

Prospettive future della ricerca INFN

Teoria delle Superstringhe e Corrispondenza AdS/CFT



Gianluca Grignani

Università degli Studi di Perugia

15 Gennaio 2013

Teoria delle Superstringhe e Corrispondenza AdS/CFT

Quaranta anni di teoria delle stringhe

- 1970 Nambu-Susskind, Nielsen realizzano che il modello duale di Veneziano, per lo spettro di particelle delle interazioni forti, descrive le proprietà di stringhe quantistiche → tachioni!
- 1973 QCD → modello corretto delle interazioni forti.
- 1980 Stringhe quantistiche nello spettro hanno gravitoni: teoria quantistica della gravità. Superstringhe → no tachioni!
- 1984 Green-Schwarz anomaly cancelation: 5 teorie di superstringa consistenti.
- 1995 Polchinski → D-brane → dualità → M-theory, unificazione delle teorie di stringa.
- 1997 Maldacena → Corrispondenza AdS/CFT.
- 2001 Policastro, Son, Starinets → $\frac{\eta}{S} = \frac{1}{4\pi}$.
- 2002 Minahan-Zarembo → Integrabilità della corrispondenza AdS/CFT.
- 2008 ABJM → nuova dualità stringhe/teoria di gauge.

- Per ora non è stata vista alcuna particella **supersimmetrica** a LHC.
- **Nessuna verifica sperimentale.**
- Non falsificabile (**Lee Smolin** “The trouble with physics”, **Peter Voit** “Not even wrong”, **Garret Lisi** “An exceptionally simple theory of everything”, arXiv:0711.0770).
- **String Theory Landscape**: compatteificazioni con molte topologie possibili, orbifolds, orientifolds, flussi → nessuna predizione possibile,

MA

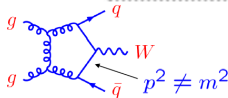
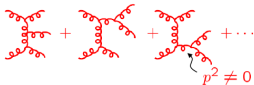
nessuna alternativa in vista!

- **Gravità** \implies è una teoria quantistica consistente della gravità.
- **Divergenze** \implies La teoria delle stringhe regolarizza naturalmente la proliferazione infinita delle divergenze ultraviolette nell'espansione in loop \rightarrow le ampiezze di scattering sono finite nell' ultravioletto.
- **Buchi neri** \implies la teoria delle superstringhe dà una interpretazione microscopica dell' entropia di alcuni buchi neri ($M = Q$).
- **Buchi neri** \implies solves information paradox.
- **Modello standard** \implies include il modello standard delle interazioni fondamentali.
- **Fine del riduzionismo** \implies è la teoria di tutti gli oggetti estesi, Stringhe, Brane, particelle puntiformi, tutti interconnessi da dualità.

- **Prevede** \implies supersimmetria, minimum length e numero di dimensioni dello spazio tempo.
- **Idee** \implies è al centro di una larga frazione di nuove idee in fisica teorica
- **Corrispondenza AdS/CFT** \implies realizzazione esplicita del principio olografico e descrizione di sistemi fortemente accoppiati (anche di materia condensata) \rightarrow calcolo di alcune grandezze fisiche del quark gluon plasma, verificate sperimentalmente!
- **calcolo ampiezze e NLO** \implies Next to Leading Order in QCD, Black-hat project per il calcolo del fondo di QCD @ LHC

Why are Feynman diagrams clumsy for high-loop or multiplicity processes?

- Vertices and propagators involve gauge-dependent off-shell states.
Origin of the complexity.



- To get at root cause of the trouble we must rewrite perturbative quantum field theory.

- **All steps should be in terms of gauge invariant on-shell states. $p^2 = m^2$ On shell formalism.**
- **Radical rewrite of gauge theory needed.**

12

Nella $\mathcal{N} = 4$ Super Yang Mills è stata sviluppata (da Britto, Cachazo, Feng, e Witten (BCFW) con il metodo dei twistori) la procedura per questa riscrittura delle teorie di gauge che ha portato al calcolo di processi Next to Leading Order in QCD.

1. The Large N limit of superconformal field theories and supergravity.

(8767) Juan Martin Maldacena (Harvard U.). Nov 1997. 19 pp.

Published in **Adv.Theor.Math.Phys.** 2 (1998) 231-252

HUTP-98-A097

e-Print: [hep-th/9711200](#) | [PDF](#)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)

[ADS Abstract Service](#); [ATMP Server](#); [Mathematical Reviews](#)

[Detailed record](#) - [Cited by 8767 records](#)

2. A Model of Leptons.

(8233) Steven Weinberg (MIT, LNS). Nov 1967. 3 pp.

Published in **Phys.Rev.Lett.** 19 (1967) 1264-1266

DOI: [10.1103/PhysRevLett.19.1264](#)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)

[ADS Abstract Service](#); [Phys. Rev. Lett. Server](#)

[Detailed record](#) - [Cited by 8233 records](#)

3. CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction.

(7068) Makoto Kobayashi, Toshihide Maskawa (Kyoto U.). Feb 1973. 6 pp.

Published in **Prog.Theor.Phys.** 49 (1973) 652-657

KUNS-242

DOI: [10.1143/PTP.49.652](#)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)

[ADS Abstract Service](#); [Prog.Theor.Phys. Server](#)

[Detailed record](#) - [Cited by 7068 records](#)

perché tutta questa attenzione? perché la QCD dovrebbe avere un duale di stringa (se fosse gentile)

- **Stringa**: oggetto unidimensionale di lunghezza finita che si muove in uno spazio-tempo di dimensione $D \geq 2$ spazzando una superficie bidimensionale detta *world-sheet*.
- Azione di una stringa bosonica

$$S_{bos} = -\frac{1}{4\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{-h} h^{\alpha\beta} g_{\mu\nu} \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu ,$$

dove (τ, σ) e $h^{\alpha\beta}$ sono rispettivamente le coordinate e la metrica di world-sheet; $X^\mu(\tau, \sigma)$ e $g_{\mu\nu}$ sono le coordinate e la metrica dello spazio-tempo D -dimensionale su cui si muove la stringa ($\hbar = c = 1$).

- $\alpha' = (2\pi T)^{-1} = l_s^2$ è la Regge slope e T la tensione di stringa.

Perché superstringhe?

Problemi della teoria di stringa bosonica:

- Presenza di tachioni nello spettro (forse dovuta ad una incorretta identificazione del vuoto).
 - Assenza di fermioni nella teoria \Rightarrow non può descrivere nessun fenomeno reale.
- \Rightarrow È necessario introdurre la **supersimmetria** nella teoria.

Azione di superstringa

L'azione di superstringa risulta essere $S = S_1 + S_2$ con

$$S_1 = -\frac{1}{4\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{-h} h^{\alpha\beta} \Pi_\alpha^\mu \Pi_{\nu\beta}$$

in cui $\Pi_\alpha^\mu = \partial_\alpha X^\mu - \bar{\theta}^A \Gamma^\mu \partial_\alpha \theta^A$

$$S_2 = \frac{1}{\pi} \int d\tau d\sigma \left[-i\epsilon^{\alpha\beta} \partial_\alpha X^\mu (\bar{\theta}^1 \Gamma_\mu \partial_\beta \theta^1 - \bar{\theta}^2 \Gamma_\mu \partial_\beta \theta^2) \right. \\ \left. + \epsilon^{\alpha\beta} \bar{\theta}^1 \Gamma^\mu \partial_\alpha \theta^1 \bar{\theta}^2 \Gamma_\mu \partial_\beta \theta^2 \right]$$

θ^A sono le coordinate fermioniche ($A = 1, 2$), Γ^μ le matrici di Dirac in D dimensioni

⇒ La richiesta che l'azione sia supersimmetrica e che la teoria sia Lorentz invariante impone che lo spazio-tempo abbia dimensione $D = 10$ e che θ sia uno spinore di Majorana-Weyl.

Spettro di superstringa

Quantizzando la teoria di superstringa su uno spazio-tempo piatto possiamo ricavarne lo spettro di massa:

$$M^2 = \frac{2}{\alpha'} \sum_{n=1}^{\infty} n (N_n + \tilde{N}_n)$$

dove $N_n = a_n^\dagger a_n^i + S_n^{a\dagger} S_n^a$ e $\tilde{N}_n = \tilde{a}_n^{i\dagger} \tilde{a}_n^i + \tilde{S}_n^{a\dagger} \tilde{S}_n^a$ sono operatori numero che contengono sia gli oscillatori bosonici che quelli fermionici.

$\Rightarrow M^2 \geq 0 \Rightarrow$ non ci sono tachioni nello spettro

\Rightarrow Nello spettro di stringhe aperte: **campi di gauge, spin 1, massless**,
nello spettro di stringhe chiuse: **gravitoni, spin 2, massless**.

La teoria delle stringhe ammette un doppio sviluppo:

- Lo sviluppo topologico in genera: le stringhe non interagenti spaziano una superficie di genus 0, mentre quando nascono interazioni le superfici diventano di genus più elevato



genus 0



genus 1



genus 2



genus 3

- Lo sviluppo in potenze di α' , attorno alla soluzione classica ($\alpha' \rightarrow 0$)

Modello di 't Hooft

't Hooft considerando teorie di gauge con gruppo di gauge $SU(N)$ nel limite $N \rightarrow \infty$, $g_{YM} \rightarrow 0$, in modo che $\lambda = g_{YM}^2 N$ rimanga costante notò che:

Modello di 't Hooft

't Hooft considerando teorie di gauge con gruppo di gauge $SU(N)$ nel limite $N \rightarrow \infty$, $g_{YM} \rightarrow 0$, in modo che $\lambda = g_{YM}^2 N$ rimanga costante notò che:

- λ è il vero parametro perturbativo della teoria
⇒ λ è detta *“costante di accoppiamento di 't Hooft”*

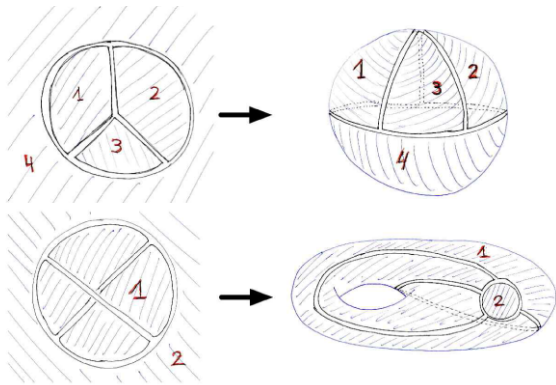
Modello di 't Hooft

't Hooft considerando teorie di gauge con gruppo di gauge $SU(N)$ nel limite $N \rightarrow \infty$, $g_{YM} \rightarrow 0$, in modo che $\lambda = g_{YM}^2 N$ rimanga costante notò che:

- λ è il vero parametro perturbativo della teoria
 $\Rightarrow \lambda$ è detta *“costante di accoppiamento di 't Hooft”*
- per le funzioni di correlazione vale una doppia espansione:
 - ▶ espansione perturbativa in λ
 - ▶ espansione topologica in $1/N^2$, che corrisponde al genus delle superfici su cui i grafici di Feynman possono essere disegnati senza sovrapposizioni

Modello di 't Hooft

't Hooft considerando teorie di gauge con gruppo di gauge $SU(N)$ nel limite $N \rightarrow \infty$, $g_{YM} \rightarrow 0$, in modo che $\lambda = g_{YM}^2 N$ rimanga costante notò che:



Modello di 't Hooft

't Hooft considerando teorie di gauge con gruppo di gauge $SU(N)$ nel limite $N \rightarrow \infty$, $g_{YM} \rightarrow 0$, in modo che $\lambda = g_{YM}^2 N$ rimanga costante notò che:

- λ è il vero parametro perturbativo della teoria
 $\Rightarrow \lambda$ è detta *“costante di accoppiamento di 't Hooft”*
- per le funzioni di correlazione vale una doppia espansione:
 - ▶ espansione perturbativa in λ
 - ▶ espansione topologica in $1/N^2$, che corrisponde al genus delle superfici su cui i grafici di Feynman possono essere disegnati senza sovrapposizioni

\Rightarrow Questa doppia espansione suggerisce una dualità con una teoria di stringa.

\rightarrow Il primo esempio in cui la dualità è stata realizzata esplicitamente è la corrispondenza AdS/CFT di Maldacena del 1997.

Corrispondenza AdS/CFT

- Usando la teoria di superstringa definita in un background particolare si descrive una teoria di gauge duale in accoppiamento forte.

Corrispondenza AdS/CFT

Type IIB Superstring theory on $AdS_5 \times S^5$ nel limite di zero loop di stringa



$\mathcal{N} = 4$ $SU(N_c)$ Super Yang-Mills (SYM) in 4d nel limite di 't Hooft

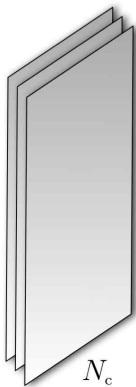
$$\frac{R^4}{\alpha'^2} \equiv \frac{R^4}{\ell_s^4} = g_{\text{YM}}^2 N_c \equiv \lambda \quad \rightarrow \quad \text{weak/strong duality}$$

- Ingredienti chiave per studiare molti sistemi di grande rilevanza fisica via AdS/CFT \rightarrow stringhe e D-brane

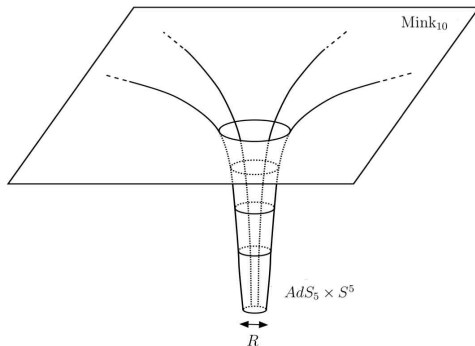
Derivazione

- Derivazione euristica della corrispondenza AdS/CFT
- Consideriamo un sistema di N_c D3-brane nella teoria di stringa di tipo IIB esistono due descrizioni che sembrano equivalenti

Descrizione 1

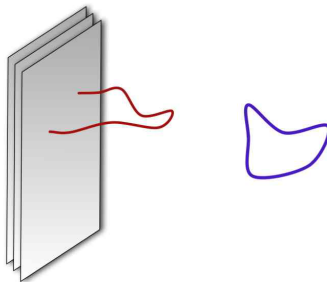


Descrizione 2



Descrizione 1

- $\frac{R^4}{\ell_s^4} = 4\pi g_s N_c = \lambda \ll 1$
- Gli estremi delle stringhe aperte si propagano sul worldvolume 3+1 dimensionale delle D-brane.
- Nella stringa di tipo II ci sono anche stringhe chiuse che si propagano in 9+1 dimensioni.
- l'idea è prendere il limite che disaccoppia i due insiemi di gradi di libertà: il limite di bassa energia: $GE^8 \rightarrow 0$.
- si hanno due set di d.o.f →

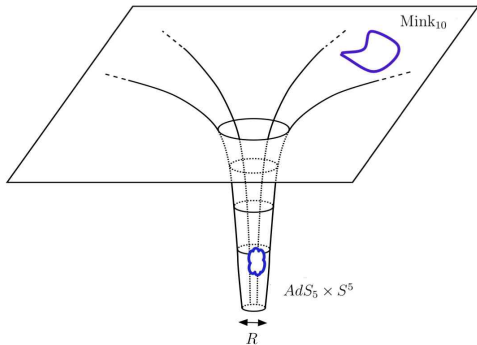


- gravitoni di bassa energia (o stringhe chiuse in generale).
- eccitazioni di bassa energia interagenti delle stringhe aperte sulle D3-brane.

Gravità libera + $\mathcal{N} = 4$ $SU(N_c)$ SYM in D=4

Descrizione 2

- $\frac{R^4}{\ell_s^4} = 4\pi g_s N_c = \lambda \gg 1$
- Le D3-brane portano carica e massa \rightarrow curvano lo spazio tempo attorno a loro
- Nel limite in cui le D3-brane sono tante $N_c \rightarrow \infty \rightarrow$ si apre una gola
- Molte D3-brane \rightarrow soluzione del limite di bassa energia della stringa, la supergravità.
- Nelle direzioni trasversali la brana è localizzata.



Geometria effettiva

$$ds^2 = \left(1 + \frac{R^4}{r^4}\right)^{-1/2} (-dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + \left(1 + \frac{R^4}{r^4}\right)^{1/2} (dr^2 + r^2 d\Omega_5^2)$$

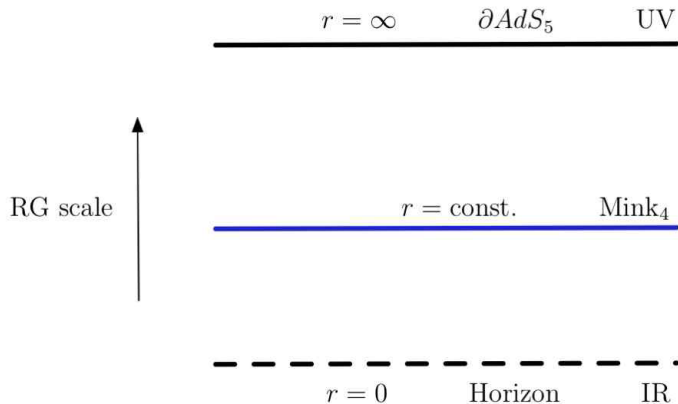
Nel limite $r \rightarrow 0$ questa metrica diviene la metrica di $\text{AdS}_5 \times S^5$ in coordinate di Poincaré

$$ds^2 = \frac{R^2}{r^2} dr^2 + \frac{r^2}{R^2} (-dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + R^2 (dr^2 + r^2 d\Omega_5^2)$$

- Le coordinate x^μ sono le coordinate lungo il worldvolume delle D3-brane originali e possono essere identificate con le coordinate dello spazio piatto della teoria di gauge.
- La coordinata r e quelle di S^5 sono invece le coordinate trasverse alle brane.

Descrizione 2

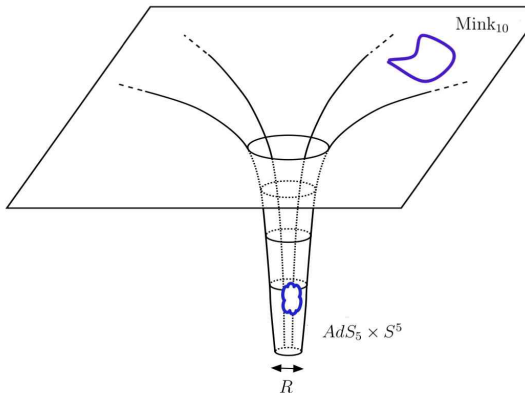
Abbiamo una descrizione geometrica semplice di AdS_5 come una foliazione di slices a r -costante, ognuna delle quali è uno spazio tempo di Minkowski 4 dimensionale. Quando $r \rightarrow \infty$ si tende verso il bordo di AdS_5 . Invece ad $r = 0$ si ha quello che viene chiamato l'orizzonte. r è interpretabile come la scala del gruppo di rinormalizzazione **RG scale**.



Descrizione 2

prendiamo il limite di bassa energia nella descrizione 2. Anche qui si ottengono 2 insiemi disaccoppiati di gradi di libertà.

- Stringhe chiuse libere nella regione asintotica → non vedono la gola.
- Stringhe in $AdS_5 \times S^5$, per loro è difficile scalare il potenziale gravitazionale non interagiscono con le stringhe chiuse nella regione asintotica.



Gravità libera + stringhe in $AdS_5 \times S^5$

Descrizione 1 \implies Gravità libera + $\mathcal{N} = 4$ SU(N_c) SYM in D=4

valida nel regime $\lambda = 4\pi g_s N_c \ll 1$

Descrizione 2 \implies Gravità libera + stringhe in AdS₅ \times S⁵

valida nel regime $\lambda = 4\pi g_s N_c \gg 1$

La corrispondenza AdS/CFT suppone che le due descrizioni siano valide per tutti i valori della costante di accoppiamento.

Questo porta alla congettura

$\mathcal{N}=4$ SU(N_c) SYM in D=4 \equiv Type IIB Superstrings in AdS₅ \times S⁵

Corrispondenza AdS/CFT \Rightarrow weak/strong duality:

- + Permette di ottenere informazioni su una delle due teorie in regime di accoppiamento forte studiando l'altra in accoppiamento debole
- È molto difficile da verificare, per questo enorme numero di test \implies **provata in tutti i modi possibili, ormai si ritiene vera.**
- + Entrambe le teorie sono addirittura **integrabili** e se ne conoscono le Bethe equations.
- + Consente di studiare una teoria di gauge quantistica in accoppiamento forte usando la una teoria gravitazionale.

Temperatura finita

La temperatura rompe la supersimmetria e l' invarianza conforme, perchè introduce una scala \rightarrow ci si avvicina alla QCD.

La near horizon metric per le D3-brane a temperatura zero (metrica BPS con $M = |Q|$) abbiamo visto essere la metrica di $\text{AdS}_5 \times S^5$

$$ds^2 = \frac{R^2}{r^2} dr^2 + \frac{r^2}{R^2} (-dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + R^2 (dr^2 + r^2 d\Omega_5^2)$$

Aggiungere la temperatura significa aggiungere energia senza aggiungere carica $\rightarrow M > |Q| \rightarrow$ in supergravità corrisponde ad avere D3-brane non estremali (non BPS). La metrica diventa

$$ds^2 = \frac{R^2}{f(r)r^2} dr^2 + \frac{r^2}{R^2} (-f(r)dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + R^2 (dr^2 + r^2 d\Omega_5^2)$$

dove $f(r) = 1 - \frac{r_0^4}{r^4}$ e r_0 è legato alla temperatura T .

Per $r_0 = 0$ si riottiene il caso a temperatura zero. Per $r = r_0 \rightarrow$ orizzonte regolare con area finita. La temperatura di Hawking dell' orizzonte è poi identificata con la temperatura della CFT duale!

Introdurre la temperatura nella teoria significa fare una rotazione all'euclideo e identificare il tempo euclideo secondo la

$$t_e \rightarrow t_e + \beta, \quad \beta = \frac{1}{T}$$

Per collegare r_0 alla temperatura il modo più semplice è quello di richiedere che la metrica euclidea sia regolare anche quando si fa questa identificazione. Questo porta semplicemente a

$$\beta = \frac{\pi R^2}{r_0} \equiv \frac{1}{T}$$

La ragione di questo è data dal fatto che a temperatura finita si calcola la funzione di partizione $\text{Tr} e^{-\beta H}$, dove H è l'Hamiltoniana della teoria. In una formulazione a path integral la traccia si implementa identificando periodicamente il tempo euclideo con il periodo β .

AdS/CFT per il calcolo della densità di entropia della teoria $\mathcal{N} = 4$ SYM nel limite di grandi N_c .

L'entropia della teoria gravitazionale è l'entropia di **Bekenstein-Hawking** proporzionale all'area dell'orizzonte. L'orizzonte giace a $r = r_0$ e a $t = \text{const.}$ ed ha area $A = \int d^3x d^5\Omega \sqrt{g}$. g fattorizza in g_{S^5} di S^5 per r_0^3/R^3 , dove questo fattore è solo il determinante della metrica tridimensionale su una slice a $t = \text{const.}$, $r = r_0$.

$$S_{BH} = \frac{A}{4G}$$

Si calcola

$$A = \frac{r_0^3}{R^3} \times \pi^3 R^5 V_3$$

V_3 è il volume (infinito) nelle direzioni 1,2,3 e π^3 il volume della S^5 unitaria. In termini di quantità della teoria di gauge si ha

$$S_{BH} = \frac{A}{4G} = \frac{\pi^2}{2} N_c^2 T^3 = S_{CFT} \rightarrow \text{a } \lambda \rightarrow \infty.$$

N_c^2 viene da $\frac{1}{G} \sim \frac{1}{g_s^2} \sim N_c^2$ T^3 viene dal fatto che le dimensioni dell'orizzonte sono $\propto r_0^3$ e $r_0 \propto T$: $\pi^2/2$ è una predizione della AdS/CFT!

$$S_{\lambda \rightarrow \infty} = \frac{3}{4} S_{\lambda \rightarrow 0} = S_{CFT}$$

La dualità gauge/stringhe può essere usata per calcolare non soltanto quantità termodinamiche ma anche quantità idrodinamiche come coefficienti di trasporto e spettri di emissione. Una quantità molto importante è il rapporto tra la shear viscosity η e la densità di entropia S

$$\eta = \frac{\sigma_{abs}(\omega \rightarrow 0)}{16\pi G} = \frac{A}{16\pi G}$$

dove σ_{abs} è la sezione d'urto di assorbimento del BH nel limite di frequenza zero di uno scalare minimamente accoppiato. Grazie a questo risultato e alla $S = \frac{A}{4G}$, si trova

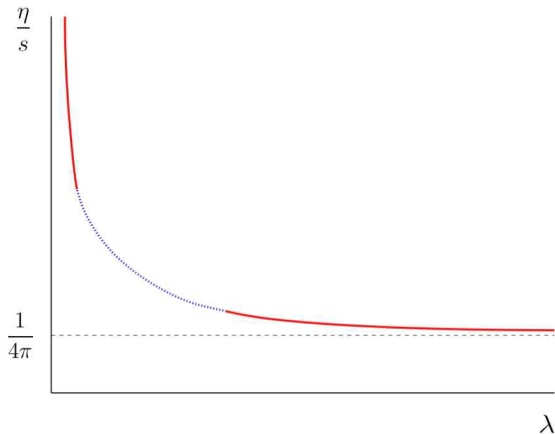
a strong coupling: \rightarrow

$$\frac{\eta}{S} = \frac{1}{4\pi}$$

forse il calcolo più importante fatto nel contesto della dualità gauge/gravità.

a weak coupling: \rightarrow

$$\frac{\eta}{S} = -\frac{1}{\lambda^2 \log \lambda}$$



È molto significativo che il rapporto calcolato usando la corrispondenza AdS/CFT può essere confrontato con gli esperimenti di scattering di ioni pesanti al RHIC e ad LHC dove si è trovato sperimentalmente

$$\frac{\eta}{S} = 0.1 - 0.3$$

Conclusioni

- La corrispondenza AdS/CFT ha portato per la prima volta la teoria delle stringhe a predizioni di fenomeni sperimentali nel QGP.
- Da proprietà dei buchi neri in 5 dimensioni, si può calcolare l'andamento a strong coupling di alcune grandezze fisiche che descrivono le collisioni di ioni pesanti!
- Non è la QCD la teoria di gauge duale alla teoria di stringa, ma la $\mathcal{N} = 4$ SU(N_c) SYM, nel limite di grandi $N_c \rightarrow$ non si possono aspettare predizioni molto accurate ma buoni andamenti qualitativi.
- Esistono ormai molte recentissime applicazioni della AdS/CFT a sistemi di materia condensata (layers di graphene, superconduttori ad alta temperatura, sistemi che presentano effetto Hall quantistico) è nata una **nuova disciplina** chiamata **AdS/CMT** che studia sistemi fisici in accoppiamento forte attraverso i loro duali gravitazionali.
- La teoria delle stringhe, attraverso la AdS/CFT, si sta rivelando sempre più come uno **strumento** di lavoro per descrivere sistemi fortemente accoppiati piuttosto che una **teoria** unificatrice per descrivere interazioni fondamentali.