

# Non-linear collisional transport in magnetized plasmas

101° Congresso Nazionale Società Italiana di Fisica

M.V. Falessi <sup>1</sup> F.Zonca <sup>2</sup> G.Sonnino <sup>3</sup>

<sup>1</sup>Dipartimento di Matematica e Fisica, Roma Tre University

<sup>2</sup>ENEA for EUROfusion

<sup>3</sup>Université Libre de Bruxelles (U.L.B.), Department of Theoretical Physics and Mathematics



# Sommario

- Necessità di un modello a momenti per descrivere la fisica dei plasmi termonucleari;
- problema della chiusura della gerarchia;
- plasmi fortemente collisionali: teoria lineare;
- equivalenza tra relazioni di chiusura lineari e teoria di Onsager;
- importanza delle correzioni alla teoria lineare e Thermodynamic field theory;

# Fisica dei plasmi termonuclearari: scale spazio-temporali caratteristiche

Parametro	ITER
Raggio minore	$2.0 \times 10^2$ cm
Raggio di Larmor ionico	$3.2 \times 10^{-2}$ cm
Tempo di conf. energia	3.5 sec
Frequenza fluttuazioni	$2.0 \times 10^4$ Hz
Frequenza collisioni $ee$	$1.3 \times 10^3$ Hz

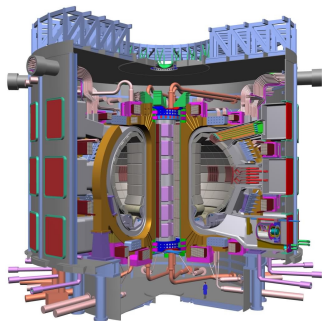


Table : Courtesy of Abel et al. (2013).

Quanti punti griglia richiede una simulazione cinetica?

# Fisica dei plasmi termonuclearari: scale spazio-temporali caratteristiche

Parametro	ITER
Raggio minore	$2.0 \times 10^2$ cm
Raggio di Larmor ionico	$3.2 \times 10^{-2}$ cm
Tempo di conf. energia	3.5 sec
Frequenza fluttuazioni	$2.0 \times 10^4$ Hz
Frequenza collisioni $ee$	$1.3 \times 10^3$ Hz

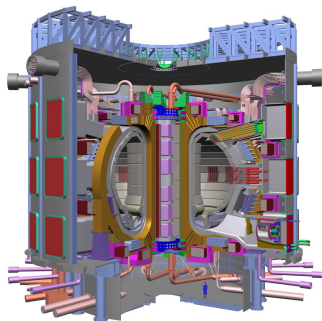


Table : Courtesy of Abel et al. (2013).

Quanti punti griglia richiede una simulazione cinetica?

$$\text{Punti Griglia: } (10^6)^3 \times 10^5 \times (10^2)^2 = 10^{27}!!!$$

# Equazione cinetica: il ruolo delle collisioni

$$\partial_t f^\alpha = \Phi^\alpha + \mathcal{F}^\alpha + \mathcal{K}^\alpha$$

# Equazione cinetica: il ruolo delle collisioni

$$\partial_t f^\alpha = \Phi^\alpha + \mathcal{F}^\alpha + \mathcal{K}^\alpha$$

- cammino libero medio  $\sim 10^5$  m
- non importanti su tempi scala corti;

# Equazione cinetica: il ruolo delle collisioni

$$\partial_t f^\alpha = \Phi^\alpha + \mathcal{F}^\alpha + \mathcal{K}^\alpha$$

- cammino libero medio  $\sim 10^5$  m
- non importanti su tempi scala corti;
- influenzano distribuzione di equilibrio;
- influenzano evoluzione dei profili di equilibrio  $\tau_E \gg \tau_\alpha$ .

# Evoluzione delle quantità macroscopiche

$$n_\alpha(\mathbf{x}, t) = \int d\mathbf{v} f^\alpha(\mathbf{v}; \mathbf{x}, t)$$

$$\mathbf{u}^\alpha(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{n_\alpha} \int d\mathbf{v} \mathbf{v} f^\alpha(\mathbf{v}; \mathbf{x}, t)$$

$$T_\alpha(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{n_\alpha} \int d\mathbf{v} |\mathbf{v} - \mathbf{u}^\alpha(\mathbf{x}, t)|^2 f^\alpha(\mathbf{v}; \mathbf{x}, t)$$



# Evoluzione delle quantità macroscopiche

$$n_\alpha(\mathbf{x}, t) = \int d\mathbf{v} f^\alpha(\mathbf{v}; \mathbf{x}, t)$$

$$\mathbf{u}^\alpha(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{n_\alpha} \int d\mathbf{v} \mathbf{v} f^\alpha(\mathbf{v}; \mathbf{x}, t)$$

$$T_\alpha(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{n_\alpha} \int d\mathbf{v} |\mathbf{v} - \mathbf{u}^\alpha(\mathbf{x}, t)|^2 f^\alpha(\mathbf{v}; \mathbf{x}, t)$$

da cui si ottengono le equazioni evolutive:

$$\begin{aligned} \partial_t n_\alpha &= -\partial_l (n_\alpha u_l^\alpha) \\ \partial_t (m_\alpha n_\alpha u_r^\alpha) &= -\partial_m (\delta_{rm} n_\alpha T_\alpha + \pi_{rm}^\alpha) + \dots \\ n_\alpha \partial_t T_\alpha &= \frac{2}{3} \partial_m q_m^\alpha + \dots \end{aligned}$$

# Teoria del trasporto: plasmi fortemente collisionali

Gerarchia di equazioni per i momenti di  $f^\alpha$ . Chiudere la gerarchia è lo scopo della teoria del trasporto. Si riesce a fare in regimi particolari:

# Teoria del trasporto: plasmi fortemente collisionali

Gerarchia di equazioni per i momenti di  $f^\alpha$ . Chiudere la gerarchia è lo scopo della teoria del trasporto. Si riesce a fare in regimi particolari:

$$\partial_t f^\alpha = \Phi^\alpha + \mathcal{F}^\alpha + \mathcal{K}^\alpha$$

- $\Phi^\alpha \sim 1/\tau_H^\alpha = v_{T_\alpha}/L_H$
- $L_H =$  lunghezza dei gradienti imposti sperimentalmente, macroscopica
- $\mathcal{K}^\alpha \sim 1/\tau_\alpha$

# Teoria del trasporto: plasmi fortemente collisionali

Gerarchia di equazioni per i momenti di  $f^\alpha$ . Chiudere la gerarchia è lo scopo della teoria del trasporto. Si riesce a fare in regimi particolari:

$$\partial_t f^\alpha = \Phi^\alpha + \mathcal{F}^\alpha + \mathcal{K}^\alpha$$

- $\Phi^\alpha \sim 1/\tau_H^\alpha = v_{T_\alpha}/L_H$
- $L_H =$  lunghezza dei gradienti imposti sperimentalmente, macroscopica
- $\mathcal{K}^\alpha \sim 1/\tau_\alpha$
- $\mathcal{F}^\alpha \sim ??$
- teoria lineare:  $\mathcal{F}^\alpha \sim 1/\tau_H^\alpha$

# Teoria del trasporto: plasmi fortemente collisionali

Gerarchia di equazioni per i momenti di  $f^\alpha$ . Chiudere la gerarchia è lo scopo della teoria del trasporto. Si riesce a fare in regimi particolari:

$$\partial_t f^\alpha = \Phi^\alpha + \mathcal{F}^\alpha + \mathcal{K}^\alpha$$

- $\Phi^\alpha \sim 1/\tau_H^\alpha = v_{T_\alpha}/L_H$
- $L_H =$  lunghezza dei gradienti imposti sperimentalmente, macroscopica
- $\mathcal{K}^\alpha \sim 1/\tau_\alpha$
- $\mathcal{F}^\alpha \sim ??$
- teoria lineare:  $\mathcal{F}^\alpha \sim 1/\tau_H^\alpha$
- plasma fortemente collisionale:  $\tau_\alpha/\tau_H \ll 1$

# Teoria del trasporto: plasmi fortemente collisionali

Gerarchia di equazioni per i momenti di  $f^\alpha$ . Chiudere la gerarchia è lo scopo della teoria del trasporto. Si riesce a fare in regimi particolari:

$$\partial_t f^\alpha = \Phi^\alpha + \mathcal{F}^\alpha + \mathcal{K}^\alpha$$

- $\Phi^\alpha \sim 1/\tau_H^\alpha = v_{T_\alpha}/L_H$
- $L_H$  = lunghezza dei gradienti imposti sperimentalmente, macroscopica
- $\mathcal{K}^\alpha \sim 1/\tau_\alpha$
- $\mathcal{F}^\alpha \sim ??$
- teoria lineare:  $\mathcal{F}^\alpha \sim 1/\tau_H^\alpha$
- plasma fortemente collisionale:  $\tau_\alpha/\tau_H \ll 1$
- teoria per evoluzione lenta dei profili di equilibrio;
- perturbazioni all'equilibrio termodinamico locale a due fluidi.

## Schema perturbativo: equilibrio locale

Su tempi scala  $\tau \gg \tau_\alpha$  l'evoluzione di piccole perturbazioni rispetto all'equilibrio Maxwelliano locale è guidata da competizione tra collisioni ed avvezione:

$$f^\alpha = f^{\alpha 0} [1 + \chi^\alpha]$$

## Schema perturbativo: equilibrio locale

Su tempi scala  $\tau \gg \tau_\alpha$  l'evoluzione di piccole perturbazioni rispetto all'equilibrio Maxwelliano locale è guidata da competizione tra collisioni ed avvezione:

$$f^\alpha = f^{\alpha 0} [1 + \chi^\alpha]$$

È conveniente uno sviluppo in cui le anisotropie siano evidenti:

$$\chi^\alpha(\mathbf{c}; \mathbf{x}, t) = A^\alpha(\mathbf{c}; \mathbf{x}, t) + c_r B_r^\alpha(\mathbf{c}; \mathbf{x}, t) + (c_r c_s - \frac{1}{3} c^2 \delta_{rs}) C_{rs}^\alpha(\mathbf{c}; \mathbf{x}, t) + \dots$$



# Schema perturbativo: polinomi di Hermite

Espansione in termini dei polinomi di Hermite irriducibili:

$$c_r B_r(c; \mathbf{x}, t) = h_r^{\alpha(3)}(\mathbf{x}, t) H_r^{(3)}(\mathbf{c}) + h_r^{\alpha(5)}(\mathbf{x}, t) H_r^{(5)}(\mathbf{c}) \dots$$

# Schema perturbativo: polinomi di Hermite

Espansione in termini dei polinomi di Hermite irriducibili:

$$c_r B_r(c; \mathbf{x}, t) = h_r^{\alpha(3)}(\mathbf{x}, t) H_r^{(3)}(\mathbf{c}) + h_r^{\alpha(5)}(\mathbf{x}, t) H_r^{(5)}(\mathbf{c}) \dots$$

Il troncamento determina il valore dei coefficienti di trasporto ma non la struttura delle relazioni di chiusura.

$$\begin{aligned} j_r &= e n_e \left( \frac{T_e}{m_e} \right)^{1/2} h_r^{(1)}, \\ \pi_{rs}^\alpha &= \sqrt{2} n_\alpha T_\alpha h_{rs}^{\alpha(2)} \\ q_r^\alpha &= \sqrt{\frac{5}{2}} m_\alpha \left( \frac{T_\alpha}{m_\alpha} \right)^{3/2} n_\alpha h_r^{\alpha(3)} \end{aligned}$$

# Schema perturbativo: polinomi di Hermite

Espansione in termini dei polinomi di Hermite irriducibili:

$$c_r B_r(c; \mathbf{x}, t) = h_r^{\alpha(3)}(\mathbf{x}, t) H_r^{(3)}(\mathbf{c}) + h_r^{\alpha(5)}(\mathbf{x}, t) H_r^{(5)}(\mathbf{c}) \dots$$

Il troncamento determina il valore dei coefficienti di trasporto ma non la struttura delle relazioni di chiusura.

$$\begin{aligned} j_r &= en_e \left( \frac{T_e}{m_e} \right)^{1/2} h_r^{(1)}, \\ \pi_{rs}^\alpha &= \sqrt{2} n_\alpha T_\alpha h_{rs}^{\alpha(2)} \\ q_r^\alpha &= \sqrt{\frac{5}{2}} m_\alpha \left( \frac{T_\alpha}{m_\alpha} \right)^{3/2} n_\alpha h_r^{\alpha(3)} \end{aligned}$$

Si ottengono le equazioni evolutive in termini dei momenti:

$$\begin{aligned} \partial_t(\rho u_r) &= -\partial_s(\rho u_r u_s) - \partial_r(n_e T_e + n_i T_i) - \sqrt{2} \partial_s(n_e T_e h_{rs}^{e(2)}) \\ &+ n_i T_i h_{rs}^{i(2)}) + \frac{e}{c} n_e \left( \frac{T_e}{m_e} \right)^{1/2} \epsilon_{rms} h_s^{(1)} B_m \end{aligned}$$

## Teoria lineare: trasporto classico

Si può introdurre il parametro perturbativo:

$$\lambda_H = \max \left( \frac{\tau_e}{\tau_H}, \frac{\tau_i}{\tau_H} \right) \Rightarrow h^{\alpha(p)} = \sum_{r \geq 1} \lambda_H^r h_{[r]}^{\alpha(p)},$$

## Teoria lineare: trasporto classico

Si può introdurre il parametro perturbativo:

$$\lambda_H = \max \left( \frac{\tau_e}{\tau_H}, \frac{\tau_i}{\tau_H} \right) \Rightarrow h^{\alpha(p)} = \sum_{r \geq 1} \lambda_H^r h_{[r]}^{\alpha(p)},$$

da cui il primo ordine perturbativo nelle equazioni evolutive:

$$\begin{aligned} \partial_t h_{\parallel}^{(1)} &= -\frac{1}{\tau_e} \left( c_{11}^e h_{\parallel}^{(1)} + c_{13}^e h_{\parallel}^{e(3)} + c_{15}^e h_{\parallel}^{e(5)} \right) + \frac{1}{\tau_e} g_{\parallel}^{(1)} \\ \partial_t h_{\parallel}^{e(3)} &= -\frac{1}{\tau_e} \left( c_{31}^e h_{\parallel}^{(1)} + c_{33}^e h_{\parallel}^{e(3)} + c_{35}^e h_{\parallel}^{e(5)} \right) + \frac{1}{\tau_e} g_{\parallel}^{e(3)} \\ \partial_t h_{\parallel}^{e(5)} &= -\frac{1}{\tau_e} \left( c_{51}^e h_{\parallel}^{(1)} + c_{53}^e h_{\parallel}^{e(3)} + c_{55}^e h_{\parallel}^{e(5)} \right). \end{aligned}$$

Alcuni momenti hermitiani sono privilegiati:  $g_r^{\alpha(5)}, g_r^{\alpha(7)} \dots = 0!!!$

# Teoria lineare: relazioni di chiusura

Risolvendo il sistema di ODEs per  $t \gg \tau_\alpha$ :

$$\begin{aligned}h_{\parallel}^{(1)} &= \bar{G}^{(11)} g_{\parallel}^{(1)} + \bar{G}^{(13)} g_{\parallel}^{e(3)} \\h_{\parallel}^{e(3)} &= \bar{G}^{(31)} g_{\parallel}^{(1)} + \bar{G}^{(33)} g_{\parallel}^{e(3)} \\h_{\parallel}^{e(5)} &= \bar{G}^{(51)} g_{\parallel}^{(1)} + \bar{G}^{(53)} g_{\parallel}^{e(3)}\end{aligned}$$

# Teoria lineare: relazioni di chiusura

Risolvendo il sistema di ODEs per  $t \gg \tau_\alpha$ :

$$\begin{aligned}h_{\parallel}^{(1)} &= \bar{G}^{(11)} g_{\parallel}^{(1)} + \bar{G}^{(13)} g_{\parallel}^{e(3)} \\h_{\parallel}^{e(3)} &= \bar{G}^{(31)} g_{\parallel}^{(1)} + \bar{G}^{(33)} g_{\parallel}^{e(3)} \\h_{\parallel}^{e(5)} &= \bar{G}^{(51)} g_{\parallel}^{(1)} + \bar{G}^{(53)} g_{\parallel}^{e(3)}\end{aligned}$$

- le prime due equazioni chiudono il sistema;
- lo schema di troncamento non cambia la forma delle relazioni di chiusura ma il valore dei coefficienti;

# Teoria lineare: relazioni di chiusura

Risolvendo il sistema di ODEs per  $t \gg \tau_\alpha$ :

$$\begin{aligned}h_{\parallel}^{(1)} &= \bar{G}^{(11)} g_{\parallel}^{(1)} + \bar{G}^{(13)} g_{\parallel}^{e(3)} \\h_{\parallel}^{e(3)} &= \bar{G}^{(31)} g_{\parallel}^{(1)} + \bar{G}^{(33)} g_{\parallel}^{e(3)} \\h_{\parallel}^{e(5)} &= \bar{G}^{(51)} g_{\parallel}^{(1)} + \bar{G}^{(53)} g_{\parallel}^{e(3)}\end{aligned}$$

- le prime due equazioni chiudono il sistema;
- lo schema di troncamento non cambia la forma delle relazioni di chiusura ma il valore dei coefficienti;
- relazioni analoghe alle equazioni di trasporto della termodinamica del non equilibrio  $J_n = \sum_m L_{mn} X_m$ ;



# Trasporto lineare e teoria di Onsager

## Teoria di Onsager

- Sistema isolato vicino all'equilibrio termodinamico;
- entropia quadratica nelle fluttuazioni;
- leggi fenomenologiche forze termodinamiche/flussi:

$$J_i = L_{ij}X_j;$$

- produzione entropica:

$$\sigma = X_i J_i = L_{ij} X_i X_j.$$

# Trasporto lineare e teoria di Onsager

## Teoria di Onsager

- Sistema isolato vicino all'equilibrio termodinamico;
- entropia quadratica nelle fluttuazioni;
- leggi fenomenologiche forze termodinamiche/flussi:

$$J_i = L_{ij}X_j;$$

- produzione entropica:

$$\sigma = X_i J_i = L_{ij} X_i X_j.$$

## Trasporto lineare

- Distribuzione vicina all'equilibrio Maxwelliano locale;
- entropia quadratica in  $\chi^\alpha$  ;
- equazioni linearizzate dei momenti

$$h^{(i)} = \sum_{ij} \bar{G}_{ij} g^{(j)};$$

- produzione entropica analoga e relazioni di Onsager soddisfatte.

## Oltre la teoria lineare

La teoria del trasporto classico nel regime lineare è equivalente alla teoria di Onsager. Termini aggiuntivi nelle relazioni di chiusura sorgono studiando:

## Oltre la teoria lineare

La teoria del trasporto classico nel regime lineare è equivalente alla teoria di Onsager. Termini aggiuntivi nelle relazioni di chiusura sorgono studiando:

- termini  $\sim \lambda_H^2$  nell'espansione dei momenti della teoria classica del trasporto:

$$h^{\alpha(p)} = \lambda_H h_{[1]}^{\alpha(p)} + \lambda_H^2 h_{[2]}^{\alpha(p)} + \mathcal{O}(\lambda_H^3)$$

## Oltre la teoria lineare

La teoria del trasporto classico nel regime lineare è equivalente alla teoria di Onsager. Termini aggiuntivi nelle relazioni di chiusura sorgono studiando:

- termini  $\sim \lambda_H^2$  nell'espansione dei momenti della teoria classica del trasporto:

$$h^{\alpha(p)} = \lambda_H h_{[1]}^{\alpha(p)} + \lambda_H^2 h_{[2]}^{\alpha(p)} + \mathcal{O}(\lambda_H^3)$$

- correzioni alla teoria neoclassica del trasporto (Balescu 1988):

$$\tau_\alpha \partial_t h_r^{\alpha(1)} = \Omega_\alpha \tau_\alpha \epsilon_{rmn} h_m^{\alpha(1)} b_n + \tau_\alpha Q_r^{\alpha(1)} + g_r^{\alpha(1)} + \bar{g}_r^{\alpha(1)}$$

$$\tau_\alpha \partial_t h_r^{\alpha(3)} = \Omega_\alpha \tau_\alpha \epsilon_{rmn} h_m^{\alpha(3)} b_n + \tau_\alpha Q_r^{\alpha(3)} + g_r^{\alpha(3)} + \bar{g}_r^{\alpha(3)}$$

$$\tau_\alpha \partial_t h_r^{\alpha(5)} = \Omega_\alpha \tau_\alpha \epsilon_{rmn} h_m^{\alpha(5)} b_n + \tau_\alpha Q_r^{\alpha(5)} + g_r^{\alpha(5)} + \bar{g}_r^{\alpha(5)}$$

# Oltre la teoria lineare

La teoria del trasporto classico nel regime lineare è equivalente alla teoria di Onsager. Termini aggiuntivi nelle relazioni di chiusura sorgono studiando:

- termini  $\sim \lambda_H^2$  nell'espansione dei momenti della teoria classica del trasporto:

$$h^{\alpha(p)} = \lambda_H h_{[1]}^{\alpha(p)} + \lambda_H^2 h_{[2]}^{\alpha(p)} + \mathcal{O}(\lambda_H^3)$$

- correzioni alla teoria neoclassica del trasporto (Balescu 1988):

$$\tau_\alpha \partial_t h_r^{\alpha(1)} = \Omega_\alpha \tau_\alpha \epsilon_{rmn} h_m^{\alpha(1)} b_n + \tau_\alpha Q_r^{\alpha(1)} + g_r^{\alpha(1)} + \bar{g}_r^{\alpha(1)}$$

$$\tau_\alpha \partial_t h_r^{\alpha(3)} = \Omega_\alpha \tau_\alpha \epsilon_{rmn} h_m^{\alpha(3)} b_n + \tau_\alpha Q_r^{\alpha(3)} + g_r^{\alpha(3)} + \bar{g}_r^{\alpha(3)}$$

$$\tau_\alpha \partial_t h_r^{\alpha(5)} = \Omega_\alpha \tau_\alpha \epsilon_{rmn} h_m^{\alpha(5)} b_n + \tau_\alpha Q_r^{\alpha(5)} + g_r^{\alpha(5)} + \bar{g}_r^{\alpha(5)}$$

- plasmi debolmente collisionali vicini ad uno stato di equilibrio termodinamico locale;

# Thermodynamic field theory

Relazioni di chiusura generalizzate tra  $X^\mu, J^\nu$  coerenti con i principi della termodinamica del non equilibrio (Sonnino 2009; Sonnino 2014):

# Thermodynamic field theory

Relazioni di chiusura generalizzate tra  $X^\mu, J^\nu$  coerenti con i principi della termodinamica del non equilibrio (Sonnino 2009; Sonnino 2014):

- $\sigma \geq 0$



# Thermodynamic field theory

Relazioni di chiusura generalizzate tra  $X^\mu$ ,  $J^\nu$  coerenti con i principi della termodinamica del non equilibrio (Sonnino 2009; Sonnino 2014):

- $\sigma \geq 0$
- $\sum_{\mu} J^{\mu} \frac{dX^{\mu}}{dt} \leq 0$

# Thermodynamic field theory

Relazioni di chiusura generalizzate tra  $X^\mu, J^\nu$  coerenti con i principi della termodinamica del non equilibrio (Sonnino 2009; Sonnino 2014):

- $\sigma \geq 0$
- $\sum_{\mu} J^{\mu} \frac{dX^{\mu}}{dt} \leq 0$
- $\sigma = \sum_{\mu} X^{\mu} J^{\mu} = \sum_{\mu} X'^{\mu} J'^{\mu}$

# Thermodynamic field theory

Relazioni di chiusura generalizzate tra  $X^\mu, J^\nu$  coerenti con i principi della termodinamica del non equilibrio (Sonnino 2009; Sonnino 2014):

- $\sigma \geq 0$
- $\sum_\mu J^\mu \frac{dX^\mu}{dt} \leq 0$
- $\sigma = \sum_\mu X^\mu J^\mu = \sum_\mu X'^\mu J'^\mu$

sono soddisfatti descrivendo il rilassamento del sistema lungo le geodetiche dello spazio termodinamico:

# Thermodynamic field theory

Relazioni di chiusura generalizzate tra  $X^\mu, J^\nu$  coerenti con i principi della termodinamica del non equilibrio (Sonnino 2009; Sonnino 2014):

- $\sigma \geq 0$
- $\sum_\mu J^\mu \frac{dX^\mu}{dt} \leq 0$
- $\sigma = \sum_\mu X^\mu J^\mu = \sum_\mu X'^\mu J'^\mu$

sono soddisfatti descrivendo il rilassamento del sistema lungo le geodetiche dello spazio termodinamico:

- piatto nella regione di Onsager;

# Thermodynamic field theory

Relazioni di chiusura generalizzate tra  $X^\mu, J^\nu$  coerenti con i principi della termodinamica del non equilibrio (Sonnino 2009; Sonnino 2014):

- $\sigma \geq 0$
- $\sum_\mu J^\mu \frac{dX^\mu}{dt} \leq 0$
- $\sigma = \sum_\mu X^\mu J^\mu = \sum_\mu X'^\mu J'^\mu$

sono soddisfatti descrivendo il rilassamento del sistema lungo le geodetiche dello spazio termodinamico:

- piatto nella regione di Onsager;
- curvo fuori dalla regione di Onsager.

# Thermodynamic field theory

Relazioni di chiusura generalizzate tra  $X^\mu, J^\nu$  coerenti con i principi della termodinamica del non equilibrio (Sonnino 2009; Sonnino 2014):

- $\sigma \geq 0$
- $\sum_\mu J^\mu \frac{dX^\mu}{dt} \leq 0$
- $\sigma = \sum_\mu X^\mu J^\mu = \sum_\mu X'^\mu J'^\mu$

sono soddisfatti descrivendo il rilassamento del sistema lungo le geodetiche dello spazio termodinamico:

- piatto nella regione di Onsager;
- curvo fuori dalla regione di Onsager.

Metodo per ottenere correzioni alle relazioni di chiusura a partire dai coefficienti di trasporto calcolati con la teoria cinetica.

# Conclusioni

- Necessità di un modello a momenti per descrivere la fisica dei plasmi termonucleari;

$10^{27}!!!$

# Conclusioni

- Necessità di un modello a momenti per descrivere la fisica dei plasmi termonucleari;
- problema della chiusura della gerarchia;

$10^{27}!!!$

$$n_\alpha \partial_t T_\alpha = -\frac{2}{3} \partial_m q_m^\alpha + \dots$$



# Conclusioni

- Necessità di un modello a momenti per descrivere la fisica dei plasmi termonucleari;
- problema della chiusura della gerarchia;
- plasmi fortemente collisionali e teoria lineare;

$$10^{27}!!!$$

$$n_\alpha \partial_t T_\alpha = -\frac{2}{3} \partial_m q_m^\alpha + \dots$$

$$\lambda_H = \max \left( \frac{\tau_e}{\tau_H}, \frac{\tau_i}{\tau_H} \right)$$

# Conclusioni

- Necessità di un modello a momenti per descrivere la fisica dei plasmi termonucleari;
- problema della chiusura della gerarchia;
- plasmi fortemente collisionali e teoria lineare;
- equivalenza tra equazioni di chiusura lineari e teoria di Onsager;

$$10^{27}!!!$$

$$n_\alpha \partial_t T_\alpha = -\frac{2}{3} \partial_m q_m^\alpha + \dots$$

$$\lambda_H = \max \left( \frac{\tau_e}{\tau_H}, \frac{\tau_i}{\tau_H} \right)$$

$$h^{(i)} = \sum_{ij} \bar{G}_{ij} g^{(j)}$$

# Conclusioni

- Necessità di un modello a momenti per descrivere la fisica dei plasmi termonucleari;
- problema della chiusura della gerarchia;
- plasmi fortemente collisionali e teoria lineare;
- equivalenza tra equazioni di chiusura lineari e teoria di Onsager;
- importanza delle correzioni alla teoria lineare e T.F.T.

$$10^{27}!!!$$

$$n_\alpha \partial_t T_\alpha = -\frac{2}{3} \partial_m q_m^\alpha + \dots$$

$$\lambda_H = \max \left( \frac{\tau_e}{\tau_H}, \frac{\tau_i}{\tau_H} \right)$$

$$h^{(i)} = \sum_{ij} \bar{G}_{ij} g^{(j)}$$

$$\sigma \geq 0$$