

$$\mathcal{G}_{\text{SI}}(E_{\text{R}}) = \frac{\mathcal{I}(E_{\text{R}})}{E_{\text{R}}} \left[\frac{\mathcal{I}_1(E_{\text{R}})}{\mathcal{I}(E_{\text{R}})} - E_{\text{R}} \left(\frac{2m_{\mathcal{N}} + m_{\chi}}{2m_{\mathcal{N}}m_{\chi}} \right) \right], \quad \mathcal{G}_{\text{SD}}(E_{\text{R}}) = \mathcal{I}(E_{\text{R}}) \frac{m_{\mathcal{N}}}{3m_p^2}$$