

Alcuni aspetti del metodo entro un cammino didattico

Nice Terzi
Università di Milano-Bicocca

Il mondo attorno a noi

- Dalla sua misura alle sue dimensioni
- 1D, 2D, 3D
- Esistono altre dimensioni?
- (Multiversi)

Mondo 1D

Misura delle lunghezze, per confronto diretto:
misura madre di tutte le grandezze fisiche

Confronto tra segmenti rettilinei posizionati su una
stessa retta con un estremo comune: maggiore,
minore, uguale

Scelta (arbitraria) di una lunghezza unitaria

Misura della lunghezza dei segmenti: numeri reali

Posizione di ogni punto della retta (mondo 1D)
rispetto ad un'origine O : un numero

Mondo 2D

- Identica procedura per identificare la posizione di ogni punto nel piano:
 - segmenti non paralleli appartenenti al piano; riportiamoli ad una origine comune O ,
 - scelta di due tra essi (meglio se perpendicolari): assi coordinati,
 - proiezione dei punti estremi di ogni segmento sui due assi
 - Scelta del segmento unitario
- La posizione di ogni punto del piano rispetto al sistema di assi scelto è data da due numeri

Spazio 3D

- Stessa procedura che nei casi 1D e 2D, solo che ora
- La posizione di ogni punto dello spazio rispetto ad una terna di assi è data da tre numeri

Spazio 3D

- Stessa procedura che nei casi 1D e 2D, solo che ora
- La posizione di ogni punto dello spazio rispetto ad una terna di assi è data da tre numeri
- Qui finisce? Non ci sono altre dimensioni?
- O in altre parole: bastano tre numeri per definire la posizione di ogni punto dello spazio attorno a noi?

Possibili esempi di sistemi di riferimento in 3D

- Sistema di assi coordinati cartesiani ortogonali

Possibili esempi di sistemi di riferimento in 3D

- Sistema di assi coordinati cartesiani ortogonali
- Sistema di coordinate sferiche

Possibili esempi di sistemi di riferimento in 3D

- Sistema di assi coordinati cartesiani ortogonali
- Sistema di coordinate sferiche
- Latitudine, longitudine, quota (quelli forniti da app su smartphone)

inoltre

- Lo spazio 3D è isotropo e omogeneo

falsificazione

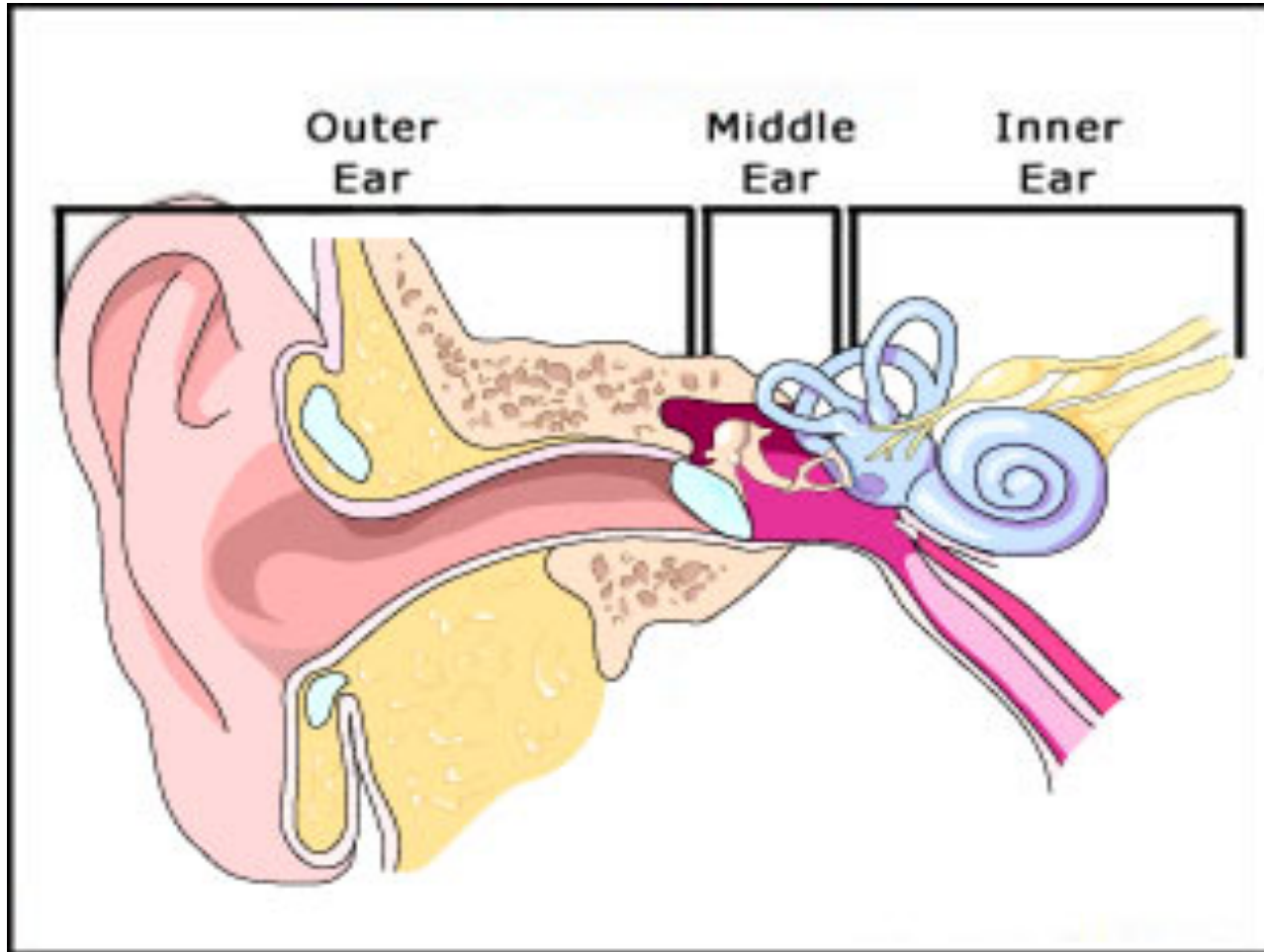
- Ogni paradigma scientifico può essere falsificato
- ma, finora, non quello “viviamo in un mondo a 3D”

falsificazione

- Ogni paradigma scientifico può essere falsificato
- ma, finora, non quello “viviamo in un mondo a 3D”

Falsificazione: detronizzazione di un re

Prova del nove: non troviamo traccia di ulteriori dimensioni
spaziali nei prodotti dell'evoluzione naturale
ANZI: Canali semicircolari dell'orecchio interno



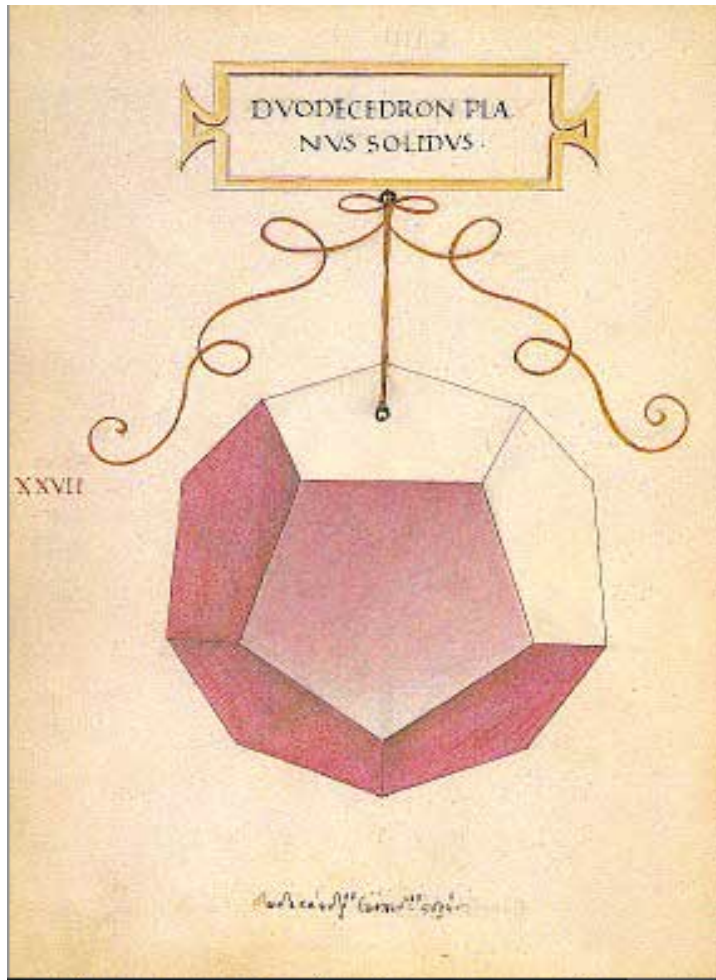
Riempiamo lo spazio con figure geometriche

- 2D: Copertura regolare, completa e senza sovrapposizioni del piano con piastrelle
- Il problema della pavimentazione: solo alcune forme sono permesse
- 3D: cristallografia

La forma e la classificazione dei cristalli

- Gli studi cristallografici hanno mostrato che si riesce a piastrellare lo spazio 3D in modo corretto, senza buchi o sovrapposizioni, solo con “piastrelle” di forma ben stabilita, quella determinata dalla cristallografia: sette sistemi cristallini e 11 reticoli di Bravais.
- Tra questi non ci sono “piastrelle” con asse di rotazione icosaedrico.
- *Icosaedro, figura solida che ha venti superfici; doppia piramide con un asse di rotazione di simmetria multiplo di $2\pi/5 = 72^\circ$*

Il dodecaedro pentagonale di Luca Pacioli



dal libro
De divina proportione

Oltre le tre dimensioni?

I QUASI CRISTALLI

La loro scoperta è una vicenda emblematica di come procede la scienza

- Dati controllati e ricontrollati dagli scopritori, ma nuovi, nel senso di “bizzarri” , “impossibili”, ...
- Traversie per la pubblicazione
- Scetticismo del mondo scientifico a tutti i livelli
- Controllo in altri laboratori
- Conferma e riconoscimento
- Verso un nuovo paradigma



Spettro
originale di
Shechtman di
diffrazione
elettronica
(TEM) relativo
ad una lega di
manganese e
alluminio
(1982)

Discrepanza tra quadro preesistente e nuove evidenze sperimentali

- Le macchie di diffrazione sono nette, indicano quindi una struttura atomica ordinata
- La simmetria icosaedrica non è compatibile con nessuna classe di cristalli. Infatti non si riesce a riempire completamente lo spazio con “mattonelle” icosaedriche. Quindi non c'è ordine.
- Affermazioni che si contraddicono

Come superare la contraddizione? Introducendo nuove dimensioni, oltre alle 3D

5, NUMBER 8

PHYSICAL REVIEW LETTERS

24 FEBRU

Icosahedral Crystals: Where Are the Atoms?

Per Bak

Physics Department, Brookhaven National Laboratory, Upton, New York 11973

(Received 17 December 1985)

The positions of atoms in icosahedral crystals are shown to correspond to arrangements of three-dimensional hypersurfaces in six-dimensional periodic lattices. The six-dimensional space-group symmetry allows for crystals which cannot be formed by space-filling decorated tilings (quasicrystals). Structures with continuously varying “unit cells” are possible. The connection between tilings, projections, cuts, and density-wave descriptions is pointed out.

Le posizioni degli atomi tornano ad essere periodiche in un mondo 6D: il nostro mondo fisico è un taglio 3D di un mondo a 6D

Most textbooks in condensed-matter physics state, without a proof, that crystalline ordering is associated with regular three-dimensional translationally invariant Bravais lattices; as a consequence of this assumption, fivefold rotation symmetries are not permitted in conventional crystallography. The exciting electron-diffraction experiment by Shechtman *et al.*¹ on an alloy of manganese and aluminum showing a diffraction pattern with icosahedral symmetry (including fivefold axes) therefore ignited an unprecedented controversy in the world of crystallographers.² Soon after the

Esempio di cosa ciò significa in due dimensioni,
di cui solo una corrisponde allo spazio fisico 1D

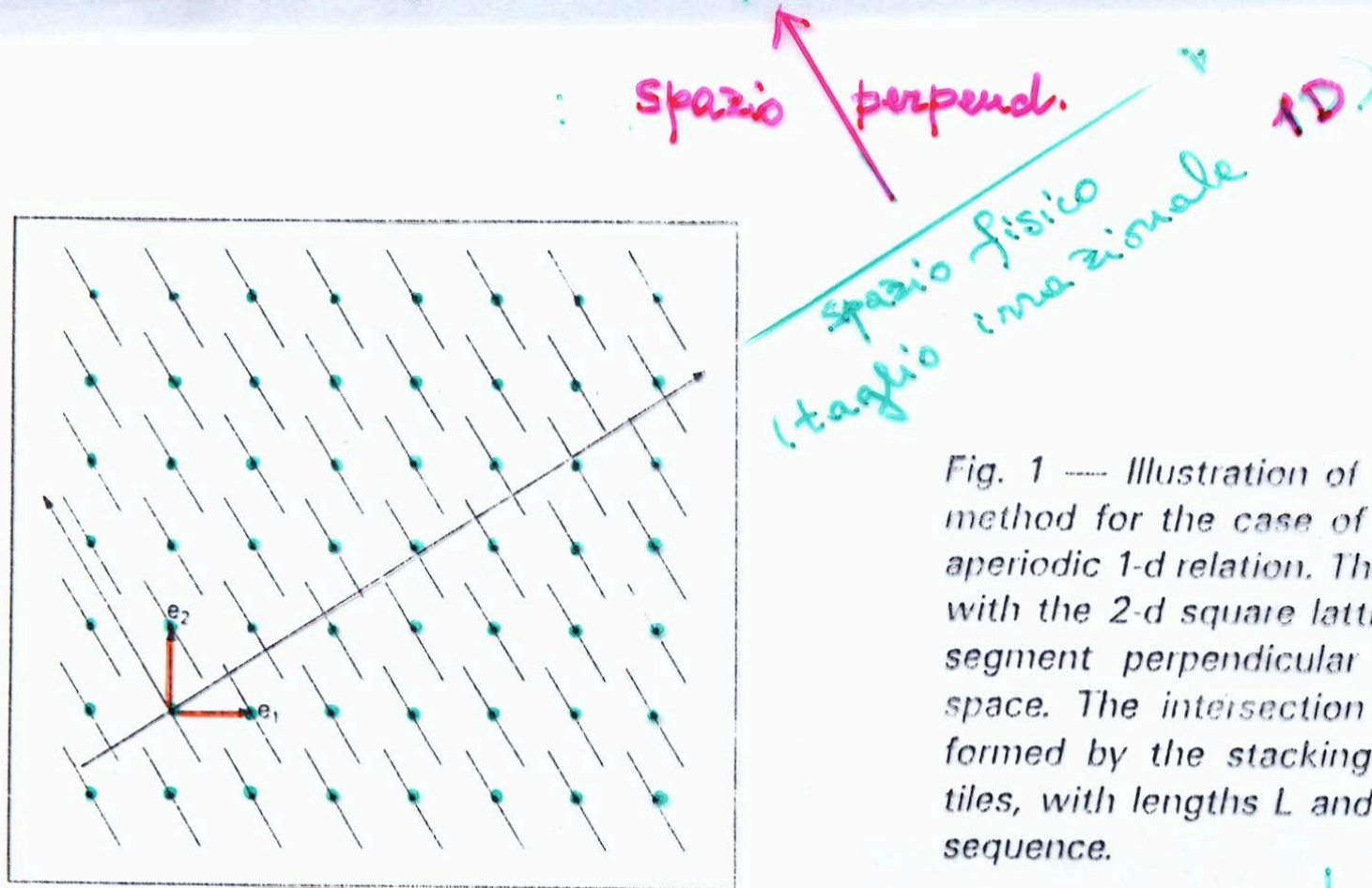
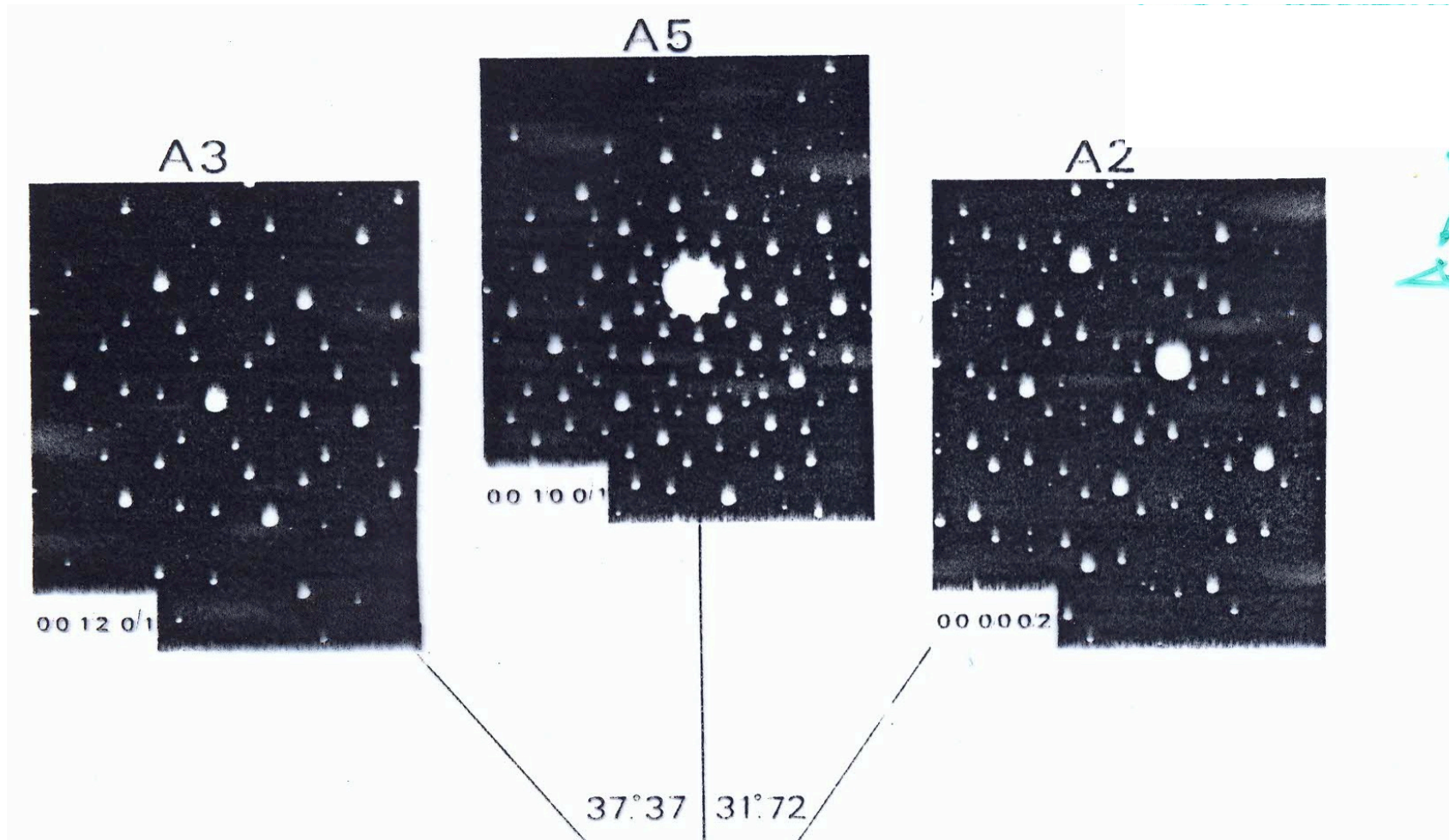


Fig. 1 — Illustration of the cut-projection method for the case of a periodic 2-d — aperiodic 1-d relation. The basis associated with the 2-d square lattice is a single line segment perpendicular to the real 1-d space. The intersection is a quasicrystal formed by the stacking of two different tiles, with lengths L and S , in a Fibonacci sequence.

La successione di spazi lunghi A e spazi corti B segue la serie di Fibonacci

- La sequenza di A e B si ottiene con la seguente regola: data una sequenza, quella successiva si ottiene sostituendo ad ogni A la coppia AB e ad ogni B la lettera A.
- Per esempio, partendo dal germe di crescita AB: $AB \rightarrow ABA \rightarrow ABAAB \rightarrow ABAABABA \dots$
- Il risultato è una sequenza assolutamente deterministica e perfettamente ordinata di segmenti A e B senza nessuna indicazione di periodicità.

Quasi Cristalli in 3D



Caratteristiche dei quasi cristalli

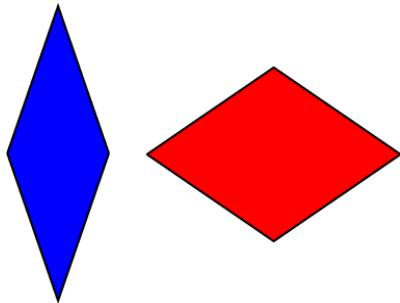
- Nei dieci anni successivi alla pubblicazione del lavoro di Shechtman sono stati pubblicati piu' di 7000 articoli e 40 libri sull'argomento.
- I quasi cristalli sono ormai una larga famiglia, con centinaia di componenti, tra cui alcune meteoriti
- Sono cattivi conduttori, anche se composti con alte percentuali di Alluminio
- Sono materiali duri, resistenti alla corrosione, superplastici, con superfici a basso attrito e ridotto bagnamento. Ottimi per ricoprire pentole.

Il nostro spazio è un taglio tridimensionale di uno spazio fisico, regolare e periodico in 6 dimensioni?

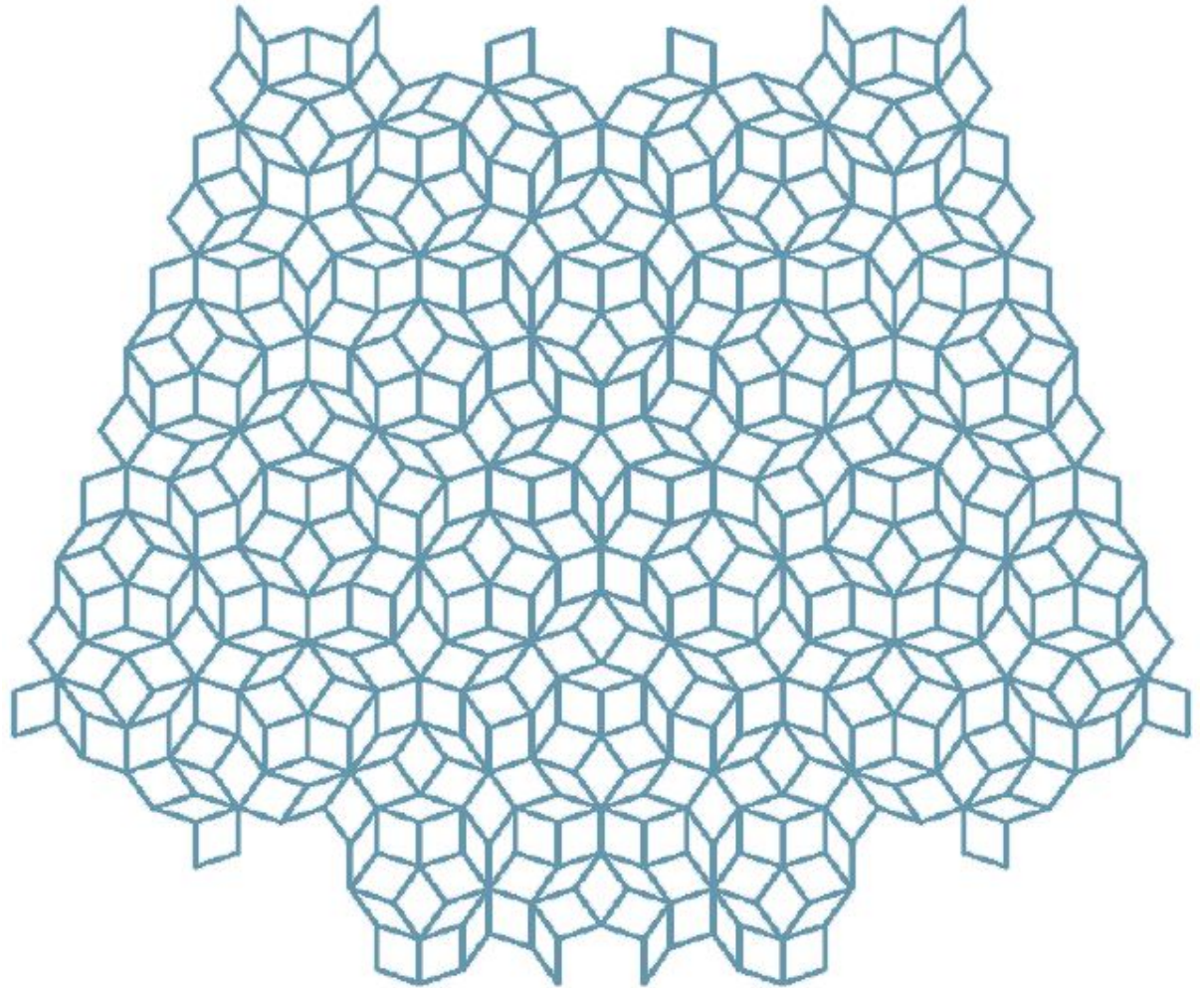
- No. L'ordine in 6D è matematico non fisico
- Non sono i quasi cristalli che suggeriscono dove cercare altre dimensioni spaziali oltre alle 3D. Comunque mettono in luce un interessante aspetto matematico: la regolarità non coincide con la periodicità
- I cristalli mostrano un ordine a lunga e a corta distanza, mentre i quasi cristalli mostrano ordine solo a lunga distanza
- Serie di Fibonacci (1D)
- Piastrelle di Penrose (2D)

Penrose tiles and
patterns

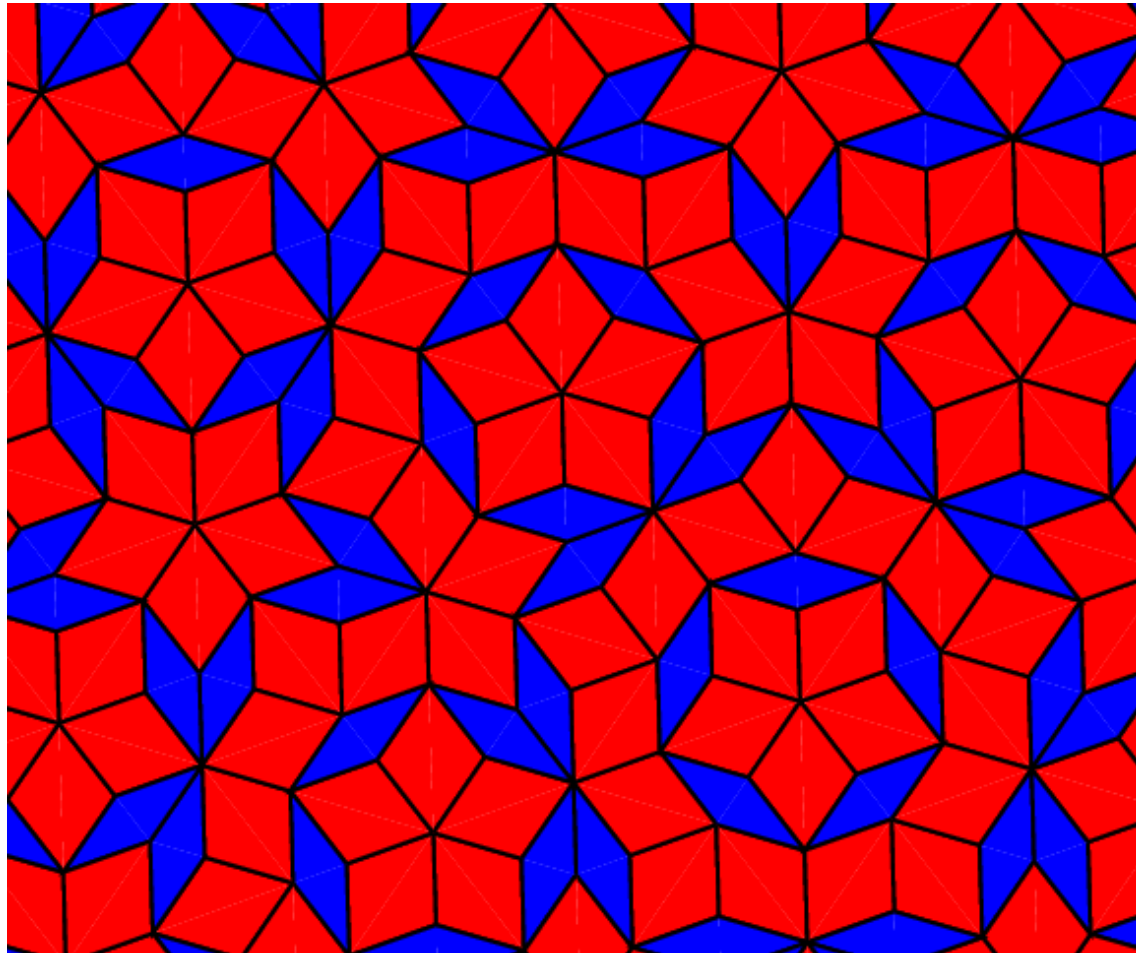
Pavimentazione e
piastrelle proposte
nel 1974 dal
matematico sir
Roger Penrose



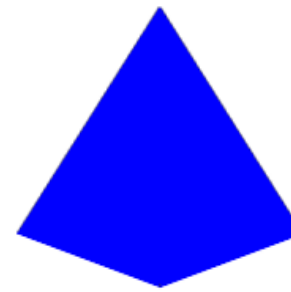
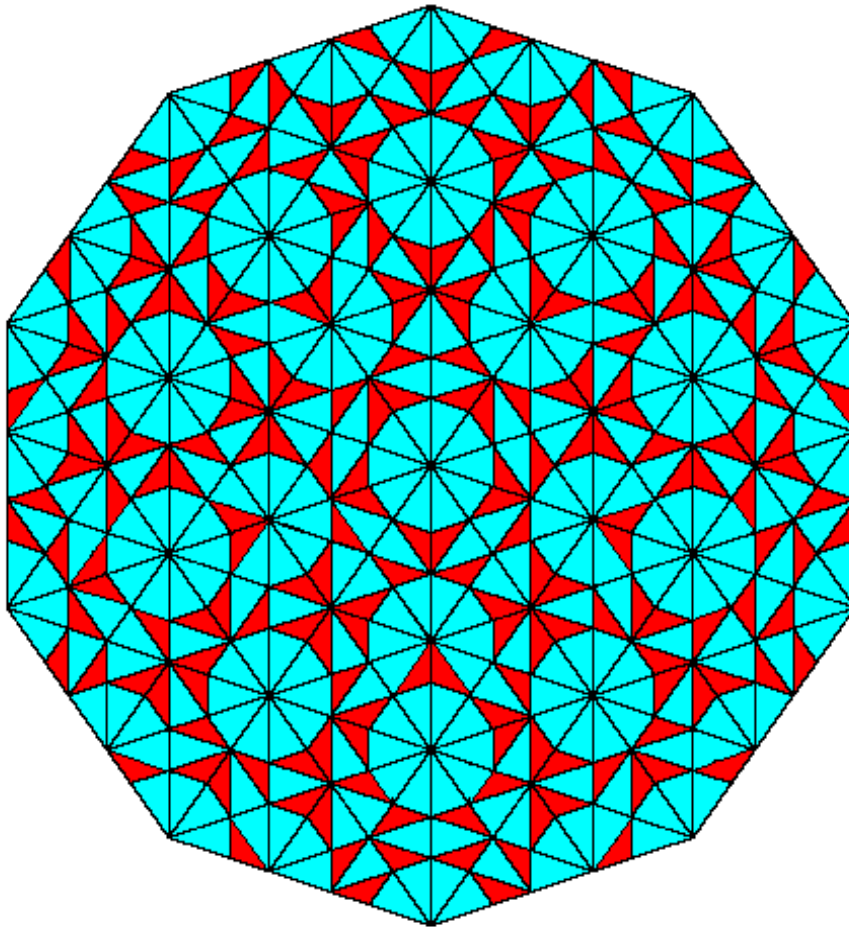
Quasi Cristalli in 2D



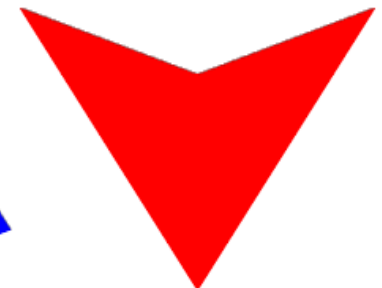
2D. Risultato a colori



2D. Pavimentazione con altro tipo di piastrelle

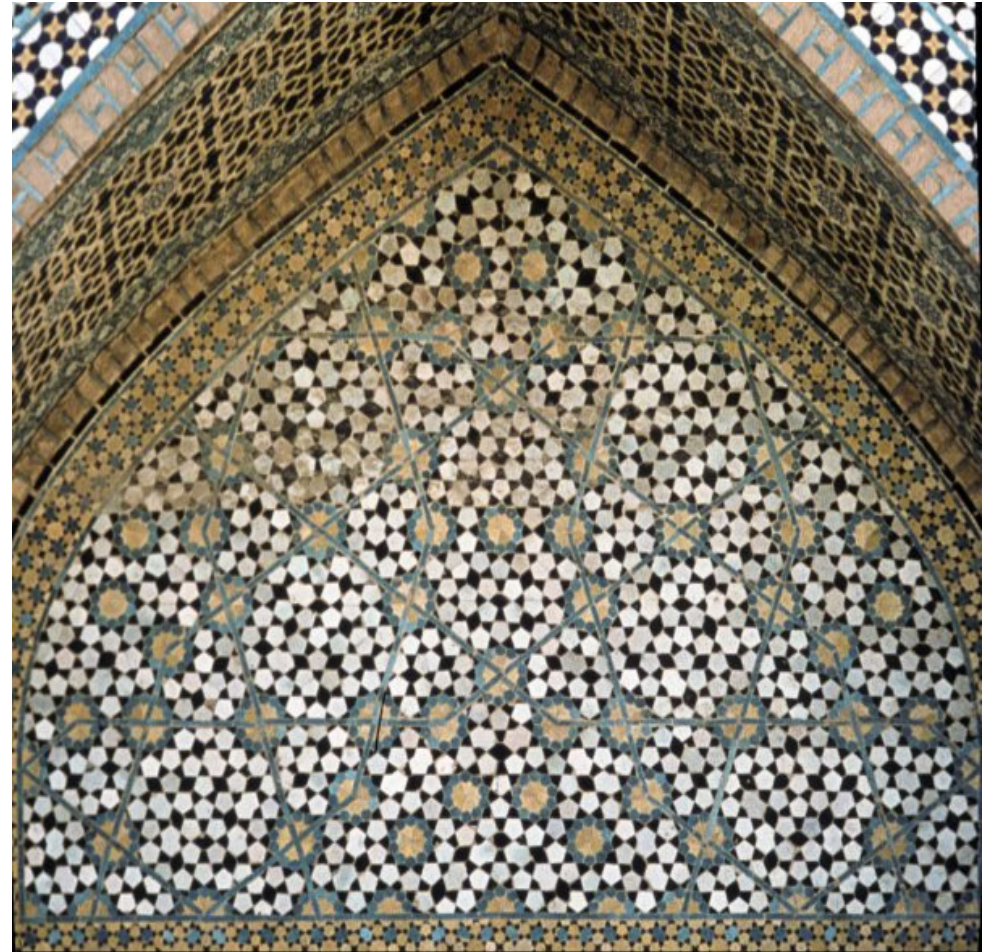


Kite



Dart

Simmetria icosaedrica nell'arte islamica



Pavimentazione industriale

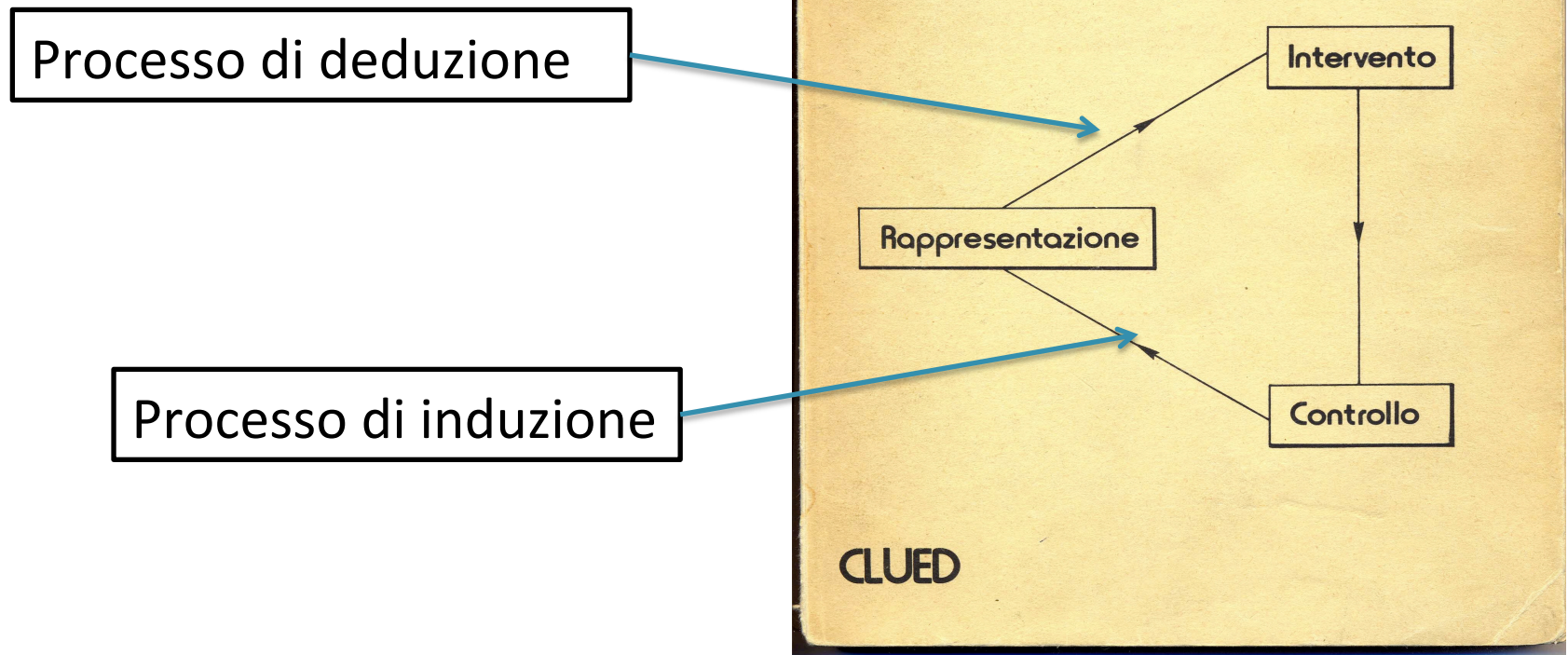


conclusioni

- abbiamo preso in esame un concetto base della scienza, il concetto di spazio,
- e abbiamo costruito un percorso proponibile anche a studenti all'inizio del loro curriculum scolastico
- Nel percorso proposto non si è fatto cenno al metodo scientifico, si sono solo talvolta usati termini tipici di esso, quali: paradigma, cambiamento di paradigma e falsificazione.
- Tuttavia il percorso di metodo può essere reso esplicito a posteriori, inquadrandolo nel classico **ciclo epistemologico**, composto da
 - **tre fasi:** **rappresentazione, intervento e controllo**
 - **due operazioni logiche:** **deduzione e induzione**

Il ciclo epistemologico

(frontespizio di un mio testo del 1979, ormai fuori catalogo)



Rappresentazione, deduzione, intervento

- La **rappresentazione** è, nel caso trattato, la constatazione che lo spazio in cui viviamo è 3D
- **Deduzione**. La copertura completa delle superfici in 2D si può eseguire utilizzando solo alcune figure piane (tra cui NON c'è il pentagono) e la copertura completa dello spazio 3D è anch'essa limitata ad un numero finito di poliedri tra cui non c'è, ad esempio, il dodecaedro pentagonale.
- **Intervento**. Anche se programmata per altri fini, l'esperienza chiave è stata quella di esaminare con diffrazione elettronica una particolare lega di alluminio e manganese. Risultati sconcertanti: si vedono simmetrie proibite nel mondo 3D.

Controllo, induzione, nuova rappresentazione

- **Controllo.** 1) Esame e riesame della correttezza dei dati ottenuti, incrociandoli anche con quelli fatti fare in altri laboratori. 2) Tentativo (vano) di trovare accordo con il paradigma cristallografico di partenza. 3) Discussione e presa d'atto delle discrepanze.
- **Induzione.** Il processo più complesso di tutto il ciclo; per taluni è un vero salto logico, è quello che identifica la modifica da apportare al paradigma di partenza. Nello specifico:
- **Esistono materiali, i Quasi Cristalli, che formano cristalli periodici in spazi con dimensioni superiori alle 3 del nostro spazio fisico. Nel nostro mondo 3D possiamo ricostruire la loro struttura dagli spettri di diffrazione riconoscendo che essi provengono da tagli 3D di uno spazio a maggiori dimensioni.**