

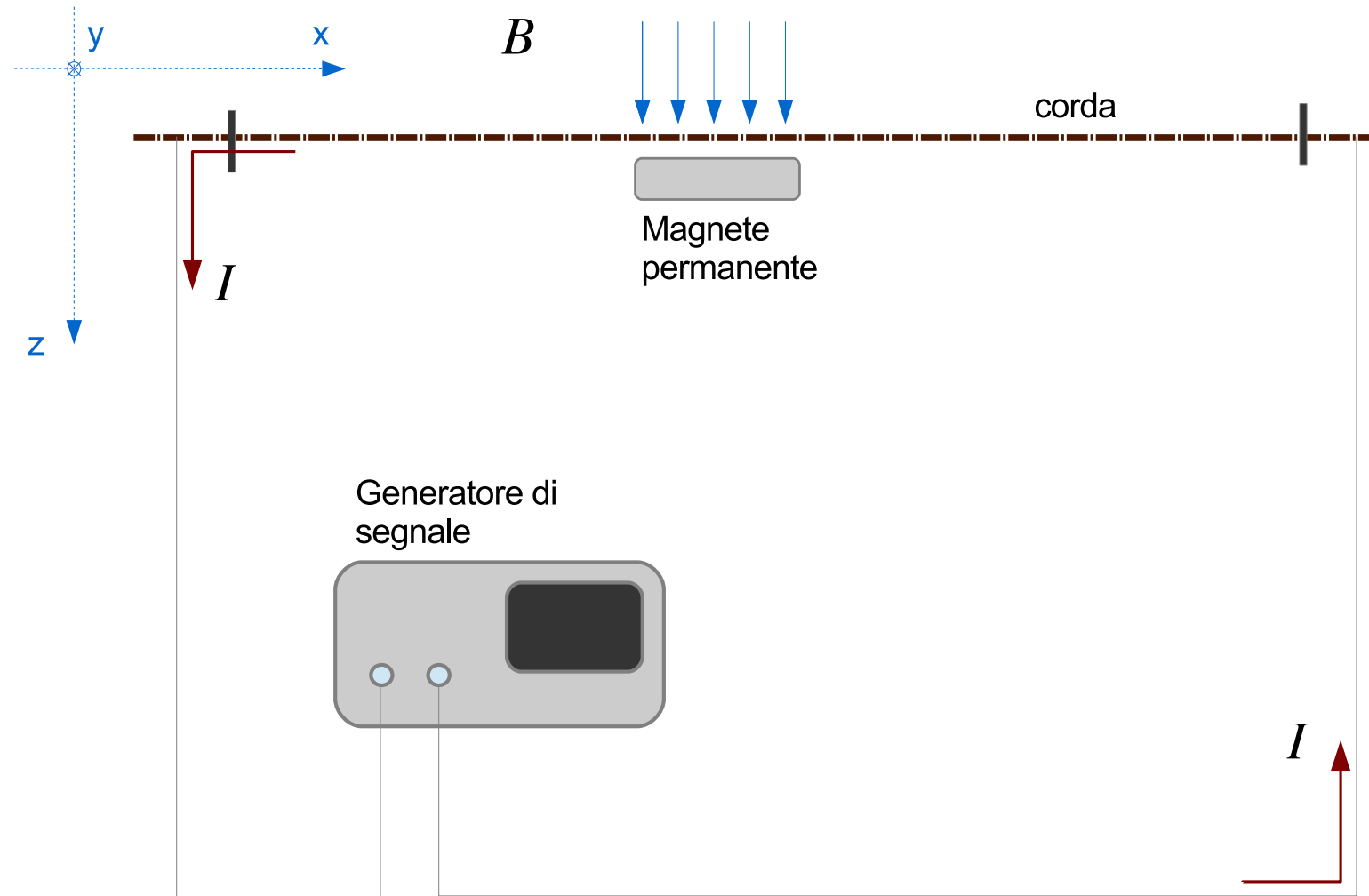
# Studio della risonanza acustica indotta da interazione elettromagnetica

Study of electromagnetically induced acoustic resonance

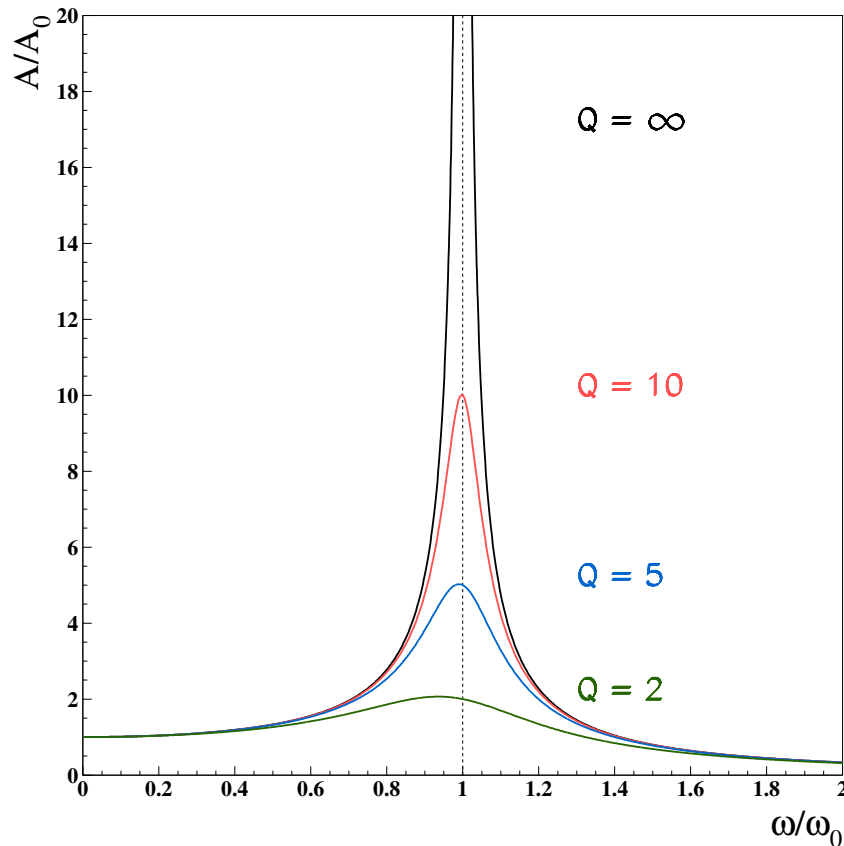
Lorenzo Lippi

24 settembre 2015

# Descrizione dell'Esperimento



# Descrizione dell'Esperimento



- ▶ L'ampiezza di oscillazione ( $y$ ) viene misurata nel punto centrale della corda, dove risulta massima
- ▶ Ci aspettiamo che la dipendenza dell'ampiezza di oscillazione dalla frequenza sia compatibile con quella di un oscillatore armonico

# Descrizione dell'Esperimento

Equazione dell'oscillatore armonico smorzato sottoposto a termine forzante

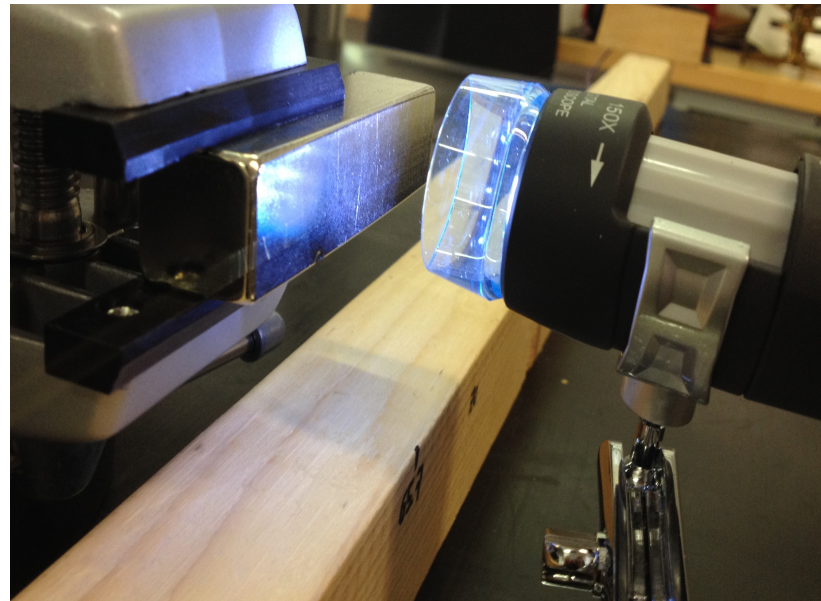
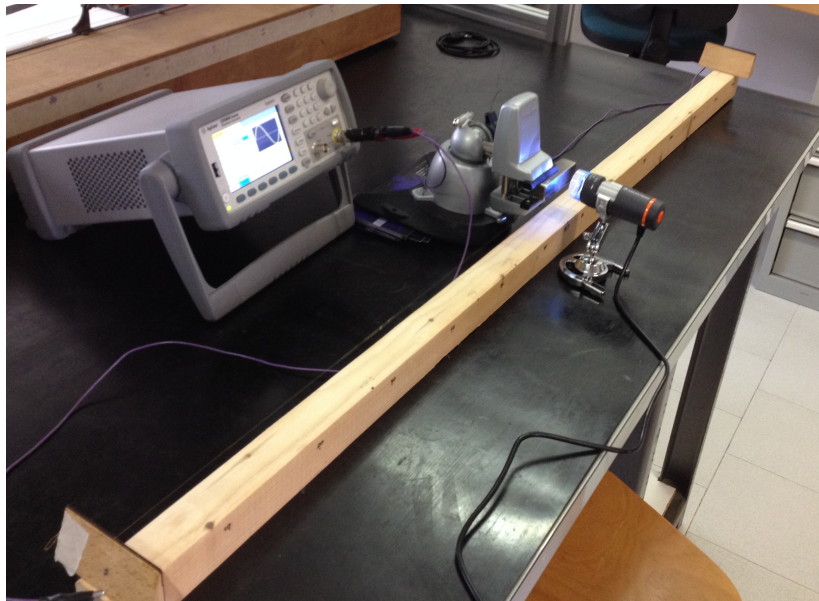
$$\ddot{y} + \gamma\dot{y} + \omega_0^2 y = A \cos(\omega t)$$

Soluzione a regime

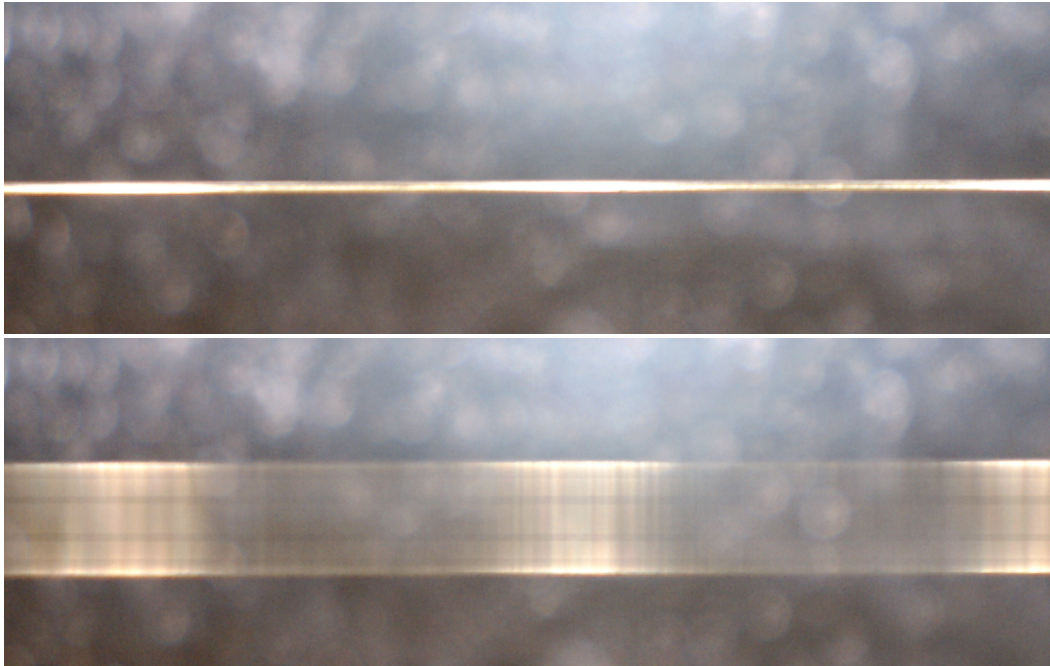
$$y(t) = \frac{A}{\sqrt{[(\omega^2 - \omega_0^2) + \gamma^2 \omega^2]}} \cos(\omega_0 t + \phi)$$

Il termine forzante  $A$ , che abbiamo considerato costante è in realtà della forma  $A = k_1 + k_2 y^2$  a causa della geometria del magnete. Può essere considerato costante per oscillazioni inferiori al cm.

# Descrizione dell'Esperimento

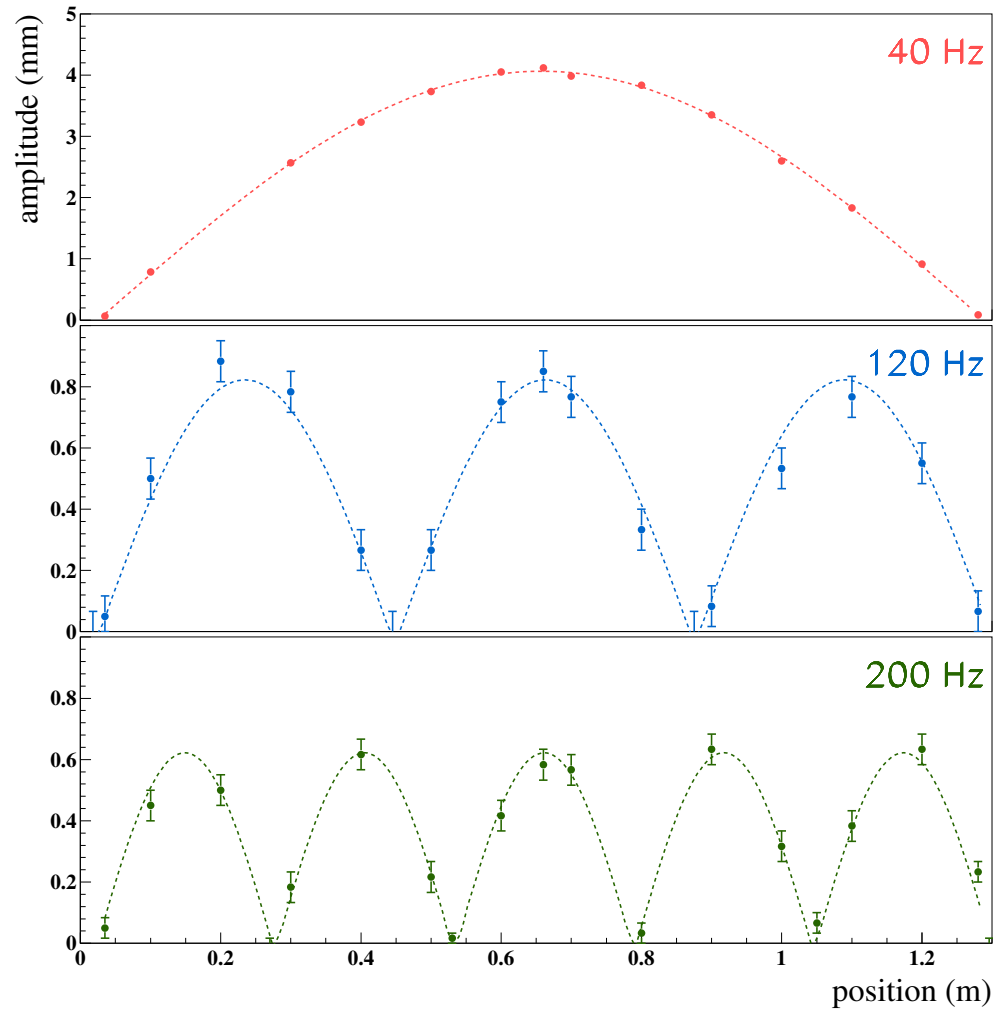


# Misure



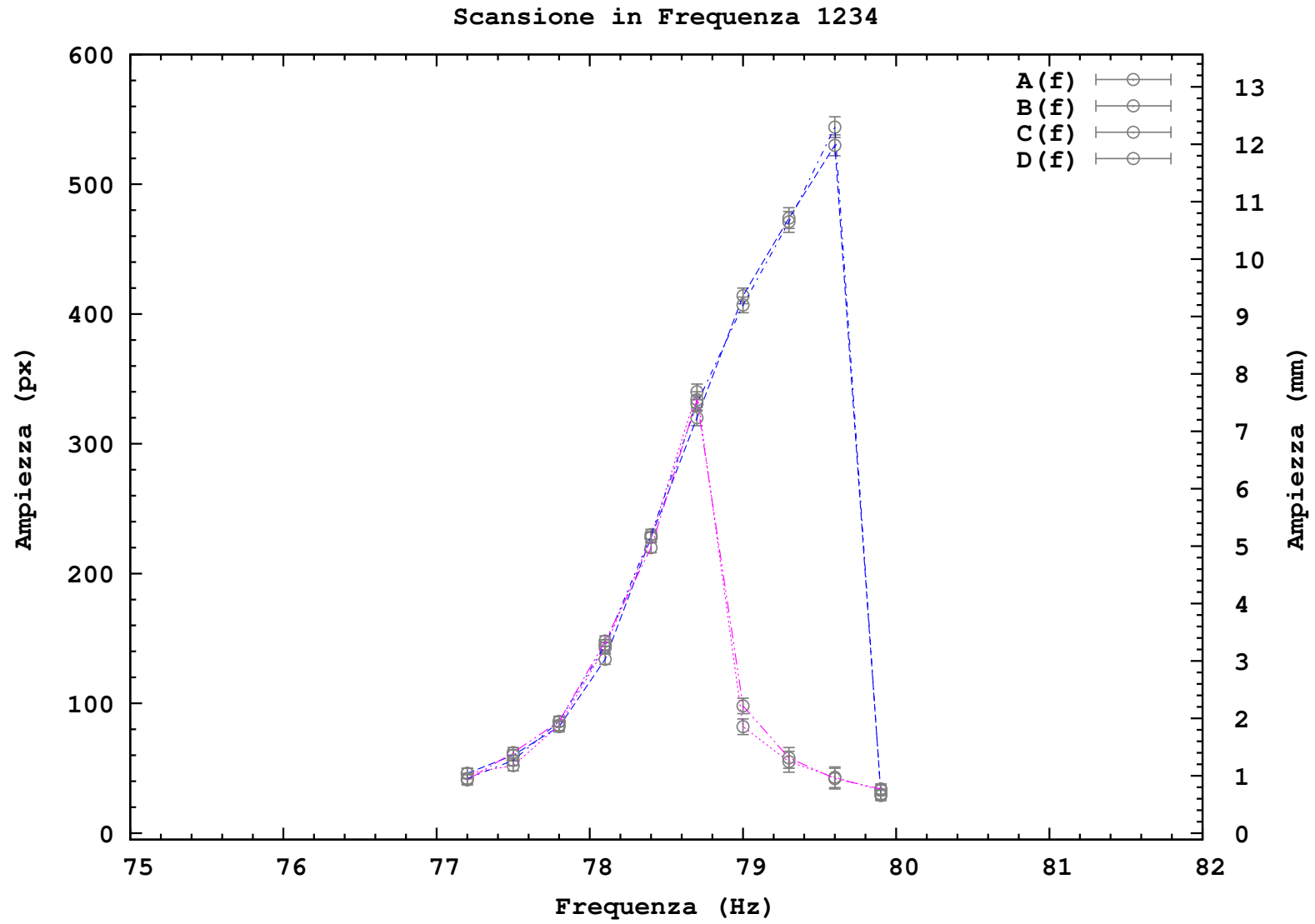
- ▶ Diametro della corda  $\simeq 100\mu m$
- ▶ Misure effettuate sull'immagine (in pixel) catturata dal microscopio
- ▶ Errore dell'ordine dell'1%.

# Misure



- ▶ Misure relative al primo, al terzo e al quinto modo di oscillazione
- ▶ La posizione centrale del magnete impedisce l'oscillazione dei modi pari

# Misure





# Oscillatore di Duffing

Equazione dell'oscillatore di Duffing con termine forzante

$$\ddot{y} + \gamma \dot{y} + \omega_0^2 y + \alpha y^3 = A \cos(\omega t)$$

Non esiste una soluzione analitica a questa equazione. Siamo interessati ad una soluzione a regime della forma

$$y(\omega) = Y(\omega) \cos(\omega t + \phi) \quad \text{in un intorno di } \omega_0$$

Si ottiene un polinomio della forma:

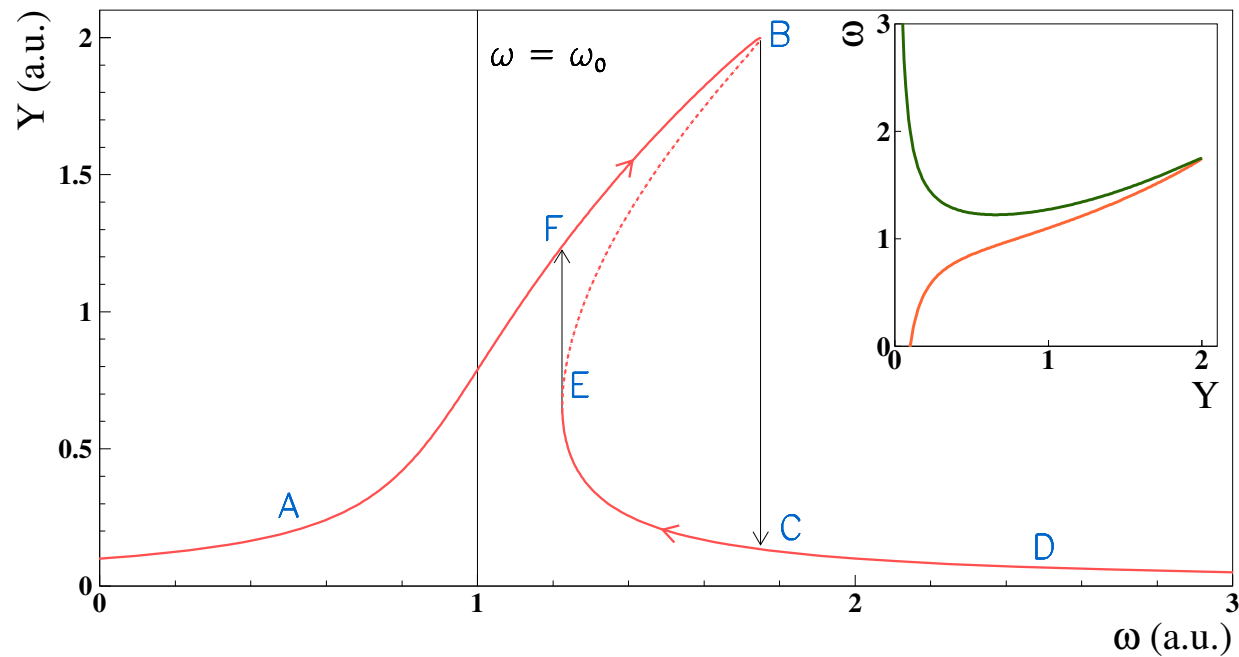
$$\alpha_1 Y^6 + \alpha_2(\omega - \omega_0) Y^4 + \alpha_3(\omega - \omega_0)^2 Y^2 + \alpha_4 = 0$$

Che può essere risolto invertendo le variabili

$$\beta_1(Y)(\omega - \omega_0)^2 + \beta_2(Y)(\omega - \omega_0) + \beta_3(Y) = 0$$

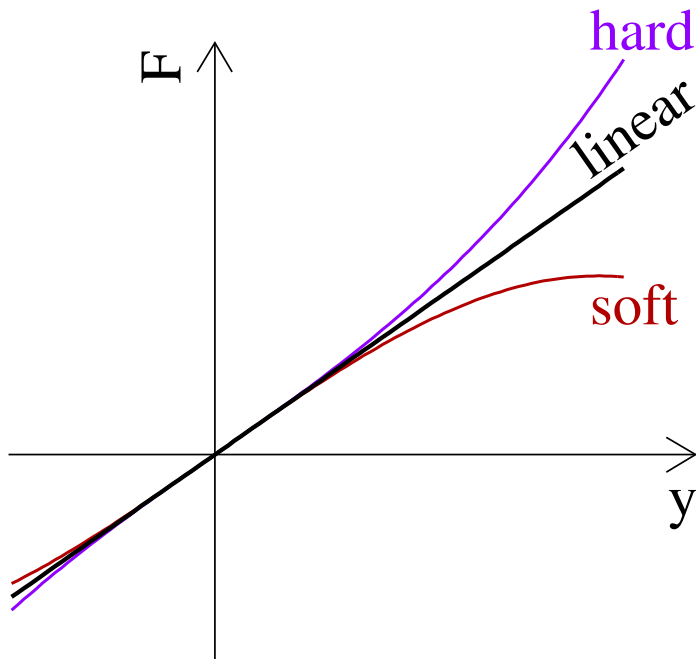
# Oscillatore di Duffing

Le due soluzioni per  $(\omega - \omega_0)$  sono riportate in alto a destra.  
Invertendo il grafico otteniamo la soluzione  $Y(\omega)$ .



Nella zona centrale si sovrappongono 3 soluzioni per  $Y(\omega)$ .  
La presenza di più soluzioni è alla base del fenomeno di isteresi.

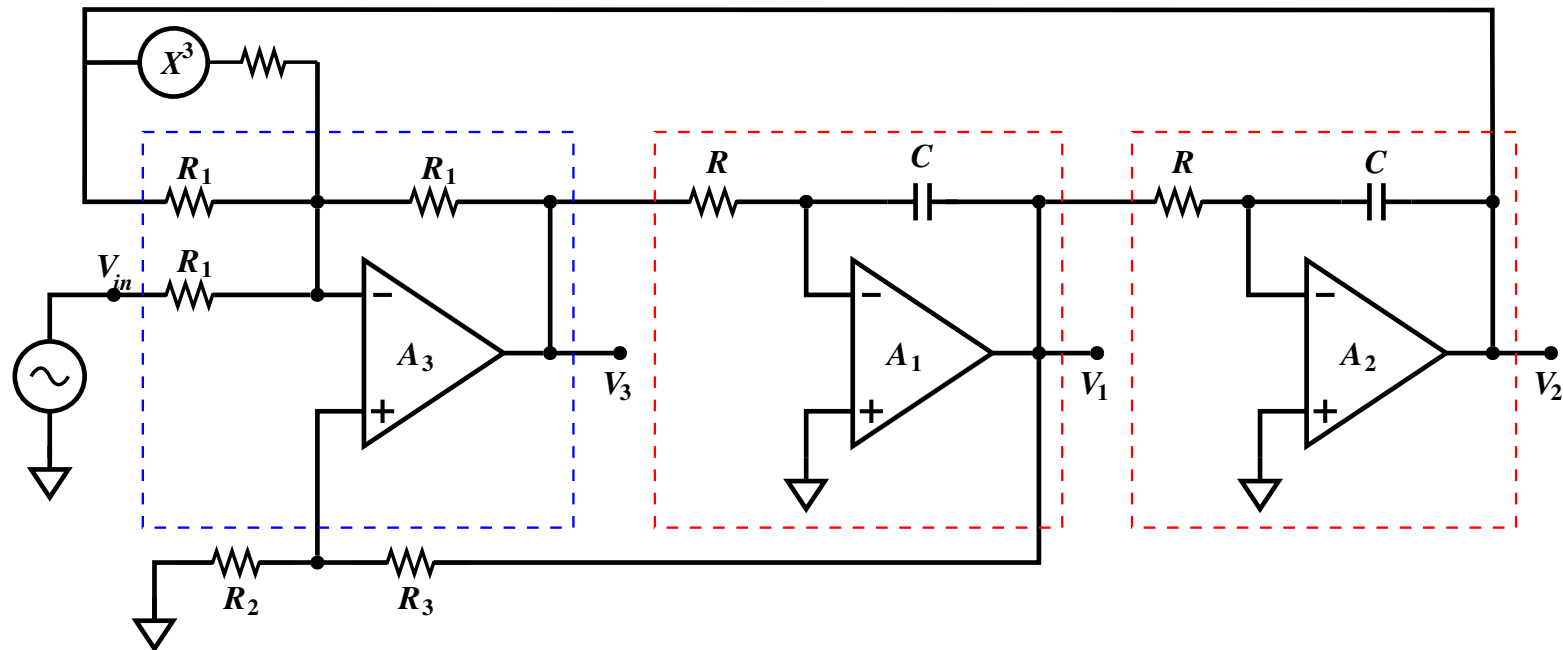
# Oscillatore di Duffing



- ▶ La presenza del termine  $y^3$  può essere ricondotta alla legge di Hooke
- ▶ La linearità della legge di Hooke cessa per allungamenti  $\Delta y > 0.01y$
- ▶ Questo comportamento fa sì che la legge di Hooke possa assumere la forma  
$$F = k_1 y + k_2 y^3$$

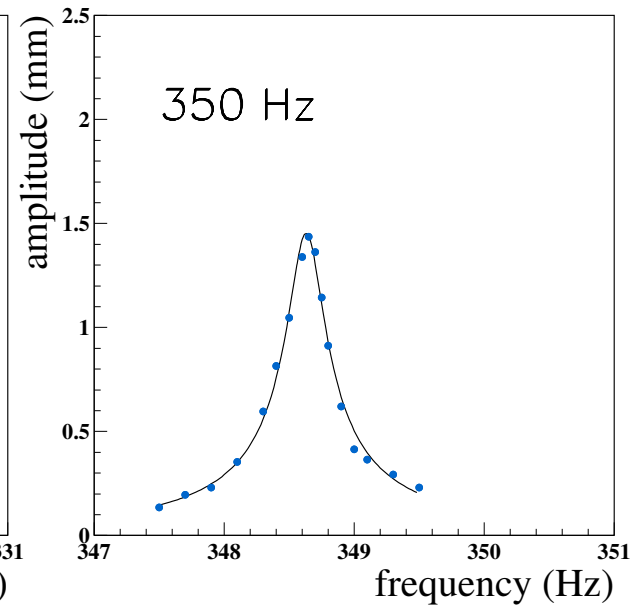
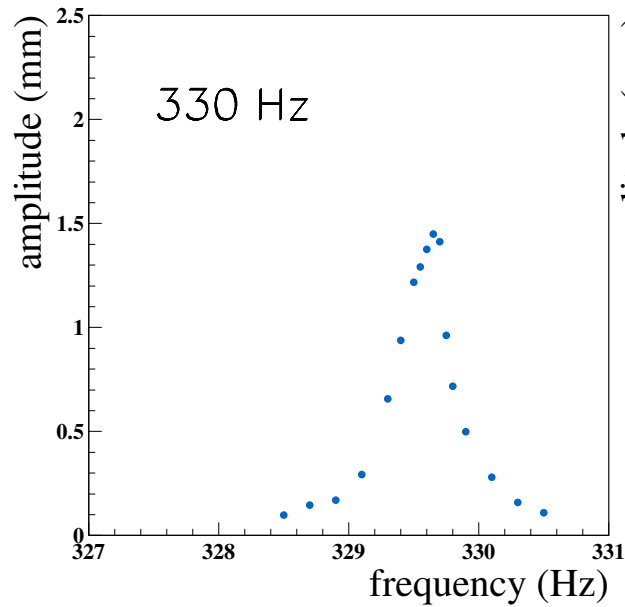
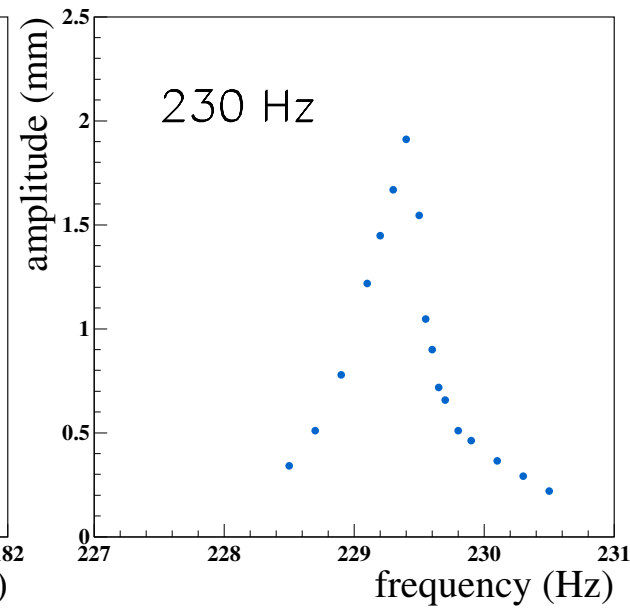
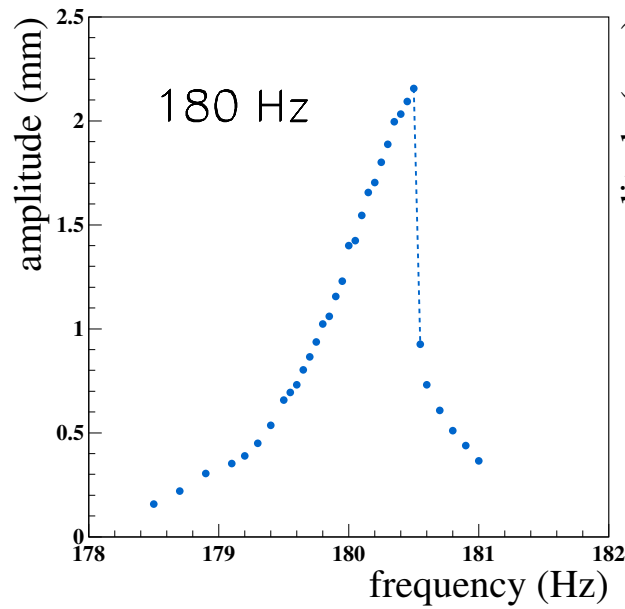
# Oscillatore di Duffing

Integrazione numerica dell'equazione di Duffing realizzata mediante un calcolatore analogico





# Misure a Tensione Variabile



# Conclusioni

- ▶ Si è mostrato come in condizioni non ideali (tensione eccessiva o insufficiente, o allungamento eccessivo) la legge di Hooke non è più adatta alla descrizione del carattere elastico del sistema fisico in esame
- ▶ Ciò porta a assumere che per il sistema l'oscillatore di Duffing sia un migliore modello matematico rispetto all'oscillatore armonico classico
- ▶ Il nuovo modello giustifica la presenza del fenomeno di isteresi