Stelle in spazio-tempo curvo

e il paradosso dell'informazione dei buchi neri

Stefano Storace [1]

Matthew Kleban [1] Albion Lawrence [2] Matthew Roberts [3]

[1]New York University

[2]Brandeis University

[3]University of Chicago

8 Gennaio 2014, Università degli Studi di Genova

1. Contesto e notazione
   - Teoria dei Campi e Relatività Generale
   - Gravità quantistica e principio olografico
2. Il paradosso dell'informazione del buco nero
   - Caso $\Lambda = 0$
   - Caso $\Lambda < 0$
3. Stabilità dello spazio di *AdS* a temperatura finita
   - Analisi perturbativa
   - Analisi non perturbativa: impostazione generale
   - Analisi non perturbativa: termodinamica

Teoria dei Campi

Teoria dei campi (QFT) $\rightarrow$ Fisica delle particelle elementari

- Quantità dinamiche fondamentali $\rightarrow$ Campi
- Località + simmetrie $\rightarrow$ equazioni del moto
- Quantizzazione canonica: Campi $\rightarrow$ Operatori
- Particelle fondamentali: Eccitazioni quantistiche dei campi
- Divergenze e rinormalizzazione

La teoria dei campi è intrinsecamente quantistica

Relatività Generale

Relatività generale $\rightarrow$ Gravità

- Quantità dinamiche fondamentali $\rightarrow$ Tensore metrico e Tensore energia-impulso
- Distribuzione di materia nello spazio-tempo e curvatura dello spazio-tempo $\rightarrow$ equazioni del moto
- Le osservabili SONO le quantità dinamiche fondamentali
- Quantizzazione canonica: possibile ma complicata
- Le divergenze non sono riassorbibili

Le relatività generale è intrinsecamente classica

Fondamenti di Relatività Generale

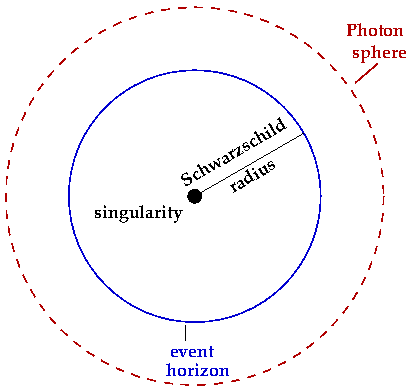
Einstein (1916): Gravità $\leftrightarrow$ geometria dello spazio-tempo

- Tensore metrico: $ds^2 = g_{ab}(x)dx^a dx^b$ $(a, b = 0...D-1)$
- Equazioni di Einstein: $G_{ab} + \Lambda g_{ab} = 8\pi G_N T_{ab}$
- $\Lambda > 0 \rightarrow$ spazio di de Sitter (dS)
- $\Lambda = 0 \rightarrow$ spazio di Minkowski
- $\Lambda < 0 \rightarrow$ spazio di Anti-de Sitter (AdS)

In questo progetto $\Lambda < 0$ (spazio curvo). Perchè?

Termodinamica dei buchi neri e gravità quantistica

- Buco nero:
  - Singolarità dello spazio-tempo
  - Oggetto classico



- I buchi neri sono anche oggetti termodinamici:
  - $S \propto A_{orizzonte}$ (Bekenstein, 1973)
  - Radiazione di Hawking: $T = \frac{M^2_{Planck}}{M}$ (Hawking, 1974)
- $S = \ln N \Rightarrow$ descrizione microscopica

Il principio olografico

- Maldacena (1996): Gravità con $\Lambda < 0 \rightarrow$ QFT conforme (CFT) definita sul bordo

- Risultati in CFT possono essere tradotti in gravità in *AdS* e viceversa
- Il principio olografico (*AdS*/*CFT*) è un terreno di prova per fare gravità quantistica

Il paradosso dell'informazione per $\Lambda = 0$ (1975)

I buchi neri con $\Lambda = 0$ evaporano emettendo radiazione di Hawking:

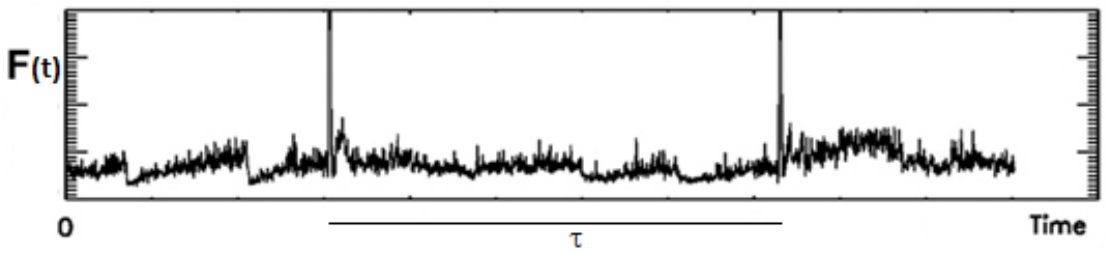
- La radiazione di Hawking è radiazione di corpo nero
- La radiazione di corpo nero non contiene informazione sullo stato iniziale che ha formato il buco nero
- L'evaporazione del buco nero trasforma diversi stati iniziali (anche puri) nello stesso stato finale (misto)

$\Rightarrow$ Se un buco nero può essere interpretato quantisticamente, il principio di unitarietà è violato
Vie d'uscita:

- Il risultato di Hawking è solo un'approssimazione
- Dimensioni extra
- Abbandonare l'unitarietà

Ricorrenze di Poincaré

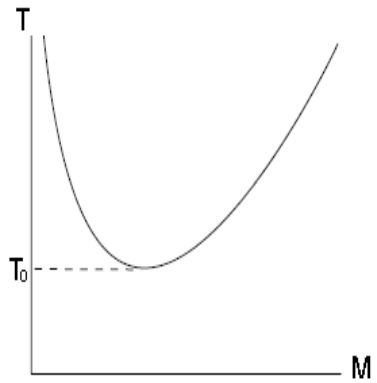
- QFT a temperatura finita tornano periodicamente vicine allo stato iniziale
- Semiperiodicità delle funzioni di correlazione:
  - $|< O(t)O(0) >|^2 \equiv F(t)$ quasi periodica



  - Picchi $\rightarrow$ ricorrenze di Poincarè
  - Periodo $\tau \sim e^{e^S}$
  - $\lim_{T\to\infty} \frac{\int_0^T f(t)dt}{T} \sim e^{-S}$

Il paradosso dell'informazione per $\Lambda < 0$ (2001)

- Nel caso $\Lambda < 0 \rightarrow$ due possibili tipi di buco nero (Hawking e Page, 1983):
  - buchi neri "piccoli" $\rightarrow$ instabili verso la formazione di
  - buchi neri "grandi" $\rightarrow$ stabili (buchi neri *eterni*)



- I buchi neri stabili non evaporano. Niente paradosso?
- Sì - più sottile e nel contesto *AdS*/*CFT*

Il paradosso dell'informazione per $\Lambda < 0$ (2001)

- CFT a temperatura finita $T \rightarrow$ buco nero eterno in *AdS* a temperatura T
- Buco nero $\leftrightarrow$ orizzonte degli eventi $\rightarrow$ $|< O(t)O(0) >|^2 \sim e^{-\omega t} \rightarrow$ informazione persa
- Violazione del principio olografico?

- Se stabile, *AdS* a temperatura T (Stelle in *AdS*) riprodurrebbe il comportamento a lungo termine (Maldacena)

Stabilità dello spazio di *AdS*: analisi perturbativa

Argomento perturbativo:

- Limite di Breitenlohner-Freedman (BF) per una massa tachionica per avere stabilità in *AdS* (1982): $m^2 \geq -\frac{D^2}{4L^2}$
- A temperatura elevata $\rightarrow$ spazio curvo $\sim$ piatto
- Spazio piatto $\rightarrow \delta m^2(g_{00}) \sim -\kappa^2 \cdot T^D$ (Gross et al., 1982)

$\Rightarrow$ Stabilità a temperature $T^D \leq \frac{1}{\kappa_D^2 L^2}$

Serve comunque un'analisi non perturbativa approfondita!

Stelle in *AdS*: impostazione generale

Stelle in spazio di AdS_D ($D = d + 1$):

- Materia: Temperature alte $\rightarrow$ $T^{ab} = (\rho + p)u^a u^b + p g^{ab}$, $u_a u^a = -1$
- Simmetria sferica: $\rho = \rho(r)$, $p = p(r)$, $u_a = (u_0(r), \overrightarrow{0})$
- Equazione di stato: $p = p(\rho)$, lineare $\rightarrow$ $p = w\rho$
- Ansätz con simmetria sferica: $ds^2 = -f(r)e^{-\chi(r)}dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\Omega_{d-1}$
- da paragonare con *AdS* vuoto: $ds^2 = -\frac{r^2}{L^2}dt^2 + \frac{L^2}{r^2}dr^2 + r^2 d\Omega_{d-1}$

Stelle in *AdS*: impostazione generale

Stelle in spazio di AdS_D $(D = d + 1)$:

- Equazioni di Einstein: $R_{ab} - g_{ab}\frac{R}{2} - \frac{d(d-1)}{2L^2}g_{ab} = \kappa^2 T_{ab}$
- Equazione di continuità: $\nabla^a T_{ab} = 0$

$\Rightarrow$ Equazioni del moto:

- $f p_{,\rho}\rho' + (\rho + p)\left(\frac{dr}{2L^2} + \frac{\kappa^2 r}{d-1}p + \frac{(d-2)(1-f)}{2r}\right) = 0$
- $f' + \frac{2-d}{r} - \frac{dr}{L^2} + \frac{(d-2)f}{r} + \frac{2\kappa^2 r}{d-1}\rho = 0$
- $\chi' + \frac{2\kappa^2 r}{(d-1)f}(\rho + p) = 0$
- Famiglia di geometrie a un parametro $\rho_0 \equiv \rho(r = 0)$

Stelle in *AdS*: termodinamica

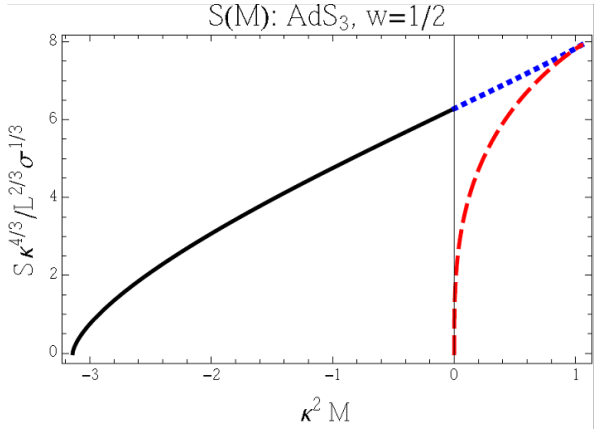
Definizione di quantità termodinamiche in relatività generale:

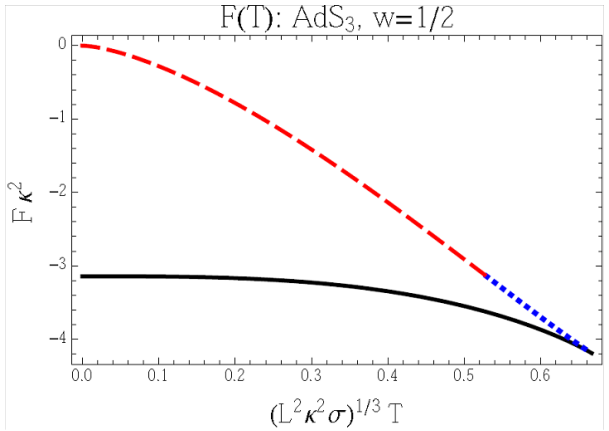
- Energia $\rightarrow$ Massa ADM:
  $E \equiv M_{ADM} = \frac{1}{2\kappa^2} \int_{S_\infty} (g_{ij,j} - g_{jj,i}) dn^i$
- Temperatura $\rightarrow$ Legge di Stefan-Boltzmann generalizzata:
  $T = (\mu/\sigma)^{\frac{w}{1+w}}/L$ (equazione di stato lineare)
- Entropia $\rightarrow$ Integrale della densità di entropia:
  $s = \frac{p(\rho)+\rho}{T_{loc}} = (1+w)\sigma^{\frac{w}{1+w}} \rho^{\frac{1}{1+w}}$
- Energia libera di Helmholtz $\rightarrow F = E - TS$

Definiscono *curve* al variare di ρ_0

Stelle in *AdS*: termodinamica

Esempio: AdS_3





Stessa forma per diagrammi di fase di $D = 4, 5$!

Conclusioni e sviluppi futuri

- Paradosso dell'informazione per $\Lambda < 0 \rightarrow$ studio non perturbativo approfondito della stabilità e delle fasi termodinamiche dello spazio di *AdS* a temperatura finita
- Tecniche standard in relatività generale + integrazione numerica
- Ensemble microcanonico $\rightarrow$ Energia massima
- Ensemble canonico $\rightarrow$ Temperatura massima

$\Rightarrow$ *AdS* a temperatura finita è *instabile* $\Rightarrow$ vita media finita $\Rightarrow$ non può riprodurre il comportamento a lungo termine delle ricorrenze di Poincarè della CFT duale

- La risoluzione del paradosso dell'informazione per $\Lambda < 0$ è un problema ancora aperto $\rightarrow$ Ricerca e studio di altre geometrie duali alla CFT a temperatura finita.

Articolo completo: hep-th/1312.1312

Grazie per l'attenzione!