

Le molteplici relazioni fra teoria quantistica dei campi e relatività generale

Stefano Bolognesi

Incontri Pontecorvo 09/05/2018



Sommario

- ***Costanti fondamentali*** e come metterle insieme
- Nozioni di *teoria quantistica dei campi (QFT)* e *relatività generale (GR)*
- Relazioni (e sintesi ???) fra le due teorie

Sommario



ANALISI
DIMENSIONALE!

- ***Costanti fondamentali*** e come metterle insieme
- Nozioni di *teoria quantistica dei campi (QFT)* e *relatività generale (GR)*
- Relazioni (e sintesi ???) fra le due teorie

Costanti fondamentali

 G_N

Gravità Newtoniana

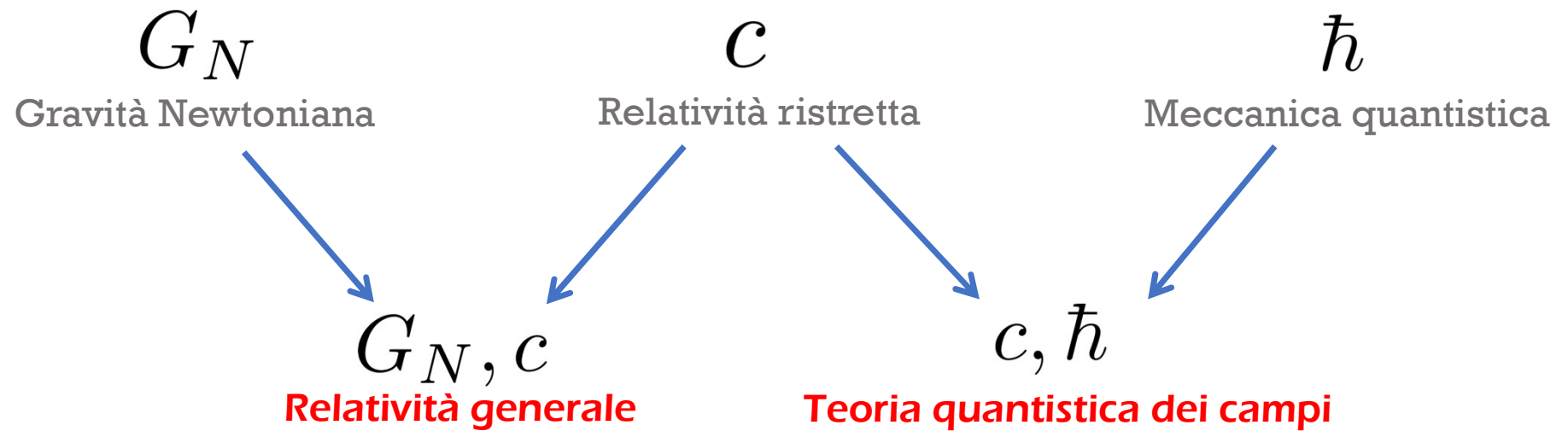
 c

Relatività ristretta

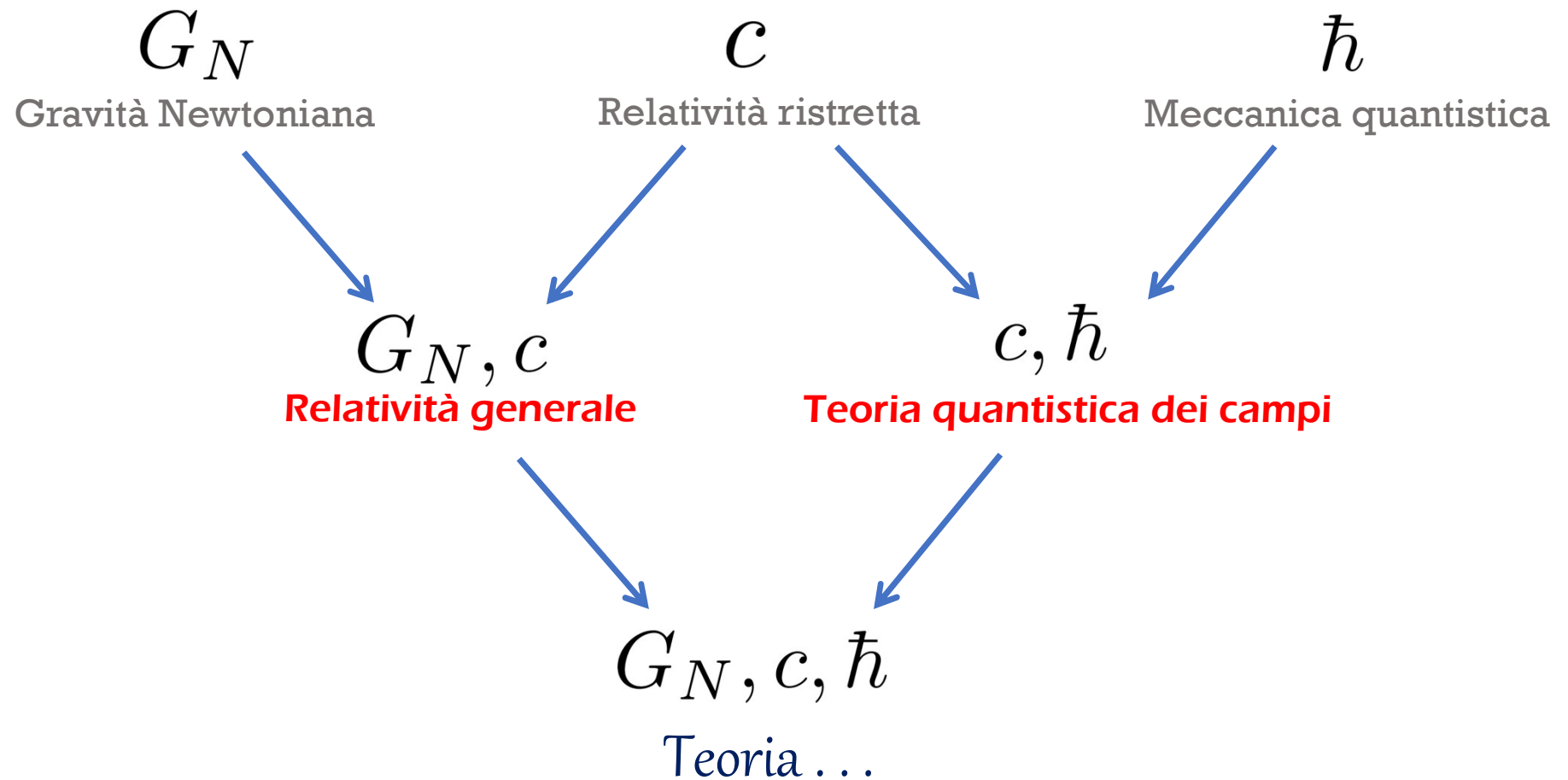
 $\hbar$

Meccanica quantistica

Costanti fondamentali



Costanti fondamentali

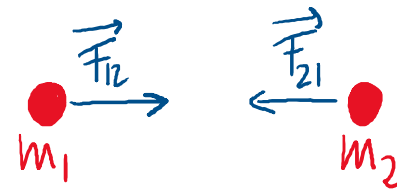


Costante di Newton

$$G_N = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{Kg s}^2}$$

Forza di attrazione gravitazionale

$$F_G = \frac{G_N m_1 m_2}{r^2}$$

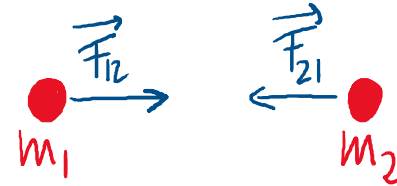


Costante di Newton

$$G_N = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{Kg s}^2}$$

Forza di attrazione gravitazionale

$$F_G = \frac{G_N m_1 m_2}{r^2}$$



+ legge della dinamica

$$F = ma$$

Principio di equivalenza

$$m_G = m_I$$



Campo gravitazionale costante

||

sistema accelerato

Gravità “scompare” nel limite $G_N \rightarrow 0$

Velocità della luce

Costante in tutti i sistemi di riferimento inerziali

$$c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$0 = c^2 dt^2 - d\vec{x}^2 = c^2 dt'^2 - d\vec{x}'^2$$

Velocità della luce

Costante in tutti i sistemi di riferimento inerziali

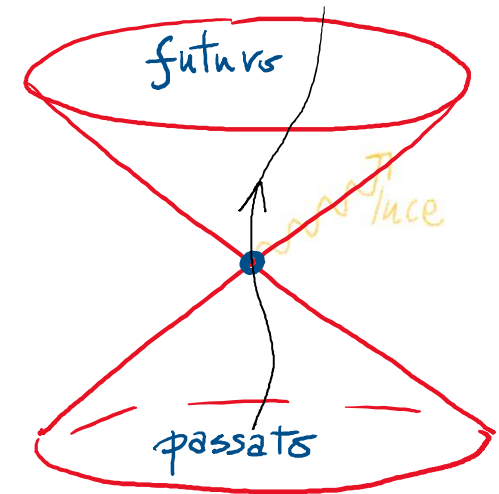
$$c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Intervallo
Invariante: $ds^2 = c^2 dt^2 - d\vec{x}^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$

Geometria dello Spazio-tempo di Minkowski

$$[\eta_{\mu\nu}] = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}$$

Limite non relativistico $c \rightarrow \infty$



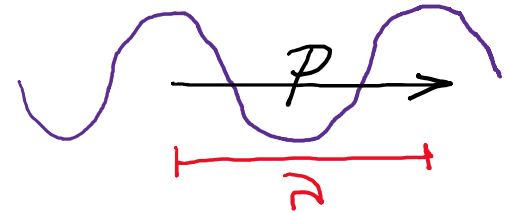
Cono luce e struttura causale

Costante di Planck

$$\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \frac{\text{Kg m}^2}{\text{s}}$$

Lunghezza d'onda di de Broglie

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}$$



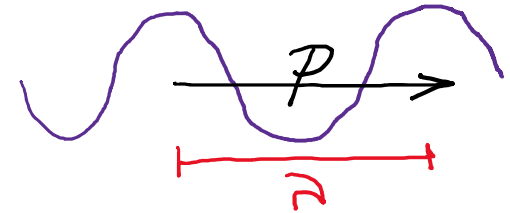
Principio di indeterminazione

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Costante di Planck

$$\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \frac{\text{Kg m}^2}{\text{s}}$$

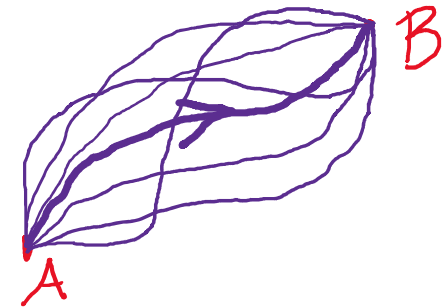
Lunghezza d'onda di de Broglie $\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}$



Principio di indeterminazione $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$

Integrale sui cammini

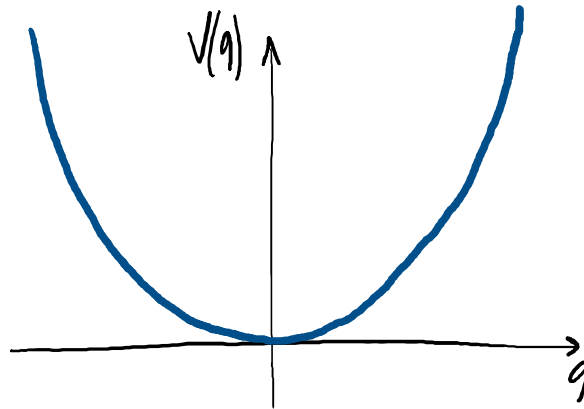
$$\int [Dx] e^{\frac{iS}{\hbar}}$$



Limite classico $\hbar \rightarrow 0$

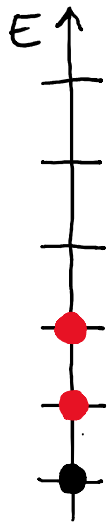
Costante di Planck

Oscillatore armonico $L = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - \frac{1}{2}m\omega^2 q^2$



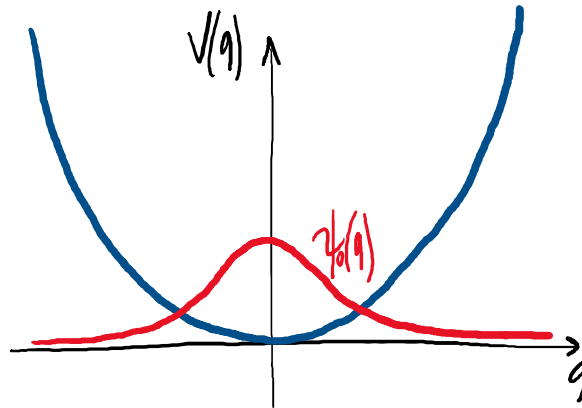
Costante di Planck

Oscillatore armonico $L = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - \frac{1}{2}m\omega^2 q^2$



Livelli energetici discreti

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega$$

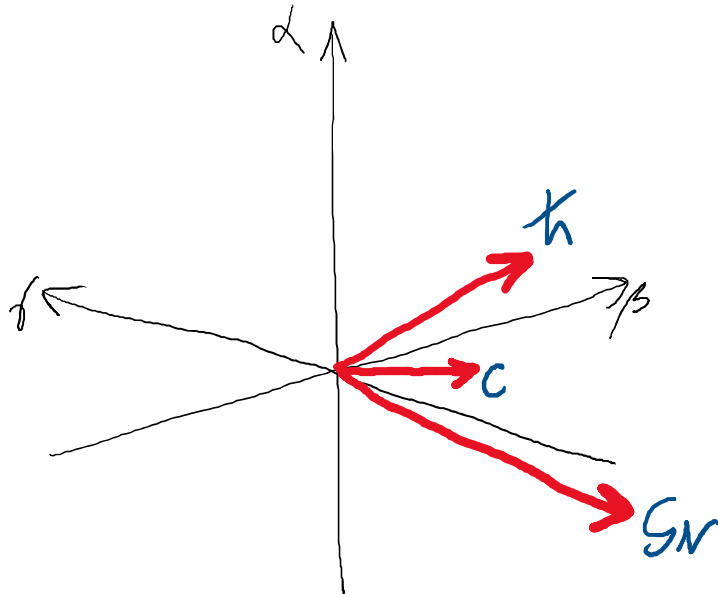


Stato fondamentale

$$\psi_0(q) \propto e^{-\frac{m\omega}{2\hbar} q^2}$$

Analisi dimensionale

Una generica quantità fisica $[\mathcal{O}] = [M]^\alpha [L]^\beta [T]^\gamma$



Dimensioni costanti fondamentali

$$[\hbar] = \frac{[M][L]^2}{[T]}$$

$$[G_N] = \frac{[L]^3}{[M][T]^2}$$

$$[c] = \frac{[L]}{[T]}$$

Ogni quantità fisica ha una corrispondente unità fondamentale

Elettrodinamica

Equazioni di Maxwell

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 4\pi\rho & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

Forza di Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{E} + \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{B}$$

Le cariche generano i campi, i campi agiscono sulle cariche

Elettrodinamica

Equazioni di Maxwell

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 4\pi\rho & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

Forza di Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{E} + \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{B}$$

Le cariche generano i campi, i campi agiscono sulle cariche

Potenziali, scalare e vettore

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

Invarianza di gauge

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A} + \vec{\nabla} f \quad \phi \rightarrow \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t}$$

Relatività ed elettrodinamica

Quadri-corrente

$$J^\mu = (c\rho, \vec{J})$$

Quadri-potenziale

$$A_\mu = (\phi, -\vec{A})$$

Tensore E-B

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

Azione relativistica

$$S = -\frac{1}{16\pi c} \int d^4x \left(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{c} J^\mu A_\mu \right)$$

Relatività ed elettrodinamica

Quadri-corrente

$$J^\mu = (c\rho, \vec{J})$$

Quadri-potenziale

$$A_\mu = (\phi, -\vec{A})$$

Tensore E-B

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

Azione relativistica

$$S = -\frac{1}{16\pi c} \int d^4x \left(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{c} J^\mu A_\mu \right)$$

Invarianza di gauge necessita
la conservazione della carica

$$\partial_\mu J^\mu = 0$$

$$A_\mu \rightarrow A_\mu - \partial_\mu f$$

Luce = Onde Elettromagnetiche

$$\left(\frac{1}{c^2} \partial_t^2 - \vec{\nabla}^2 \right) A_\mu = 0 \quad \text{Equazione d' Alembert}$$

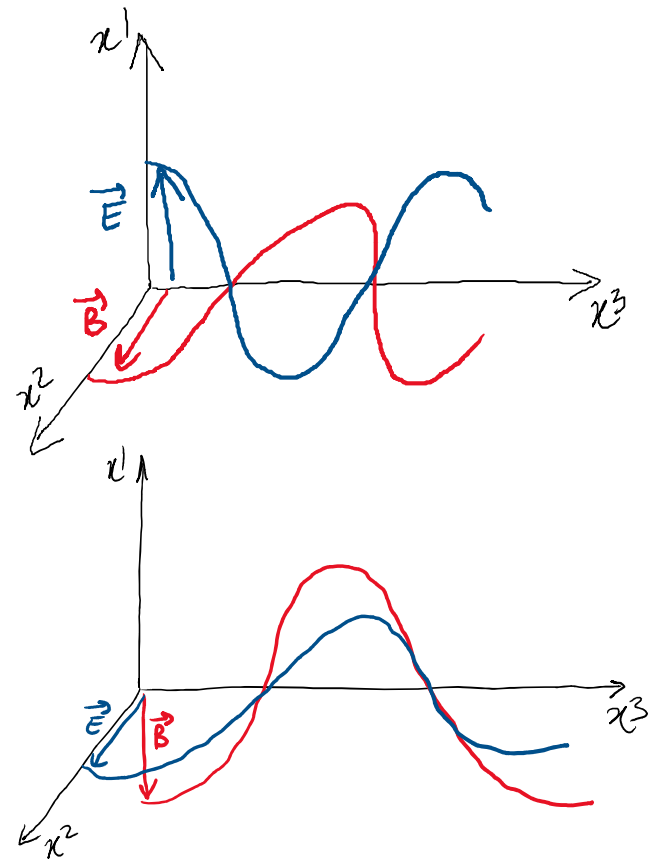
$$\partial_\mu A^\mu = 0 \quad \text{Gauge di Lorenz}$$

Luce = Onde Elettromagnetiche

$$\left(\frac{1}{c^2} \partial_t^2 - \vec{\nabla}^2 \right) A_\mu = 0 \quad \text{Equazione d' Alembert}$$

$$\partial_\mu A^\mu = 0 \quad \text{Gauge di Lorenz}$$

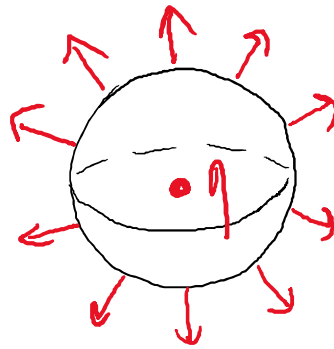
Due polarizzazioni fisiche trasverse



Sorgente puntiforme

La più semplice soluzione: una carica puntiforme

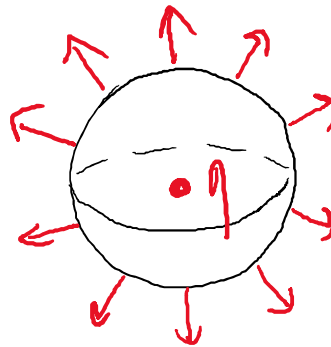
$$\vec{E} = \frac{q \hat{r}}{r^2}$$



Sorgente puntiforme

La più semplice soluzione: una carica puntiforme

$$\vec{E} = \frac{q \hat{r}}{r^2}$$



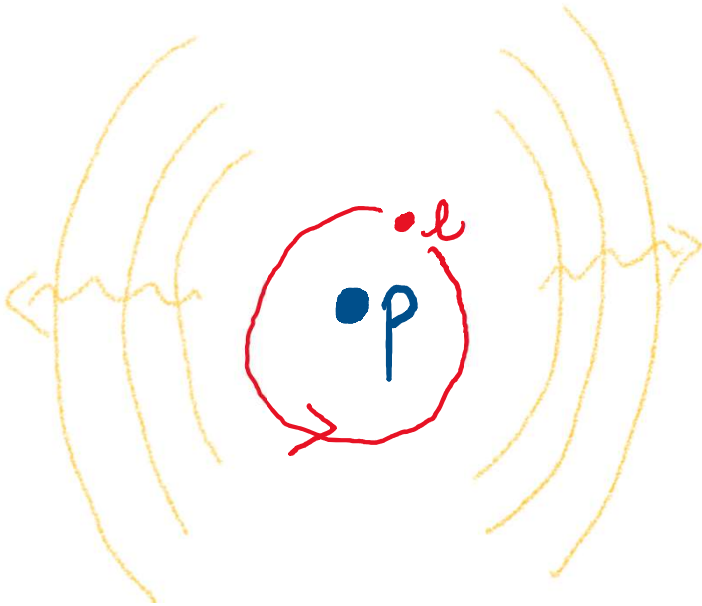
L'energia diverge!

$$E = \int d^3r \frac{\vec{E}^2}{8\pi} = \int_0^\infty dr \frac{q^2}{2r^2}$$

Raggio classico dell'elettrone

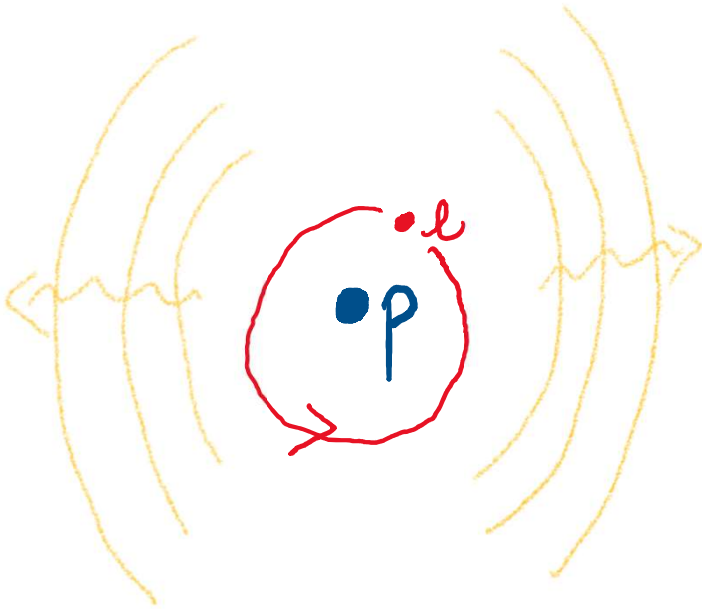
$$\frac{q^2}{2r_{cl}} = mc^2 \quad \Rightarrow \quad r_{cl} = 2.8 \times 10^{-15} \text{m}$$

Stabilità della materia



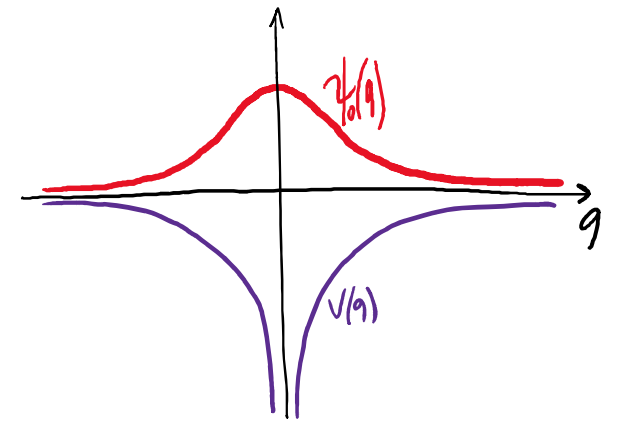
L'atomo d'idrogeno a causa dell'energia irradiata
collasserebbe in un tempo $\sim 10^{-10}_s$

Stabilità della materia



L'atomo d'idrogeno a causa dell'energia irradiata
collapserebbe in un tempo $\sim 10^{-10} s$

Il problema della stabilità è risolto dalla meccanica quantistica



Ci sono diversi tipi di “problemi” in fisica...

Problema fenomenologico: la teoria funziona ma non rispecchia la realtà

Problema teorico: la teoria estrapolata fino ad un certo punto non funziona più

Ci sono diversi tipi di “problemi” in fisica...

Problema fenomenologico: la teoria funziona ma non rispecchia la realtà

Problema teorico: la teoria estrapolata fino ad un certo punto non funziona più

Problema di naturalezza: la teoria funziona e rispecchia la realtà, però dobbiamo scegliere parametri “innaturali”

G_N, c : gravità relativistica

Con due costanti, data una massa otteniamo una lunghezza ...

Raggio di Schwarzschild $r_S = \frac{2G_N}{c^2} M$

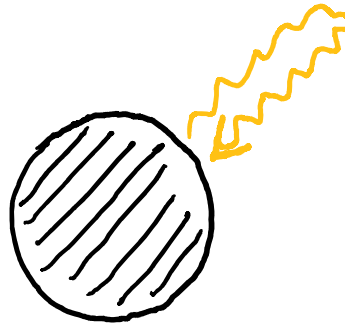
G_N, c : gravità relativistica

Con due costanti, data una massa otteniamo una lunghezza ...

Raggio di Schwarzschild $r_S = \frac{2G_N}{c^2} M$

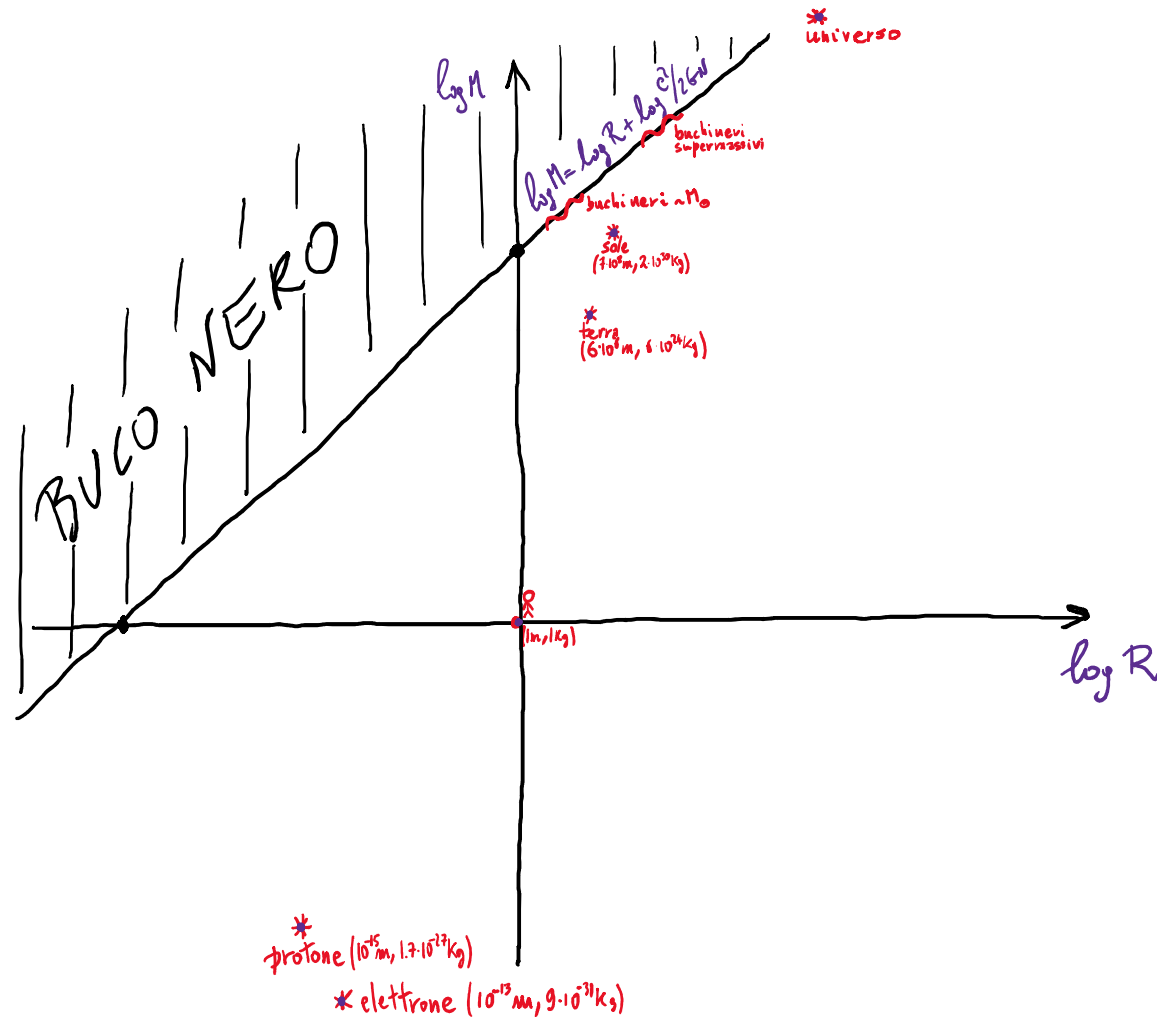
“Buco nero” di Laplace

$$\frac{1}{2} \cancel{m} c^2 = \frac{G_N M \cancel{m}}{r}$$



“Corpo dalla cui superficie la luce non può fuggire”

G_N, c : gravità relativistica



$$\frac{2G_N}{c^2} = 1.5 \cdot 10^{-27} \frac{\text{m}}{\text{Kg}}$$

Relatività generale

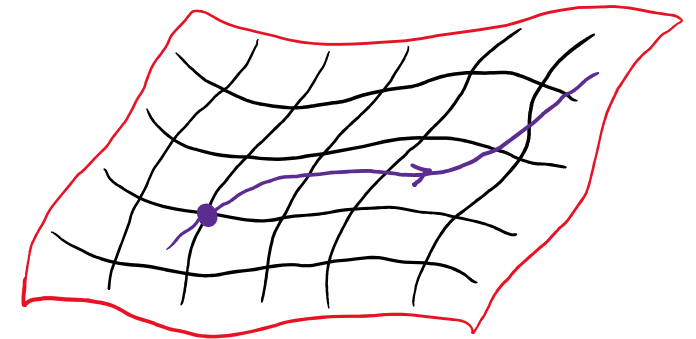
L'intuizione fondamentale deriva dal *principio di equivalenza*:
Tutte le particelle si muovono allo stesso modo in un campo gravitazionale

Relatività generale

L'intuizione fondamentale deriva dal *principio di equivalenza*:
Tutte le particelle si muovono allo stesso modo in un campo gravitazionale

Geometria dello spazio-tempo $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$

Particelle libere si muovono lungo geodetiche della metrica



La “forza gravitazionale è un’illusione”, si può cancellare localmente
andando nel sistema di riferimento in caduta libera

Relatività generale

La curvatura però non è un'illusione!

Relatività generale

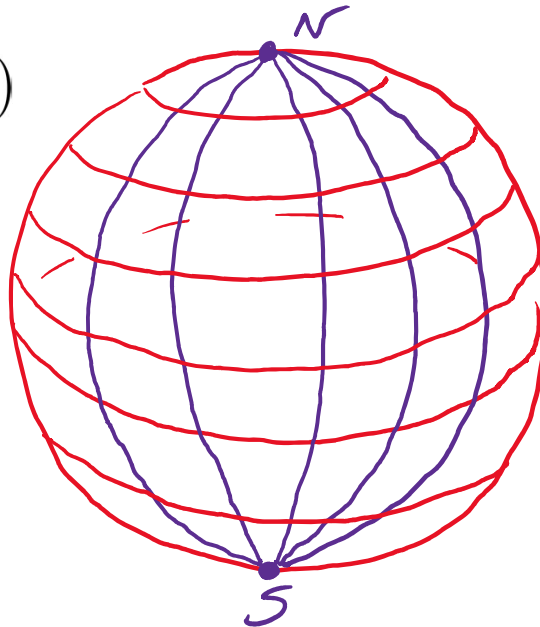
La curvatura però non è un'illusione!

Sfera

$$dl^2 = L^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

$$R = \frac{2}{L^2}$$

La curvatura è positiva

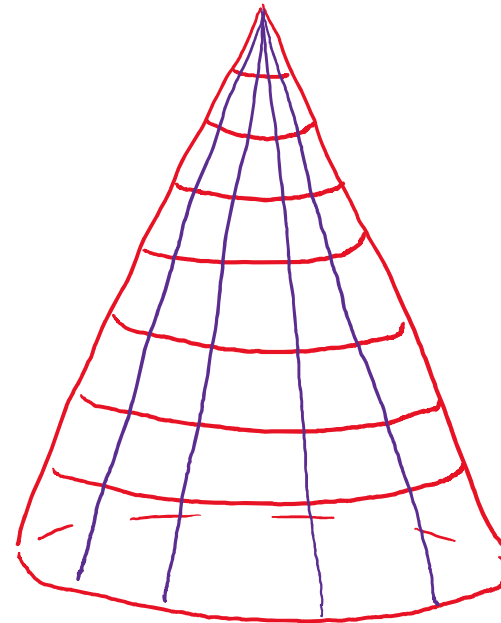


Cono

$$dl^2 = dr^2 + \alpha r^2 d\varphi^2$$

$$R = 0$$

La curvatura è nulla

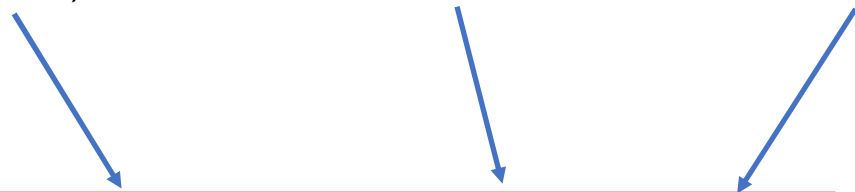


Equazioni di Einstein

Equazione di Poisson per la
gravità Newtoniana

$$\Delta\phi = 4\pi G_N \rho_{\text{mat}}$$

Curvatura dello spazio-tempo = Costanti fondamentali $\times$ Tensore energia-impulso


$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G_N}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Onde gravitazionali

Regime lineare di piccole fluttuazioni attorno alla metrica piatta

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \qquad |h_{\mu\nu}| \ll 1$$

Trasformazione di gauge $h_{\mu\nu} \rightarrow h_{\mu\nu} - \partial_\mu \xi_\nu - \partial_\nu \xi_\mu$

Onde gravitazionali

Regime lineare di piccole fluttuazioni attorno alla metrica piatta

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1$$

Trasformazione di gauge $h_{\mu\nu} \rightarrow h_{\mu\nu} - \partial_\mu \xi_\nu - \partial_\nu \xi_\mu$

Equazione
delle onde

$$\partial_\rho \partial^\rho h_{\mu\nu} = 0$$

$$\partial^\mu h_{\mu\nu} = 0$$

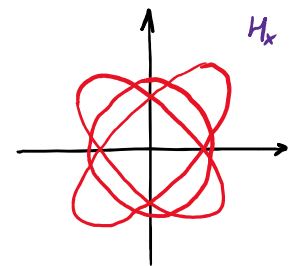
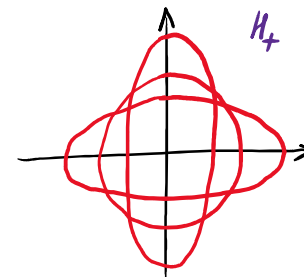
Gauge TT

$$h^\mu{}_\mu = 0$$

Due polarizzazioni fisiche

$$h_{\mu\nu} = H_{\mu\nu} e^{ik_\rho x^\rho}$$

$$H_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} H_+ & H_\times \\ H_\times & -H_+ \end{pmatrix}$$



Azione gravitazionale

$$S = -\frac{c^3}{16\pi G_N} \int d^4x \sqrt{-g} R$$

Einstein-Hilbert

Azione gravitazionale

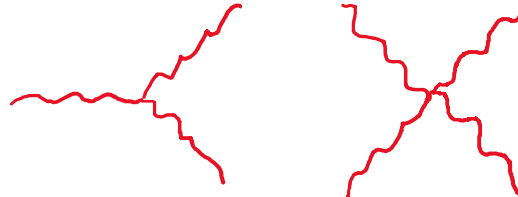
$$S = -\frac{c^3}{16\pi G_N} \int d^4x \sqrt{-g} R \quad \text{Einstein-Hilbert}$$

$$= \frac{c^3}{16\pi G_N} \int d^4x \partial h \partial h + \mathcal{O}(h^n \partial h \partial h)$$

onde gravitazionali libere



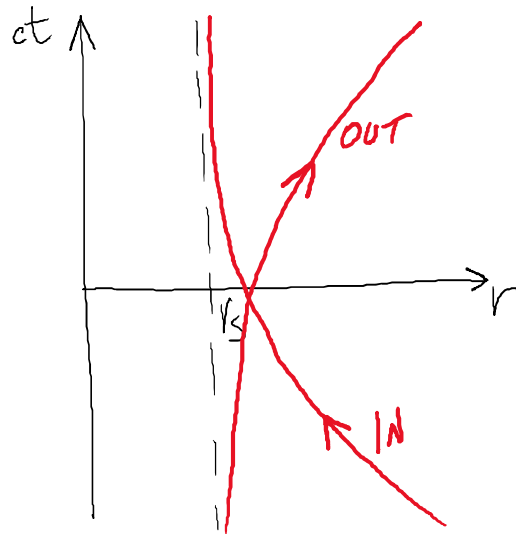
interazioni



Buco nero di Schwarzschild

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_S}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{r_S}{r}} dr^2 - r^2 d\Omega^2$$

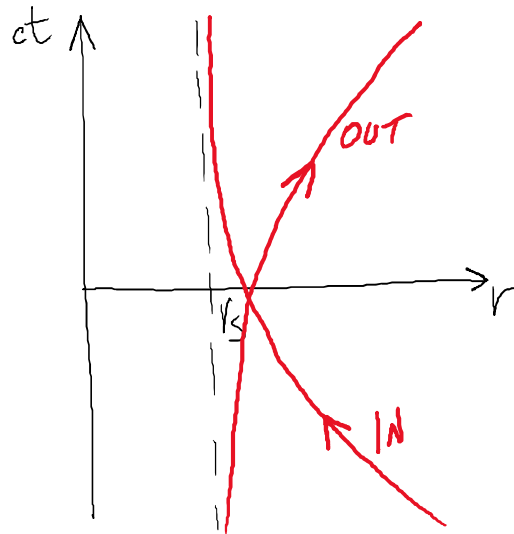
r_S : orizzonte degli eventi



Buco nero di Schwarzschild

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_S}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{r_S}{r}} dr^2 - r^2 d\Omega^2$$

r_S : orizzonte degli eventi

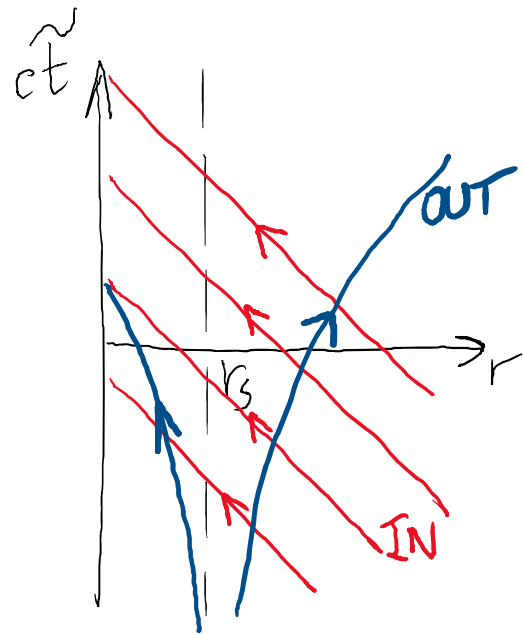


Red-shift gravitazionale $\nu_\infty = \sqrt{1 - \frac{r_S}{r}} \nu$

Invarianti di curvatura $R^2 \sim \frac{r_S^2}{r^6}$

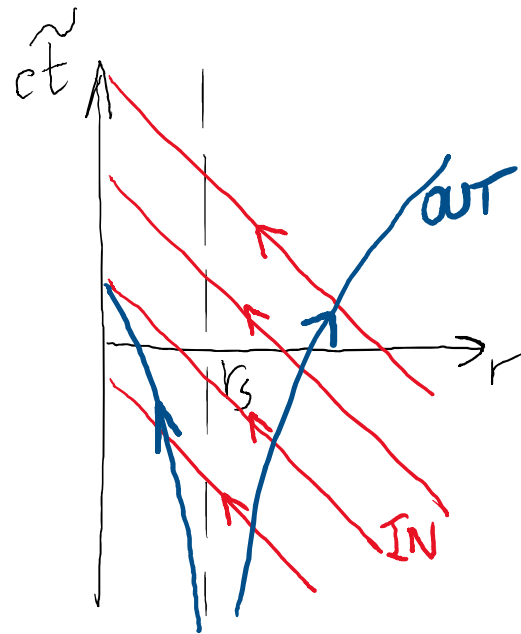
Orizzonte

Diagramma di Finkelstein

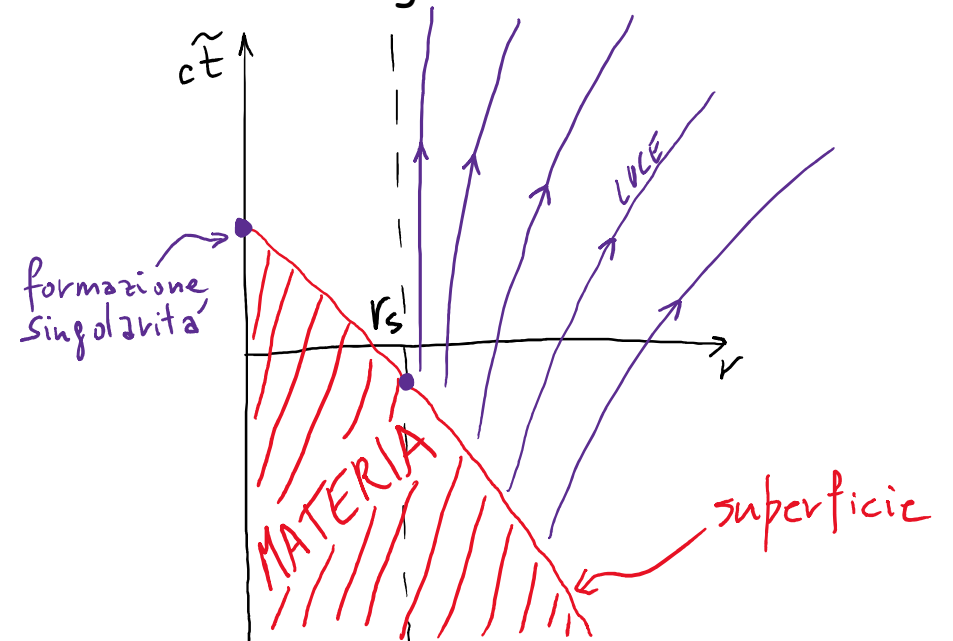


Orizzonte

Diagramma di Finkelstein



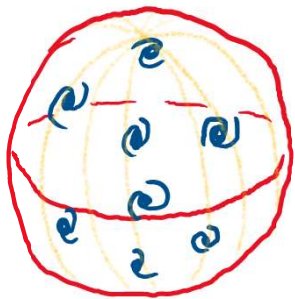
Collasso gravitazionale



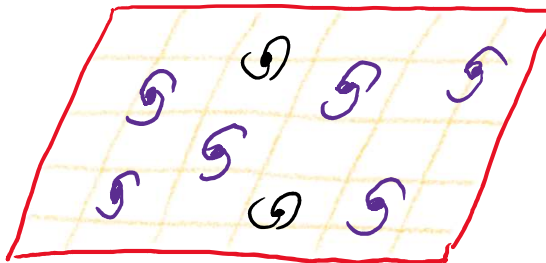
Cosmologia

Metrica di Friedman-Robertson-Walker

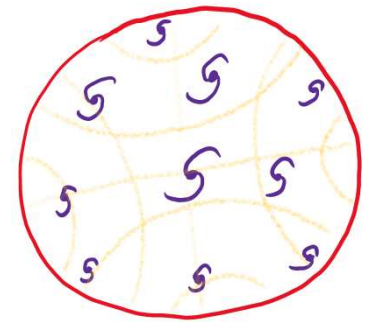
$$ds^2 = c^2 dt^2 - a(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right)$$



$$k = 1$$



$$k = 0$$



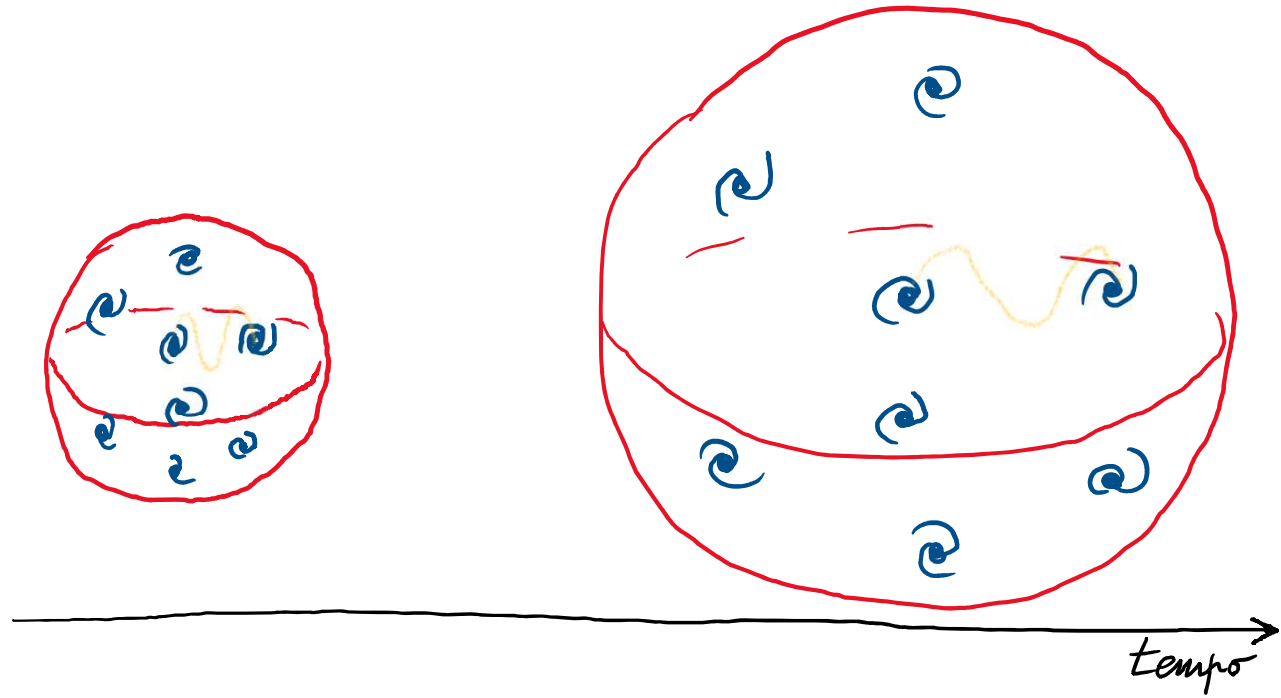
$$k = -1$$

Espansione dell'universo

Equazioni di Friedman

$$\frac{k}{a^2} + \left(\frac{\dot{a}}{ca} \right)^2 = \frac{8\pi G_N}{3c^4} \rho$$

$$\frac{2\ddot{a}}{c^2 a} = -\frac{8\pi G_N}{3c^4} (\rho + 3p)$$

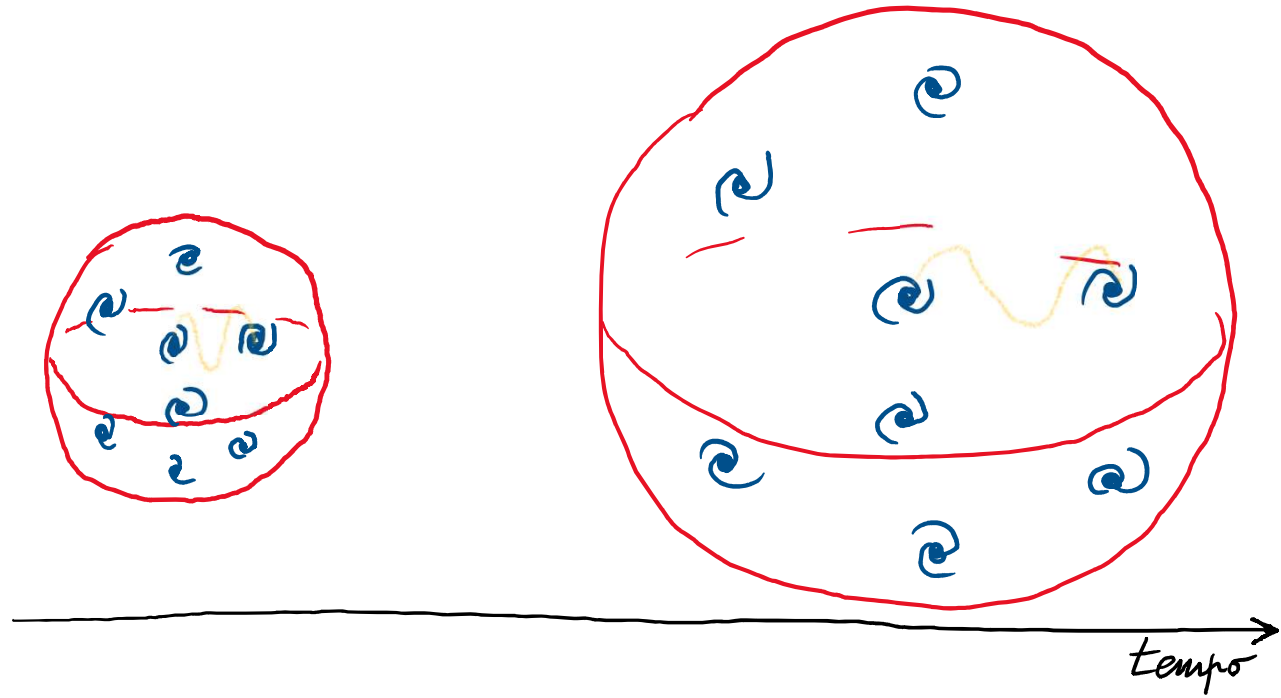


Espansione dell'universo

Equazioni di Friedman

$$\frac{k}{a^2} + \left(\frac{\dot{a}}{ca} \right)^2 = \frac{8\pi G_N}{3c^4} \rho$$

$$\frac{2\ddot{a}}{c^2 a} = -\frac{8\pi G_N}{3c^4} (\rho + 3p)$$

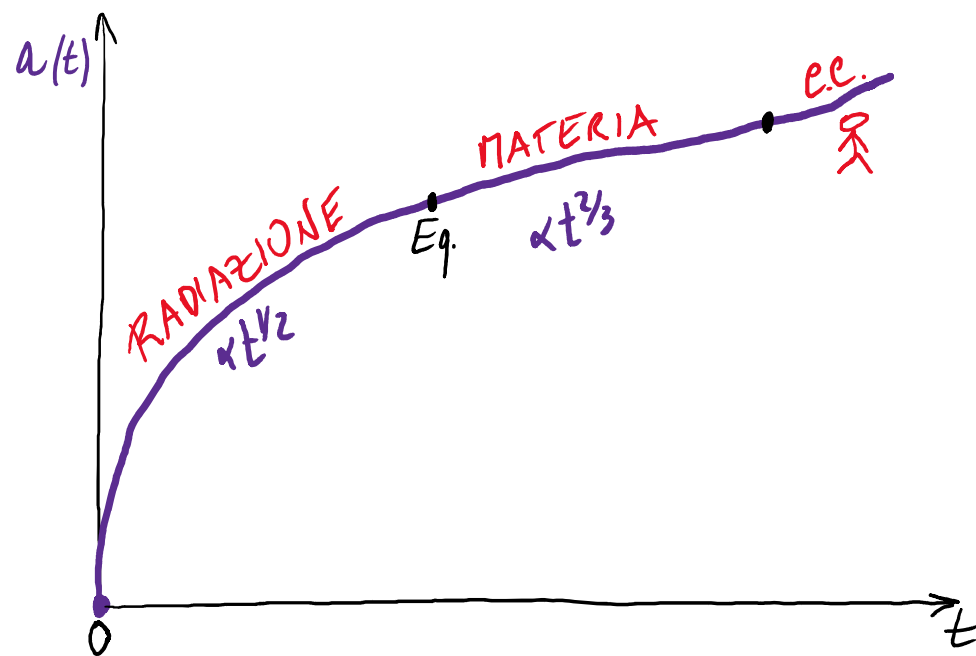


Red-shift cosmologico e legge di Hubble

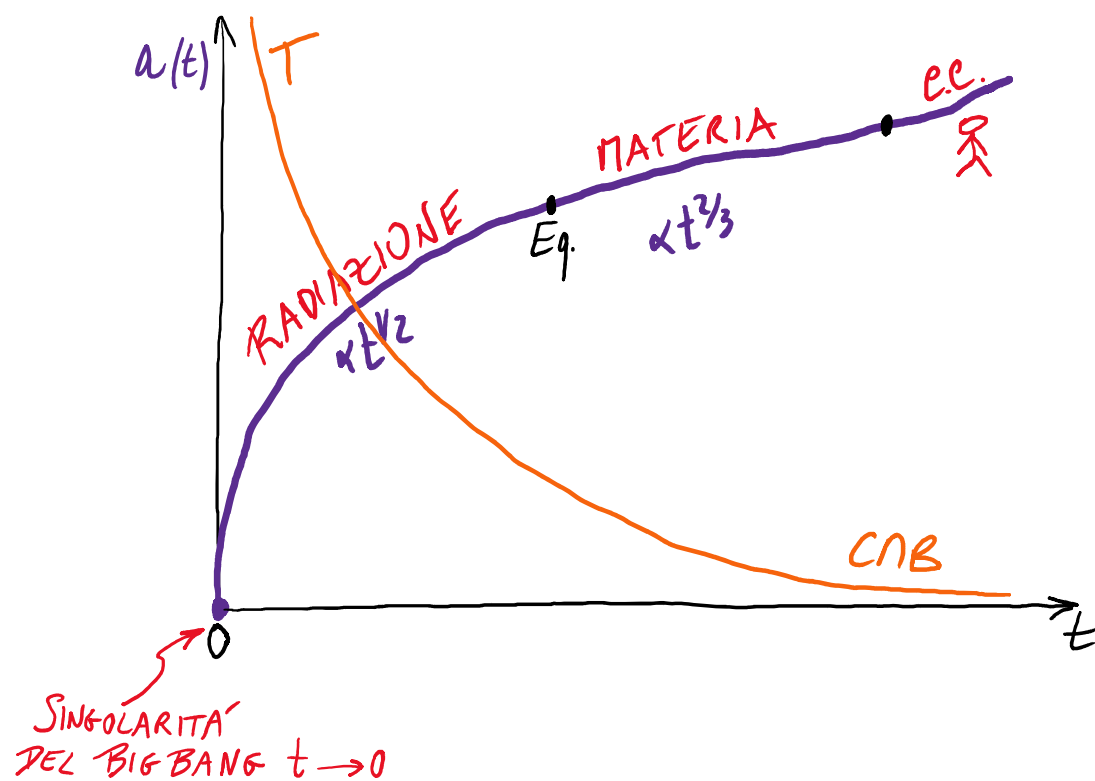
$$\frac{\nu_o}{\nu_e} = \frac{a(t_o)}{a(t_e)} \simeq 1 - \frac{l\dot{a}}{ca}$$

$$H_0 = \frac{\dot{a}(t_0)}{a(t_0)} \simeq 70 \frac{\text{Km}}{\text{s Mpc}}$$

Storia dell'universo



Storia dell'universo



$c, \hbar$: meccanica quantistica relativistica

Con due costanti, data una massa otteniamo una lunghezza ...

Lunghezza Compton $l_C = \frac{\hbar}{c} \frac{1}{m}$

$c, \hbar$: meccanica quantistica relativistica

Con due costanti, data una massa otteniamo una lunghezza ...

Lunghezza Compton $l_C = \frac{\hbar}{c} \frac{1}{m}$

Principi di indeterminazione

+
relatività



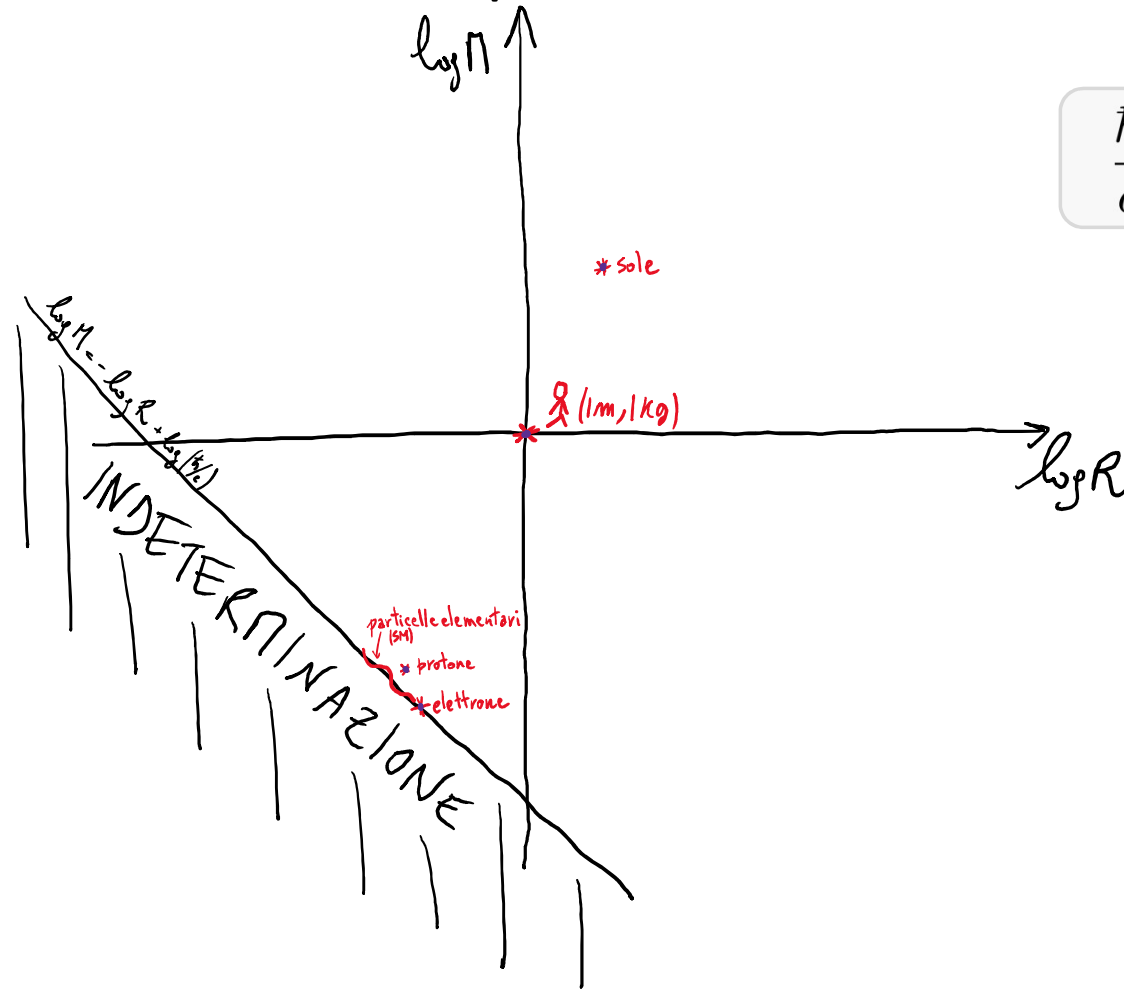
Minima lunghezza misurabile

$$\Delta x \sim \frac{\hbar}{\Delta p} \sim \frac{\hbar c}{\Delta E}$$

$$\Delta E \sim mc^2$$

Soglia di produzione di particelle

$c, \hbar$: meccanica quantistica relativistica



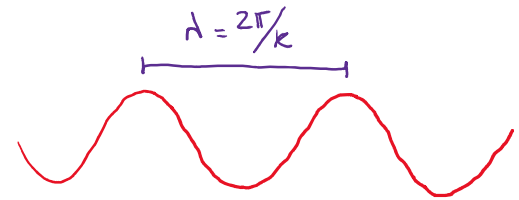
$$\frac{\hbar}{c} = 3.5 \times 10^{-43} \text{ Kg m}$$

Teoria quantistica dei campi

Campo scalare
libero e massivo

$$S = \int dt dV \frac{1}{2} \left(\frac{1}{c^2} (\partial_t \varphi)^2 - (\vec{\nabla} \varphi)^2 - \frac{c^2 m^2}{\hbar^2} \varphi^2 \right)$$

Ad ogni modo corrisponde un oscillatore armonico

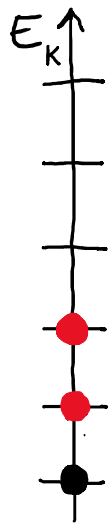


$$\hbar\omega = \hbar \sqrt{c^2 k^2 + \frac{c^4 m^2}{\hbar^2}}$$

Teoria quantistica dei campi

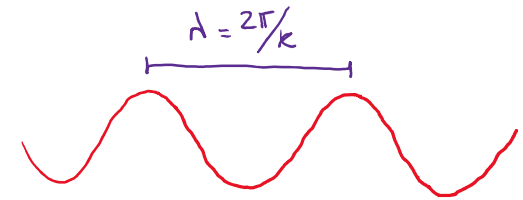
Campo scalare
libero e massivo

$$S = \int dt dV \frac{1}{2} \left(\frac{1}{c^2} (\partial_t \varphi)^2 - (\vec{\nabla} \varphi)^2 - \frac{c^2 m^2}{\hbar^2} \varphi^2 \right)$$



Ad ogni modo corrisponde un oscillatore armonico

$$\Delta E_k = \hbar \omega = \hbar \sqrt{c^2 k^2 + \frac{c^4 m^2}{\hbar^2}} = \sqrt{c^2 p^2 + c^4 m^2}$$



Meccanica quantistica con 'infiniti' gradi di libertà

“Complessità matematica”

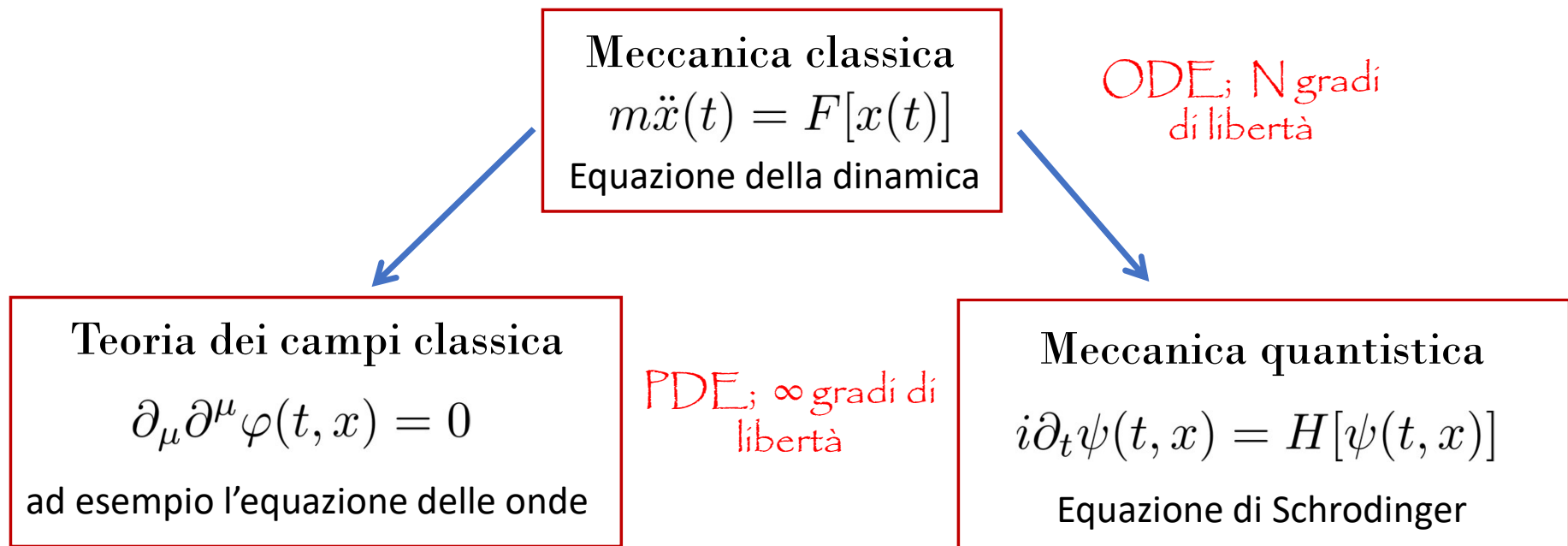
Meccanica classica

$$m\ddot{x}(t) = F[x(t)]$$

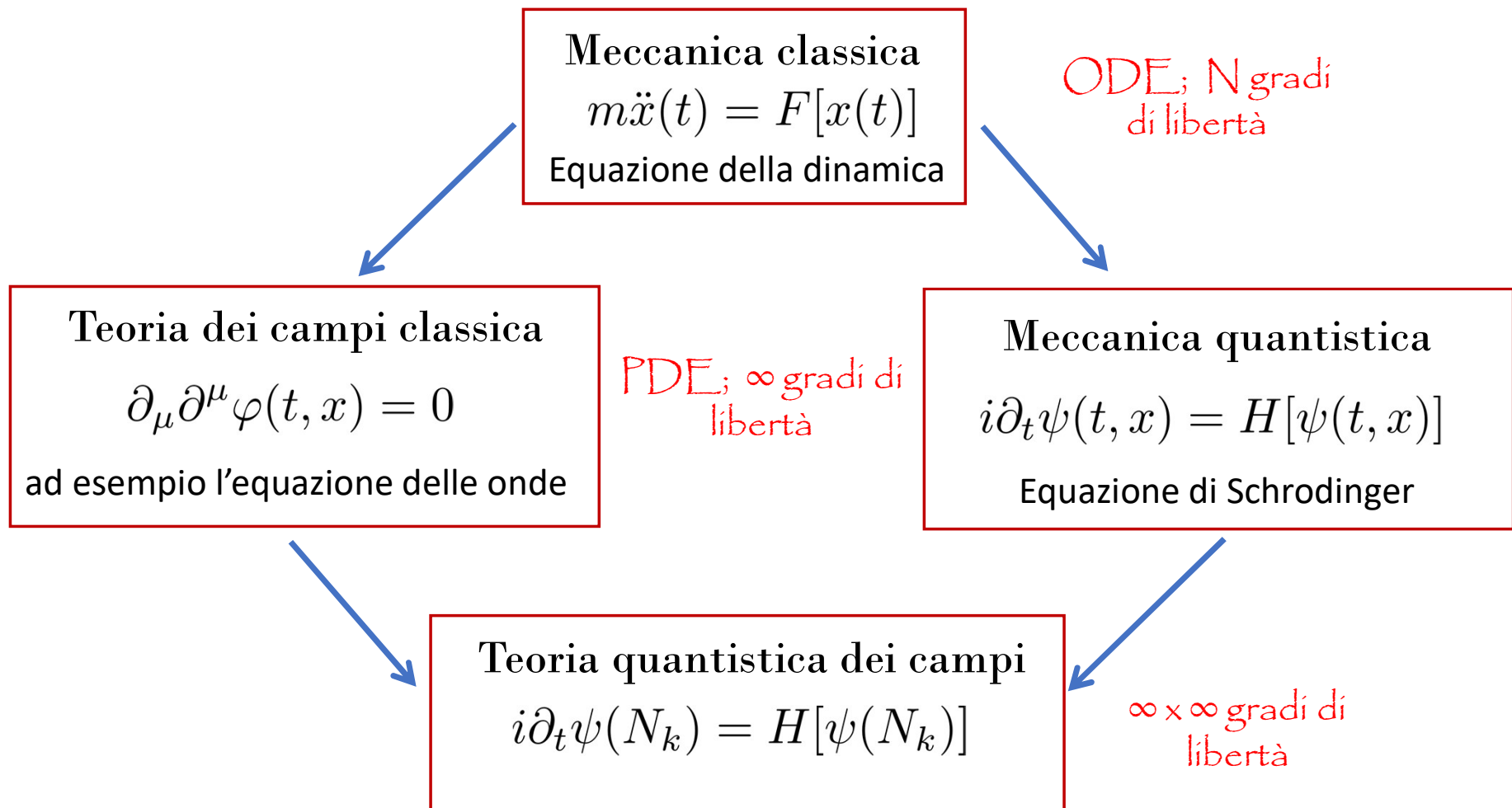
Equazione della dinamica

ODE; N gradi
di libertà

“Complessità matematica”



“Complessità matematica”



QED

ELETTRODINAMICA QUANTISTICA

$$S = \int dt dV \left(-\frac{1}{4\pi} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \bar{\psi} \left(i D_{\mu} \gamma^{\mu} - \frac{cm}{\hbar} \right) \psi \right)$$

Costante di
struttura fine

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar c}$$

Derivata covariante

$$D_{\mu} \psi = \partial_{\mu} \psi - i \frac{e}{\hbar} A_{\mu} \psi$$

QED

ELETTRODINAMICA QUANTISTICA

$$S = \int dt dV \left(-\frac{1}{4\pi} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \bar{\psi} \left(i D_{\mu} \gamma^{\mu} - \frac{cm}{\hbar} \right) \psi \right)$$

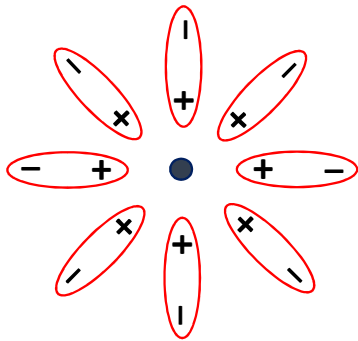
Costante di
struttura fine

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar c}$$

Derivata covariante

$$D_{\mu} \psi = \partial_{\mu} \psi - i \frac{e}{\hbar} A_{\mu} \psi$$

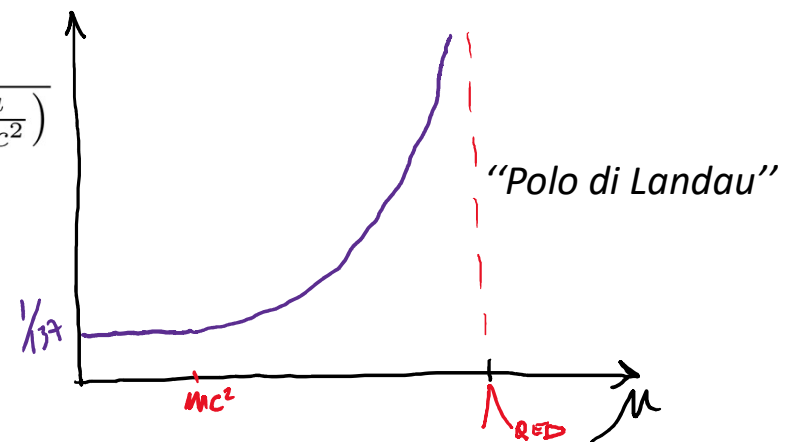
Polarizzazione del vuoto



Il vuoto in QFT non e' mai vuoto

Rinormalizzazione della costante di accoppiamento

$$\alpha(\mu) \simeq \frac{\alpha}{1 - \frac{\alpha}{3\pi} \log \left(\frac{\mu}{mc^2} \right)}$$



QCD

GENERALIZZAZIONE NON-ABELIANA DELLA QED

$$S = \int dt dV \left(-\frac{1}{2\pi} \text{tr}(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}) + \bar{\psi}(iD_\mu \gamma^\mu - m)\psi \right)$$

A_μ : gluoni

ψ : quarks

Derivata covariante

$$D_\mu \psi = \partial_\mu \psi - ig A_\mu \psi$$

QCD

GENERALIZZAZIONE NON-ABELIANA DELLA QED

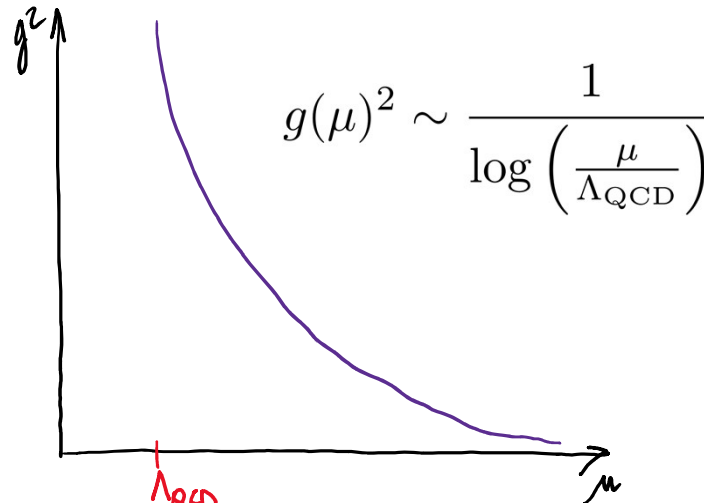
$$S = \int dt dV \left(-\frac{1}{2\pi} \text{tr}(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}) + \bar{\psi}(iD_{\mu}\gamma^{\mu} - m)\psi \right)$$

A_{μ} : gluoni

ψ : quarks

Derivata covariante

$$D_{\mu}\psi = \partial_{\mu}\psi - igA_{\mu}\psi$$

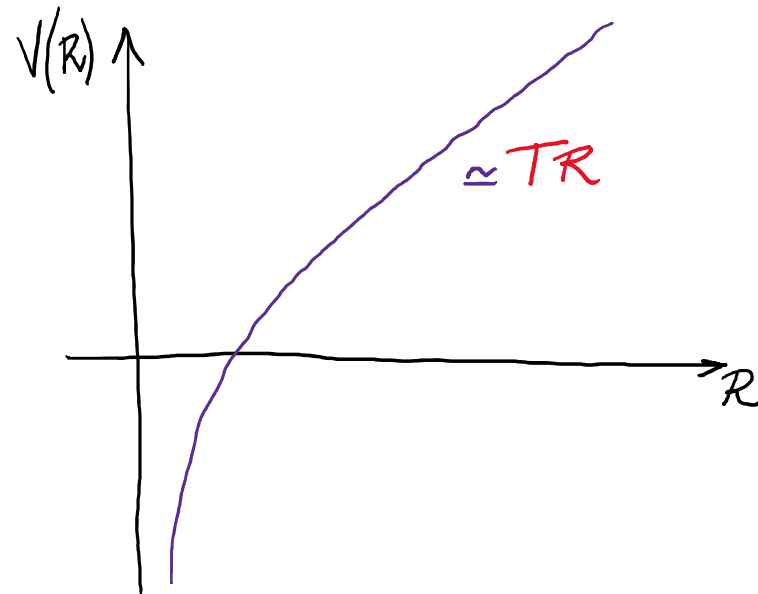


**Accoppiamento forte
nell'infrarosso**

Libertà asintotica

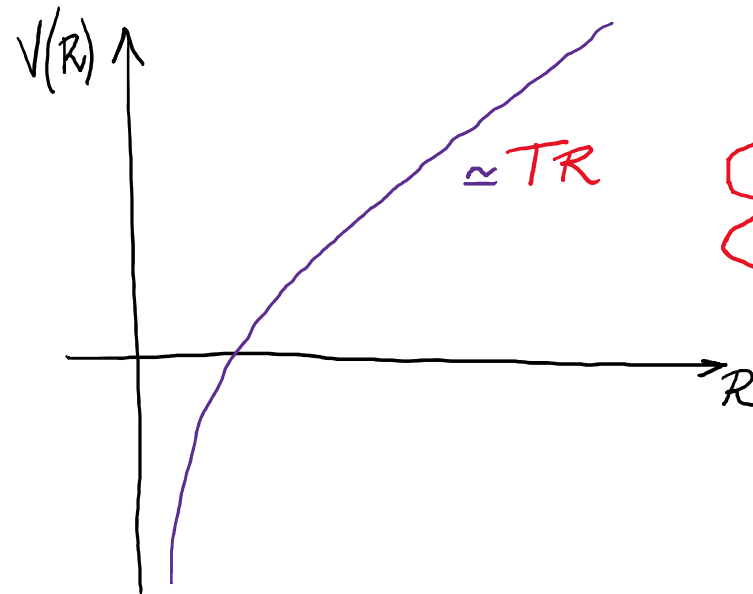
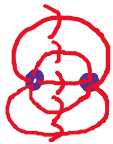
Confinamento

Potenziale
quark-antiquark



Confinamento

Potenziale
quark-antiquark



In QFT quello che “vedi” può essere molto diverso da quello che “scrivi”

La teoria che usiamo (*per ora...*)

Una teoria quantistica dei campi
per il modello standard

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}(A_\mu, \psi, \phi)$$

$$\int [DA_\mu][D\psi][D\phi] e^{\frac{iS}{\hbar}}$$



Equazione di Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G_N}{c^4} \langle T_{\mu\nu} \rangle$$

Tensore
energia-impulso

$$T^{\mu\nu} = \frac{\delta(\sqrt{-g}\mathcal{L})}{\delta g_{\mu\nu}}$$

$G_N, c, \hbar$ La teoria . . .

Unità Planckiane

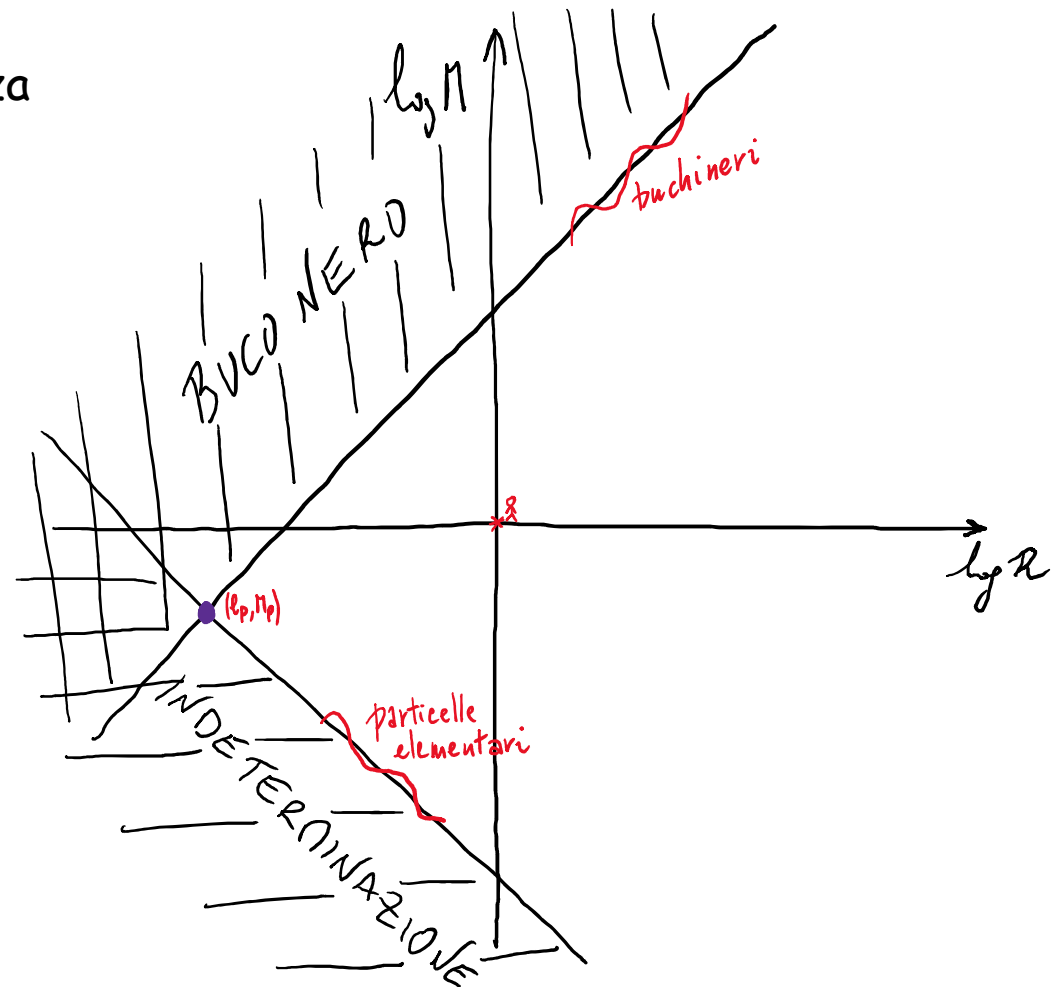
Massa $M_{\text{Pl}} = \sqrt{\frac{c\hbar}{G_N}} = 2.2 \times 10^{-8} \text{Kg} = 1.2 \times 10^{19} \frac{\text{GeV}}{c^2}$

Lunghezza $l_{\text{Pl}} = \sqrt{\frac{G_N \hbar}{c^3}} = 1.6 \times 10^{-35} \text{m}$

Tempo $t_{\text{Pl}} = \sqrt{\frac{G_N \hbar}{c^5}} = 5.4 \times 10^{-44} \text{s}$

$G_N, c, \hbar$ La teoria...

l_{Pl} minima lunghezza



Fluttuazioni quantistiche della metrica

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

$$S = \frac{c^3}{16\pi G_N} \int d^4x \partial h \partial h + \dots$$

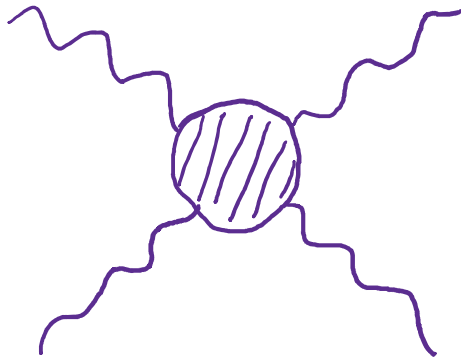
$$\Delta h \sim \sqrt{\frac{G_N \hbar k^2}{c^5}} = \frac{E}{E_{\text{Pl}}}$$



"Schiuma" di spazio-tempo
alla scala della lunghezza di Planck

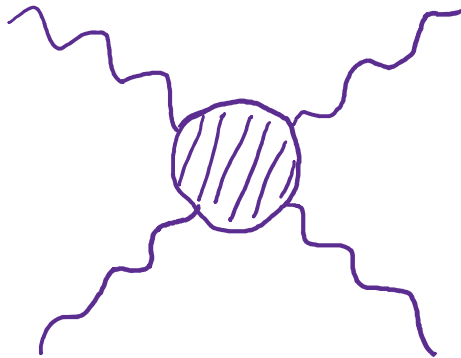
Scattering fra gravitoni

$$S = \frac{c^3}{16\pi G_N} \int d^4x \partial h \partial h + h \partial h \partial h + h^2 \partial h \partial h + \dots$$



Scattering fra gravitoni

$$S = \frac{c^3}{16\pi G_N} \int d^4x \partial h \partial h + h \partial h \partial h + h^2 \partial h \partial h + \dots$$



Ampiezza al prim'ordine:

$$\mathcal{M} \propto \frac{\hbar G_N k^2}{c^3} = \frac{E^2}{E_{\text{Pl}}^2}$$

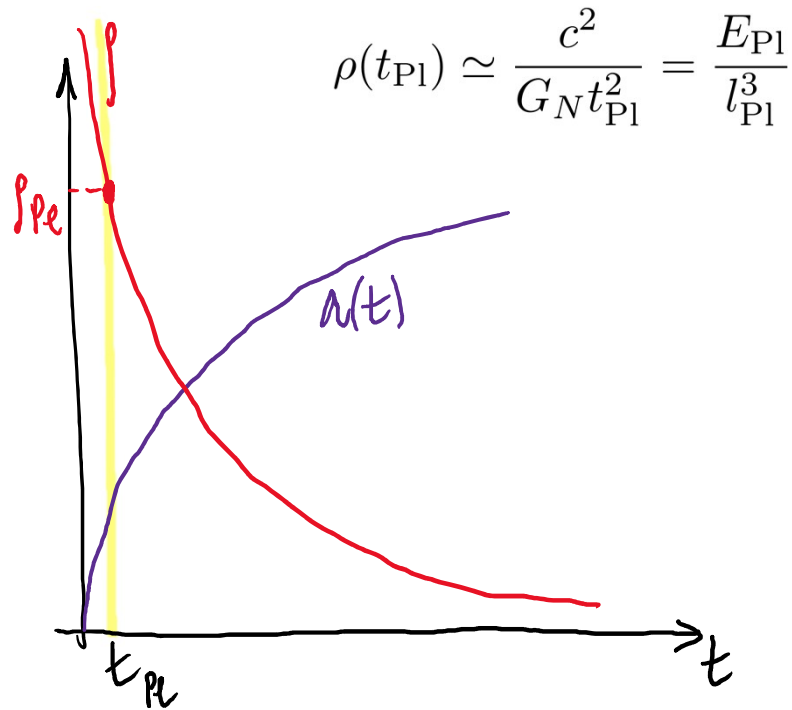
Accoppiamento forte nell' UV, vicino all' energia di Planck

Inoltre ad un certo punto, violerebbe l' unitarietà

(Problema simile nella teoria di Fermi ...)

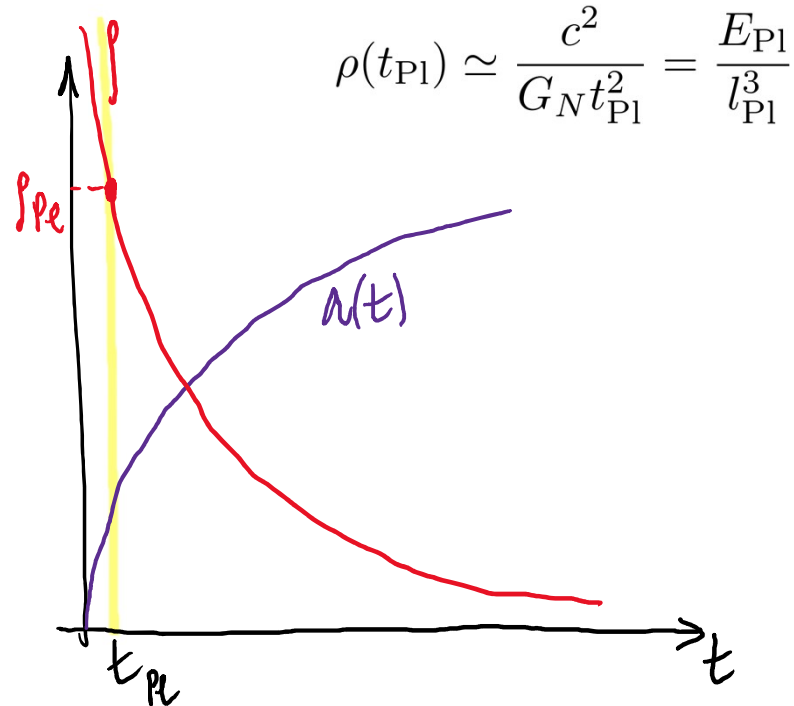
Tempo di Planck

La densità di energia cresce
andando indietro nel tempo

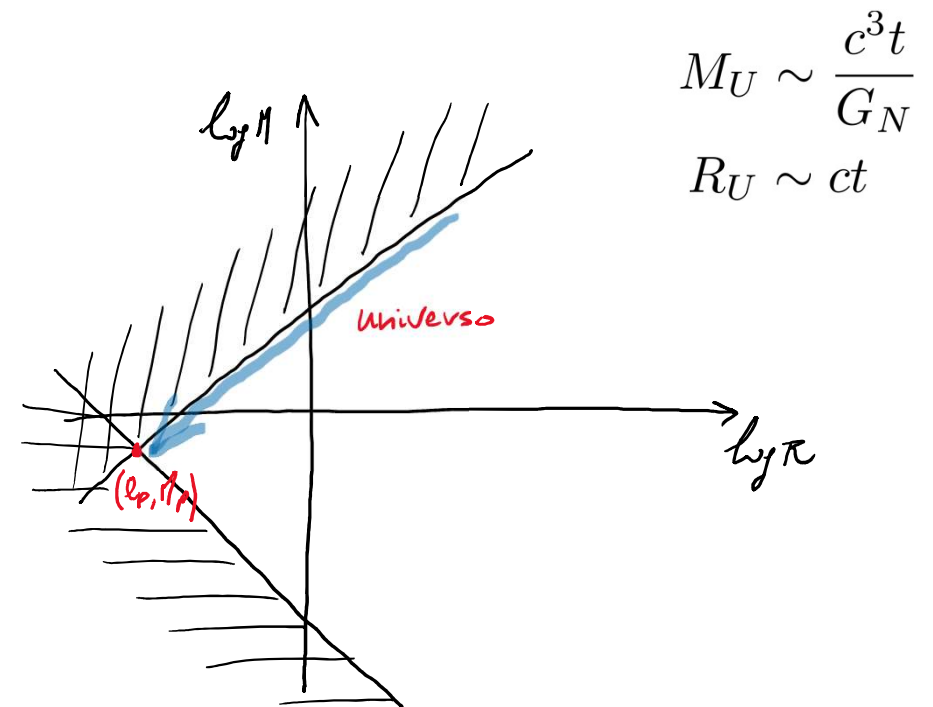


Tempo di Planck

La densità di energia cresce andando indietro nel tempo



Definiamo una nozione di “massa” e “raggio” dell’ universo



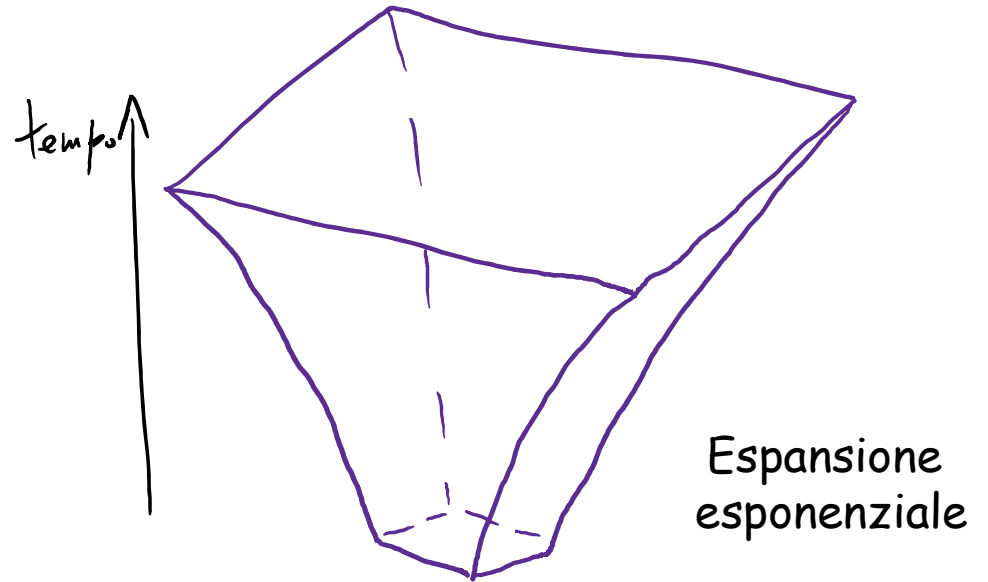
Costante cosmologica

Equazioni di Einstein in presenza di un' energia di vuoto

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \Lambda g_{\mu\nu} \qquad 0 < \Lambda = \frac{8\pi G_N \rho_{cc}}{c^4}$$

La soluzione e' lo spazio-tempo di de Sitter

$$ds^2 = c^2 dt^2 - e^{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} 2ct} (dr^2 + r^2 d\Omega^2)$$



Costante cosmologica

La gravità "sente" tutte le forme di energia ...

... quindi anche quelle dovute alle fluttuazioni quantistiche di vuoto

$$\rho = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2} \hbar \omega_k = \frac{1}{32\pi^2} \hbar c k_{UV}^4$$

Costante cosmologica

La gravità "sente" tutte le forme di energia ...

... quindi anche quelle dovute alle fluttuazioni quantistiche di vuoto

$$\rho = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2} \hbar \omega_k = \frac{1}{32\pi^2} \hbar c k_{UV}^4$$

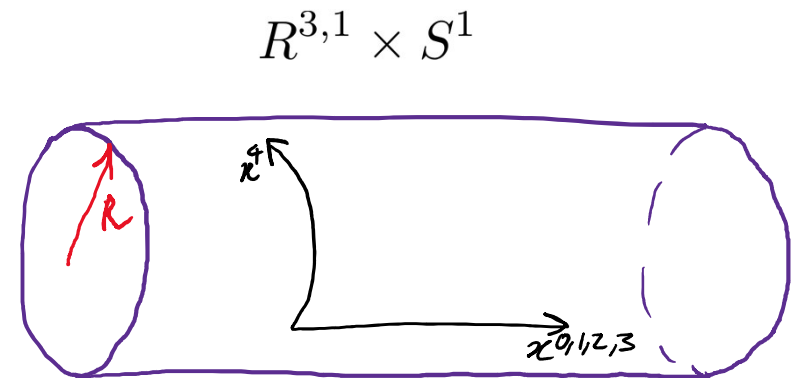
E' naturale aspettarsi che una scala fondamentale entri nel cutoff ultravioletto

$$\frac{\rho_{cc}}{\rho_{Pl}} \sim \left(\frac{10^{-3} \text{ eV}}{10^{18} \text{ GeV}} \right)^4 = 10^{-120}$$

Kaluza-Klein

Gravità in 4+1 dimensioni, di cui una compattificata

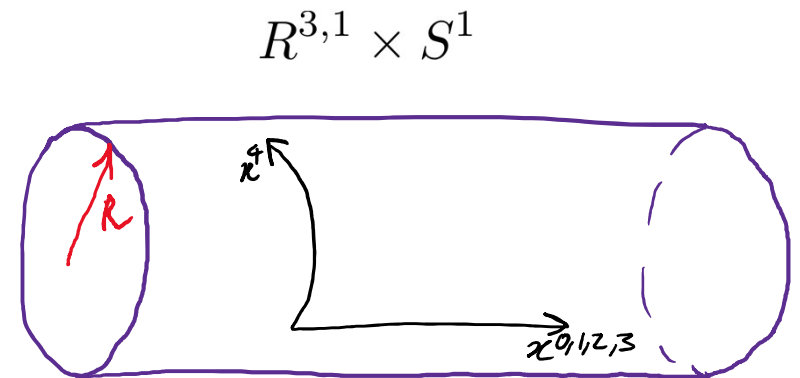
$$S = -\frac{c^3}{16\pi G_N^{(5)}} \int d^5x \sqrt{-g} R$$



Kaluza-Klein

Gravità in 4+1 dimensioni, di cui una compattificata

$$S = -\frac{c^3}{16\pi G_N^{(5)}} \int d^5x \sqrt{-g} R$$



Gravitone $\longrightarrow$ gravitone + fotone + dilatone

$$h_{\Sigma\Gamma} \longrightarrow h_{\mu\nu}, h_{4\mu}, h_{44} \quad (5 = 2 + 2 + 1)$$

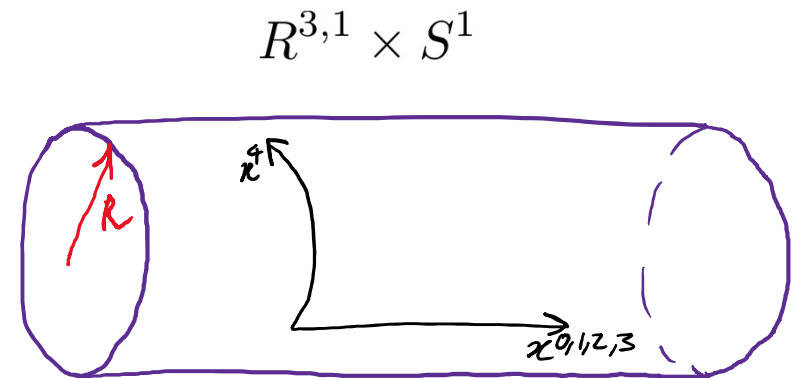
Costante di Newton
4-dimensionale

$$G_N = \frac{G_N^{(5)}}{2\pi R}$$

Kaluza-Klein

Gravità in 4+1 dimensioni, di cui una compattificata

$$S = -\frac{c^3}{16\pi G_N^{(5)}} \int d^5x \sqrt{-g} R$$



Gravitone $\longrightarrow$ gravitone + fotone + dilatone

$$h_{\Sigma\Gamma} \longrightarrow h_{\mu\nu}, h_{4\mu}, h_{44} \quad (5 = 2 + 2 + 1)$$

Costante di Newton
4-dimensionale

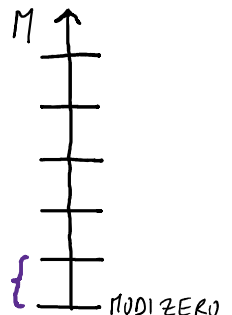
$$G_N = \frac{G_N^{(5)}}{2\pi R}$$

Torre di KK

Carica elettrica

$$m_{\text{KK}} = \frac{\hbar}{cR} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{mod } 2\pi R \end{array} \right.$$

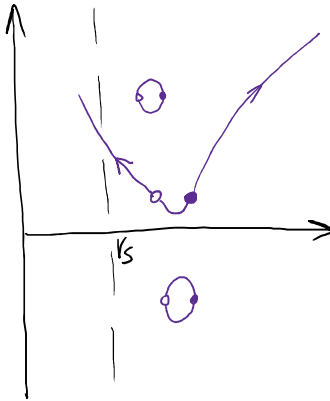
$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar c} = \frac{\hbar G_N}{c^3 R^2}$$



Ancora sui buchi neri

Radiazione di Hawking

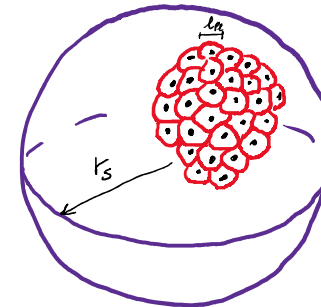
$$k_B T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi G_N M} = \frac{c^2 M_{\text{Pl}}^2}{8\pi M}$$



Paradosso dell'informazione

Entropia di Bekenstein-Hawking

$$S_{BH} = \frac{4\pi k_B G_N M^2}{\hbar c} = \frac{k_B A}{4 l_{\text{Pl}}^2}$$



Principio olografico

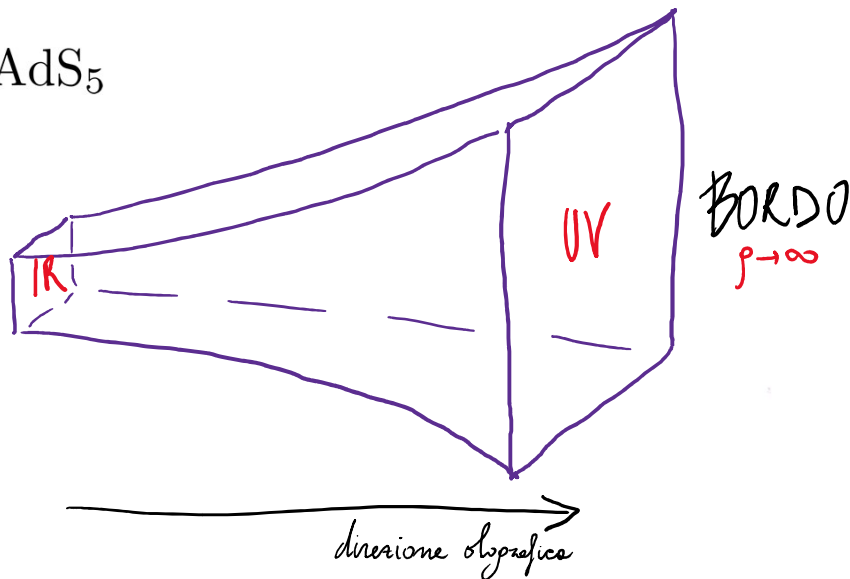
Olografia

CORRISPONDENZA GAUGE-GRAVITÀ

Spazio-tempo anti de Sitter AdS_5

$$0 > \Lambda = -\frac{6}{L^2}$$

$$ds^2 = -d\rho^2 + e^{\rho/L} dx_\mu dx^\mu$$



Gravità in AdS_5 $\leftrightarrow$ QFT in $\mathbb{R}^{3,1}$

Discussione

- La teoria che usiamo ora è una combinazione di QFT + GR; **funziona** (*anche troppo bene!*) per spiegare ciò che riusciamo ad osservare.
- Il modo in cui le usiamo non è **teoricamente** soddisfacente, servirebbe una teoria unificata per le tre costanti $G_N, c, \hbar$ (teoria ...).

Discussione

- La teoria che usiamo ora è una combinazione di QFT + GR; **funziona** (*anche troppo bene!*) per spiegare ciò che riusciamo ad osservare.
- Il modo in cui le usiamo non è **teoricamente** soddisfacente, servirebbe una teoria unificata per le tre costanti $G_N, c, \hbar$ (teoria ...).
- Di sicuro GR ha delle singolarità e deve essere modificata. E' naturale aspettarsi che la *teoria* ... risolverà questi problemi.
- Non abbiamo diretto accesso sperimentale ai regimi in cui la *teoria* ... entra in azione.

Discussione

- La teoria che usiamo ora è una combinazione di QFT + GR; **funziona** (*anche troppo bene!*) per spiegare ciò che riusciamo ad osservare.
- Il modo in cui le usiamo non è **teoricamente** soddisfacente, servirebbe una teoria unificata per le tre costanti $G_N, c, \hbar$ (teoria ...).
- Di sicuro GR ha delle singolarità e deve essere modificata. E' naturale aspettarsi che la *teoria ...* risolverà questi problemi.
- Non abbiamo diretto accesso sperimentale ai regimi in cui la *teoria ...* entra in azione.
- Ci sono varie relazioni fra QFT + GR, molte conosciute da tempo ed altre inaspettate e scoperte recentemente. Queste relazioni hanno sempre portato ad importanti sviluppi nella loro comprensione e lo faranno presumibilmente anche in futuro.

Alcune domande sulla *teoria* . . .

- Può essere una QFT o deve essere qualcosa di più?
- Può essere una meccanica quantistica ?
- Da essa dipende la soluzione del problema della costante cosmologica?
- Quante sono le dimensioni e la “vera” scala fondamentale?
- Lo spazio-tempo è “fondamentale” o “emergente”?
- Il principio olografico come deve essere implementato?

