Distribuzioni dei Partoni Ricavate dalla Meccanica Statistica.

Franco Buccella, Sozha Sohaily
and Francesco Tramontano

INFN, Sezione di Napoli

Faculty of Physics Shaid Bahanar University
of Kerman, Kerman, Iran

Dipartimento di Scienze Fisiche
dell'Universita' di Napoli Federico II

Roma 24 Settembre 2015

Riassunto

1) MOTIVATIONI FENOMENOLOGICHE PER INTRODURRE LE DISTRIBUZIONI DEI PARTONI ISPIRATE ALLA MECCANICA STATISTICA QUANTISTICA

2) LE DISTRIBUZIONI DEI PARTONI PROPOSTE NEL 2002 DA CLAUDE BOURRELY, F. B. E JACQUES SOFFER

3) L'ESTENSIONE AI GRADI DI LIBERTA' TRASVERSI GRAZIE ALLA REGOLA DI SOMMA PER L' ENERGIA TRASVERSA

4) PARAGONE CON IL FIT DI HERA PER LE DISTRIBUZIONI DI FERMIONI LEGGERI E DEI GLUONI

5) VANTAGGI DELLE DISTRIBUZIONI STATISTICHE RISPETTO ALLA PARAMETRIZZAZIONE STANDARD

5) CONCLUSIONI

Motivazioni Fenomenologiche per le Distribuzioni Statistiche dei Partoni.

1) L'asimmetria di isospin nel mare del protone :

$\bar{d}(x) > \bar{u}(x)$

evocata molti anni fa da Niegawa and Sisiki e da Feynman e Field come conseguenza del principio di Pauli e confermata dal difetto nella regola di somma di Gottfried e dalla produzione Drell-Yan di coppie di muoni piu' abbondante nella diffusione pn che in quella pp .

2) La correlazione tra i momenti primi dei partoni di valenza e la forma delle loro distribuzioni in x, che e' quella che ci si aspetta per un gas quantistico :

distribuzioni piu' larghe per momenti primi maggiori,

come mostrato dalla drammatica decrescita a x intermedi nell' intervallo $(0.2, 0.45)$ del rapporto

$\frac{F_2^n(x)}{F_2^p(x)}$

come conseguenza di un simile andamento del rapporto

$\frac{d(x)}{u(x)}$

e dall'aumento con x del rapporto positivo

$\frac{\Delta u(x)}{u(x)}$

e dalla decrescita con x del rapporto negativo

$\frac{\Delta d(x)}{d(x)}$.

Le Distribuzioni Ispirate alla Meccanica Statistica Quantistica.

Il ruolo del principio di Pauli suggerisce di scrivere funzioni di Fermi-Dirac per i quarks nella variabile x, che e' quella, che appare nelle regole di somma del modello a partoni.

Ricordiamo che la scelta usuale dell'energia per la variabile, che appare in meccanica statistica segue dal suo apparire nel vincolo, che fissa l'energia totale disponibile.

$\Sigma n_i \epsilon_i = E$

Per riprodurre i dati per ottenere :

$$xq(x)$$

si devono modificare le funzioni di Fermi-Dirac :

$$\frac{1}{(\exp \frac{x-\tilde{X}_q}{\bar{x}} + 1)}$$

dove $\bar{x}$ ha il ruolo di "temperatura" e $\tilde{X}_q$ e' il "potenziale" del partone dipendente dal suo "sapore" e la sua elicita' con il fattore :

$$A\tilde{X}_q x^b$$

e aggiungere il contributo diffrattivo

$$\frac{\tilde{A} x^{\tilde{b}}}{(\exp \frac{x}{\bar{x}} + 1)}$$

isoscalare e non polarizzato per evitare un contributo infinito alle regole di somma del modello a partoni dato che $\tilde{b} =$ -.25 < 0.

Le Distribuzioni dei Partoni Ispirate dalla Meccanica Statistica.

Per gli antiquark leggeri abbiamo lo stesso contributo diffrattivo:

$$\frac{\tilde{A}x^{\tilde{b}}}{(\exp\frac{x}{\bar{x}}+1)}$$

da aggiungere a :

$$\frac{\bar{A}x^{2b}}{\tilde{X}_q} \times \frac{1}{(\exp\frac{x+\tilde{X}_q}{\bar{x}}+1)}$$

dove q and $\bar{q}$ anno elicita' opposte

Infine per i gluoni abbiamo una formula di Planck, una formula di Bose-Einstein con potenziale nullo :

$$xG(x) = \frac{A_G x^{b_G}}{(\exp\frac{x}{\bar{x}}-1)}$$

La Condizione d'Equilibrio della QCD.

La richiesta d'equilibrio per i due processi elementari della QCD, l'emissione di un gluone da parte di un fermione e la conversione di un gluone in una coppia $q\bar{q}$ con elicita' opposta, porta all'importante conseguenza di avere un potenziale nullo per i gluoni di entrambe le elicita' e opposti valori per i potenziali di un quark e la sua antiparticella con elicita' opposta.

Quindi la formula di Bose-Einstein per i gluoni $xG(x)$ diviene una formula di Planck :

$$\frac{A_G}{(\exp \frac{x}{\bar{x}} - 1)}$$

e $\Delta G(x) = 0$

e si ha la relazione :

$$\tilde{X}_q^h + \tilde{X}_{\bar{q}}^{-h} = 0$$

che permette di separare i contributi di quark e antiquark nel DIS elettromagnetico.

Mentre per le distribuzioni non polarizzate la separazione e' propiziata dalle ovvie condizioni :

$$u - \bar{u} = 2$$

$$d - \bar{d} = 1$$

per le distribuzioni polarizzate le condizioni di equilibrio permettono di determinare la polarizzazione degli antiquark leggeri dalla conoscenza della forma delle distribuzioni dei quark di valenza.

L'Estensione ai Gradi di Liberta' Trasversi.

Applicando la meccanica statistica ai gradi di liberta' trasversi grazie a una regola di somma per l'energia trasversa invece dei fattori ad hoc introdotti nel 2002 si hanno fattori, che dipendono dai "potenziali trasversi" $\tilde{Y}_q$:

$\ln[1 + \exp \tilde{Y}_q]$

ed il prodotto :

$\ln[1 + \exp \tilde{Y}_q]$ $\ln[1 + \exp -\tilde{Y}_q]$

ha il massimo $(\ln 2)^2$ per $\tilde{Y}_q = 0$

Quindi per valori degli $\tilde{Y}_q$ tali che

$\ln[1 + \exp \tilde{Y}_q]$ sia proporzionale a $\tilde{X}_q$ si

ottiene il fattore $\tilde{X}_q$ introdotto ad hoc nel 2002 per i partoni di valenza e sufficientemente piccoli, non piu' grandi di 1, si ottiene approssimatamente il fattore $\frac{1}{\tilde{X}_q}$ introdotto per le loro antiparticelle.

La Determinazione dei Parametri nel Lavoro del 2002.

Da una selezione di dati sulla Diffusione Profondamente Inelastica sono stati determinati i pochi parametr introdotti, ottenendo i seguenti valori :

2002 2014

$\bar{x}$ = .099 ; .102
$\tilde{X}_u^{\uparrow}$ = .461 .446 .465
$\tilde{X}_d^{\downarrow}$ = .301 .320 .3115
$\tilde{X}_u^{\downarrow}$ = .298 .297 .2975
$\tilde{X}_d^{\uparrow}$ = .228 .222 .235
b = .41 .43
$\tilde{b}$ = -.25 -.25
b_G = .75 1
$\tilde{A}$ = .083 .070
A = 1.49
$\bar{A}$ = 1.93

Nella prima colonna sono i valori ottenuti nel 2002, nella seconda quelli ottenuti imponendo il migliore accordo con la parametrizzazione statistica dei risultati del fit di HERA per le non polarizzate, mentre per le polarizzate l'ottimo accordo con i risultati ottenuti dopo il 2002 ci hanno motivato a riprodurre per quanto possibile il nostro fit del 2002.

La Determinazione dei Parametri nel Lavoro del 2002.

Come ci si poteva aspettare, il potenziale maggiore e'

$\tilde{X}_u^{\uparrow}$

e il minore e'

$\tilde{X}^{\uparrow}{}_d$

Le condizioni d'equilibrio implicano .

$\Delta\bar{u}(x) > 0$

$\Delta\bar{d}(x) < 0$

che e' confermato dalle asimmetrie nella produzione di $W^{\pm}$ e implica un contributo positivo alla regola di somma di Bjorken.

Vantaggi di Considerare le Distribuzioni non Polarizzate e Polarizzate allo Stesso Tempo.

L'interessante proprieta' di stabilire una relazione tra la forma e i momenti primi dei partoni d e u e automaticamente ottenere l'asimmetria di isospin

$\bar{d} - \bar{u}$ maggiore di 0

come ci si aspetta per il principio di Pauli si replica due volte per le distribuzioni polarizzate la proprieta di $\Delta u(x)$ di essere positiva e avere il suo supporto principalmente nell' intervallo :

$\tilde{X}_u^{\downarrow}, \tilde{X}_u^{\uparrow}$

mentre $\Delta d(x)$ e' negativa e ha il suo supporto principalmente nell' intervallo :

$\tilde{X}_d^{\uparrow}, \tilde{X}_d^{\downarrow}$

spiega la forma di $xg_1^n(x)$, negativa a piccoli x e positiva a grandi x.

Automaticamente implica un valore positivo di $\Delta u(\bar{x})$ e uno negativo per $\Delta d(\bar{x})$, come e' stato confermato anche quantitativamente nella produzione a RHIC di $W^{\pm}$ con fasci polarizzati

Paragone con il Fit di Hera Fit per le Distribuzioni non Polarizzate

Alcuni anni fa una analisi congiunta dei dati di DIS misurati in H_1 e $ZEUS$ e' stata utilizzata per determinare le distribuzioni non polarizzate dei partoni e Jacques Soffer immediatamente si rese conto della somiglianza con le distribuzioni statistiche.

Per fornire un test per le distribuzioni dei partoni derivate dalla statistica quantistica determiniamo i parametri in modo di riprodurre i risultati di Hera per le distribuzioni non polarizzate dei fermioni leggeri, mentre per le polarizzate si richiede di riprodurre le espressioni trovate nel 2002, che hanno ben descritto le funzioni di struttura polarizzate $g_1^{p,n}(x)$ e la produzione dei bosoni deboli $W^{\pm}$ a RHIC.

Il paragone con il fit di Hera e con le distribuzioni polarizzate del 2002 sono descritti nelle figure seguenti e i parametri sono paragonati con quelli determinati in quel lavoro.

L'accordo e' molto buono per entrambi i confronti per i fermioni.

Il paragone con l'Espressione Standard per le Distribuzioni dei Partoni

Malgrado il fatto che x = 0 ($Q^2 = 0$) e che l'intorno di x = 1 (diffusione elastica e produzione di risonanze) non sono nella regione di validita' della Diffusione Profondamente Inelastica, la parametrizzazione standard per le distribuzioni dei partoni e' :

$Ax^B(1-x)^C P(x)$

con A, B, C e P(x) fissati dal confronto con i dati sperimentali per ogni distribuzione dei partoni e un'analisi separata per le distribuzioni non polarizzate e polarizzate.

Invero la componente diffrattiva ha un andamento a potenza per x = 0, mentre i partoni di valenza, che dominano le regioni intermediate e alte di x, hanno un differente (piu' lieve) andamento a potenza a piccoli x. Il valore positivo di C da' luogo ad alti x ad una decrescita con un differente peso per i partoni di valenza, che sono 2 (u and d) se si considerano solo le distribuzioni non polarizzate e 4, se si considerano anche le polarizzate.

La Differenza tra le Distribuzioni Statistiche dei Partoni e le Standard

Per le distribuzioni statistiche la decrescita ad alti x e' spiegata naturalmente dall'andamento alla Boltzmann delle distribuzioni dei partoni per x maggiore del "potenziale" di ciascun partone

exp $\frac{-x}{\bar{x}}$

La variazione dei rapporti tra le distribuzioni dei differenti partoni di valenza :

$\frac{d(x)}{u(x)}$,$\Delta u(x)\frac{}{u(x)}$ and $\frac{\Delta d(x)}{d(x)}$

e'concentrata nell'intervallo tra il potenziale piu' basso e quello piu' alto:

$X_{d^{uparrow}}, X_{u^{uparrow}}$

mentre nel regime di Boltzmann, x maggiore di $X_{d^{uparrow}}$, i loro rapporti variano piu' lentamente.

Questo comprtamento e' l'opposto di quello dettato dalla parametrizzazione standard , per la quale l'effetto dei differenti esponenti per la potenza $(1-x)^{C}$) diviene piu' importante quando x s'avvicina ad 1.

Il Confronto per $\frac{d(1)}{u(1)}$

Il rapporto $\frac{F_2^n(x)}{F_2^p(x)}$ ad alti x

La difficolta' ad ottenere la funzione di struttura del neutrone non polarizzata ad alti x e' connesso al moto di Fermi dei due nucleoni nel deuterio, che rende molto problematico ottenerlo da quelle misurati per il protone e per il deuterio. Cosi' ottenere il rapporto $\frac{d(x)}{u(x)}$ in quella regione non e' banale. La limitata statistica e la scelta della parametrizzazione standard da' luogo ad una grande incertezza per quel rapporto. Nell'approccio statistico i parametri liberi, dai quali quel rapporto dipende, la "temperatura" e i "potenziali longitudinale e trasversi"

$\bar{x}$, X_q and Y_q

sono fissati in una regione, l'intervallo $0.22, 0.46$, dove la statistica e' grande e gli errori sistematici piccoli.

L'accordo perfetto della predizione per $\frac{d(1)}{u(1)} = 0.22$ con il risultato dell'analisi accurata di Orwell, Accardi and Mecnitchouk e' una buona conferma per le distribuzioni statistiche dei partoni.

La Distribuzione dei Gluoni

LA FORMULA DI PLANCK PER I GLUONI

Le condizioni di equilibrio fissano i "potenziali" per i gluoni nulli per entrambe l'elicita' , che implieca :

$\Delta G(x) = 0$

e l'espressione di Planck :

$xG(x) = \frac{A_g x}{[\exp x} \bar{x} - 1]$

dove l'esponente 1 for la potenza segue dall'idea che l'adrone e' una "cavita' di corpo nero" per la radiazione cromomagnetica e A_g e' fissata dalla regola di somma per il momento longitudinale

Invero il fatto che i data di HERA mostrano che $xG(x)$ cresce a piccoli x per $Q^2 = 1.9(GeV)^2$ e decresce a $Q^2 = 10(GeV^2)$ suggerisce che il valore di Q^2), per il quale e' stazionario, differisca di poco da $4(GeV)^2$.

In fatti $B_H(Q^2 = 4(GeV)^2) = -0.0257$

Il paragone per la Distribuzione dei Gluoni

La formula standard :

$Ax^B(1-x)^C$

implica che la decrescita ad alti x dipende dal valore dell'esponente C e diviene piu' rapida al crescere di x, mentre la formula di Planck, nella misura in cui si puo' trascurare -1 nel denominatore, ha un andamento piu' regolare :

exp $\frac{-x}{\bar{x}}$

Dato che la distributione dei gluoni nella diffusione profondamente inelastica influenza la violazione logaritmica dell'invarianza di scala, un metodo per stabilire quanto la distribuzione di Planck sia in accordo con l'informazione sperimentale ottenuta ad HERA e' paragonarla a $Q^2 = 4$ con il risultato di HERA :

$0, 0.2xG(x)dx = 0.36$

$0, 2, 1xG(x)dx = 0.05$

con quello della formula di Planck :

$0, 0.2\frac{A_g x}{[\exp\frac{x}{\bar{x}}-1]}dx = 0.34$

$0, 2, 1\frac{A_g x}{[\exp x\bar{x}-1]}dx = 0.125$

Standard o Planck ?

L'accordo e' buono per :

$(0, 0.2) xG(x)dx$

nell'intervallo dove la maggior parte dei gluoni e' concentrato, mentre per x ¿ .2 HERA prevede una decrescita piu' rapida .

Dato che per i fermioni la decrescita ad alti x e' meglio descritta dalle distribuzioni statistiche e' legittima la congettura che la rapida decrescita ad alti x trovata da HERA sia piu' una consequenza della loro parametrizzazione che dell'evidenza sperimentale .

In fatti l'espressione di Planck e' in migliore accordo con il risultato di NNPDF ottenuto con la "parametrizzazione independente" di Hera.

Conclusioni

1) L'accordo con Hera delle distribuzioni non polarizzate dei fermioni ispirate alla meccanica statistica quantistica e' una significativa conferma della validita' della proposta del lavoro del 2002, che ha trovato un miglior fondamento teorico con l'estensione ai gradi di liberta' trasversi e tenendo conto della rotazione di Melosh-Wigner .

2) L'accordo dei valori dei parametri con quelli trovati nel precedente lavoro e' un altro punto in favore dell'approccio statistico.

3)Per quanto riguarda la dipendnza da p_T nel limite classico , trascurando la dipendenza dalla potenza e con una approssimazione gaussiana per l'esponente otteniamo l'andamento

$$\exp \frac{-2p_T}{\mu\sqrt{\bar{x}}}$$

con una "temperatura effettiva" di $49 MeV$, minore dell'intervallo proposto da Cleymans, Lykasov, Sorin and Teryaev, $120-150 MeV$, ma l'effetto quantistico da' luogo ad una distribuzione in p_T piu' larga .

Conclusioni

4) La decrescita ad alti x e i rapporti tra i differenti partoni di valenza sono meglio descritti dalle distribuzioni statistiche che da quelle standard :

$Ax^B(1-x)^C$.

In fatti i rapporti cambiano piu' rapidamente nell'intervallo :

$X_{d\uparrow}, X_{u\uparrow}$ che per valori maggiori di $X_{u\uparrow}$

(0.22, 0.46) che per valori maggiori di 0.46

5) Un attraente aspetto del modello statistico e' che i parametri sono fissati da misure in regioni di x, dove la statistica e' grande e gli errori sistematici piccoli, l'intorno di $x=0$ per i due parametri, che descrivono il termine diffrattivo, la regione intermedia (0.22, 0.46) per quelli associati ai partoni di valenza, che fissano sia l'andamento ad alti x nel limite di Boltzmann proporzionale a exp $\frac{-x}{\bar{x}}$ che la separazione dei contributi dei partoni di valenza e delle loro antiparticelle.

6) Per quanto riguarda i gluoni la differenza ad alti x della formula di Planck con il risultato di HERA dipende dalla parametrizzazione standard $Ax^B(1-x)^C$, come mostra il miglior accordo con il risultato di NNpdf della formula di Planck.