

Introduzione
○○

Teorie effettive
○○○○

Costruzione potenziale effettivo α - α
○○○○

Analisi dei risultati
○○○○○

Conclusioni



Teoria effettiva “halo” dell’interazione tra due particelle α

Paolo Recchia

21/07/2014

Iniziativa specifica FBS



Gruppo IV



Linea 3 (Hadronic and Nuclear Physics)



FBS (Few Body System)

Partecipanti all'iniziativa:

Pisa: [M. Viviani](#), A. Kievsky, L. E. Marcucci

Padova: [L. Canton](#), G. Cattapan

TIFPA: [G. Orlandini](#), W. Leidemann, S. Deflorian, F. Ferrari-Rufino,
C. Yeng

Lecce: [L. Girlanda](#), P. Recchia

Iniziativa specifica FBS



Gruppo IV



Linea 3 (Hadronic and Nuclear Physics)



FBS (Few Body System)

Partecipanti all'iniziativa:

Pisa: **M. Viviani**, A. Kievsky, L. E. Marcucci

Padova: **L. Canton**, G. Cattapan

TIFPA: **G. Orlandini**, W. Leidemann, S. Deflorian, F. Ferrari-Rufino,
C. Yeng

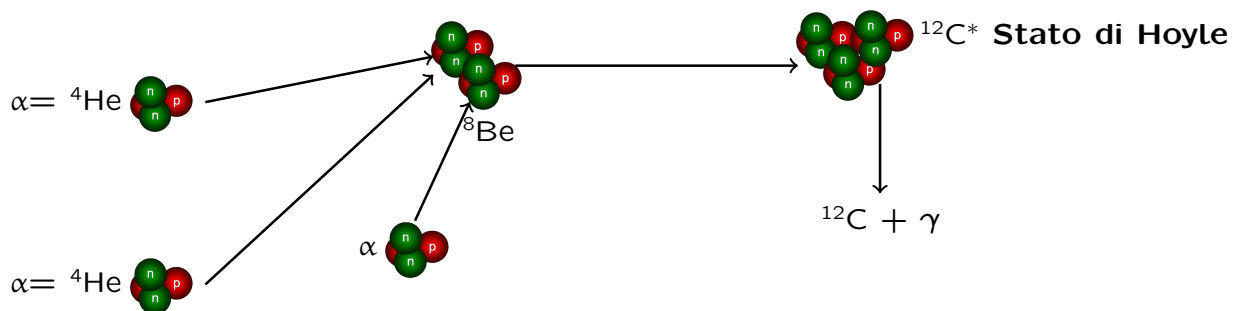
Lecce: **L. Girlanda**, P. Recchia

Attività di Lecce

- 1 Parity violation in few nuclear system
- 2 Three nuclear interaction
- 3 Halo effective theory

Introduzione

Nucleosintesi



Problema: Difficoltà nello studio del sistema 3- α

- Trattazione rigorosa in QCD
- Sistema di 12 nucleoni

Proprietà delle particelle α

- Elevata energia di legame
- Risonanza di produzione del ${}^{12}\text{C}$ a 7.68 MeV nel sistema $\alpha\alpha\alpha$

Strategia utilizzata: Teoria di basse energie

- Teoria di due particelle
- Teoria di tre particelle
- Teoria di quattro particelle

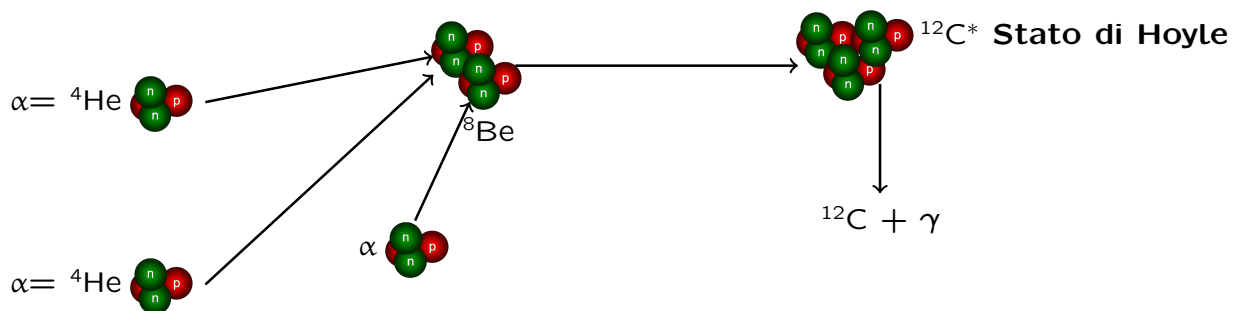
- Teoria di due particelle
- Teoria di tre particelle
- Teoria di quattro particelle

Scopo del lavoro di tesi

Costruzione di una teoria effettiva "halo" per l'interazione α - α

Introduzione

Nucleosintesi



Problema: Difficoltà nello studio del sistema 3- α

- Trattazione rigorosa in QCD
- Sistema di 12 nucleoni

Proprietà delle particelle α

- Elevata energia di legame
- Elevata energia di produzione del ${}^4\text{He}$
- Elevata energia di produzione del ${}^8\text{Be}$
- Elevata energia di produzione del ${}^{12}\text{C}$

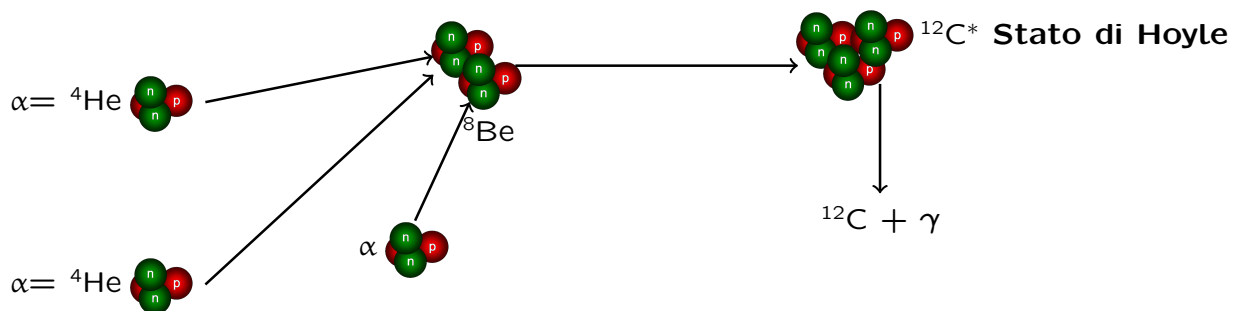
Strategia utilizzata: Teoria di basse energie

Scopo del lavoro di tesi

Costruzione di una teoria effettiva "halo" per l'interazione α - α

Introduzione

Nucleosintesi



Problema: Difficoltà nello studio del sistema 3- α

- Trattazione rigorosa in QCD
- Sistema di 12 nucleoni

Proprietà delle particelle α

- Elevata energia di legame
- Elevata energia di produzione del α
- Elevata energia di produzione del α

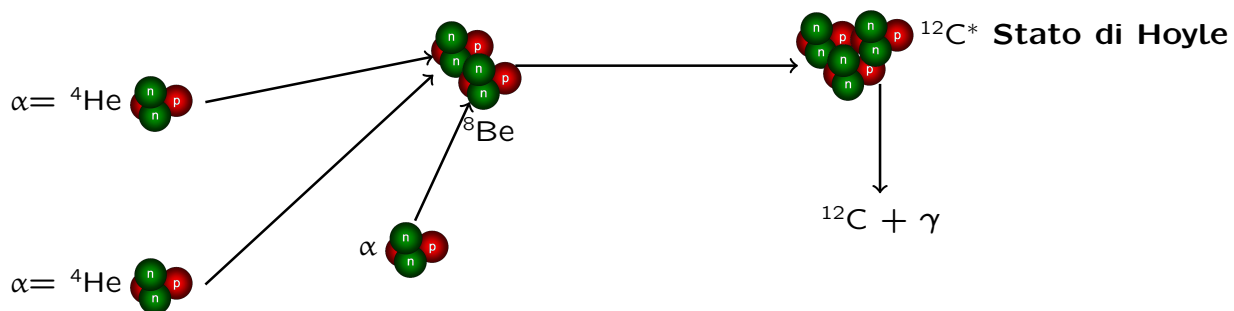
Strategia utilizzata: Teoria di basse energie

Scopo del lavoro di tesi

Costruzione di una teoria effettiva "halo" per l'interazione α - α

Introduzione

Nucleosintesi



Problema: Difficoltà nello studio del sistema 3- α

- Trattazione rigorosa in QCD
- Sistema di 12 nucleoni

Proprietà delle particelle α

- Elevata energia di legame
- Risonanza di produzione del ${}^8\text{Be}$ a 92 KeV nel sistema α - α

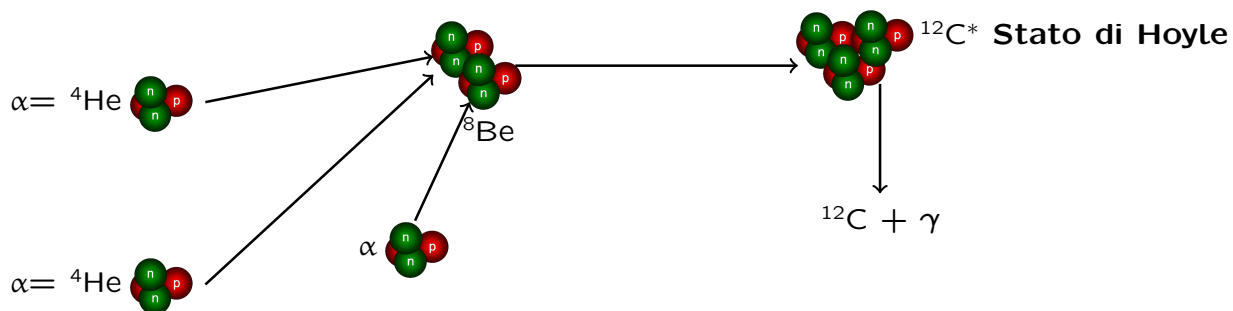
Strategia utilizzata: Teoria di basse energie

Scopo del lavoro di tesi

Costruzione di una teoria effettiva "halo" per l'interazione α - α

Introduzione

Nucleosintesi



Problema: Difficoltà nello studio del sistema 3- α

- Trattazione rigorosa in QCD
- Sistema di 12 nucleoni

Proprietà delle particelle α

- Elevata energia di legame
- Risonanza di produzione del ${}^8\text{Be}$ a 92 KeV nel sistema α - α

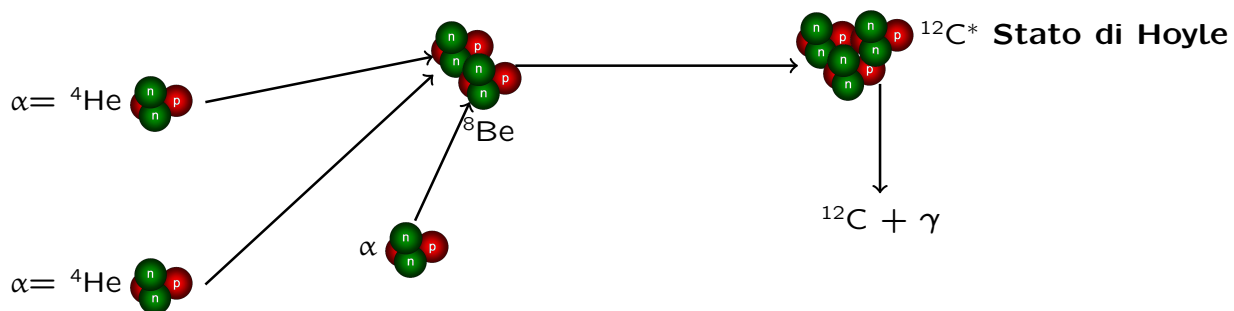
Strategia utilizzata: Teoria di basse energie

Scopo del lavoro di tesi

Costruzione di una teoria effettiva "halo" per l'interazione α - α

Introduzione

Nucleosintesi



Problema: Difficoltà nello studio del sistema 3- α

- Trattazione rigorosa in QCD
- Sistema di 12 nucleoni

Proprietà delle particelle α

- Elevata energia di legame
- Risonanza di produzione del ${}^8\text{Be}$ a 92 KeV nel sistema α - α

Strategia utilizzata: Teoria di basse energie

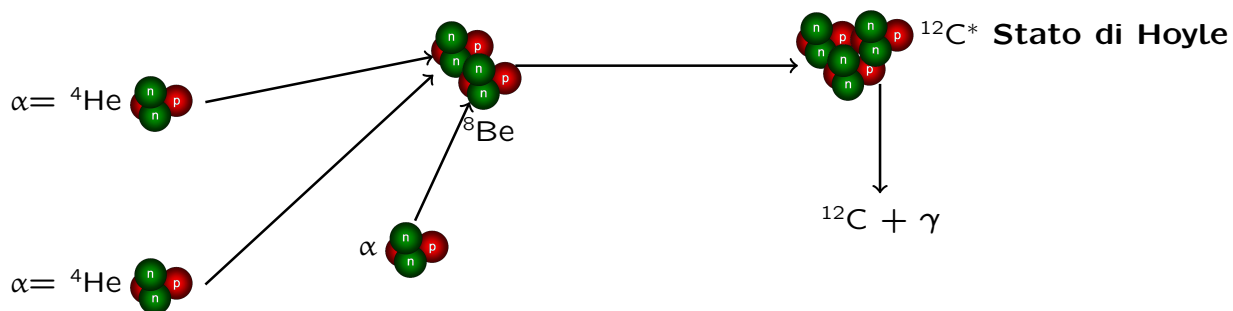
• Teoria α - α di due particelle puntiformi

Scopo del lavoro di tesi

Costruzione di una teoria effettiva "halo" per l'interazione α - α

Introduzione

Nucleosintesi



Problema: Difficoltà nello studio del sistema 3- α

- Trattazione rigorosa in QCD
- Sistema di 12 nucleoni

Proprietà delle particelle α

- Elevata energia di legame
- Risonanza di produzione del ${}^8\text{Be}$ a 92 KeV nel sistema α - α

Strategia utilizzata: Teoria di basse energie

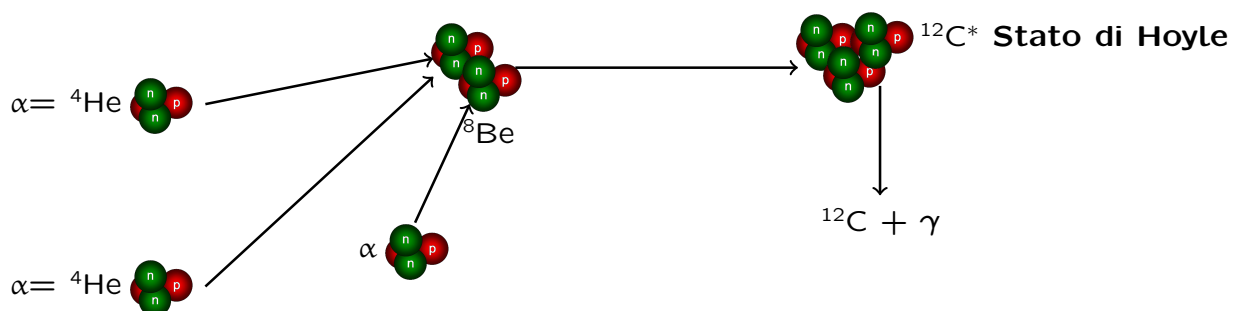
- Teoria α - α di due particelle puntiformi
- Teoria "core" α - α e "halo" N per il ${}^8\text{Be}$

Scopo del lavoro di tesi

Costruzione di una teoria effettiva "halo" per l'interazione α - α

Introduzione

Nucleosintesi



Problema: Difficoltà nello studio del sistema 3- α

- Trattazione rigorosa in QCD
- Sistema di 12 nucleoni

Proprietà delle particelle α

- Elevata energia di legame
- Risonanza di produzione del ${}^8\text{Be}$ a 92 KeV nel sistema α - α

Strategia utilizzata: Teoria di basse energie

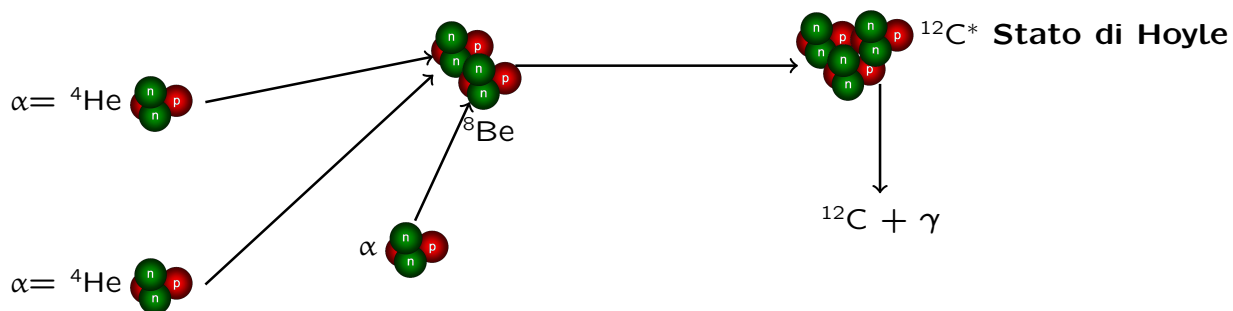
- Teoria α - α di due particelle puntiformi
- Teoria "core" α - α e "halo" N per il ${}^9\text{Be}$
- Stato di Hoyle 3- α
- Sistema 4- α

Scopo del lavoro di tesi

Costruzione di una teoria effettiva "halo" per l'interazione α - α

Introduzione

Nucleosintesi



Problema: Difficoltà nello studio del sistema 3- α

- Trattazione rigorosa in QCD
- Sistema di 12 nucleoni

Proprietà delle particelle α

- Elevata energia di legame
- Risonanza di produzione del ${}^8\text{Be}$ a 92 KeV nel sistema α - α

Strategia utilizzata: Teoria di basse energie

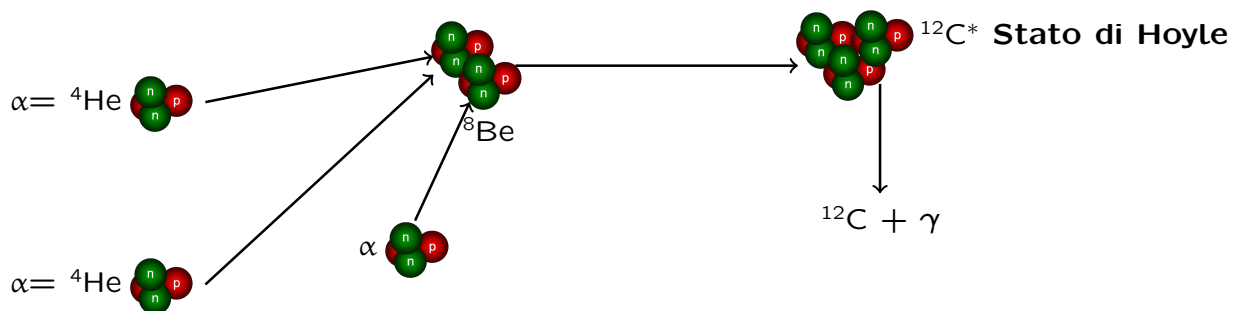
- Teoria α - α di due particelle puntiformi
- Teoria "core" α - α e "halo" N per il ${}^9\text{Be}$
- Stato di Hoyle 3- α
- Sistema 4- α

Scopo del lavoro di tesi

Costruzione di una teoria effettiva "halo" per l'interazione α - α

Introduzione

Nucleosintesi



Problema: Difficoltà nello studio del sistema 3- α

- Trattazione rigorosa in QCD
- Sistema di 12 nucleoni

Proprietà delle particelle α

- Elevata energia di legame
- Risonanza di produzione del ${}^8\text{Be}$ a 92 KeV nel sistema α - α

Strategia utilizzata: Teoria di basse energie

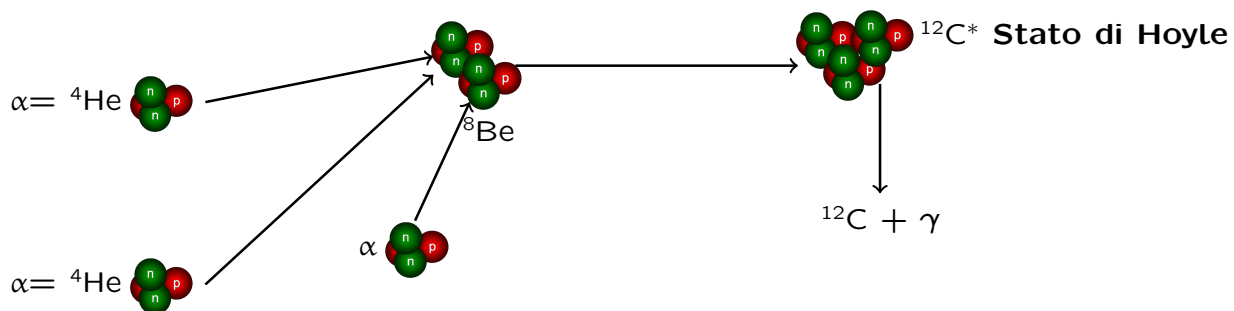
- Teoria α - α di due particelle puntiformi
- Teoria "core" α - α e "halo" N per il ${}^9\text{Be}$
- Stato di Hoyle 3- α
- Sistema 4- α

Scopo del lavoro di tesi

Costruzione di una teoria effettiva "halo" per l'interazione α - α

Introduzione

Nucleosintesi



Problema: Difficoltà nello studio del sistema 3- α

- Trattazione rigorosa in QCD
- Sistema di 12 nucleoni

Proprietà delle particelle α

- Elevata energia di legame
- Risonanza di produzione del ${}^8\text{Be}$ a 92 KeV nel sistema α - α

Strategia utilizzata: Teoria di basse energie

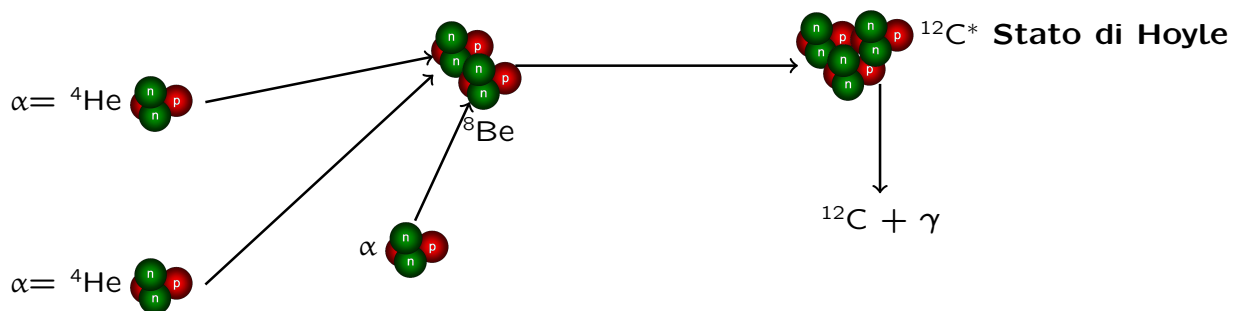
- Teoria α - α di due particelle puntiformi
- Teoria "core" α - α e "halo" N per il ${}^9\text{Be}$
- Stato di Hoyle 3- α
- Sistema 4- α

Scopo del lavoro di tesi

Costruzione di una teoria effettiva "halo" per l'interazione α - α

Introduzione

Nucleosintesi



Problema: Difficoltà nello studio del sistema 3- α

- Trattazione rigorosa in QCD
- Sistema di 12 nucleoni

Proprietà delle particelle α

- Elevata energia di legame
- Risonanza di produzione del ${}^8\text{Be}$ a 92 KeV nel sistema α - α

Strategia utilizzata: Teoria di basse energie

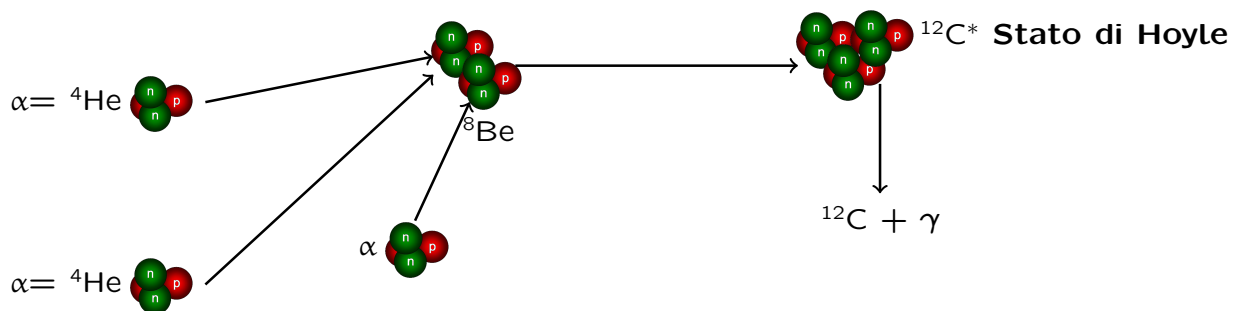
- Teoria α - α di due particelle puntiformi
- Teoria "core" α - α e "halo" N per il ${}^9\text{Be}$
- Stato di Hoyle 3- α
- Sistema 4- α

Scopo del lavoro di tesi

Costruzione di una teoria effettiva "halo" per l'interazione α - α

Introduzione

Nucleosintesi



Problema: Difficoltà nello studio del sistema 3- α

- Trattazione rigorosa in QCD
- Sistema di 12 nucleoni

Proprietà delle particelle α

- Elevata energia di legame
- Risonanza di produzione del ${}^8\text{Be}$ a 92 KeV nel sistema α - α

Strategia utilizzata: Teoria di basse energie

- Teoria α - α di due particelle puntiformi
- Teoria "core" α - α e "halo" N per il ${}^9\text{Be}$
- Stato di Hoyle 3- α
- Sistema 4- α

Scopo del lavoro di tesi

Costruzione di una teoria effettiva "halo" per l'interazione α - α

Introduzione

Presentazione del lavoro svolto

1 Teorie effettive

- Perché una teoria effettiva?
- Esempi di teoria effettiva
- Rinormalizzazione e regolarizzazione

2 Costruzione potenziale effettivo α - α

- Scala caratteristica
- Termine LO
- Termini NLO e N^2 LO
- Regolarizzazione del potenziale effettivo

3 Analisi dei risultati

- Ricerca numerica degli sfasamenti
- LO
- NLO
- N^2 LO

4 Conclusioni

Introduzione

Presentazione del lavoro svolto

1 Teorie effettive

- Perché una teoria effettiva?
- Esempi di teoria effettiva
- Rinormalizzazione e regolarizzazione

2 Costruzione potenziale effettivo α - α

- Scala caratteristica
- Termine LO
- Termini NLO e N^2 LO
- Regolarizzazione del potenziale effettivo

3 Analisi dei risultati

- Ricerca numerica degli sfasamenti
- LO
- NLO
- N^2 LO

4 Conclusioni

Introduzione

Presentazione del lavoro svolto

1 Teorie effettive

- Perché una teoria effettiva?
- Esempi di teoria effettiva
- Rinormalizzazione e regolarizzazione

2 Costruzione potenziale effettivo α - α

- Scala caratteristica
- Termine LO
- Termini NLO e N^2 LO
- Regolarizzazione del potenziale effettivo

3 Analisi dei risultati

- Ricerca numerica degli sfasamenti
- LO
- NLO
- N^2 LO

4 Conclusioni

Introduzione

Presentazione del lavoro svolto

1 Teorie effettive

- Perché una teoria effettiva?
- Esempi di teoria effettiva
- Rinormalizzazione e regolarizzazione

2 Costruzione potenziale effettivo α - α

- Scala caratteristica
- Termine LO
- Termini NLO e N^2 LO
- Regolarizzazione del potenziale effettivo

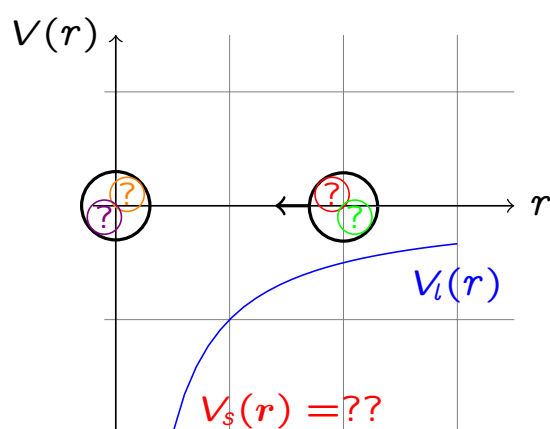
3 Analisi dei risultati

- Ricerca numerica degli sfasamenti
- LO
- NLO
- N^2 LO

4 Conclusioni

Teorie effettive

Perché una teoria effettiva?



Difficoltà

Fisica a corto raggio sconosciuta o comunque complicata

Obiettivi

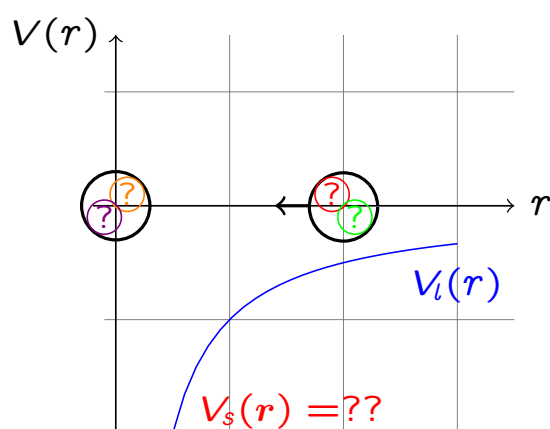
Descrivere gli osservabili di bassa energia con precisione arbitraria prescindendo dal comportamento a corto raggio della teoria "fondamentale"

Strategia utilizzata

- Stabilire i gradi di libertà rilevanti del sistema fisico in esame
- Stabilire i parametri di scala rilevanti del sistema fisico in esame
- Costruire uno sviluppo sistematico in termini di rapporti di scala

Teorie effettive

Perché una teoria effettiva?



Difficoltà

Fisica a corto raggio sconosciuta o comunque complicata

Obiettivi

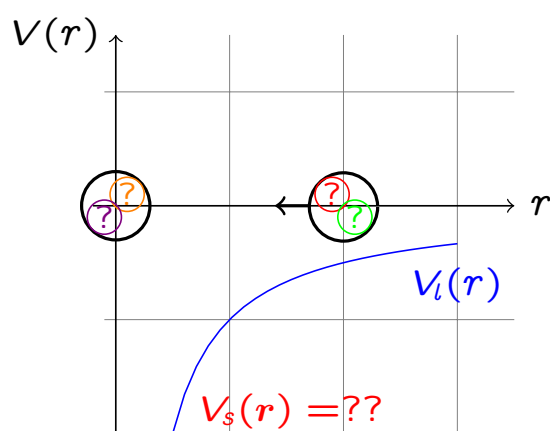
Descrivere gli osservabili di bassa energia con precisione arbitraria prescindendo dal comportamento a corto raggio della teoria "fondamentale"

Strategia utilizzata

- Stabilire i gradi di libertà rilevanti del sistema fisico in esame
- Stabilire i rapporti di scala rilevanti del sistema fisico in esame
- Costruire un modello efficace in termini di gradi di libertà

Teorie effettive

Perché una teoria effettiva?



Difficoltà

Fisica a corto raggio sconosciuta o comunque complicata

Obiettivi

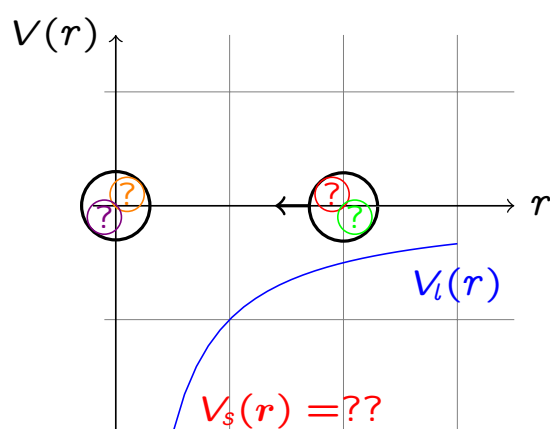
Descrivere gli osservabili di bassa energia con precisione arbitraria prescindendo dal comportamento a corto raggio della teoria "fondamentale"

Strategia utilizzata

- Stabilire i gradi di libertà rilevanti del sistema fisico in esame
- Stabilire i rapporti di scala rilevanti del sistema fisico in esame
- Costruire uno sviluppo sistematico in termini di rapporti di scala

Teorie effettive

Perché una teoria effettiva?



Difficoltà

Fisica a corto raggio sconosciuta o comunque complicata

Obiettivi

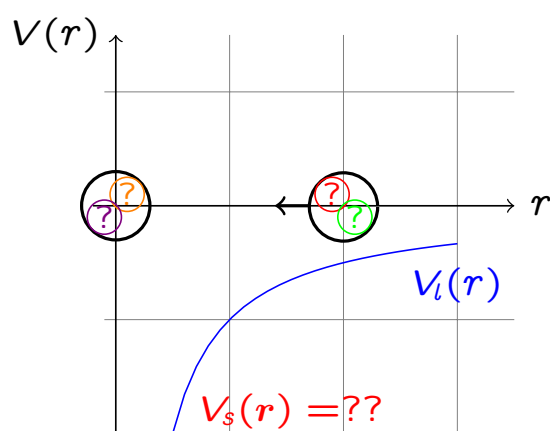
Descrivere gli osservabili di bassa energia con precisione arbitraria prescindendo dal comportamento a corto raggio della teoria "fondamentale"

Strategia utilizzata

- Stabilire i gradi di libertà rilevanti del sistema fisico in esame
- Stabilire i rapporti di scala rilevanti del sistema fisico in esame
- Costruire uno sviluppo sistematico in termini di rapporti di scala

Teorie effettive

Perché una teoria effettiva?



Difficoltà

Fisica a corto raggio sconosciuta o comunque complicata

Obiettivi

Descrivere gli osservabili di bassa energia con precisione arbitraria prescindendo dal comportamento a corto raggio della teoria "fondamentale"

Strategia utilizzata

- Stabilire i gradi di libertà rilevanti del sistema fisico in esame
- Stabilire i rapporti di scala rilevanti del sistema fisico in esame
- Costruire uno sviluppo sistematico in termini di rapporti di scala

Teorie effettive

Esempi di teoria effettiva

- Potenziale gravitazionale terrestre:

Teoria fondamentale

$$\Delta U = m \frac{GM}{R^2} \frac{R}{R+h} h$$

- Scattering Rayleigh:

Scala

$$h < R$$

Teoria effettiva

$$\Delta U \simeq mgh \left(1 - \frac{h}{R} + \frac{h^2}{R^2} + \dots \right)$$

Teoria fondamentale QED

Scala

$$E_\gamma \ll \Delta E \ll \frac{1}{r_0}$$

Teoria effettiva

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = r_0^3 \psi^\dagger (c_1 B^2 + c_2 E^2) \psi$$



$$\text{sezione d'urto: } \sigma \sim E_\gamma^4 r_0^6$$

- Interazione elettrodebole di Fermi:

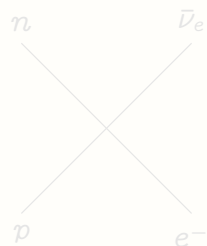
Teoria fondamentale: WI



Scala

$$q^2 \ll M_W^2$$

Teoria effettiva



Teorie effettive

Esempi di teoria effettiva

- Potenziale gravitazionale terrestre:

Teoria fondamentale

$$\Delta U = m \frac{GM}{R^2} \frac{R}{R+h} h$$

Scala

$$h < R$$

Teoria effettiva

$$\Delta U \simeq mgh \left(1 - \frac{h}{R} + \frac{h^2}{R^2} + \dots \right)$$

- Scattering Rayleigh:

Teoria fondamentale QED

Scala

$$E_\gamma \ll \Delta E \ll \frac{1}{r_0}$$

Teoria effettiva

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = r_0^3 \psi^\dagger (c_1 B^2 + c_2 E^2) \psi$$



$$\text{sezione d'urto: } \sigma \sim E_\gamma^4 r_0^6$$

- Interazione elettrodebole di Fermi:

Teoria fondamentale: WI



Scala

$$q^2 \ll M_W^2$$

Teoria effettiva



Teorie effettive

Esempi di teoria effettiva

- Potenziale gravitazionale terrestre:

Teoria fondamentale

$$\Delta U = m \frac{GM}{R^2} \frac{R}{R+h} h$$

Scala

$$h < R$$

Teoria effettiva

$$\Delta U \simeq mgh \left(1 - \frac{h}{R} + \frac{h^2}{R^2} + \dots \right)$$

- Scattering Rayleigh:

Teoria fondamentale QED

Scala

$$E_\gamma \ll \Delta E \ll \frac{1}{r_0}$$

Teoria effettiva

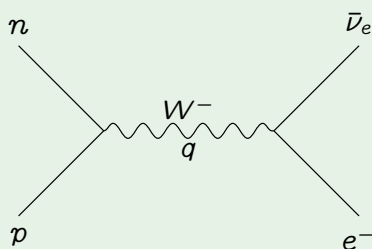
$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = r_0^3 \psi^\dagger (c_1 B^2 + c_2 E^2) \psi$$



$$\text{sezione d'urto: } \sigma \sim E_\gamma^4 r_0^6$$

- Interazione elettrodebole di Fermi:

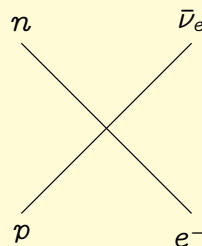
Teoria fondamentale: WI



Scala

$$q^2 \ll M_W^2$$

Teoria effettiva

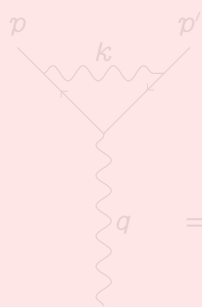


Teorie effettive

Teoria rinormalizzabile VS teoria a cutoff finito

Divergenze in QED

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(i\not{\partial} - e_0 A - m_0)\psi - \frac{1}{2}(F_{\mu\nu})^2$$



$$\Rightarrow T \propto \int_0^{\Lambda_0} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} \xrightarrow{\Lambda_0 \rightarrow \infty} \infty$$

Teoria a cutoff finito: QED valida con $p < \Lambda < \Lambda_0$

• Quantità escluse dal cutoff

$$\int_{\Lambda}^{\Lambda_0} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} = e_0(\Lambda/\Lambda_0)$$

Correzioni al primo ordine

$$e(\Lambda) = e_0(1 + \frac{1}{2}(\Lambda/\Lambda_0)^2)$$

Correzioni al secondo ordine

$$e(\Lambda) = e_0(1 + \frac{1}{2}(\Lambda/\Lambda_0)^2)$$

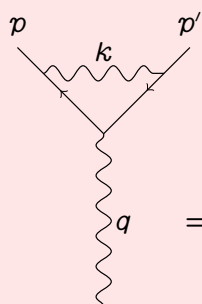
Teoria rinormalizzabile al primo ordine

Teorie effettive

Teoria rinormalizzabile VS teoria a cutoff finito

Divergenze in QED

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(i\not{\partial} - e_0 A - m_0)\psi - \frac{1}{2}(F_{\mu\nu})^2$$



$$\Rightarrow T \propto \int_0^{\Lambda_0} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} \xrightarrow{\Lambda_0 \rightarrow \infty} \infty$$

Teoria a cutoff finito: QED valida con $p < \Lambda < \Lambda_0$

- Quantità escluse dal cutoff

$$\int_{\Lambda}^{\Lambda_0} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} = e_0(\Lambda/\Lambda_0)$$

- Correzioni al primo ordine

$$\delta\mathcal{L}_0 = -e_0 c_0(\Lambda/\Lambda_0) \bar{\psi} A \psi$$

- Correzioni al secondo e a ordini superiori

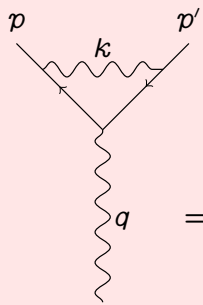
Teoria rinormalizzabile al primo ordine

Teorie effettive

Teoria rinormalizzabile VS teoria a cutoff finito

Divergenze in QED

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(i\not{\partial} - e_0\not{A} - m_0)\psi - \frac{1}{2}(F_{\mu\nu})^2$$



$$\Rightarrow T \propto \int_0^{\Lambda_0} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} \xrightarrow{\Lambda_0 \rightarrow \infty} \infty$$

Teoria a cutoff finito: QED valida con $p < \Lambda < \Lambda_0$

- Quantità escluse dal cutoff

$$\int_{\Lambda}^{\Lambda_0} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} = c_0(\Lambda/\Lambda_0)$$

- Correzioni al primo ordine

$$\delta\mathcal{L}_0 = -e_0 c_0(\Lambda/\Lambda_0) \bar{\psi} \not{A} \psi$$

- Correzioni al secondo ordine

$$\delta\mathcal{L}_2 = \frac{d(\Lambda/\Lambda_0)}{\Lambda^2} (\bar{\psi} \gamma_\mu \psi)^2$$

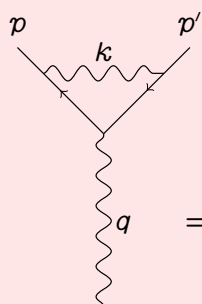
Teoria rinormalizzabile al primo ordine

Teorie effettive

Teoria rinormalizzabile VS teoria a cutoff finito

Divergenze in QED

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(i\not{\partial} - e_0\not{A} - m_0)\psi - \frac{1}{2}(F_{\mu\nu})^2$$



$$\Rightarrow T \propto \int_0^{\Lambda_0} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} \xrightarrow{\Lambda_0 \rightarrow \infty} \infty$$

Teoria a cutoff finito: QED valida con $p < \Lambda < \Lambda_0$

- Quantità escluse dal cutoff

$$\int_{\Lambda}^{\Lambda_0} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} = c_0(\Lambda/\Lambda_0)$$

- Correzioni al primo ordine

$$\delta\mathcal{L}_0 = -e_0 c_0(\Lambda/\Lambda_0) \bar{\psi} \not{A} \psi$$

- Correzioni al secondo ordine

$$\delta\mathcal{L}_2 = \frac{d(\Lambda/\Lambda_0)}{\Lambda^2} (\bar{\psi} \gamma_\mu \psi)^2$$

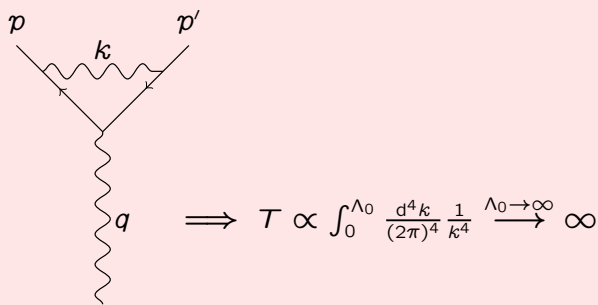
Teoria rinormalizzabile al primo ordine

Teorie effettive

Teoria rinormalizzabile VS teoria a cutoff finito

Divergenze in QED

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(i\not{\partial} - e_0\not{A} - m_0)\psi - \frac{1}{2}(F_{\mu\nu})^2$$



Teoria a cutoff finito: QED valida con $p < \Lambda < \Lambda_0$

- Quantità escluse dal cutoff

$$\int_{\Lambda}^{\Lambda_0} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} = c_0(\Lambda/\Lambda_0)$$

- Correzioni al primo ordine

$$\delta\mathcal{L}_0 = -e_0 c_0(\Lambda/\Lambda_0) \bar{\psi} \not{A} \psi$$

- Correzioni al secondo ordine

$$\delta\mathcal{L}_2 = \frac{d(\Lambda/\Lambda_0)}{\Lambda^2} (\bar{\psi} \gamma_\mu \psi)^2$$

Teoria rinormalizzabile al primo ordine

« I termini aggiuntivi sono interazioni di contatto $\Rightarrow$ Teoria a cutoff finito non rinormalizzabile

« I termini al secondo ordine introducono la rinormalizzazione di e_0 e m_0

« I termini al terzo ordine sono

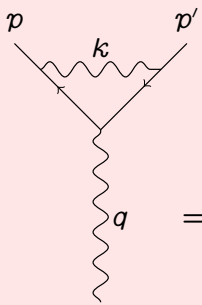
« I termini al quarto ordine sono

Teorie effettive

Teoria rinormalizzabile VS teoria a cutoff finito

Divergenze in QED

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(i\not{\partial} - e_0\not{A} - m_0)\psi - \frac{1}{2}(F_{\mu\nu})^2$$



$$\Rightarrow T \propto \int_0^{\Lambda_0} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} \xrightarrow{\Lambda_0 \rightarrow \infty} \infty$$

Teoria a cutoff finito: QED valida con $p < \Lambda < \Lambda_0$

- Quantità escluse dal cutoff

$$\int_{\Lambda}^{\Lambda_0} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} = c_0(\Lambda/\Lambda_0)$$

- Correzioni al primo ordine

$$\delta\mathcal{L}_0 = -e_0 c_0(\Lambda/\Lambda_0) \bar{\psi} \not{A} \psi$$

- Correzioni al secondo ordine

$$\delta\mathcal{L}_2 = \frac{d(\Lambda/\Lambda_0)}{\Lambda^2} (\bar{\psi} \gamma_\mu \psi)^2$$

Teoria rinormalizzabile al primo ordine

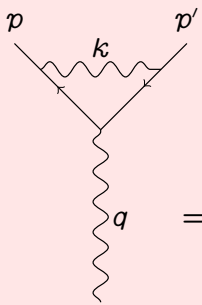
- I termini aggiuntivi sono interazioni di contatto $\Rightarrow$ Teoria a cutoff finito non rinormalizzabile
- Correzioni al secondo ordine irrilevanti per la presenza di termini del primo ordine
- Teoria rinormalizzabile al primo ordine

Teorie effettive

Teoria rinormalizzabile VS teoria a cutoff finito

Divergenze in QED

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(i\not{\partial} - e_0 \not{A} - m_0)\psi - \frac{1}{2}(F_{\mu\nu})^2$$



$$\Rightarrow T \propto \int_0^{\Lambda_0} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} \xrightarrow{\Lambda_0 \rightarrow \infty} \infty$$

Teoria a cutoff finito: QED valida con $p < \Lambda < \Lambda_0$

- Quantità escluse dal cutoff

$$\int_{\Lambda}^{\Lambda_0} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} = c_0(\Lambda/\Lambda_0)$$

- Correzioni al primo ordine

$$\delta\mathcal{L}_0 = -e_0 c_0(\Lambda/\Lambda_0) \bar{\psi} \not{A} \psi$$

- Correzioni al secondo ordine

$$\delta\mathcal{L}_2 = \frac{d(\Lambda/\Lambda_0)}{\Lambda^2} (\bar{\psi} \gamma_\mu \psi)^2$$

Teoria rinormalizzabile al primo ordine

- I termini aggiuntivi sono interazioni di contatto $\Rightarrow$ **Teoria a cutoff finito non rinormalizzabile**
- Correzioni al secondo ordine irrilevanti per la presenza di termini del primo ordine
- Lagrangiana rinormalizzata

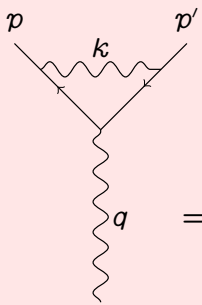
$$\mathcal{L}_\Lambda = \bar{\psi}(i\not{\partial} - e_\Lambda \not{A} - m_\Lambda)\psi - \frac{1}{2}(F_{\mu\nu})^2$$

Teorie effettive

Teoria rinormalizzabile VS teoria a cutoff finito

Divergenze in QED

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(i\not{\partial} - e_0 \not{A} - m_0)\psi - \frac{1}{2}(F_{\mu\nu})^2$$



$$\Rightarrow T \propto \int_0^{\Lambda_0} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} \xrightarrow{\Lambda_0 \rightarrow \infty} \infty$$

Teoria a cutoff finito: QED valida con $p < \Lambda < \Lambda_0$

- Quantità escluse dal cutoff

$$\int_{\Lambda}^{\Lambda_0} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} = c_0(\Lambda/\Lambda_0)$$

- Correzioni al primo ordine

$$\delta\mathcal{L}_0 = -e_0 c_0(\Lambda/\Lambda_0) \bar{\psi} \not{A} \psi$$

- Correzioni al secondo ordine

$$\delta\mathcal{L}_2 = \frac{d(\Lambda/\Lambda_0)}{\Lambda^2} (\bar{\psi} \gamma_\mu \psi)^2$$

Teoria rinormalizzabile al primo ordine

- I termini aggiuntivi sono interazioni di contatto $\Rightarrow$ **Teoria a cutoff finito non rinormalizzabile**
- **Correzioni al secondo ordine irrilevanti per la presenza di termini del primo ordine**
- Lagrangiana rinormalizzata

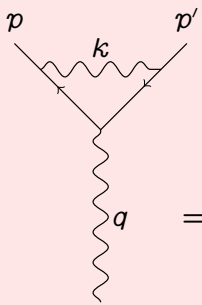
$$\mathcal{L}_\Lambda = \bar{\psi}(i\not{\partial} - e_\Lambda \not{A} - m_\Lambda)\psi - \frac{1}{2}(F_{\mu\nu})^2$$

Teorie effettive

Teoria rinormalizzabile VS teoria a cutoff finito

Divergenze in QED

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(i\not{\partial} - e_0 A - m_0)\psi - \frac{1}{2}(F_{\mu\nu})^2$$



$$\Rightarrow T \propto \int_0^{\Lambda_0} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} \xrightarrow{\Lambda_0 \rightarrow \infty} \infty$$

Teoria a cutoff finito: QED valida con $p < \Lambda < \Lambda_0$

- Quantità escluse dal cutoff

$$\int_{\Lambda}^{\Lambda_0} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^4} = c_0(\Lambda/\Lambda_0)$$

- Correzioni al primo ordine

$$\delta\mathcal{L}_0 = -e_0 c_0(\Lambda/\Lambda_0) \bar{\psi} A \psi$$

- Correzioni al secondo ordine

$$\delta\mathcal{L}_2 = \frac{d(\Lambda/\Lambda_0)}{\Lambda^2} (\bar{\psi} \gamma_\mu \psi)^2$$

Teoria rinormalizzabile al primo ordine

- I termini aggiuntivi sono interazioni di contatto $\Rightarrow$ **Teoria a cutoff finito non rinormalizzabile**
- Correzioni al secondo ordine irrilevanti per la presenza di termini del primo ordine
- **Lagrangiana rinormalizzata**

$$\mathcal{L}_\Lambda = \bar{\psi}(i\not{\partial} - e_\Lambda A - m_\Lambda)\psi - \frac{1}{2}(F_{\mu\nu})^2$$

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

❶ Si introduce un cutoff Λ

- 1.1 Teoria effettiva valida solo per $p \ll \Lambda$ Teoria effettiva più semplice della teoria fondamentale

- 1.2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

- 2 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

- 3 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 4 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto
- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi
- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
riformulabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è finito finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
renormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è finito finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
renormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è finito finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è finito finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è tenuto finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è tenuto finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è tenuto finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

La teoria effettiva costruita alla precisione richiesta è la migliore approssimazione della teoria fondamentale, ma non è la teoria fondamentale stessa. Per migliorare l'approssimazione si può procedere a un'ulteriore iterazione del processo.

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è tenuto finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

La teoria effettiva costruita alla precisione richiesta è una buona approssimazione della teoria fondamentale, avanzando con lo sviluppo.

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è tenuto finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è tenuto finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

Teoria effettiva precisa sino a
quest'ordine

La teoria si può sempre migliorare
continuamente avanzando con lo
sviluppo

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è tenuto finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

Teoria effettiva precisa sino a
quest'ordine

Teoria effettiva suscettibile di
miglioramento avanzando con lo
sviluppo

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è tenuto finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

Teoria effettiva precisa sino a
quest'ordine

Teoria effettiva suscettibile di
miglioramento avanzando con lo
sviluppo

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è tenuto finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

Teoria effettiva precisa sino a
quest'ordine

Teoria effettiva suscettibile di
miglioramento avanzando con lo
sviluppo

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è tenuto finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

Teoria effettiva precisa sino a
quest'ordine

Teoria effettiva suscettibile di
miglioramento avanzando con lo
sviluppo

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è tenuto finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

Teoria effettiva precisa sino a
quest'ordine

Teoria effettiva suscettibile di
miglioramento avanzando con lo
sviluppo

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è tenuto finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

Teoria effettiva precisa sino a
quest'ordine

Teoria effettiva suscettibile di
miglioramento avanzando con lo
sviluppo

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

• È sufficiente definire solo un numero finito di costanti di accoppiamento

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è tenuto finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

Teoria effettiva precisa sino a
quest'ordine

Teoria effettiva suscettibile di
miglioramento avanzando con lo
sviluppo

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

• È sufficiente definire solo un numero finito di costanti di accoppiamento
• Le informazioni della fisica ad alte energie non sono contenute negli operatori ma nelle costanti di accoppiamento di questi operatori

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è tenuto finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

Teoria effettiva precisa sino a
quest'ordine

Teoria effettiva suscettibile di
miglioramento avanzando con lo
sviluppo

- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

- È sufficiente ridefinire solo un numero finito di costanti di accoppiamento
- Le informazioni della fisica ad alte energie non sono contenute negli operatori ma nelle costanti di accoppiamento di questi operatori

Teorie effettive

Algoritmo per la costruzione di teorie effettive

- 1 Si introduce un cutoff Λ

Teoria effettiva valida solo per
 $p < \Lambda$

Teoria effettiva più semplice
della teoria fondamentale

- 2 L'errore dovuto all'introduzione del cutoff viene corretto introducendo nuove interazioni di contatto

Teoria effettiva non
rinormalizzabile

Teoria effettiva definita perché il
cutoff Λ è tenuto finito

- 3 Si sceglie la precisione richiesta e quindi a che ordine in p/Λ fermarsi

Teoria effettiva precisa sino a
quest'ordine

Teoria effettiva suscettibile di
miglioramento avanzando con lo
sviluppo

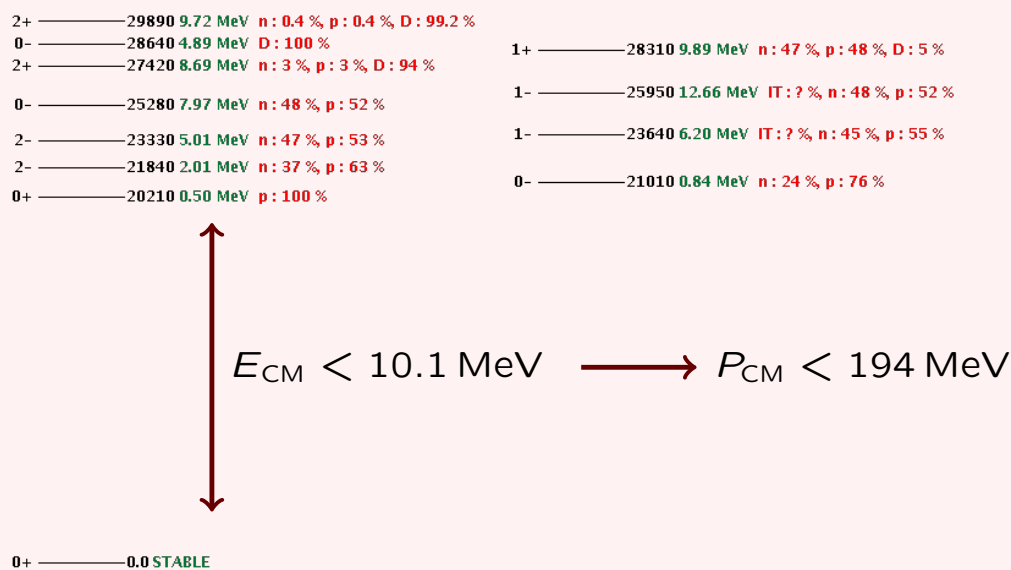
- 4 Si inseriscono nell'interazione effettiva solo gli operatori rilevanti per la precisione scelta
- 5 Si scelgono questi operatori in modo che essi soddisfino le simmetrie della teoria.

- È sufficiente ridefinire solo un numero finito di costanti di accoppiamento
- Le informazioni della fisica ad alte energie non sono contenute negli operatori ma nelle costanti di accoppiamento di questi operatori

Costruzione potenziale effettivo α - α

Scala caratteristica

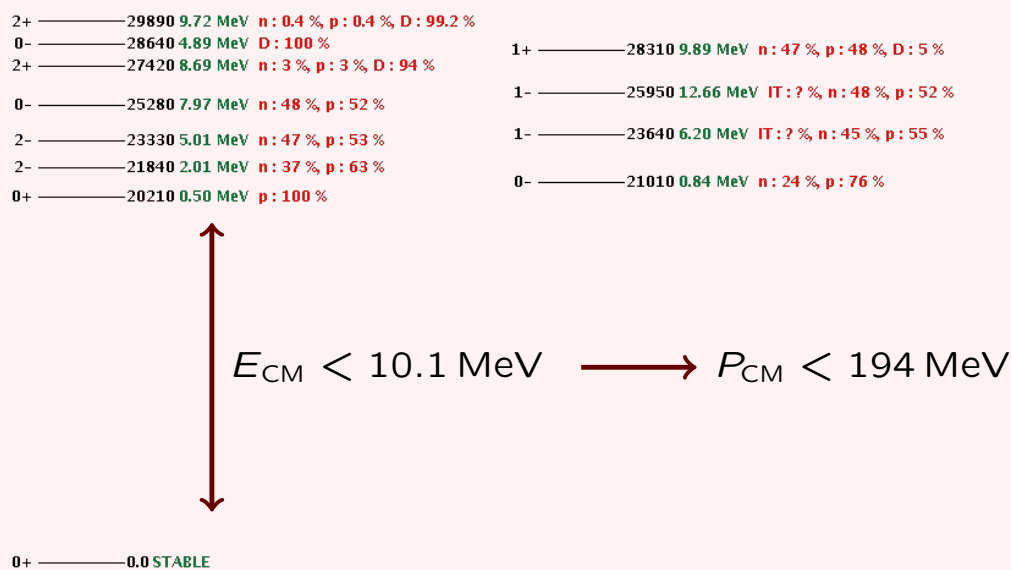
Scala caratteristica



Costruzione potenziale effettivo α - α

Scala caratteristica

Scala caratteristica



Costruzione potenziale effettivo α - α

Termine al LO

Formalismo utilizzato

Particelle α come eccitazioni di campi elementari

$$\varphi(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q e^{-iq \cdot x}$$

$$\varphi^\dagger(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q^\dagger e^{iq \cdot x}$$

Simmetrie e prescrizioni

Si combinano campi e operatori gradiente in modo da avere

- ☐ Un'hamiltoniana hermitiana con campi normalmente ordinati
- ☐ Una teoria simmetrica per scambio
- ☐ Una teoria invariante per time reversal
- ☐ Una teoria invariante sotto trasformazioni di Galilei

Costruzione potenziale effettivo α - α

Termine al LO

Formalismo utilizzato

Particelle α come eccitazioni di campi elementari

$$\varphi(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q e^{-iq \cdot x}$$

$$\varphi^\dagger(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q^\dagger e^{iq \cdot x}$$

Simmetrie e prescrizioni

Si combinano campi e operatori gradiente in modo da avere

- 1 Un'hamiltoniana hermitiana con campi normalmente ordinati
- 2 Una teoria simmetrica per scambio
- 3 Una teoria invariante per time-reversal
- 4 Una teoria invariante sotto trasformazioni di Galileo

Costruzione potenziale effettivo α - α

Termine al LO

Formalismo utilizzato

Particelle α come eccitazioni di campi elementari

$$\varphi(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q e^{-iq \cdot x}$$

$$\varphi^\dagger(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q^\dagger e^{iq \cdot x}$$

Simmetrie e prescrizioni

Si combinano campi e operatori gradiente in modo da avere

- ① Un'hamiltoniana hermitiana con campi normalmente ordinati
- ② Una teoria simmetrica per scambio
- ③ Una teoria invariante per time-reversal
- ④ Una teoria invariante sotto trasformazioni di Galileo

Costruzione potenziale effettivo α - α

Termine al LO

Formalismo utilizzato

Particelle α come eccitazioni di campi elementari

$$\varphi(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q e^{-iq \cdot x}$$

$$\varphi^\dagger(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q^\dagger e^{iq \cdot x}$$

Simmetrie e prescrizioni

Si combinano campi e operatori gradiente in modo da avere

- 1 Un'hamiltoniana hermitiana con campi normalmente ordinati
- 2 Una teoria simmetrica per scambio
- 3 Una teoria invariante per time-reversal
- 4 Una teoria invariante sotto trasformazioni di Galileo

Costruzione potenziale effettivo α - α

Termine al LO

Formalismo utilizzato

Particelle α come eccitazioni di campi elementari

$$\varphi(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q e^{-iq \cdot x}$$

$$\varphi^\dagger(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q^\dagger e^{iq \cdot x}$$

Simmetrie e prescrizioni

Si combinano campi e operatori gradiente in modo da avere

- ① Un'hamiltoniana hermitiana con campi normalmente ordinati
- ② Una teoria simmetrica per scambio
- ③ Una teoria invariante per time-reversal
- ④ Una teoria invariante sotto trasformazioni di Galileo

Densità hamiltoniana

$$\mathcal{H}^{(0)} = A \varphi^\dagger \varphi \varphi^\dagger \varphi$$

$$V_{\text{eff}}^{(0)}(LO) = A$$

Costruzione potenziale effettivo α - α

Termine al LO

Formalismo utilizzato

Particelle α come eccitazioni di campi elementari

$$\varphi(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q e^{-iq \cdot x}$$

$$\varphi^\dagger(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q^\dagger e^{iq \cdot x}$$

Simmetrie e prescrizioni

Si combinano campi e operatori gradiente in modo da avere

- ① Un'hamiltoniana hermitiana con campi normalmente ordinati
- ② Una teoria simmetrica per scambio
- ③ Una teoria invariante per time-reversal
- ④ Una teoria invariante sotto trasformazioni di Galileo

Densità hamiltoniana

$$\mathcal{H}^{(0)} = A \varphi^\dagger \varphi \varphi^\dagger \varphi$$

Potenziale effettivo al LO

$$V_{\text{eff}}^{\text{strong (LO)}} = A$$

Costruzione potenziale effettivo α - α

Termine al LO

Formalismo utilizzato

Particelle α come eccitazioni di campi elementari

$$\varphi(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q e^{-iq \cdot x}$$

$$\varphi^\dagger(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q^\dagger e^{iq \cdot x}$$

Simmetrie e prescrizioni

Si combinano campi e operatori gradiente in modo da avere

- ① Un'hamiltoniana hermitiana con campi normalmente ordinati
- ② Una teoria simmetrica per scambio
- ③ Una teoria invariante per time-reversal
- ④ Una teoria invariante sotto trasformazioni di Galileo

Densità hamiltoniana:

$$\mathcal{H}^{(\text{LO})} = A \varphi^\dagger \varphi \varphi^\dagger \varphi$$

Potenziale effettivo al LO:

$$V_{\text{eff}}^{\text{strong (LO)}} = A$$

Costruzione potenziale effettivo α - α

Termine al LO

Formalismo utilizzato

Particelle α come eccitazioni di campi elementari

$$\varphi(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q e^{-iq \cdot x}$$

$$\varphi^\dagger(x) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} a_q^\dagger e^{iq \cdot x}$$

Simmetrie e prescrizioni

Si combinano campi e operatori gradiente in modo da avere

- ① Un'hamiltoniana hermitiana con campi normalmente ordinati
- ② Una teoria simmetrica per scambio
- ③ Una teoria invariante per time-reversal
- ④ Una teoria invariante sotto trasformazioni di Galileo

Densità hamiltoniana:

$$\mathcal{H}^{(\text{LO})} = A \varphi^\dagger \varphi \varphi^\dagger \varphi$$

Potenziale effettivo al LO:

$$V_{\text{eff}}^{\text{strong (LO)}} = A$$

Costruzione potenziale effettivo α - α

Termine al NLO e N²LO

Operatori NLO

Si combinano i quattro campi con due gradienti in modo normalmente ordinato

$$O_1 = \nabla(\varphi^\dagger \varphi) \cdot \nabla(\varphi^\dagger \varphi)$$

$$O_2 = (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \varphi) \cdot (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \varphi)$$

$$O_3 = (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \cdot \overleftrightarrow{\nabla} \varphi) \varphi^\dagger \varphi$$

$$O_4 = i \nabla(\varphi^\dagger \varphi) \cdot (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \varphi)$$

Operatori N²LO

Si combinano i quattro campi con quattro gradienti in modo normalmente ordinato

$$U_1 = \nabla_1^4$$

$$U_2 = \nabla_1^2 \overleftrightarrow{\nabla}^2$$

$$U_3 = (\nabla_1 \cdot \overleftrightarrow{\nabla})(\nabla_1 \cdot \overleftrightarrow{\nabla})$$

$$U_4 = \overleftrightarrow{\nabla}^4$$

$$U_5 = i \nabla_1^3 \overleftrightarrow{\nabla}$$

$$U_6 = i \nabla_1 \overleftrightarrow{\nabla}^3$$

SIMMETRIE



Potenziale effettivo sino al N²LO nello spazio degli impulsi

$$V_{\text{eff}}^{\text{strong (N}^2\text{LO)}}(K, Q) = A + BK^2 + C_1 K^4 + C_2 K^2 Q^2 + C_3 (K \times Q)^2$$

con

$$Q = \frac{p' + p}{2}$$

$$K = p' - p.$$

$$p = p_2 - p_1$$

$$p' = p_2 - p'_1$$

Le costanti del potenziale sono dotate di dimensioni

Costruzione potenziale effettivo α - α

Termine al NLO e N²LO

Operatori NLO

Si combinano i quattro campi con due gradienti in modo normalmente ordinato

$$O_1 = \nabla(\varphi^\dagger \varphi) \cdot \nabla(\varphi^\dagger \varphi)$$

$$O_2 = (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \varphi) \cdot (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \varphi)$$

$$O_3 = (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \cdot \overleftrightarrow{\nabla} \varphi) \varphi^\dagger \varphi$$

$$O_4 = i \nabla(\varphi^\dagger \varphi) \cdot (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \varphi)$$

Operatori N²LO

Si combinano i quattro campi con quattro gradienti in modo normalmente ordinato

$$U_1 = \nabla_1^4$$

$$U_2 = \nabla_1^2 \overleftrightarrow{\nabla}^2$$

$$U_3 = (\nabla_1 \cdot \overleftrightarrow{\nabla})(\nabla_1 \cdot \overleftrightarrow{\nabla})$$

$$U_4 = \overleftrightarrow{\nabla}^4$$

$$U_5 = i \nabla_1^3 \overleftrightarrow{\nabla}$$

$$U_6 = i \nabla_1 \overleftrightarrow{\nabla}^3$$

SIMMETRIE



Potenziale effettivo sino al N²LO nello spazio degli impulsi

$$V_{\text{eff}}^{\text{strong (N}^2\text{LO)}}(K, Q) = A + BK^2 + C_1 K^4 + C_2 K^2 Q^2 + C_3 (K \times Q)^2$$

con

$$Q = \frac{p' + p}{2}$$

$$K = p' - p.$$

$$p = p_2 - p_1$$

$$p' = p_2 - p'_1$$

Le costanti del potenziale sono dotate di dimensioni

Costruzione potenziale effettivo α - α

Termine al NLO e N²LO

Operatori NLO

Si combinano i quattro campi con due gradienti in modo normalmente ordinato

$$O_1 = \nabla(\varphi^\dagger \varphi) \cdot \nabla(\varphi^\dagger \varphi)$$

$$O_2 = (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \varphi) \cdot (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \varphi)$$

$$O_3 = (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \cdot \overleftrightarrow{\nabla} \varphi) \varphi^\dagger \varphi$$

$$O_4 = i \nabla(\varphi^\dagger \varphi) \cdot (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \varphi)$$

Operatori N²LO

Si combinano i quattro campi con quattro gradienti in modo normalmente ordinato

$$U_1 = \nabla_1^4$$

$$U_2 = \nabla_1^2 \overleftrightarrow{\nabla}^2$$

$$U_3 = (\nabla_1 \cdot \overleftrightarrow{\nabla})(\nabla_1 \cdot \overleftrightarrow{\nabla})$$

$$U_4 = \overleftrightarrow{\nabla}^4$$

$$U_5 = i \nabla_1^3 \overleftrightarrow{\nabla}$$

$$U_6 = i \nabla_1 \overleftrightarrow{\nabla}^3$$

SIMMETRIE



Potenziale effettivo sino al N²LO nello spazio degli impulsi

$$V_{\text{eff}}^{\text{strong (N}^2\text{LO)}}(K, Q) = A + BK^2 + C_1 K^4 + C_2 K^2 Q^2 + C_3 (K \times Q)^2$$

con

$$Q = \frac{p' + p}{2}$$

$$K = p' - p.$$

$$p = p_2 - p_1$$

$$p' = p_2 - p'_1$$

Le costanti del potenziale sono dotate di dimensioni

Costruzione potenziale effettivo α - α

Termine al NLO e N²LO

Operatori NLO

Si combinano i quattro campi con due gradienti in modo normalmente ordinato

$$O_1 = \nabla(\varphi^\dagger \varphi) \cdot \nabla(\varphi^\dagger \varphi)$$

$$O_2 = (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \varphi) \cdot (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \varphi)$$

$$O_3 = (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \cdot \overleftrightarrow{\nabla} \varphi) \varphi^\dagger \varphi$$

$$O_4 = i \nabla(\varphi^\dagger \varphi) \cdot (\varphi^\dagger \overleftrightarrow{\nabla} \varphi)$$

Operatori N²LO

Si combinano i quattro campi con quattro gradienti in modo normalmente ordinato

$$U_1 = \nabla_1^4$$

$$U_2 = \nabla_1^2 \overleftrightarrow{\nabla}^2$$

$$U_3 = (\nabla_1 \cdot \overleftrightarrow{\nabla})(\nabla_1 \cdot \overleftrightarrow{\nabla})$$

$$U_4 = \overleftrightarrow{\nabla}^4$$

$$U_5 = i \nabla_1^3 \overleftrightarrow{\nabla}$$

$$U_6 = i \nabla_1 \overleftrightarrow{\nabla}^3$$

SIMMETRIE



Potenziale effettivo sino al N²LO nello spazio degli impulsi

$$V_{\text{eff}}^{\text{strong (N}^2\text{LO)}}(K, Q) = A + BK^2 + C_1 K^4 + C_2 K^2 Q^2 + C_3 (K \times Q)^2$$

con

$$Q = \frac{p' + p}{2}$$

$$K = p' - p.$$

$$p = p_2 - p_1$$

$$p' = p_2 - p'_1$$

Le costanti del potenziale sono dotate di dimensioni

Costruzione potenziale effettivo α - α

Regolarizzazione del potenziale effettivo

Potenziale effettivo con costanti adimensionali

$$V_{\text{eff}}^{\text{strong}}(K, Q) = \frac{1}{\Lambda^2} \tilde{A} + \frac{1}{\Lambda^4} \tilde{B} K^2 + \frac{1}{\Lambda^6} [\tilde{C}_1 K^4 + \tilde{C}_2 K^2 Q^2 + \tilde{C}_3 (K \times Q)^2]$$

Regolarizzazione

$$V_{\text{eff, strong}}^{\text{reg}} = f_{\Lambda}(K^2) V_{\text{eff}}^{\text{strong}}(K, Q)$$

regolatore gaussiano $f_{\Lambda}(K^2) = e^{-\frac{K^2}{2\Lambda^2}}$

$$f_{\Lambda}(K^2) \xrightarrow{\text{A.F.T.}} \delta_a^{(3)}(r) = \frac{e^{-\frac{r^2}{2a^2}}}{(2\pi)^{3/2}} \quad \text{con } a = \frac{1}{\Lambda}$$

Potenziale di Coulomb

$$V_{\text{coul}}(r) = \frac{4\alpha}{r}$$

Regolarizzazione del potenziale di Coulomb

$$\frac{4\alpha}{r} \xrightarrow{\text{F.T.}} \frac{16\pi\alpha}{K^2} \xrightarrow{\text{cutoff}} \frac{16\pi\alpha}{K^2} f_{\Lambda}(K) \xrightarrow{\text{A.F.T.}} \frac{4\alpha}{r} \text{erf}\left(\frac{r}{a\sqrt{2}}\right)$$

Potenziale effettivo completo nello spazio delle coordinate

$$V_{\text{eff}}(r) = \frac{4\alpha}{r} \text{erf}\left(\frac{r}{a\sqrt{2}}\right) + a^2 \tilde{A} \delta_a^{(3)}(r) + a^4 \tilde{B} \nabla^2 \delta_a^{(3)}(r) + a^6 \left[\tilde{C}_1 \nabla^4 \delta_a^{(3)}(r) - \tilde{C}_2 \nabla^2 \delta_a^{(3)}(r) \left(\frac{1}{2} \overleftrightarrow{\nabla}\right)^2 + \tilde{C}_3 \left(\frac{l(l+1)}{a^4} + \frac{2}{a^2} \left(\frac{1}{2} \overleftrightarrow{\nabla}\right)^2\right) \delta_a(r) \right]$$

Costruzione potenziale effettivo α - α

Regolarizzazione del potenziale effettivo

Potenziale effettivo con costanti adimensionali

$$V_{\text{eff}}^{\text{strong}}(K, Q) = \frac{1}{\Lambda^2} \tilde{A} + \frac{1}{\Lambda^4} \tilde{B} K^2 + \frac{1}{\Lambda^6} [\tilde{C}_1 K^4 + \tilde{C}_2 K^2 Q^2 + \tilde{C}_3 (K \times Q)^2]$$

Regolarizzazione

$$V_{\text{eff, strong}}^{\text{reg}} = f_{\Lambda}(K^2) V_{\text{eff}}^{\text{strong}}(K, Q)$$

regolatore gaussiano $f_{\Lambda}(K^2) = e^{-\frac{K^2}{2\Lambda^2}}$

$$f_{\Lambda}(K^2) \xrightarrow{\text{A.F.T.}} \delta_a^{(3)}(r) = \frac{e^{-\frac{r^2}{2a^2}}}{(2\pi)^{3/2}} \quad \text{con } a = \frac{1}{\Lambda}$$

Potenziale di Coulomb

$$V_{\text{coul}}(r) = \frac{4\alpha}{r}$$

Regolarizzazione del potenziale di Coulomb

$$\frac{4\alpha}{r} \xrightarrow{\text{F.T.}} \frac{16\pi\alpha}{K^2} \xrightarrow{\text{cutoff}} \frac{16\pi\alpha}{K^2} f_{\Lambda}(K) \xrightarrow{\text{A.F.T.}} \frac{4\alpha}{r} \text{erf}\left(\frac{r}{a\sqrt{2}}\right)$$

Potenziale effettivo completo nello spazio delle coordinate

$$V_{\text{eff}}(r) = \frac{4\alpha}{r} \text{erf}\left(\frac{r}{a\sqrt{2}}\right) + a^2 \tilde{A} \delta_a^{(3)}(r) + a^4 \tilde{B} \nabla^2 \delta_a^{(3)}(r) + a^6 \left[\tilde{C}_1 \nabla^4 \delta_a^{(3)}(r) - \tilde{C}_2 \nabla^2 \delta_a^{(3)}(r) \left(\frac{1}{2} \overleftrightarrow{\nabla}\right)^2 + \tilde{C}_3 \left(\frac{l(l+1)}{a^4} + \frac{2}{a^2} \left(\frac{1}{2} \overleftrightarrow{\nabla}\right)^2\right) \delta_a(r) \right]$$

Costruzione potenziale effettivo α - α

Regolarizzazione del potenziale effettivo

Potenziale effettivo con costanti adimensionali

$$V_{\text{eff}}^{\text{strong}}(\mathbf{K}, \mathbf{Q}) = \frac{1}{\Lambda^2} \tilde{A} + \frac{1}{\Lambda^4} \tilde{B} K^2 + \frac{1}{\Lambda^6} [\tilde{C}_1 K^4 + \tilde{C}_2 K^2 Q^2 + \tilde{C}_3 (\mathbf{K} \times \mathbf{Q})^2]$$

Regolarizzazione

$$V_{\text{eff, strong}}^{\text{reg}} = f_{\Lambda}(K^2) V_{\text{eff}}^{\text{strong}}(\mathbf{K}, \mathbf{Q})$$

regolatore gaussiano $f_{\Lambda}(K^2) = e^{-\frac{K^2}{2\Lambda^2}}$

$$f_{\Lambda}(K^2) \xrightarrow{\text{A.F.T.}} \delta_a^{(3)}(\mathbf{r}) = \frac{e^{-\frac{r^2}{2a^2}}}{(2\pi)^{3/2}} \quad \text{con } a = \frac{1}{\Lambda}$$

Potenziale di Coulomb

$$V_{\text{coul}}(r) = \frac{4\alpha}{r}$$

Regolarizzazione del potenziale di Coulomb

$$\frac{4\alpha}{r} \xrightarrow{\text{F.T.}} \frac{16\pi\alpha}{K^2} \xrightarrow{\text{cutoff}} \frac{16\pi\alpha}{K^2} f_{\Lambda}(K) \xrightarrow{\text{A.F.T.}} \frac{4\alpha}{r} \text{erf}\left(\frac{r}{a\sqrt{2}}\right)$$

Potenziale effettivo completo nello spazio delle coordinate

$$V_{\text{eff}}(\mathbf{r}) = \frac{4\alpha}{r} \text{erf}\left(\frac{r}{a\sqrt{2}}\right) + a^2 \tilde{A} \delta_a^{(3)}(\mathbf{r}) + a^4 \tilde{B} \nabla^2 \delta_a^{(3)}(\mathbf{r}) + a^6 \left[\tilde{C}_1 \nabla^4 \delta_a^{(3)}(\mathbf{r}) - \tilde{C}_2 \nabla^2 \delta_a^{(3)}(\mathbf{r}) \left(\frac{1}{2} \nabla^2\right)^2 + \tilde{C}_3 \left(\frac{l(l+1)}{a^4} + \frac{2}{a^2} \left(\frac{1}{2} \nabla^2\right)^2\right) \delta_a^{(3)}(\mathbf{r}) \right]$$

Costruzione potenziale effettivo α - α

Regolarizzazione del potenziale effettivo

Potenziale effettivo con costanti adimensionali

$$V_{\text{eff}}^{\text{strong}}(K, Q) = \frac{1}{\Lambda^2} \tilde{A} + \frac{1}{\Lambda^4} \tilde{B} K^2 + \frac{1}{\Lambda^6} [\tilde{C}_1 K^4 + \tilde{C}_2 K^2 Q^2 + \tilde{C}_3 (K \times Q)^2]$$

Regolarizzazione

$$V_{\text{eff, strong}}^{\text{reg}} = f_{\Lambda}(K^2) V_{\text{eff}}^{\text{strong}}(K, Q)$$

regolatore gaussiano $f_{\Lambda}(K^2) = e^{-\frac{K^2}{2\Lambda^2}}$

$$f_{\Lambda}(K^2) \xrightarrow{\text{A.F.T.}} \delta_a^{(3)}(r) = \frac{e^{-\frac{r^2}{2a^2}}}{(2\pi)^{3/2}} \quad \text{con } a = \frac{1}{\Lambda}$$

Potenziale di Coulomb

$$V_{\text{coul}}(r) = \frac{4\alpha}{r}$$

Regolarizzazione del potenziale di Coulomb

$$\frac{4\alpha}{r} \xrightarrow{\text{F.T.}} \frac{16\pi\alpha}{K^2} \xrightarrow{\text{cutoff}} \frac{16\pi\alpha}{K^2} f_{\Lambda}(K) \xrightarrow{\text{A.F.T.}} \frac{4\alpha}{r} \text{erf}\left(\frac{r}{a\sqrt{2}}\right)$$

Potenziale effettivo completo nello spazio delle coordinate

$$V_{\text{eff}}(r) = \frac{4\alpha}{r} \text{erf}\left(\frac{r}{a\sqrt{2}}\right) + a^2 \tilde{A} \delta_a^{(3)}(r) + a^4 \tilde{B} \nabla^2 \delta_a^{(3)}(r) + a^6 \left[\tilde{C}_1 \nabla^4 \delta_a^{(3)}(r) - \tilde{C}_2 \nabla^2 \delta_a^{(3)}(r) \left(\frac{1}{2} \nabla^2\right)^2 + \tilde{C}_3 \left(\frac{l(l+1)}{a^4} + \frac{2}{a^2} \left(\frac{1}{2} \nabla^2\right)^2\right) \delta_a(r) \right]$$

Costruzione potenziale effettivo α - α

Regolarizzazione del potenziale effettivo

Potenziale effettivo con costanti adimensionali

$$V_{\text{eff}}^{\text{strong}}(K, Q) = \frac{1}{\Lambda^2} \tilde{A} + \frac{1}{\Lambda^4} \tilde{B} K^2 + \frac{1}{\Lambda^6} [\tilde{C}_1 K^4 + \tilde{C}_2 K^2 Q^2 + \tilde{C}_3 (K \times Q)^2]$$

Regolarizzazione

$$V_{\text{eff, strong}}^{\text{reg}} = f_{\Lambda}(K^2) V_{\text{eff}}^{\text{strong}}(K, Q)$$

regolatore gaussiano $f_{\Lambda}(K^2) = e^{-\frac{K^2}{2\Lambda^2}}$

$$f_{\Lambda}(K^2) \xrightarrow{\text{A.F.T.}} \delta_a^{(3)}(r) = \frac{e^{-\frac{r^2}{2a^2}}}{(2\pi)^{3/2}} \quad \text{con } a = \frac{1}{\Lambda}$$

Potenziale di Coulomb

$$V_{\text{Coul}}(r) = \frac{4\alpha}{r}$$

Regolarizzazione del potenziale di Coulomb

$$\frac{4\alpha}{r} \xrightarrow{\text{F.T.}} \frac{16\pi\alpha}{K^2} \xrightarrow{\text{cutoff}} \frac{16\pi\alpha}{K^2} f_{\Lambda}(K) \xrightarrow{\text{A.F.T.}} \frac{4\alpha}{r} \text{erf}\left(\frac{r}{a\sqrt{2}}\right)$$

Potenziale effettivo completo nello spazio delle coordinate

$$V_{\text{eff}}(r) = \frac{4\alpha}{r} \text{erf}\left(\frac{r}{a\sqrt{2}}\right) + a^2 \tilde{A} \delta_a^{(3)}(r) + a^4 \tilde{B} \nabla^2 \delta_a^{(3)}(r) + a^6 \left[\tilde{C}_1 \nabla^4 \delta_a^{(3)}(r) - \tilde{C}_2 \nabla^2 \delta_a^{(3)}(r) \left(\frac{1}{2} \overleftrightarrow{\nabla}\right)^2 + \tilde{C}_3 \left(\frac{l(l+1)}{a^4} + \frac{2}{a^2} \left(\frac{1}{2} \overleftrightarrow{\nabla}\right)^2\right) \delta_a(r) \right]$$

Costruzione potenziale effettivo α - α

Regolarizzazione del potenziale effettivo

Potenziale effettivo con costanti adimensionali

$$V_{\text{eff}}^{\text{strong}}(K, Q) = \frac{1}{\Lambda^2} \tilde{A} + \frac{1}{\Lambda^4} \tilde{B} K^2 + \frac{1}{\Lambda^6} [\tilde{C}_1 K^4 + \tilde{C}_2 K^2 Q^2 + \tilde{C}_3 (K \times Q)^2]$$

Regolarizzazione

$$V_{\text{eff, strong}}^{\text{reg}} = f_{\Lambda}(K^2) V_{\text{eff}}^{\text{strong}}(K, Q)$$

regolatore gaussiano $f_{\Lambda}(K^2) = e^{-\frac{K^2}{2\Lambda^2}}$

$$f_{\Lambda}(K^2) \xrightarrow{\text{A.F.T.}} \delta_a^{(3)}(r) = \frac{e^{-\frac{r^2}{2a^2}}}{(2\pi)^{3/2}} \quad \text{con } a = \frac{1}{\Lambda}$$

Potenziale di Coulomb

$$V_{\text{Coul}}(r) = \frac{4\alpha}{r}$$

Regolarizzazione del potenziale di Coulomb

$$\frac{4\alpha}{r} \xrightarrow{\text{F.T.}} \frac{16\pi\alpha}{K^2} \xrightarrow{\text{cutoff}} \frac{16\pi\alpha}{K^2} f_{\Lambda}(K) \xrightarrow{\text{A.F.T.}} \frac{4\alpha}{r} \text{erf}\left(\frac{r}{a\sqrt{2}}\right)$$

Potenziale effettivo completo nello spazio delle coordinate

$$V_{\text{eff}}(r) = \frac{4\alpha}{r} \text{erf}\left(\frac{r}{a\sqrt{2}}\right) + a^2 \tilde{A} \delta_a^{(3)}(r) + a^4 \tilde{B} \nabla^2 \delta_a^{(3)}(r) + a^6 \left[\tilde{C}_1 \nabla^4 \delta_a^{(3)}(r) - \tilde{C}_2 \nabla^2 \delta_a^{(3)}(r) \left(\frac{1}{2} \overleftrightarrow{\nabla}\right)^2 + \tilde{C}_3 \left(\frac{l(l+1)}{a^4} + \frac{2}{a^2} \left(\frac{1}{2} \overleftrightarrow{\nabla}\right)^2 \right) \delta_a(r) \right]$$

Ricerca numerica degli sfasamenti

Metodo variazionale di Kohn e metodo di Numerov

Equazione di Schrödinger

$$V(r) = V_{\text{coul}}^{\text{reg}}(r) + V_{\text{eff, strong}}^{\text{reg}}(r)$$

$$\mathcal{L} = \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) + k^2$$

$$\downarrow$$

$$\mathcal{L}u_l(r) = 0$$

$$\downarrow$$

$$u_l(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} F_l(\eta, kr) + \tan \theta_l G_l(\eta, kr)$$

$F_l(\eta, kr), G_l(\eta, kr) \rightarrow$ funzioni di Coulomb

$\theta_l \rightarrow$ sfasamento dell'interazione forte

Metodo di Numerov

- Soluzione ricorsiva

$$u_l(r_{n+1}) = \frac{(12 - 10f(r))u_l(r_n) - f(r_{n-1})u_l(r_{n-1})}{f(r_{n-1})} + O(\Delta r^6)$$

dove

$$f(r_n) = \left[1 + g(r_n) \frac{(\Delta r)^2}{12} \right] \text{ con } g_l(r) = \left[1 - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) \right]$$

- Sfasamento

$$\tan \theta_l = \frac{u_l(\bar{r})F'_l(\eta, \bar{r}) - u'_l(\bar{r})F_l(\eta, \bar{r})}{u'_l(\bar{r})G_l(\eta, \bar{r}) - u_l(\bar{r})G'_l(\eta, \bar{r})}$$

Metodo di Kohn

- Funzione di prova:

$$u_{lT} = \sum_{i=0}^n a_i h_i(r) + F_l(\eta, kr) + \tan \theta_{lT} G_l(\eta, kr)$$

$h_i(r) \rightarrow$ funzioni di base

- Funzionale:

$$I[u_{lT}] = \int_0^\infty u_{lT}(r) \mathcal{L}u_{lT}(r) dr$$

$$\downarrow$$

$$[\tan \theta_l] = \tan \theta_{lT} + \int_0^\infty u_{lT} \mathcal{L}u_{lT} dr$$

- Principio variazionale:

$$\delta I[u_{lT}] = 0$$

$\downarrow$

$$\tan \theta_{lT} = \frac{1 - 2M_{FG} + a_1^T M_G}{2(M_{GG} - a_2^T M_G)}$$

$$M = (h_i, \mathcal{L}h_j) = \begin{bmatrix} M_N & M_G & M_F \\ M_G^T & M_{GG} & M_{GF} \\ M_F^T & M_{FG} & M_{FF} \end{bmatrix}$$

$$M_N a_1 = M_F$$

$$M_N a_2 = M_G$$

- Le due procedure numeriche forniscono risultati in accordo e si usano simultaneamente

- Il metodo di Kohn cerca i parametri del NLO e del N²LO mediante un fit
- Il metodo di Numerov cerca il parametro del LO per la risonanza del ⁸Be

Ricerca numerica degli sfasamenti

Metodo variazionale di Kohn e metodo di Numerov

Equazione di Schrödinger

$$V(r) = V_{\text{coul}}^{\text{reg}}(r) + V_{\text{eff, strong}}^{\text{reg}}(r)$$

$$\mathcal{L} = \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) + k^2$$

$$\downarrow$$

$$\mathcal{L}u_l(r) = 0$$

$$u_l(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} F_l(\eta, kr) + \tan \theta_l G_l(\eta, kr)$$

$F_l(\eta, kr), G_l(\eta, kr) \rightarrow$ funzioni di Coulomb
 $\theta_l \rightarrow$ sfasamento dell'interazione forte

Metodo di Numerov

- Soluzione ricorsiva

$$u_l(r_{n+1}) = \frac{(12 - 10f(r))u_l(r_n) - f(r_{n-1})u_l(r_{n-1})}{f(r_{n-1})} + O(\Delta r^6)$$

dove

$$f(r_n) = \left[1 + g(r_n) \frac{(\Delta r)^2}{12} \right] \quad \text{con} \quad g_l(r) = \left[1 - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) \right]$$

- Sfasamento

$$\tan \theta_l = \frac{u_l(\bar{r})F'_l(\eta, \bar{r}) - u'_l(\bar{r})F_l(\eta, \bar{r})}{u'_l(\bar{r})G_l(\eta, \bar{r}) - u_l(\bar{r})G'_l(\eta, \bar{r})}$$

Metodo di Kohn

- Funzione di prova:

$$u_{lT} = \sum_{i=0}^n a_i h_i(r) + F_l(\eta, kr) + \tan \theta_{lT} G_l(\eta, kr)$$

$h_i(r) \rightarrow$ funzioni di base

- Funzionale:

$$I[u_{lT}] = \int_0^\infty u_{lT}(r) \mathcal{L}u_{lT}(r) dr$$

$$\downarrow$$

$$[\tan \theta_l] = \tan \theta_{lT} + \int_0^\infty u_{lT} \mathcal{L}u_{lT} dr$$

- Principio variazionale:

$$\delta I[u_{lT}] = 0$$

$\downarrow$

$$\tan \theta_{lT} = \frac{1 - 2M_{FG} + a_1^T M_G}{2(M_{GG} - a_2^T M_G)}$$

$$M = (h_i, \mathcal{L}h_j) = \begin{bmatrix} M_N & M_G & M_F \\ M_G^T & M_{GG} & M_{GF} \\ M_F^T & M_{FG} & M_{FF} \end{bmatrix}$$

$$M_N a_1 = M_F$$

$$M_N a_2 = M_G$$

- Le due procedure numeriche forniscono risultati in accordo e si usano simultaneamente

- Il metodo di Kohn cerca i parametri del NLO e del N²LO mediante un fit
- Il metodo di Numerov cerca il parametro del LO per la risonanza del ⁸Be

Ricerca numerica degli sfasamenti

Metodo variazionale di Kohn e metodo di Numerov

Equazione di Schrödinger

$$V(r) = V_{\text{coul}}^{\text{reg}}(r) + V_{\text{eff, strong}}^{\text{reg}}(r)$$

$$\mathcal{L} = \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) + k^2$$

$$\downarrow$$

$$\mathcal{L}u_l(r) = 0$$

$$\downarrow$$

$$u_l(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} F_l(\eta, kr) + \tan \theta_l G_l(\eta, kr)$$

$F_l(\eta, kr), G_l(\eta, kr) \rightarrow$ funzioni di Coulomb

$\theta_l \rightarrow$ sfasamento dell'interazione forte

Metodo di Numerov

- Soluzione ricorsiva

$$u_l(r_{n+1}) = \frac{(12 - 10f(r))u_l(r_n) - f(r_{n-1})u_l(r_{n-1})}{f(r_{n-1})} + O(\Delta r^6)$$

dove

$$f(r_n) = \left[1 + g(r_n) \frac{(\Delta r)^2}{12} \right] \text{ con } g_l(r) = \left[1 - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) \right]$$

- Sfasamento

$$\tan \theta_l = \frac{u_l(\bar{r})F'_l(\eta, \bar{r}) - u'_l(\bar{r})F_l(\eta, \bar{r})}{u'_l(\bar{r})G_l(\eta, \bar{r}) - u_l(\bar{r})G'_l(\eta, \bar{r})}$$

Metodo di Kohn

- Funzione di prova:

$$u_{lT} = \sum_{i=0}^n a_i h_i(r) + F_l(\eta, kr) + \tan \theta_{lT} G_l(\eta, kr)$$

$h_i(r) \rightarrow$ funzioni di base

- Funzionale:

$$I[u_{lT}] = \int_0^\infty u_{lT}(r) \mathcal{L}u_{lT}(r) dr$$

$$\downarrow$$

$$[\tan \theta_l] = \tan \theta_{lT} + \int_0^\infty u_{lT} \mathcal{L}u_{lT} dr$$

- Principio variazionale:

$$\delta I[u_{lT}] = 0$$

$\downarrow$

$$\tan \theta_{lT} = \frac{1 - 2M_{FG} + a_1^T M_G}{2(M_{GG} - a_2^T M_G)}$$

$$M = (h_i, \mathcal{L}h_j) = \begin{bmatrix} M_N & M_G & M_F \\ M_G^T & M_{GG} & M_{GF} \\ M_F^T & M_{FG} & M_{FF} \end{bmatrix}$$

$$M_N a_1 = M_F$$

$$M_N a_2 = M_G$$

- Le due procedure numeriche forniscono risultati in accordo e si usano simultaneamente
 - Il metodo di Kohn cerca i parametri del NLO e del N²LO mediante un fit
 - Il metodo di Numerov cerca il parametro del LO per la risonanza del ⁸Be

Ricerca numerica degli sfasamenti

Metodo variazionale di Kohn e metodo di Numerov

Equazione di Schrödinger

$$V(r) = V_{\text{coul}}^{\text{reg}}(r) + V_{\text{eff, strong}}^{\text{reg}}(r)$$

$$\mathcal{L} = \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) + k^2$$

$$\downarrow$$

$$\mathcal{L}u_l(r) = 0$$

$$\downarrow$$

$$u_l(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} F_l(\eta, kr) + \tan \theta_l G_l(\eta, kr)$$

$F_l(\eta, kr), G_l(\eta, kr) \rightarrow$ funzioni di Coulomb

$\theta_l \rightarrow$ sfasamento dell'interazione forte

Metodo di Numerov

- Soluzione ricorsiva

$$u_l(r_{n+1}) = \frac{(12 - 10f(r))u_l(r_n) - f(r_{n-1})u_l(r_{n-1})}{f(r_{n-1})} + O(\Delta r^6)$$

dove

$$f(r_n) = \left[1 + g(r_n) \frac{(\Delta r)^2}{12} \right] \quad \text{con} \quad g_l(r) = \left[1 - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) \right]$$

- Sfasamento

$$\tan \theta_l = \frac{u_l(\bar{r})F'_l(\eta, \bar{r}) - u'_l(\bar{r})F_l(\eta, \bar{r})}{u'_l(\bar{r})G_l(\eta, \bar{r}) - u_l(\bar{r})G'_l(\eta, \bar{r})}$$

Metodo di Kohn

- Funzione di prova:

$$u_{lT} = \sum_{i=0}^n a_i h_i(r) + F_l(\eta, kr) + \tan \theta_{lT} G_l(\eta, kr)$$

$h_i(r) \rightarrow$ funzioni di base

- Funzionale:

$$I[u_{lT}] = \int_0^\infty u_{lT}(r) \mathcal{L}u_{lT}(r) dr$$

$$\downarrow$$

$$[\tan \theta_l] = \tan \theta_{lT} + \int_0^\infty u_{lT} \mathcal{L}u_{lT} dr$$

- Principio variazionale:

$$\delta I[u_{lT}] = 0$$

$\downarrow$

$$\tan \theta_{lT} = \frac{1 - 2M_{FG} + a_1^T M_G}{2(M_{GG} - a_2^T M_G)}$$

$$M = (h_i, \mathcal{L}h_j) = \begin{bmatrix} M_N & M_G & M_F \\ M_G^T & M_{GG} & M_{GF} \\ M_F^T & M_{FG} & M_{FF} \end{bmatrix}$$

$$M_N a_1 = M_F$$

$$M_N a_2 = M_G$$

- Le due procedure numeriche forniscono risultati in accordo e si usano simultaneamente
 - Il metodo di Kohn cerca i parametri del NLO e del N²LO mediante un fit
 - Il metodo di Numerov cerca il parametro del LO per la risonanza del ⁸Be

Ricerca numerica degli sfasamenti

Metodo variazionale di Kohn e metodo di Numerov

Equazione di Schrödinger

$$V(r) = V_{\text{coul}}^{\text{reg}}(r) + V_{\text{eff, strong}}^{\text{reg}}(r)$$

$$\mathcal{L} = \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) + k^2$$

$$\downarrow$$

$$\mathcal{L}u_l(r) = 0$$

$$\downarrow$$

$$u_l(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} F_l(\eta, kr) + \tan \theta_l G_l(\eta, kr)$$

$F_l(\eta, kr), G_l(\eta, kr) \rightarrow$ funzioni di Coulomb

$\theta_l \rightarrow$ sfasamento dell'interazione forte

Metodo di Numerov

- Soluzione ricorsiva

$$u_l(r_{n+1}) = \frac{(12 - 10f(r))u_l(r_n) - f(r_{n-1})u_l(r_{n-1})}{f(r_{n-1})} + O(\Delta r^6)$$

dove

$$f(r_n) = \left[1 + g(r_n) \frac{(\Delta r)^2}{12} \right] \text{ con } g_l(r) = \left[1 - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) \right]$$

- Sfasamento

$$\tan \theta_l = \frac{u_l(\bar{r})F'_l(\eta, \bar{r}) - u'_l(\bar{r})F_l(\eta, \bar{r})}{u'_l(\bar{r})G_l(\eta, \bar{r}) - u_l(\bar{r})G'_l(\eta, \bar{r})}$$

Metodo di Kohn

- Funzione di prova:

$$u_{lT} = \sum_{i=0}^n a_i h_i(r) + F_l(\eta, kr) + \tan \theta_{lT} G_l(\eta, kr)$$

$h_i(r) \rightarrow$ funzioni di base

- Funzionale:

$$I[u_{lT}] = \int_0^\infty u_{lT}(r) \mathcal{L}u_{lT}(r) dr$$

$$\downarrow$$

$$[\tan \theta_l] = \tan \theta_{lT} + \int_0^\infty u_{lT} \mathcal{L}u_{lT} dr$$

- Principio variazionale:

$$\delta I[u_{lT}] = 0$$

$\downarrow$

$$\tan \theta_{lT} = \frac{1 - 2M_{FG} + a_1^T M_G}{2(M_{GG} - a_2^T M_G)}$$

$$M = (h_i, \mathcal{L}h_j) = \begin{bmatrix} M_N & M_G & M_F \\ M_G^T & M_{GG} & M_{GF} \\ M_F^T & M_{FG} & M_{FF} \end{bmatrix}$$

$$M_N a_1 = M_F$$

$$M_N a_2 = M_G$$

- Le due procedure numeriche forniscono risultati in accordo e si usano simultaneamente
 - Il metodo di Kohn cerca i parametri del NLO e del N²LO mediante un fit
 - Il metodo di Numerov cerca il parametro del LO per la risonanza del ⁸Be

Ricerca numerica degli sfasamenti

Metodo variazionale di Kohn e metodo di Numerov

Equazione di Schrödinger

$$V(r) = V_{\text{coul}}^{\text{reg}}(r) + V_{\text{eff, strong}}^{\text{reg}}(r)$$

$$\mathcal{L} = \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) + k^2$$

$$\downarrow$$

$$\mathcal{L}u_l(r) = 0$$

$$\downarrow$$

$$u_l(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} F_l(\eta, kr) + \tan \theta_l G_l(\eta, kr)$$

$F_l(\eta, kr), G_l(\eta, kr) \rightarrow$ funzioni di Coulomb

$\theta_l \rightarrow$ sfasamento dell'interazione forte

Metodo di Numerov

- Soluzione ricorsiva

$$u_l(r_{n+1}) = \frac{(12 - 10f(r))u_l(r_n) - f(r_{n-1})u_l(r_{n-1})}{f(r_{n-1})} + O(\Delta r^6)$$

dove

$$f(r_n) = \left[1 + g(r_n) \frac{(\Delta r)^2}{12} \right] \text{ con } g_l(r) = \left[1 - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) \right]$$

- Sfasamento

$$\tan \theta_l = \frac{u_l(\bar{r})F'_l(\eta, \bar{r}) - u'_l(\bar{r})F_l(\eta, \bar{r})}{u'_l(\bar{r})G_l(\eta, \bar{r}) - u_l(\bar{r})G'_l(\eta, \bar{r})}$$

Metodo di Kohn

- Funzione di prova:

$$u_{lT} = \sum_{i=0}^n a_i h_i(r) + F_l(\eta, kr) + \tan \theta_{lT} G_l(\eta, kr)$$

$h_i(r) \rightarrow$ funzioni di base

- Funzionale:

$$I[u_{lT}] = \int_0^\infty u_{lT}(r) \mathcal{L}u_{lT}(r) dr$$

$$\downarrow$$

$$[\tan \theta_l] = \tan \theta_{lT} + \int_0^\infty u_{lT} \mathcal{L}u_{lT} dr$$

- Principio variazionale:

$$\delta I[u_{lT}] = 0$$

$\downarrow$

$$\tan \theta_{lT} = \frac{1 - 2M_{FG} + a_1^T M_G}{2(M_{GG} - a_2^T M_G)}$$

$$M = (h_i, \mathcal{L}h_j) = \begin{bmatrix} M_N & M_G & M_F \\ M_G^T & M_{GG} & M_{GF} \\ M_F^T & M_{FG} & M_{FF} \end{bmatrix}$$

$$M_N a_1 = M_F$$

$$M_N a_2 = M_G$$

- Le due procedure numeriche forniscono risultati in accordo e si usano simultaneamente
Il metodo di Kohn cerca i parametri del NLO e del N²LO mediante un fit
Il metodo di Numerov cerca il parametro del LO per la risonanza del ⁸Be

Ricerca numerica degli sfasamenti

Metodo variazionale di Kohn e metodo di Numerov

Equazione di Schrödinger

$$V(r) = V_{\text{coul}}^{\text{reg}}(r) + V_{\text{eff, strong}}^{\text{reg}}(r)$$

$$\mathcal{L} = \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) + k^2$$

$$\downarrow$$

$$\mathcal{L}u_l(r) = 0$$

$$\downarrow$$

$$u_l(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} F_l(\eta, kr) + \tan \theta_l G_l(\eta, kr)$$

$F_l(\eta, kr), G_l(\eta, kr) \rightarrow$ funzioni di Coulomb
 $\theta_l \rightarrow$ sfasamento dell'interazione forte

Metodo di Numerov

- Soluzione ricorsiva

$$u_l(r_{n+1}) = \frac{(12 - 10f(r))u_l(r_n) - f(r_{n-1})u_l(r_{n-1})}{f(r_{n-1})} + O(\Delta r^6)$$

dove

$$f(r_n) = \left[1 + g(r_n) \frac{(\Delta r)^2}{12} \right] \text{ con } g_l(r) = \left[1 - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) \right]$$

- Sfasamento

$$\tan \theta_l = \frac{u_l(\bar{r})F'_l(\eta, \bar{r}) - u'_l(\bar{r})F_l(\eta, \bar{r})}{u'_l(\bar{r})G_l(\eta, \bar{r}) - u_l(\bar{r})G'_l(\eta, \bar{r})}$$

Metodo di Kohn

- Funzione di prova:

$$u_{iT} = \sum_{i=0}^n a_i h_i(r) + F_l(\eta, kr) + \tan \theta_{iT} G_l(\eta, kr)$$

$h_i(r) \rightarrow$ funzioni di base

- Funzionale:

$$I[u_{iT}] = \int_0^\infty u_{iT}(r) \mathcal{L}u_{iT}(r) dr$$

$$\downarrow$$

$$[\tan \theta_i] = \tan \theta_{iT} + \int_0^\infty u_{iT} \mathcal{L}u_{iT} dr$$

- Principio variazionale:

$$\delta I[u_{iT}] = 0$$

$\downarrow$

$$\tan \theta_{iT} = \frac{1 - 2M_{FG} + a_1^T M_G}{2(M_{GG} - a_2^T M_G)}$$

$$M = (h_i, \mathcal{L}h_j) = \begin{bmatrix} M_N & M_G & M_F \\ M_G^T & M_{GG} & M_{GF} \\ M_F^T & M_{FG} & M_{FF} \end{bmatrix}$$

$$M_N a_1 = M_F$$

$$M_N a_2 = M_G$$

- Le due procedure numeriche forniscono risultati in accordo e si usano simultaneamente
 Il metodo di Kohn cerca i parametri del NLO e del N²LO mediante un fit
 Il metodo di Numerov cerca il parametro del LO per la risonanza del ⁸Be

Ricerca numerica degli sfasamenti

Metodo variazionale di Kohn e metodo di Numerov

Equazione di Schrödinger

$$V(r) = V_{\text{coul}}^{\text{reg}}(r) + V_{\text{eff, strong}}^{\text{reg}}(r)$$

$$\mathcal{L} = \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) + k^2$$

$$\downarrow$$

$$\mathcal{L}u_l(r) = 0$$

$$\downarrow$$

$$u_l(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} F_l(\eta, kr) + \tan \theta_l G_l(\eta, kr)$$

$F_l(\eta, kr), G_l(\eta, kr) \rightarrow$ funzioni di Coulomb
 $\theta_l \rightarrow$ sfasamento dell'interazione forte

Metodo di Numerov

- Soluzione ricorsiva

$$u_l(r_{n+1}) = \frac{(12 - 10f(r))u_l(r_n) - f(r_{n-1})u_l(r_{n-1})}{f(r_{n-1})} + O(\Delta r^6)$$

dove

$$f(r_n) = \left[1 + g(r_n) \frac{(\Delta r)^2}{12} \right] \quad \text{con} \quad g_l(r) = \left[1 - \frac{l(l+1)}{r^2} - V(r) \right]$$

- Sfasamento

$$\tan \theta_l = \frac{u_l(\bar{r})F'_l(\eta, \bar{r}) - u'_l(\bar{r})F_l(\eta, \bar{r})}{u'_l(\bar{r})G_l(\eta, \bar{r}) - u_l(\bar{r})G'_l(\eta, \bar{r})}$$

Metodo di Kohn

- Funzione di prova:

$$u_{lT} = \sum_{i=0}^n a_i h_i(r) + F_l(\eta, kr) + \tan \theta_{lT} G_l(\eta, kr)$$

$h_i(r) \rightarrow$ funzioni di base

- Funzionale:

$$I[u_{lT}] = \int_0^\infty u_{lT}(r) \mathcal{L}u_{lT}(r) dr$$

$$\downarrow$$

$$[\tan \theta_l] = \tan \theta_{lT} + \int_0^\infty u_{lT} \mathcal{L}u_{lT} dr$$

- Principio variazionale:

$$\delta I[u_{lT}] = 0$$

$\downarrow$

$$\tan \theta_{lT} = \frac{1 - 2M_{FG} + a_1^T M_G}{2(M_{GG} - a_2^T M_G)}$$

$$M = (h_i, \mathcal{L}h_j) = \begin{bmatrix} M_N & M_G & M_F \\ M_G^T & M_{GG} & M_{GF} \\ M_F^T & M_{FG} & M_{FF} \end{bmatrix}$$

$$M_N a_1 = M_F$$

$$M_N a_2 = M_G$$

- Le due procedure numeriche forniscono risultati in accordo e si usano simultaneamente
 - ▶ Il metodo di Kohn cerca i parametri del NLO e del N²LO mediante un fit
 - ▶ Il metodo di Numerov cerca il parametro del LO per la risonanza del ⁸Be

Analisi dei risultati

LO

Osservazioni

- Si studia la teoria con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si cerca la costante del LO per descrivere la risonanza del ^8Be

Si introduce la grandezza

$$\Delta B = \frac{|\delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 150 \text{ MeV}) - \delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 130 \text{ MeV})|}{\delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 140 \text{ MeV})}$$

$$\Delta B_0^{\text{LO}} \approx 0.12$$

$$\Delta B_2^{\text{LO}} \approx 0.74$$

Il LO ha un'incertezza teorica maggiore per le predizioni degli sfasamenti in onda D

Analisi dei risultati

LO

Osservazioni

- Si studia la teoria con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si cerca la costante del LO per descrivere la risonanza del ^8Be

Si introduce la grandezza

$$\Delta B = \frac{|\delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 150 \text{ MeV}) - \delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 130 \text{ MeV})|}{\delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 140 \text{ MeV})}$$

$$\Delta B_0^{\text{LO}} \approx 0.12$$

$$\Delta B_2^{\text{LO}} \approx 0.74$$

Il LO ha un'incertezza teorica maggiore per le predizioni degli sfasamenti in onda D

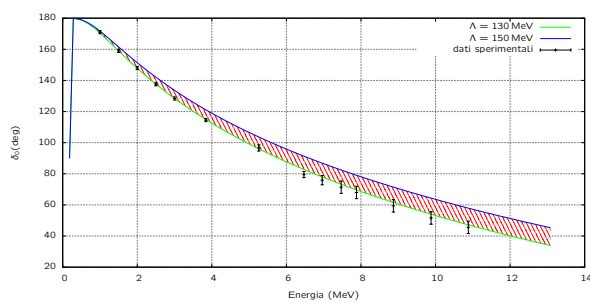
Analisi dei risultati

LO

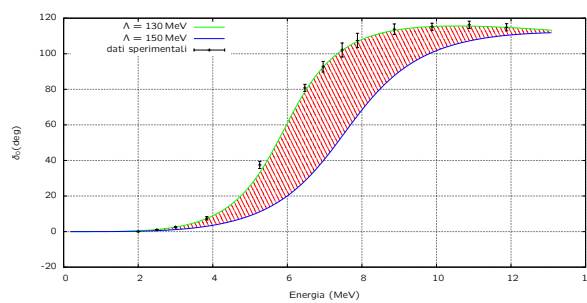
Osservazioni

- Si studia la teoria con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si cerca la costante del LO per descrivere la risonanza del ^8Be

Sfasamenti onde S



Sfasamenti onde D



Si introduce la grandezza

$$\Delta B = \frac{|\delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 150 \text{ MeV}) - \delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 130 \text{ MeV})|}{\delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 140 \text{ MeV})}$$

$$\Delta B_0^{\text{LO}} \approx 0.12$$

$$\Delta B_2^{\text{LO}} \approx 0.74$$

Il LO ha un'incertezza teorica maggiore per le predizioni degli sfasamenti in onda D

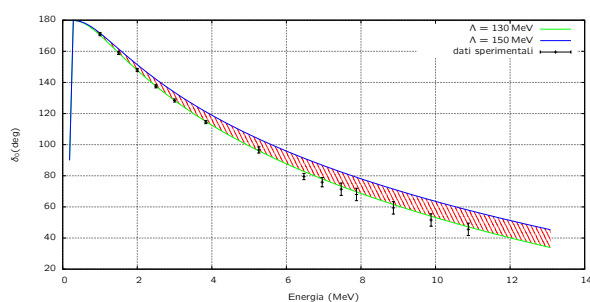
Analisi dei risultati

LO

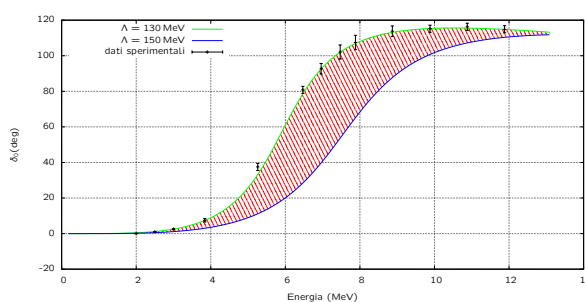
Osservazioni

- Si studia la teoria con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si cerca la costante del LO per descrivere la risonanza del ^8Be

Sfasamenti onde S



Sfasamenti onde D



Si introduce la grandezza

$$\Delta B = \frac{|\delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 150 \text{ MeV}) - \delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 130 \text{ MeV})|}{\delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 140 \text{ MeV})}$$

$$\Delta B_0^{\text{LO}} \approx 0.12$$

$$\Delta B_2^{\text{LO}} \approx 0.74$$

Il LO ha un'incertezza teorica maggiore per le predizioni degli sfasamenti in onda D

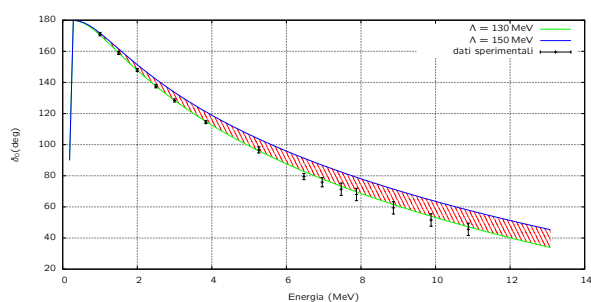
Analisi dei risultati

LO

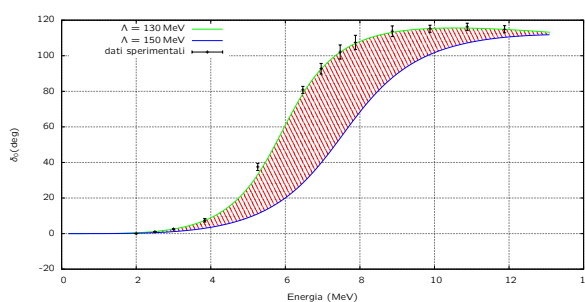
Osservazioni

- Si studia la teoria con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si cerca la costante del LO per descrivere la risonanza del ^8Be

Sfasamenti onde S



Sfasamenti onde D



Si introduce la grandezza

$$\Delta B = \frac{|\delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 150 \text{ MeV}) - \delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 130 \text{ MeV})|}{\delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 140 \text{ MeV})}$$

$$\Delta B_0^{\text{LO}} \approx 0.12$$

$$\Delta B_2^{\text{LO}} \approx 0.74$$

Il LO ha un'incertezza teorica maggiore per le predizioni degli sfasamenti in onda D

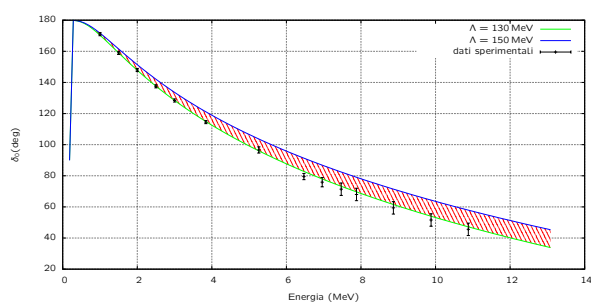
Analisi dei risultati

LO

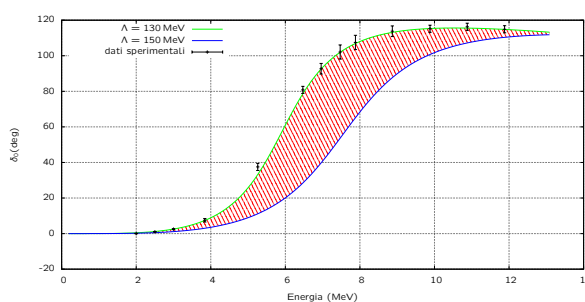
Osservazioni

- Si studia la teoria con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si cerca la costante del LO per descrivere la risonanza del ^8Be

Sfasamenti onde S



Sfasamenti onde D



Si introduce la grandezza

$$\Delta B = \frac{|\delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 150 \text{ MeV}) - \delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 130 \text{ MeV})|}{\delta(E = 7 \text{ MeV}, \Lambda = 140 \text{ MeV})}$$

$$\Delta B_0^{\text{LO}} \approx 0.12$$

$$\Delta B_2^{\text{LO}} \approx 0.74$$

Il LO ha un'incertezza teorica maggiore per le predizioni degli sfasamenti in onda D

Analisi dei risultati

NLO

Osservazioni

Si dispone di due costanti di accoppiamento

- Si indaga la teoria con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si cerca la costante del LO per descrivere la risonanza del ^8Be
- Si cerca la costante del NLO mediante un fit sui dati di bassa energia

Analisi dei risultati

NLO

Osservazioni

Si dispone di due costanti di accoppiamento

- Si indaga la teoria con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si cerca la costante del LO per descrivere la risonanza del ^8Be
- Si cerca la costante del NLO mediante un fit sui dati di bassa energia

Analisi dei risultati

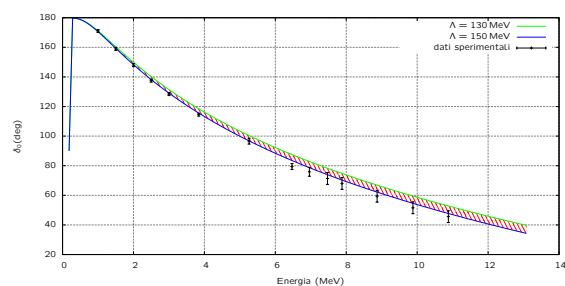
NLO

Osservazioni

Si dispone di due costanti di accoppiamento

- Si indaga la teoria con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si cerca la costante del LO per descrivere la risonanza del ^8Be
- Si cerca la costante del NLO mediante un fit sui dati di bassa energia

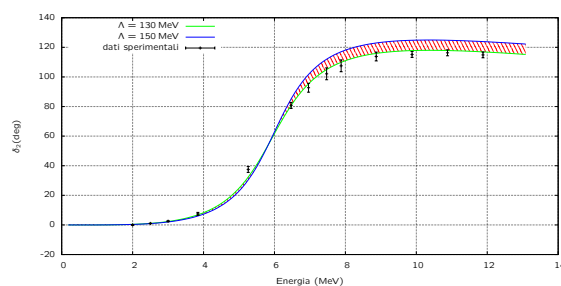
Sfasamenti onde S



$$\Delta B_0^{\text{LO}} \approx 0.03$$

4 volte minore del LO

Sfasamenti onde D



$$\Delta B_2^{\text{LO}} \approx 0.08$$

9 volte minore del LO

Analisi dei risultati

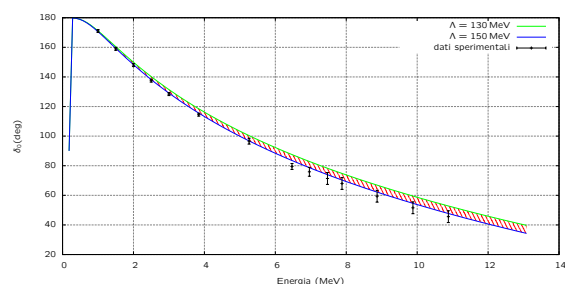
NLO

Osservazioni

Si dispone di due costanti di accoppiamento

- Si indaga la teoria con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si cerca la costante del LO per descrivere la risonanza del ^8Be
- Si cerca la costante del NLO mediante un fit sui dati di bassa energia

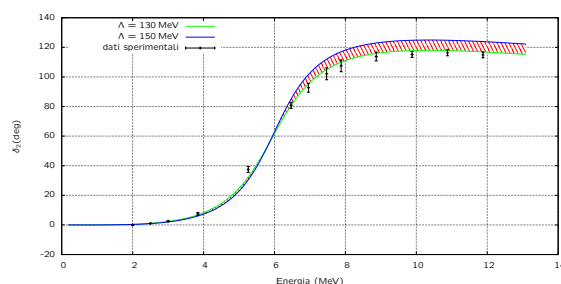
Sfasamenti onde S



$$\Delta B_0^{\text{LO}} \approx 0.03$$

4 volte minore del LO

Sfasamenti onde D



$$\Delta B_2^{\text{LO}} \approx 0.08$$

9 volte minore del LO

« Il NLO è più soddisfacente per la descrizione degli sfasamenti in onda D rispetto al LO

Analisi dei risultati

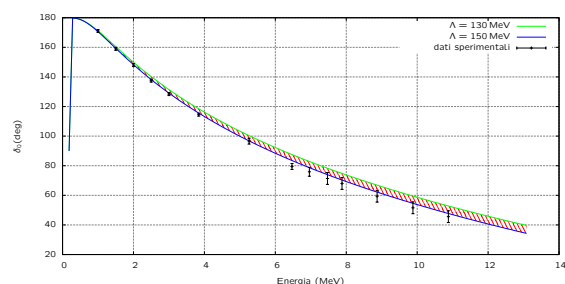
NLO

Osservazioni

Si dispone di due costanti di accoppiamento

- Si indaga la teoria con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si cerca la costante del LO per descrivere la risonanza del ^8Be
- Si cerca la costante del NLO mediante un fit sui dati di bassa energia

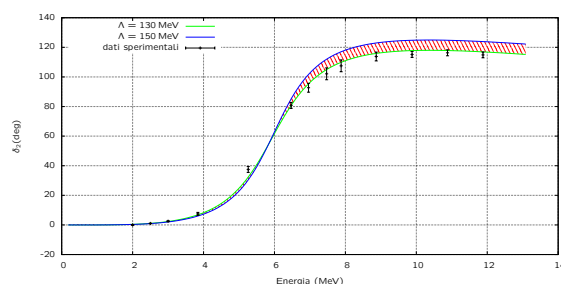
Sfasamenti onde S



$$\Delta B_0^{\text{LO}} \approx 0.03$$

4 volte minore del LO

Sfasamenti onde D



$$\Delta B_2^{\text{LO}} \approx 0.08$$

9 volte minore del LO

- Il NLO è più soddisfacente per la descrizione degli sfasamenti in onda D rispetto al LO
- Teoria con cutoff di 130 MeV fornisce le previsioni migliori

Analisi dei risultati

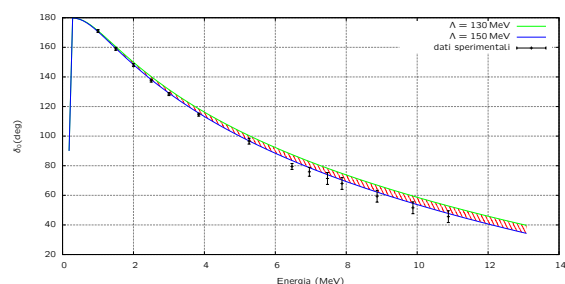
NLO

Osservazioni

Si dispone di due costanti di accoppiamento

- Si indaga la teoria con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si cerca la costante del LO per descrivere la risonanza del ^8Be
- Si cerca la costante del NLO mediante un fit sui dati di bassa energia

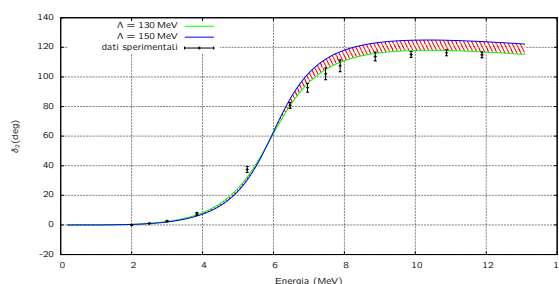
Sfasamenti onde S



$$\Delta B_0^{\text{LO}} \approx 0.03$$

4 volte minore del LO

Sfasamenti onde D



$$\Delta B_2^{\text{LO}} \approx 0.08$$

9 volte minore del LO

- Il NLO è più soddisfacente per la descrizione degli sfasamenti in onda D rispetto al LO
- Teoria con cutoff di 130 MeV fornisce le predizioni migliori

Analisi dei risultati

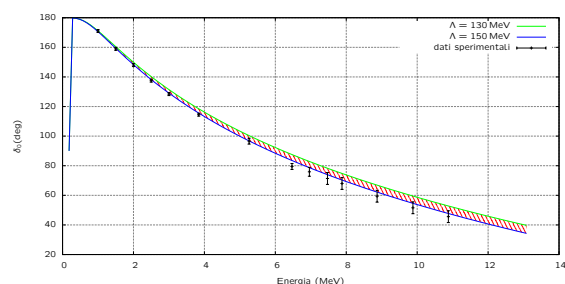
NLO

Osservazioni

Si dispone di due costanti di accoppiamento

- Si indaga la teoria con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si cerca la costante del LO per descrivere la risonanza del ^8Be
- Si cerca la costante del NLO mediante un fit sui dati di bassa energia

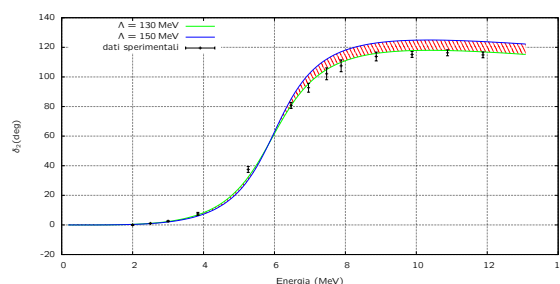
Sfasamenti onde S



$$\Delta B_0^{\text{LO}} \approx 0.03$$

4 volte minore del LO

Sfasamenti onde D



$$\Delta B_2^{\text{LO}} \approx 0.08$$

9 volte minore del LO

- Il NLO è più soddisfacente per la descrizione degli sfasamenti in onda D rispetto al LO
- Teoria con cutoff di 130 MeV fornisce le predizioni migliori

Analisi dei risultati

N²LO

Osservazioni preliminari

- Si considera il solo termine centrale che agisce sugli stati con $l \neq 0$
- Si studiano i risultati direttamente con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si dispone di tre costanti di accoppiamento

Si cerca la costante del LO in modo da soddisfare la risonanza del ${}^8\text{Be}$

Analisi dei risultati

N²LO

Osservazioni preliminari

- Si considera il solo termine centrale che agisce sugli stati con $l \neq 0$
- Si studiano i risultati direttamente con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si dispone di tre costanti di accoppiamento
 - ▶ Si cerca la costante del LO in modo da soddisfare la risonanza del ^8Be
 - ▶ Si cercano le restanti mediante un fit sui dati di bassa energia

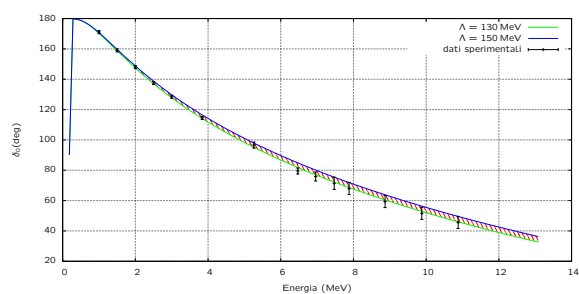
Analisi dei risultati

N²LO

Osservazioni preliminari

- Si considera il solo termine centrale che agisce sugli stati con $l \neq 0$
- Si studiano i risultati direttamente con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si dispone di tre costanti di accoppiamento
 - ▶ Si cerca la costante del LO in modo da soddisfare la risonanza del ^8Be
 - ▶ Si cercano le restanti mediante un fit sui dati di bassa energia

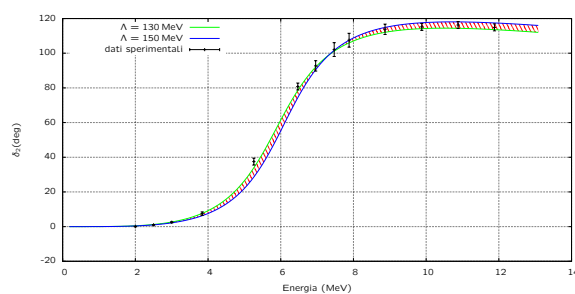
Sfasamenti onde S



$$\Delta B_0^{N^2LO} \approx 0.04$$

confrontabile al NLO

Sfasamenti onde D



$$\Delta B_2^{N^2LO} \approx 0.01$$

4 volte minore del NLO

• Il N²LO non produce alcun miglioramento per le onde S

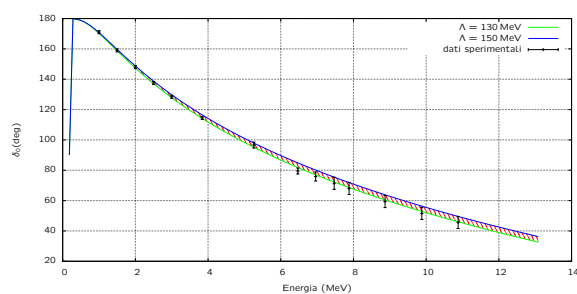
Analisi dei risultati

N²LO

Osservazioni preliminari

- Si considera il solo termine centrale che agisce sugli stati con $l \neq 0$
- Si studiano i risultati direttamente con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si dispone di tre costanti di accoppiamento
 - ▶ Si cerca la costante del LO in modo da soddisfare la risonanza del ^8Be
 - ▶ Si cercano le restanti mediante un fit sui dati di bassa energia

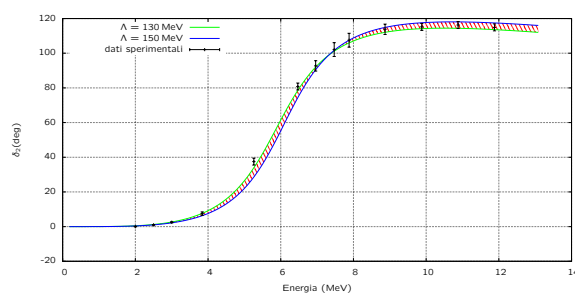
Sfasamenti onde S



$$\Delta B_0^{N^2LO} \approx 0.04$$

confrontabile al NLO

Sfasamenti onde D



$$\Delta B_2^{N^2LO} \approx 0.01$$

4 volte minore del NLO

- Il N²LO non produce alcun miglioramento per le onde S
- Il N²LO produce un miglioramento per le onde D

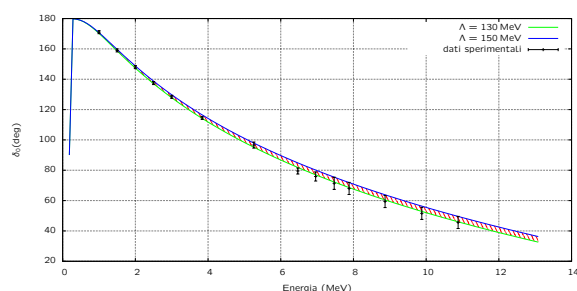
Analisi dei risultati

N²LO

Osservazioni preliminari

- Si considera il solo termine centrale che agisce sugli stati con $l \neq 0$
- Si studiano i risultati direttamente con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si dispone di tre costanti di accoppiamento
 - ▶ Si cerca la costante del LO in modo da soddisfare la risonanza del ^8Be
 - ▶ Si cercano le restanti mediante un fit sui dati di bassa energia

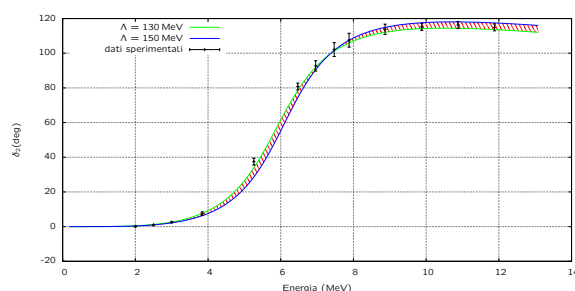
Sfasamenti onde S



$$\Delta B_0^{N^2LO} \approx 0.04$$

confrontabile al NLO

Sfasamenti onde D



$$\Delta B_2^{N^2LO} \approx 0.01$$

4 volte minore del NLO

- Il N²LO non produce alcun miglioramento per le onde S
- Il N²LO produce un miglioramento per le onde D

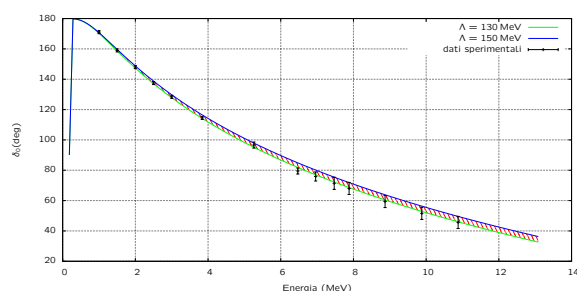
Analisi dei risultati

N²LO

Osservazioni preliminari

- Si considera il solo termine centrale che agisce sugli stati con $l \neq 0$
- Si studiano i risultati direttamente con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV
- Si dispone di tre costanti di accoppiamento
 - ▶ Si cerca la costante del LO in modo da soddisfare la risonanza del ^8Be
 - ▶ Si cercano le restanti mediante un fit sui dati di bassa energia

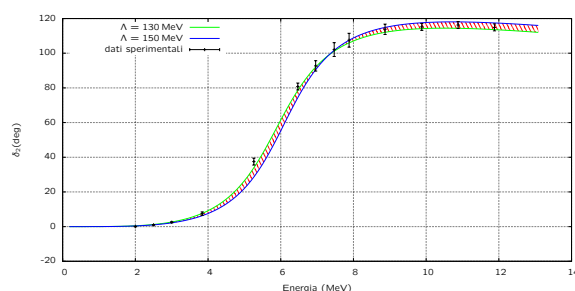
Sfasamenti onde S



$$\Delta B_0^{N^2LO} \approx 0.04$$

confrontabile al NLO

Sfasamenti onde D



$$\Delta B_2^{N^2LO} \approx 0.01$$

4 volte minore del NLO

- Il N²LO non produce alcun miglioramento per le onde S
- Il N²LO produce un miglioramento per le onde D

Analisi dei risultati onde F

Osservazioni preliminari

Si studiano i risultati direttamente con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV

- Le curve seguono l'andamento dei dati sperimentali
- L'incertezza teorica è maggiore rispetto alle previsioni della onda S e D sia per il NLO sia per il N²LO

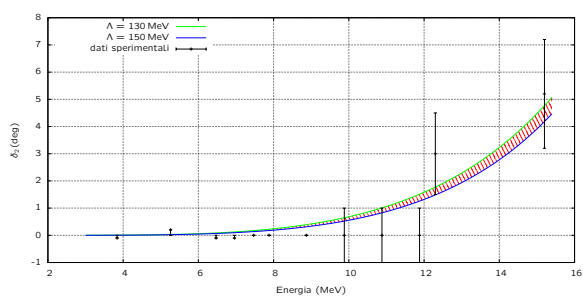
Il potenziale effettivo considerato contiene solo termini centrali

Analisi dei risultati onde F

Osservazioni preliminari

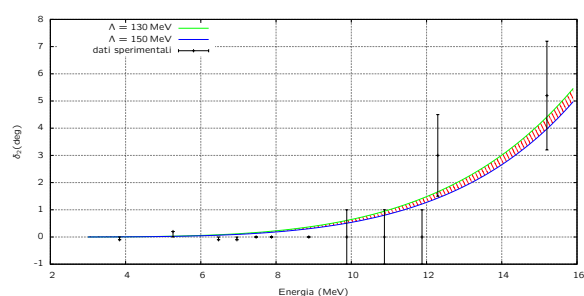
Si studiano i risultati direttamente con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV

Teoria al NLO



$$\Delta B_4^{\text{NLO}} \approx 0.24$$

Teoria al N²LO



$$\Delta B_4^{\text{N}^2\text{LO}} \approx 0.20$$

- Le curve seguono l'andamento dei dati sperimentali
- L'incertezza teorica è maggiore rispetto alle predizioni delle onde S e D sia per il NLO sia per il N²LO

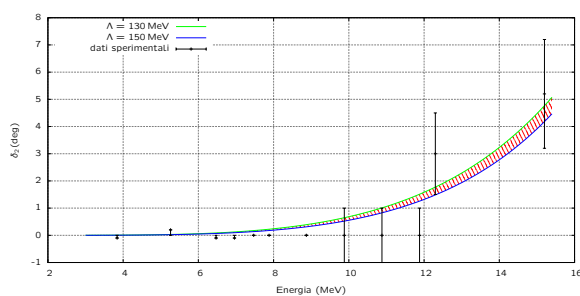
Il potenziale effettivo considerato contiene solo termini centrali

Analisi dei risultati onde F

Osservazioni preliminari

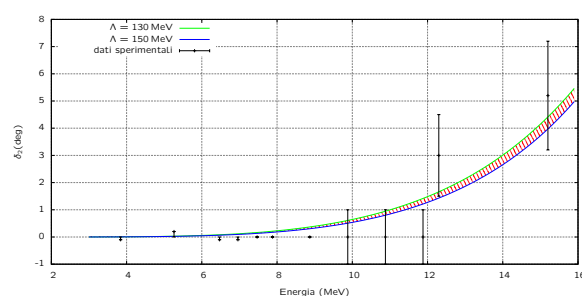
Si studiano i risultati direttamente con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV

Teoria al NLO



$$\Delta B_4^{\text{NLO}} \approx 0.24$$

Teoria al N²LO



$$\Delta B_4^{\text{N}^2\text{LO}} \approx 0.20$$

- Le curve seguono l'andamento dei dati sperimentali
- L'incertezza teorica è maggiore rispetto alle predizioni delle onde S e D sia per il NLO sia per il N²LO

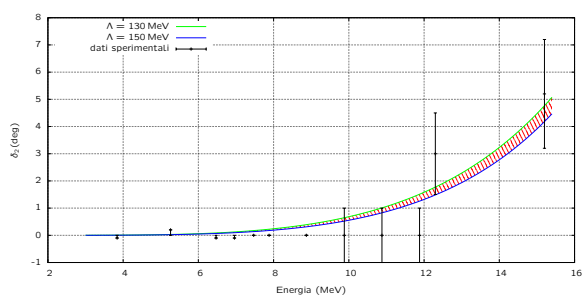
Il potenziale effettivo considerato contiene solo termini centrali

Analisi dei risultati onde F

Osservazioni preliminari

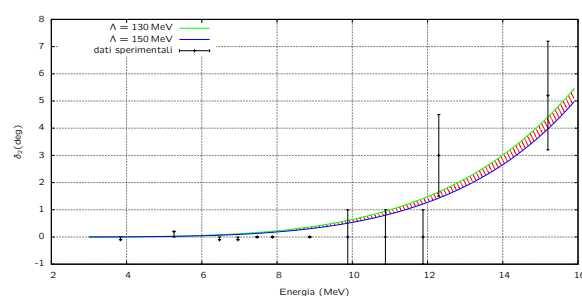
Si studiano i risultati direttamente con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV

Teoria al NLO



$$\Delta B_4^{\text{NLO}} \approx 0.24$$

Teoria al N²LO



$$\Delta B_4^{\text{N}^2\text{LO}} \approx 0.20$$

- Le curve seguono l'andamento dei dati sperimentali
- L'incertezza teorica è maggiore rispetto alle predizioni delle onde S e D sia per il NLO sia per il N²LO

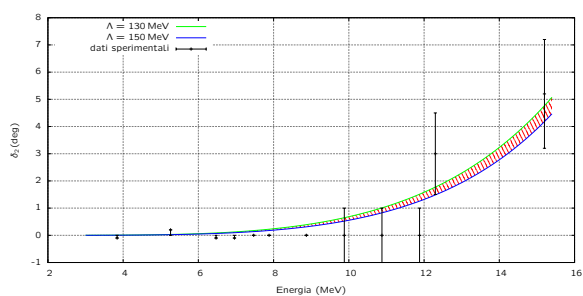
Il potenziale effettivo considerato contiene solo termini centrali

Analisi dei risultati onde F

Osservazioni preliminari

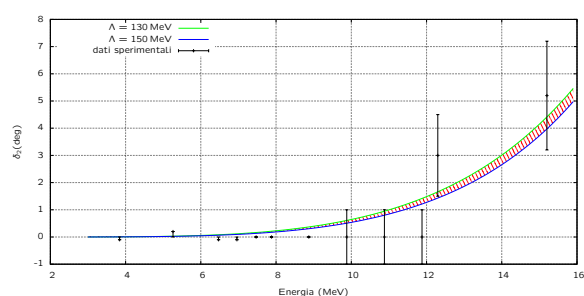
Si studiano i risultati direttamente con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV

Teoria al NLO



$$\Delta B_4^{\text{NLO}} \approx 0.24$$

Teoria al N²LO



$$\Delta B_4^{\text{N}^2\text{LO}} \approx 0.20$$

- Le curve seguono l'andamento dei dati sperimentali
- L'incertezza teorica è maggiore rispetto alle predizioni delle onde S e D sia per il NLO sia per il N²LO

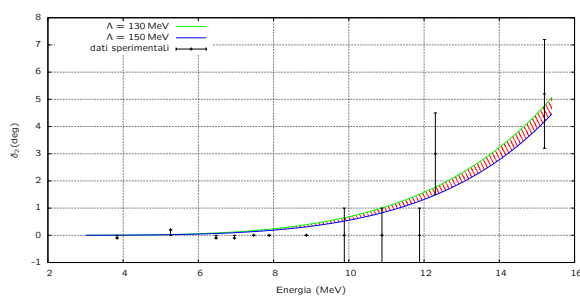
Il potenziale effettivo considerato contiene solo termini centrali

Analisi dei risultati onde F

Osservazioni preliminari

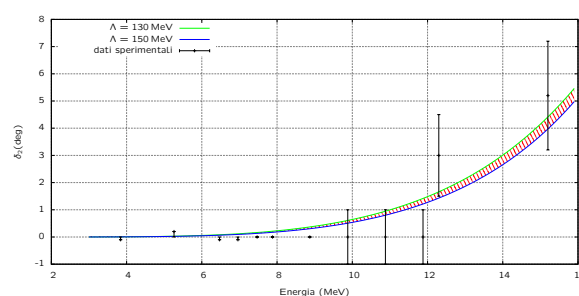
Si studiano i risultati direttamente con cutoff tra 130 MeV e 150 MeV

Teoria al NLO



$$\Delta B_4^{\text{NLO}} \approx 0.24$$

Teoria al N²LO



$$\Delta B_4^{\text{N}^2\text{LO}} \approx 0.20$$

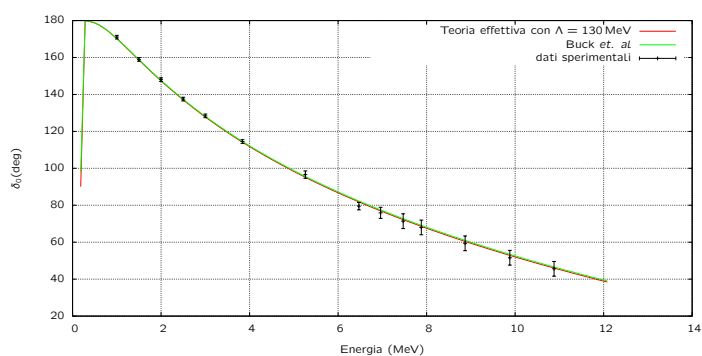
- Le curve seguono l'andamento dei dati sperimentali
- L'incertezza teorica è maggiore rispetto alle predizioni delle onde S e D sia per il NLO sia per il N²LO

Il potenziale effettivo considerato contiene solo termini centrali

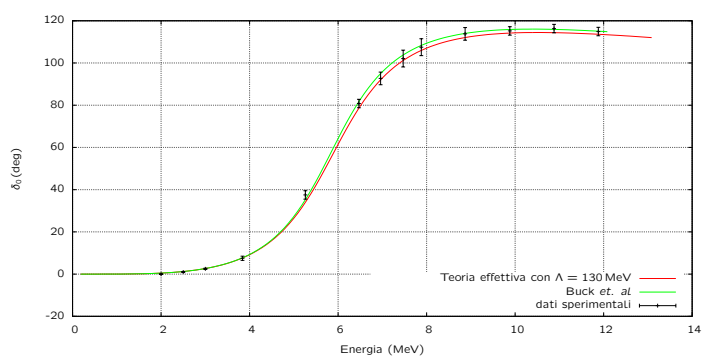
Conclusioni

Confronto con un potenziale fenomenologico

Onde S



Onde D

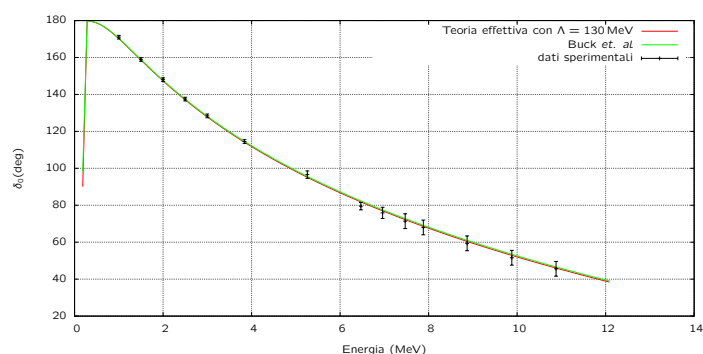


- La teoria effettiva giustifica formalmente l'uso di potenziali gaussiani puramente fenomenologici
- Costruire una teoria effettiva non è equivalente ad una procedura di fit della teoria vera

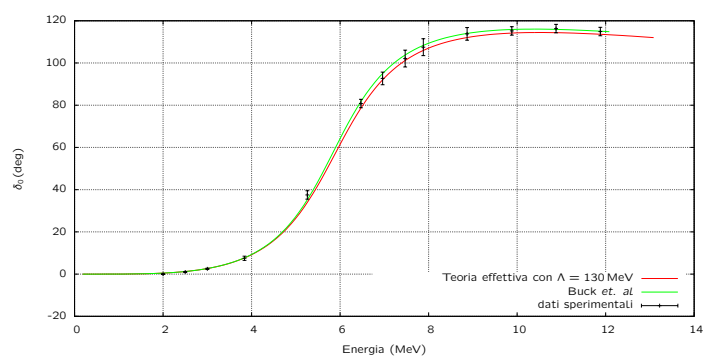
Conclusioni

Confronto con un potenziale fenomenologico

Onde S



Onde D



- La teoria effettiva giustifica formalmente l'uso di potenziali gaussiani puramente fenomenologici
- Costruire una teoria effettiva non è equivalente ad una procedura di fit della teoria vera

Conclusioni

Sviluppi futuri

❶ Inserire nella trattazione termini non centrali

- ▶ Miglioramento delle predizioni per gli sfasamenti in onda S e D
- ▶ Ampliamento della descrizione per un maggior numero di stati: onde F
- ▶ Miglioramento delle predizioni ad energie più alte

❷ Sistema "core" α - α e "halo" N: ${}^9\text{Be}$

❸ Sistema 3- α

❹ Descrizione dello stato di Hoyle nell'ambito di una teoria effettiva di basse energie

Conclusioni

Sviluppi futuri

- 1 Inserire nella trattazione termini non centrali
 - ▶ **Miglioramento delle predizioni per gli sfasamenti in onda S e D**
 - ▶ Ampliamento della descrizione per un maggior numero di stati: onde F
 - ▶ Miglioramento delle predizioni ad energie più alte
- 2 Sistema "core" α - α e "halo" N: ${}^9\text{Be}$
- 3 Sistema 3- α
- 4 Descrizione dello stato di Hoyle nell'ambito di una teoria effettiva di basse energie

Conclusioni

Sviluppi futuri

- 1 Inserire nella trattazione termini non centrali
 - ▶ Miglioramento delle predizioni per gli sfasamenti in onda S e D
 - ▶ **Ampliamento della descrizione per un maggior numero di stati: onde F**
 - ▶ Miglioramento delle predizioni ad energie più alte
- 2 Sistema "core" α - α e "halo" N: ${}^9\text{Be}$
- 3 Sistema 3- α
- 4 Descrizione dello stato di Hoyle nell'ambito di una teoria effettiva di basse energie

Conclusioni

Sviluppi futuri

- ① Inserire nella trattazione termini non centrali
 - ▶ Miglioramento delle predizioni per gli sfasamenti in onda S e D
 - ▶ Ampliamento della descrizione per un maggior numero di stati: onde F
 - ▶ **Miglioramento delle predizioni ad energie più alte**
- ② Sistema “core” α - α e “halo” N: ${}^9\text{Be}$
- ③ Sistema 3- α
- ④ Descrizione dello stato di Hoyle nell’ambito di una teoria effettiva di basse energie

Conclusioni

Sviluppi futuri

- ① Inserire nella trattazione termini non centrali
 - ▶ Miglioramento delle predizioni per gli sfasamenti in onda S e D
 - ▶ Ampliamento della descrizione per un maggior numero di stati: onde F
 - ▶ Miglioramento delle predizioni ad energie più alte
- ② Sistema “core” α - α e “halo” N: ${}^9\text{Be}$
- ③ Sistema 3- α
- ④ Descrizione dello stato di Hoyle nell’ambito di una teoria effettiva di basse energie

Conclusioni

Sviluppi futuri

- ① Inserire nella trattazione termini non centrali
 - ▶ Miglioramento delle predizioni per gli sfasamenti in onda S e D
 - ▶ Ampliamento della descrizione per un maggior numero di stati: onde F
 - ▶ Miglioramento delle predizioni ad energie più alte
- ② Sistema “core” α - α e “halo” N: ${}^9\text{Be}$
- ③ Sistema 3- α
- ④ Descrizione dello stato di Hoyle nell’ambito di una teoria effettiva di basse energie

Conclusioni

Sviluppi futuri

- ① Inserire nella trattazione termini non centrali
 - ▶ Miglioramento delle predizioni per gli sfasamenti in onda S e D
 - ▶ Ampliamento della descrizione per un maggior numero di stati: onde F
 - ▶ Miglioramento delle predizioni ad energie più alte
- ② Sistema “core” α - α e “halo” N: ${}^9\text{Be}$
- ③ Sistema 3- α
- ④ Descrizione dello stato di Hoyle nell’ambito di una teoria effettiva di basse energie