstein-Cartan...



# Teorie alternative di gravità

Lo zoo è piuttosto ampio..

- Relatività generale + l'aggiunta di campi scalari, tensoriali, vettoriali:  
Es. Brans-Dicke, TeVeS, Chameleon...
- Teorie che prevedono l'uso di più metriche:  
Es. Bi-metric gravity, Rastall...
- Teorie che prevedono l'esistenza di ulteriori dimensioni spazio-temporali:  
Es. Stringhe, Gauge-Gravity duality, Brane-world scenario, Randall-Sundrum, Lovelock gravity...
- Teorie estese di gravità:  
Es.  $f(R)$ ,  $f(T)$ ...
- Teorie non metriche:  
Es. Modified Newtonian Dynamics (MOND), Einstein-Cartan...

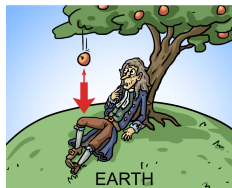
Per non parlare della *gravità quantistica*...

Stringhe, AdS/CFT, loop quantum gravity, emergent gravity, causal diamonds, tensor networks...

...ma questa è un'altra storia!



La legge di gravitazione di Newton “recita”



$$F = ma, \quad F_g = -G \frac{Mm}{r^2}$$

dove l'accelerazione gravitazionale è

$$a_g = -\frac{GM}{r^2}.$$

La fisica Newtoniana funziona molto bene alle scale terrestri. Si può usare per studiare il moto dei pianeti intorno al Sole, pur consapevoli delle correzioni ben descritte dalla Relatività Generale.

E se continuasse a valere, in versione modificata, anche alle scale galattiche?

# MODified Newtonian Dynamics (MOND)

La velocità di rotazione delle galassie predetta dalla fisica Newtoniana (Keplero) e quella osservata sperimentalmente incominciano a differire quando l'accelerazione Newtoniana diventa paragonabile a quella di espansione dell'universo,  $a_0$ .

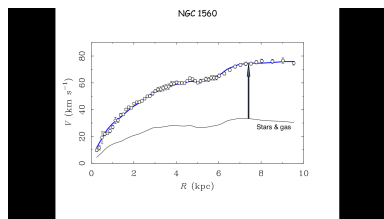
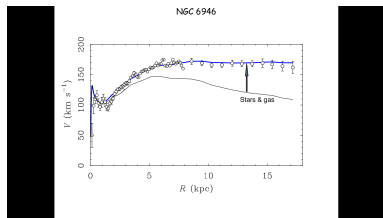


Figure: Confronto tra curva osservata e teorica per una galassia a spirale.

Figure: Confronto tra curva osservata e teorica per una galassia nana.

# MODified Newtonian Dynamics (MOND)

La velocità di rotazione delle galassie predetta dalla fisica Newtoniana (Keplero) e quella osservata sperimentalmente incominciano a differire quando l'accelerazione Newtoniana diventa paragonabile a quella di espansione dell'universo,  $a_0$ .

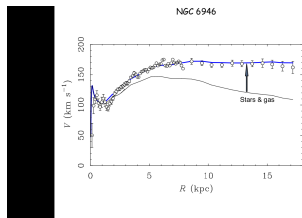


Figure: Confronto tra curva osservata e teorica per una galassia a spirale.

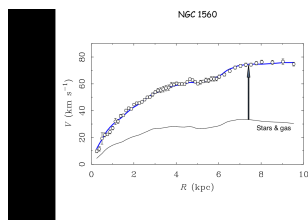


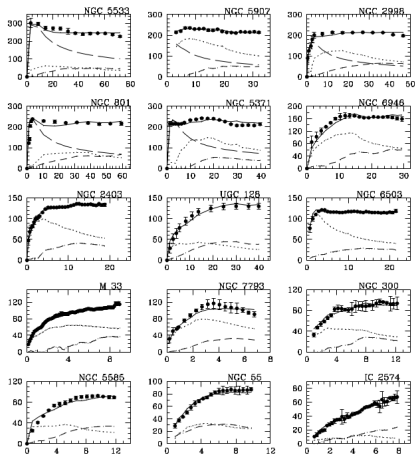
Figure: Confronto tra curva osservata e teorica per una galassia nana.

Milgrom (1983) propone che la dinamica Newtoniana vada modificata su scala galattica. Nelle regioni più esterne delle galassie, le stelle subiscono un'accelerazione totale pari a

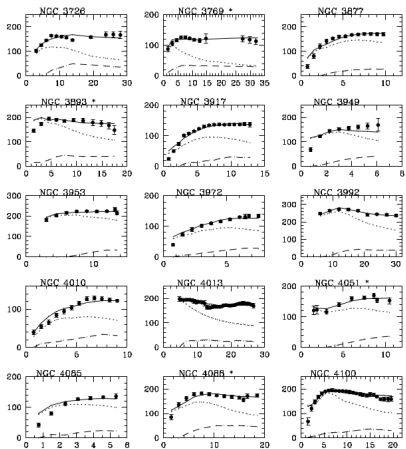
$$a = a_g + \sqrt{\frac{a_0}{6}} a_g.$$

Più in generale, l'accelerazione totale sarà una funzione (da derivare dai dati sperimentali) dell'accelerazione gravitazionale della materia visibile,  $f(a_0, a_g)$ .

Sanders & McGaugh 2002, *ARA&A*, 40, 263



Sanders & McGaugh 2002, *ARA&A*, 40, 263



Predice un numero di stelle per galassia più alto di quello osservato.

E' una teoria estremamente fenomenologica: le accelerazioni sono dedotte dai dati sperimentali, non a priori.

Predice un numero di stelle per galassia più alto di quello osservato.

E' una teoria estremamente fenomenologica: le accelerazioni sono dedotte dai dati sperimentali, non a priori.

N.B.: di per sé non è un grosso problema, a meno che uno non sia un teorico fino al midollo!





Predice un numero di stelle per galassia più alto di quello osservato.

E' una teoria estremamente fenomenologica: le accelerazioni sono dedotte dai dati sperimentali, non a priori.

N.B.: di per sé non è un grosso problema, a meno che uno non sia un teorico fino al midollo!



Funziona molto bene alle scale galattiche e le correzioni all'accelerazione Newtoniana sono impercettibili alle scale del sistema solare. Ma alle scale extragalattiche?

- **La teoria NON è predittiva:** non si può né capire, né studiare la formazione delle strutture (galassie e ammassi di galassie) e più in generale la cosmologia.

Predice un numero di stelle per galassia più alto di quello osservato.

E' una teoria estremamente fenomenologica: le accelerazioni sono dedotte dai dati sperimentali, non a priori.

N.B.: di per sé non è un grosso problema, a meno che uno non sia un teorico fino al midollo!



Funziona molto bene alle scale galattiche e le correzioni all'accelerazione Newtoniana sono impercettibili alle scale del sistema solare. Ma alle scale extragalattiche?

- **La teoria NON è predittiva:** non si può né capire, né studiare la formazione delle strutture (galassie e ammassi di galassie) e più in generale la cosmologia.

**MOND NON è una teoria relativistica:** il fenomeno delle lenti gravitazionali non può essere descritto!

La teoria TeVeS (Tensor-Vector-Scalar) è la generalizzazione relativistica di MOND.

Si inserisce nel contesto delle teorie che modificano il settore della materia (non è molto diverso da pensare a delle particelle oltre il modello standard!).

La massa mancante è costituita da “particelle” con proprietà particolari (tensoriali, vettoriali e scalari) e che interagiscono in modo non banale con lo spazio-tempo.

Per costruzione riproduce perfettamente la fenomenologia delle curve rotazionali. Non sempre è in grado di riprodurre gli effetti di lente gravitazionale: lo scoglio più grande resta sempre il “bullet cluster”.

La teoria TeVeS (Tensor-Vector-Scalar) è la generalizzazione relativistica di MOND.

Si inserisce nel contesto delle teorie che modificano il settore della materia (non è molto diverso da pensare a delle particelle oltre il modello standard!).

La massa mancante è costituita da “particelle” con proprietà particolari (tensoriali, vettoriali e scalari) e che interagiscono in modo non banale con lo spazio-tempo.

Per costruzione riproduce perfettamente la fenomenologia delle curve rotazionali. Non sempre è in grado di riprodurre gli effetti di lente gravitazionale: lo scoglio più grande resta sempre il “bullet cluster”.

Problematiche più grosse:

- L'osservazione delle onde gravitazionali sembra aver escluso l'esistenza di particelle con proprietà vettoriali e scalari.
- Predice inoltre  $c_g < c$  e ciò è stato escluso dalla recente osservazione di un segnale elettromagnetico in corrispondenza dell'emmissione di onde gravitazionali dovuto allo scontro tra due stelle di neutroni.

Sono le teorie del tipo  $f(R)$ . Esse intervengono sul settore geometrico della descrizione dello spazio-tempo, lasciando invece invariato il settore della materia.

In queste teorie, la dinamica della materia diventa più complicata rispetto alla teoria di Einstein in seguito alle modifiche apportate ai termini di curvatura.

Come conseguenza l'accelerazione subita dai corpi sarà diversa da quella predetta dalla Relatività Generale.

Sono le teorie del tipo  $f(R)$ . Esse intervengono sul settore geometrico della descrizione dello spazio-tempo, lasciando invece invariato il settore della materia.

In queste teorie, la dinamica della materia diventa più complicata rispetto alla teoria di Einstein in seguito alle modifiche apportate ai termini di curvatura.

Come conseguenza l'accelerazione subita dai corpi sarà diversa da quella predetta dalla Relatività Generale.

Problematiche:

- Le modifiche non sono univoche e sono parametrizzate da funzioni non banali della curvatura.
- Poiché queste teorie sono relativistiche, è possibile descrivere sia le curve rotazionali sia il lensing gravitazionale.
- La difficoltà sta nel capire quali di queste funzioni riescano a riprodurre con successo i dati sperimentali.

Stiamo realmente capendo la gravità?

Stiamo realmente capendo la gravità?

La Relatività Generale è una teoria effettiva basata sul concetto geometrico di spazio-tempo e sulla presenza di materia.



Stiamo realmente capendo la gravità?

La Relatività Generale è una teoria effettiva basata sul concetto geometrico di spazio-tempo e sulla presenza di materia.

Immaginiamo uno spazio-tempo composto solo da materia visibile (quella di cui siamo fatti e che ci circonda) e da energia oscura (che causa la continua espansione dell'universo).

Ispirandosi a un recente lavoro del fisico Eric P. Verlinde (2016) si può immaginare che la materia barionica eserciti un effetto di pressione sul fluido di energia oscura.

Nelle regioni più esterne della galassia, la pressione da origine a un'accelerazione non più trascurabile causando così gli effetti che noi tipicamente attribuiamo alla materia oscura.

Stiamo realmente capendo la gravità?

La Relatività Generale è una teoria effettiva basata sul concetto geometrico di spazio-tempo e sulla presenza di materia.

Immaginiamo uno spazio-tempo composto solo da materia visibile (quella di cui siamo fatti e che ci circonda) e da energia oscura (che causa la continua espansione dell'universo).

Ispirandosi a un recente lavoro del fisico Eric P. Verlinde (2016) si può immaginare che la materia barionica eserciti un effetto di pressione sul fluido di energia oscura.

Nelle regioni più esterne della galassia, la pressione da origine a un'accelerazione non più trascurabile causando così gli effetti che noi tipicamente attribuiamo alla materia oscura.

Seppur il modello sembra promettente, la teoria è ancora in fase embrionale e non può essere utilizzata per studiare la cosmologia. Il lensing e le curve rotazionali danno risultati promettenti ma ancora controversi.

La Relatività Generale è una teoria fondamentale per la nostra comprensione dell'universo.

E' però una teoria incompleta: alcuni fenomeni che noi oggi osserviamo sono difficilmente spiegabili con la teoria di Einstein. Tra di essi vi sono quelli legati all'esistenza della materia oscura.

La Relatività Generale è una teoria fondamentale per la nostra comprensione dell'universo.

E' però una teoria incompleta: alcuni fenomeni che noi oggi osserviamo sono difficilmente spiegabili con la teoria di Einstein. Tra di essi vi sono quelli legati all'esistenza della materia oscura.

Di contro, lo zoo di teorie che cercano di andare oltre la Relatività è veramente ampio e non sempre porta ai risultati sperati.

I recenti sviluppi indicano che una possibile strada da perseguire sia quella di un'analisi più attenta della stessa Relatività di Einstein. Ma serve un aiutino...

La Relatività Generale è una teoria fondamentale per la nostra comprensione dell'universo.

E' però una teoria incompleta: alcuni fenomeni che noi oggi osserviamo sono difficilmente spiegabili con la teoria di Einstein. Tra di essi vi sono quelli legati all'esistenza della materia oscura.

Di contro, lo zoo di teorie che cercano di andare oltre la Relatività è veramente ampio e non sempre porta ai risultati sperati.

I recenti sviluppi indicano che una possibile strada da perseguire sia quella di un'analisi più attenta della stessa Relatività di Einstein. Ma serve un aiutino...

...La strada è in salita e probabilmente, la vera comprensione di alcuni dei fenomeni che osserviamo nell'universo, come ad esempio la materia oscura (e l'energia oscura), passa attraverso la formulazione di una vera e completa teoria della gravità quantistica.

...ma questa è una vecchia storia!



$$-dx^2 - dy^2 - dz^2$$

$$\left( \frac{m}{\sqrt{1-u^2}}, \frac{mu_i}{\sqrt{1-u^2}} \right) \quad \left| \quad \frac{mu_i}{\sqrt{1-u^2}} \text{ Impuls} \right.$$

$$\left( m + \frac{1}{2} mu^2, mu_i \right) \quad \left| \quad m \left( \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} - 1 \right) \text{ Kin. Energy} \right.$$

$$= \frac{t' + vx'}{\sqrt{1-v^2}} \quad \left| \quad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-v^2}} \quad y = y' \quad z = z' \right.$$

$$\sum \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{2}{\sqrt{1-u^2} \sqrt{1-v^2}}$$

$$\sum \frac{u_i}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{2v}{\sqrt{1-u^2} \sqrt{1-v^2}}$$

$$\text{Hyp. } \sum \vec{v} = \sum \vec{v} \quad \text{Gauss}$$

$$\sum \vec{e} = \sum \vec{e} \quad \text{Gauss}$$

$$\vec{y} = \vec{m} u \vec{v} \quad \vec{F}(u)$$

$$\vec{e} = \vec{e}_0 + m \vec{y}(u)$$

beer + beer = brains  
beer



$$-dx^2 - dy^2 - dz^2$$

$$\left( \frac{m}{\sqrt{1-u^2}}, \frac{mu_i}{\sqrt{1-u^2}} \right) \quad \left| \quad \frac{mu_i}{\sqrt{1-u^2}} \text{ Impuls} \right.$$

$$\left( m + \frac{1}{2}mu^2, mu_i \right) \quad \left| \quad m \left( \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} - 1 \right) \text{ Kin. Energy} \right.$$

$$= \frac{t' + vx'}{\sqrt{1-v^2}} \quad \left| \quad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-v^2}} \quad y = y' \quad z = z' \right.$$

$$\sum \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{2}{\sqrt{1-u^2} \sqrt{1-v^2}}$$

$$\sum \frac{u_i}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{2v}{\sqrt{1-u^2} \sqrt{1-v^2}}$$

$$\text{Hyp. } \sum \vec{v} = \sum \vec{v} \quad \text{Gauss}$$

$$\sum \vec{v} = \sum \vec{v} \quad \text{Gauss}$$

$$\vec{v} = \vec{m} \cdot \vec{v} \quad \text{Hyp.}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{m} \cdot \vec{v} \quad \text{Hyp.}$$

**GRATZIAS PO S'ATTENZIONI VOSTRA!**

beer + beer = brains  
beer

