

# Prospettive future della ricerca INFN

Teoria delle Superstringhe e Corrispondenza AdS/CFT



Gianluca Grignani

Università degli Studi di Perugia

15 Gennaio 2013

# Teoria delle Superstringhe e Corrispondenza AdS/CFT

# Quaranta anni di teoria delle stringhe

- 1970 Nambu-Susskind, Nielsen realizzano che il modello duale di Veneziano, per lo spettro di particelle delle interazioni forti, descrive le proprietà di stringhe quantistiche → tachioni!
- 1973 QCD → modello corretto delle interazioni forti.
- 1980 Stringhe quantistiche nello spettro hanno gravitoni: teoria quantistica della gravità. Superstringhe → no tachioni!
- 1984 Green-Schwarz anomaly cancelation: 5 teorie di superstringa consistenti.
- 1995 Polchinski → D-brane → dualità → M-theory, unificazione delle teorie di stringa.
- 1997 Maldacena → Corrispondenza AdS/CFT.
- 2001 Policastro, Son, Starinets →  $\frac{\eta}{S} = \frac{1}{4\pi}$ .
- 2002 Minahan-Zarembo → Integrabilità della corrispondenza AdS/CFT.
- 2008 ABJM → nuova dualità stringhe/teoria di gauge.

- Per ora non è stata vista alcuna particella **supersimmetrica** a LHC.
- **Nessuna verifica sperimentale.**
- Non falsificabile (**Lee Smolin** “The trouble with physics”, **Peter Voit** “Not even wrong”, **Garret Lisi** “An exceptionally simple theory of everything”, arXiv:0711.0770).
- **String Theory Landscape**: compattificazioni con molte topologie possibili, orbifolds, orientifolds, flussi → nessuna predizione possibile,

## MA

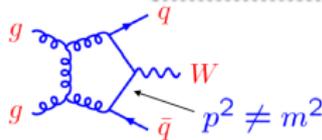
**nessuna alternativa in vista!**

- **Gravità**  $\implies$  è una teoria quantistica consistente della gravità.
- **Divergenze**  $\implies$  La teoria delle stringhe regolarizza naturalmente la proliferazione infinita delle divergenze ultraviolette nell'espansione in loop  $\rightarrow$  le ampiezze di scattering sono finite nell' ultravioletto.
- **Buchi neri**  $\implies$  la teoria delle superstringhe dà una interpretazione microscopica dell' entropia di alcuni buchi neri ( $M = Q$ ).
- **Buchi neri**  $\implies$  solves information paradox.
- **Modello standard**  $\implies$  include il modello standard delle interazioni fondamentali.
- **Fine del riduzionismo**  $\implies$  è la teoria di tutti gli oggetti estesi, Stringhe, Brane, particelle puntiformi, tutti interconnessi da dualità.

- **Prevede**  $\implies$  supersimmetria, minimum length e numero di dimensioni dello spazio tempo.
- **Idee**  $\implies$  è al centro di una larga frazione di nuove idee in fisica teorica
- **Corrispondenza AdS/CFT**  $\implies$  realizzazione esplicita del principio olografico e descrizione di sistemi fortemente accoppiati (anche di materia condensata)  $\rightarrow$  calcolo di alcune grandezze fisiche del quark gluon plasma, verificate sperimentalmente!
- **calcolo ampiezze e NLO**  $\implies$  Next to Leading Order in QCD, Black-hat project per il calcolo del fondo di QCD @ LHC

## Why are Feynman diagrams clumsy for high-loop or multiplicity processes?

- Vertices and propagators involve gauge-dependent off-shell states.  
Origin of the complexity.



- To get at root cause of the trouble we must rewrite perturbative quantum field theory.

- **All steps should be in terms of gauge invariant on-shell states.  $p^2 = m^2$  On shell formalism.**
- **Radical rewrite of gauge theory needed.**

12

Nella  $\mathcal{N} = 4$  Super Yang Mills è stata sviluppata (da Britto, Cachazo, Feng, e Witten (BCFW) con il metodo dei twistori) la procedura per questa riscrittura delle teorie di gauge che ha portato al calcolo di processi Next to Leading Order in QCD.

## 1. The Large N limit of superconformal field theories and supergravity.

(8767) Juan Martin Maldacena (Harvard U.). Nov 1997. 19 pp.

Published in **Adv.Theor.Math.Phys.** 2 (1998) 231-252

HUTP-98-A097

e-Print: [hep-th/9711200](#) | [PDF](#)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)

[ADS Abstract Service](#); [ATMP Server](#); [Mathematical Reviews](#)

[Detailed record](#) - [Cited by 8767 records](#)

## 2. A Model of Leptons.

(8233) Steven Weinberg (MIT, LNS). Nov 1967. 3 pp.

Published in **Phys.Rev.Lett.** 19 (1967) 1264-1266

DOI: [10.1103/PhysRevLett.19.1264](#)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)

[ADS Abstract Service](#); [Phys. Rev. Lett. Server](#)

[Detailed record](#) - [Cited by 8233 records](#)

## 3. CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction.

(7068) Makoto Kobayashi, Toshihide Maskawa (Kyoto U.). Feb 1973. 6 pp.

Published in **Prog.Theor.Phys.** 49 (1973) 652-657

KUNS-242

DOI: [10.1143/PTP.49.652](#)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)

[ADS Abstract Service](#); [Prog.Theor.Phys. Server](#)

[Detailed record](#) - [Cited by 7068 records](#)

perché tutta questa attenzione? perché la QCD dovrebbe avere un duale di stringa (se fosse gentile)

- **Stringa**: oggetto unidimensionale di lunghezza finita che si muove in uno spazio-tempo di dimensione  $D \geq 2$  spazzando una superficie bidimensionale detta *world-sheet*.
- Azione di una stringa bosonica

$$S_{bos} = -\frac{1}{4\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{-h} h^{\alpha\beta} g_{\mu\nu} \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu ,$$

dove  $(\tau, \sigma)$  e  $h^{\alpha\beta}$  sono rispettivamente le coordinate e la metrica di world-sheet;  $X^\mu(\tau, \sigma)$  e  $g_{\mu\nu}$  sono le coordinate e la metrica dello spazio-tempo  $D$ -dimensionale su cui si muove la stringa ( $\hbar = c = 1$ ).

- $\alpha' = (2\pi T)^{-1} = l_s^2$  è la Regge slope e  $T$  la tensione di stringa.

# Perché superstringhe?

Problemi della teoria di stringa bosonica:

- Presenza di tachioni nello spettro (forse dovuta ad una incorretta identificazione del vuoto).
  - Assenza di fermioni nella teoria  $\Rightarrow$  non può descrivere nessun fenomeno reale.
- $\Rightarrow$  È necessario introdurre la **supersimmetria** nella teoria.

# Azione di superstringa

L'azione di superstringa risulta essere  $S = S_1 + S_2$  con

$$S_1 = -\frac{1}{4\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{-h} h^{\alpha\beta} \Pi_\alpha^\mu \Pi_{\nu\beta}$$

in cui  $\Pi_\alpha^\mu = \partial_\alpha X^\mu - \bar{\theta}^A \Gamma^\mu \partial_\alpha \theta^A$

$$S_2 = \frac{1}{\pi} \int d\tau d\sigma \left[ -i\epsilon^{\alpha\beta} \partial_\alpha X^\mu (\bar{\theta}^1 \Gamma_\mu \partial_\beta \theta^1 - \bar{\theta}^2 \Gamma_\mu \partial_\beta \theta^2) \right. \\ \left. + \epsilon^{\alpha\beta} \bar{\theta}^1 \Gamma^\mu \partial_\alpha \theta^1 \bar{\theta}^2 \Gamma_\mu \partial_\beta \theta^2 \right]$$

$\theta^A$  sono le coordinate fermioniche ( $A = 1, 2$ ),  $\Gamma^\mu$  le matrici di Dirac in  $D$  dimensioni

⇒ La richiesta che l'azione sia supersimmetrica e che la teoria sia Lorentz invariante impone che lo spazio-tempo abbia dimensione  $D = 10$  e che  $\theta$  sia uno spinore di Majorana-Weyl.

# Spettro di superstringa

Quantizzando la teoria di superstringa su uno spazio-tempo piatto possiamo ricavarne lo spettro di massa:

$$M^2 = \frac{2}{\alpha'} \sum_{n=1}^{\infty} n (N_n + \tilde{N}_n)$$

dove  $N_n = a_n^\dagger a_n^i + S_n^{a\dagger} S_n^a$  e  $\tilde{N}_n = \tilde{a}_n^{i\dagger} \tilde{a}_n^i + \tilde{S}_n^{a\dagger} \tilde{S}_n^a$  sono operatori numero che contengono sia gli oscillatori bosonici che quelli fermionici.

⇒  $M^2 \geq 0$  ⇒ non ci sono tachioni nello spettro

⇒ Nello spettro di stringhe aperte: **campi di gauge, spin 1, massless**,  
nello spettro di stringhe chiuse: **gravitoni, spin 2, massless**.

La teoria delle stringhe ammette un doppio sviluppo:

- Lo sviluppo topologico in genera: le stringhe non interagenti spaziano una superficie di genus 0, mentre quando nascono interazioni le superfici diventano di genus più elevato



genus 0



genus 1



genus 2



genus 3

- Lo sviluppo in potenze di  $\alpha'$ , attorno alla soluzione classica ( $\alpha' \rightarrow 0$ )

## Modello di 't Hooft

't Hooft considerando teorie di gauge con gruppo di gauge  $SU(N)$  nel limite  $N \rightarrow \infty$ ,  $g_{YM} \rightarrow 0$ , in modo che  $\lambda = g_{YM}^2 N$  rimanga costante notò che:

# Modello di 't Hooft

't Hooft considerando teorie di gauge con gruppo di gauge  $SU(N)$  nel limite  $N \rightarrow \infty$ ,  $g_{YM} \rightarrow 0$ , in modo che  $\lambda = g_{YM}^2 N$  rimanga costante notò che:

- $\lambda$  è il vero parametro perturbativo della teoria  
⇒  $\lambda$  è detta *“costante di accoppiamento di 't Hooft”*

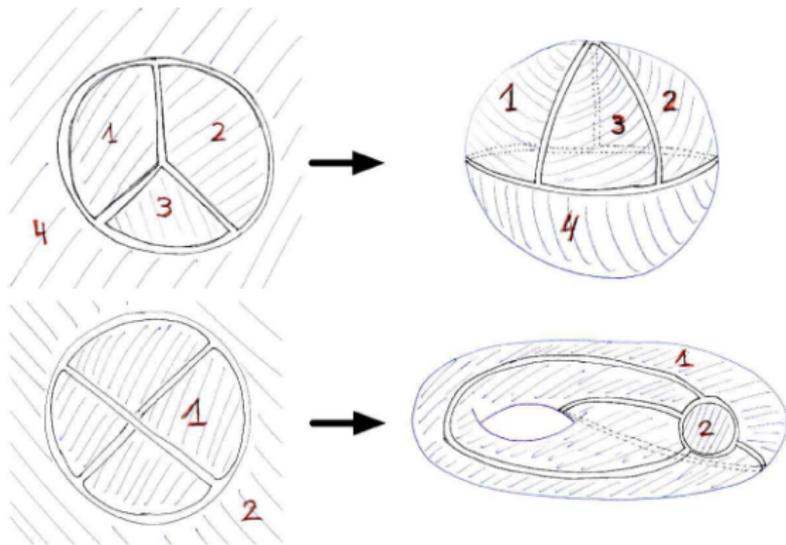
# Modello di 't Hooft

't Hooft considerando teorie di gauge con gruppo di gauge  $SU(N)$  nel limite  $N \rightarrow \infty$ ,  $g_{YM} \rightarrow 0$ , in modo che  $\lambda = g_{YM}^2 N$  rimanga costante notò che:

- $\lambda$  è il vero parametro perturbativo della teoria  
 $\Rightarrow \lambda$  è detta *“costante di accoppiamento di 't Hooft”*
- per le funzioni di correlazione vale una doppia espansione:
  - ▶ espansione perturbativa in  $\lambda$
  - ▶ espansione topologica in  $1/N^2$ , che corrisponde al genus delle superfici su cui i grafici di Feynman possono essere disegnati senza sovrapposizioni

# Modello di 't Hooft

't Hooft considerando teorie di gauge con gruppo di gauge  $SU(N)$  nel limite  $N \rightarrow \infty$ ,  $g_{YM} \rightarrow 0$ , in modo che  $\lambda = g_{YM}^2 N$  rimanga costante notò che:



# Modello di 't Hooft

't Hooft considerando teorie di gauge con gruppo di gauge  $SU(N)$  nel limite  $N \rightarrow \infty$ ,  $g_{YM} \rightarrow 0$ , in modo che  $\lambda = g_{YM}^2 N$  rimanga costante notò che:

- $\lambda$  è il vero parametro perturbativo della teoria  
 $\Rightarrow \lambda$  è detta *“costante di accoppiamento di 't Hooft”*
- per le funzioni di correlazione vale una doppia espansione:
  - ▶ espansione perturbativa in  $\lambda$
  - ▶ espansione topologica in  $1/N^2$ , che corrisponde al genus delle superfici su cui i grafici di Feynman possono essere disegnati senza sovrapposizioni

$\Rightarrow$  Questa doppia espansione suggerisce una dualità con una teoria di stringa.

$\rightarrow$  Il primo esempio in cui la dualità è stata realizzata esplicitamente è la corrispondenza AdS/CFT di Maldacena del 1997.

# Corrispondenza AdS/CFT

- Usando la teoria di superstringa definita in un background particolare si descrive una teoria di gauge duale in accoppiamento forte.

## Corrispondenza AdS/CFT

Type IIB Superstring theory on  $AdS_5 \times S^5$  nel limite di zero loop di stringa



$\mathcal{N} = 4$   $SU(N_c)$  Super Yang-Mills (SYM) in 4d nel limite di 't Hooft

$$\frac{R^4}{\alpha'^2} \equiv \frac{R^4}{\ell_s^4} = g_{\text{YM}}^2 N_c \equiv \lambda \quad \rightarrow \quad \text{weak/strong duality}$$

- Ingredienti chiave per studiare molti sistemi di grande rilevanza fisica via AdS/CFT  $\rightarrow$  stringhe e D-brane

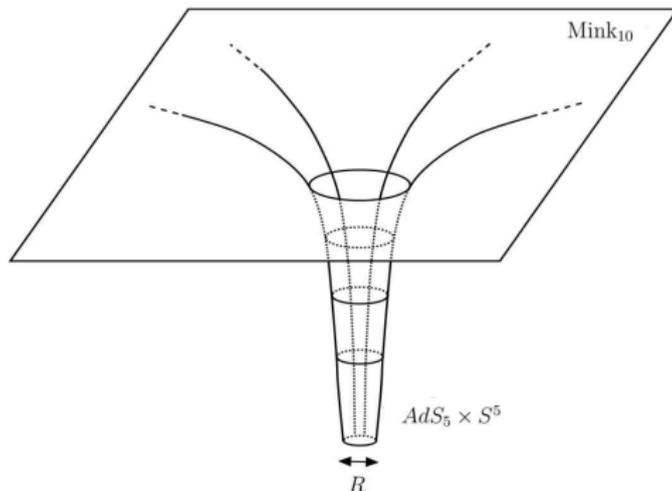
# Derivazione

- Derivazione euristica della corrispondenza AdS/CFT
- Consideriamo un sistema di  $N_c$  D3-brane nella teoria di stringa di tipo IIB esistono due descrizioni che sembrano equivalenti

Descrizione 1

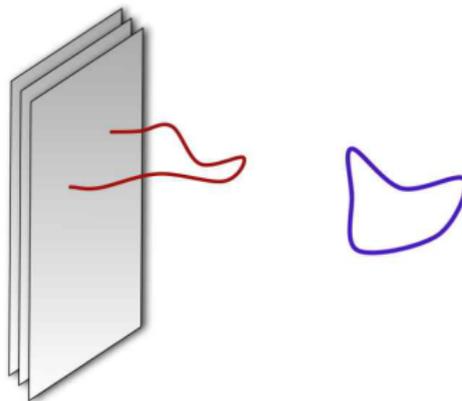


Descrizione 2



# Descrizione 1

- $\frac{R^4}{\ell_s^4} = 4\pi g_s N_c = \lambda \ll 1$
- Gli estremi delle stringhe aperte si propagano sul worldvolume 3+1 dimensionale delle D-brane.
- Nella stringa di tipo II ci sono anche stringhe chiuse che si propagano in 9+1 dimensioni.
- l'idea è prendere il limite che disaccoppia i due insiemi di gradi di libertà: il limite di bassa energia:  $GE^8 \rightarrow 0$ .
- si hanno due set di d.o.f →

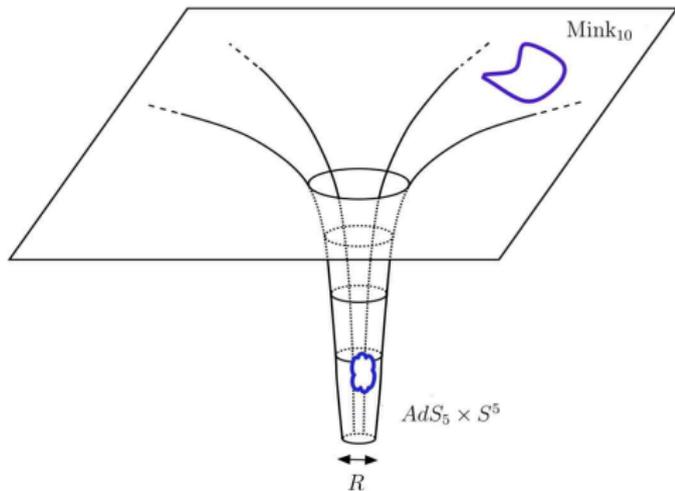


- gravitoni di bassa energia (o stringhe chiuse in generale).
- eccitazioni di bassa energia interagenti delle stringhe aperte sulle D3-brane.

Gravità libera +  $\mathcal{N} = 4$   $SU(N_c)$  SYM in D=4

## Descrizione 2

- $\frac{R^4}{\ell_s^4} = 4\pi g_s N_c = \lambda \gg 1$
- Le D3-brane portano carica e massa  $\rightarrow$  curvano lo spazio tempo attorno a loro
- Nel limite in cui le D3-brane sono tante  $N_c \rightarrow \infty \rightarrow$  si apre una gola
- Molte D3-brane  $\rightarrow$  soluzione del limite di bassa energia della stringa, la supergravità.
- Nelle direzioni trasversali la brana è localizzata.



### Geometria effettiva

$$ds^2 = \left(1 + \frac{R^4}{r^4}\right)^{-1/2} (-dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + \left(1 + \frac{R^4}{r^4}\right)^{1/2} (dr^2 + r^2 d\Omega_5^2)$$

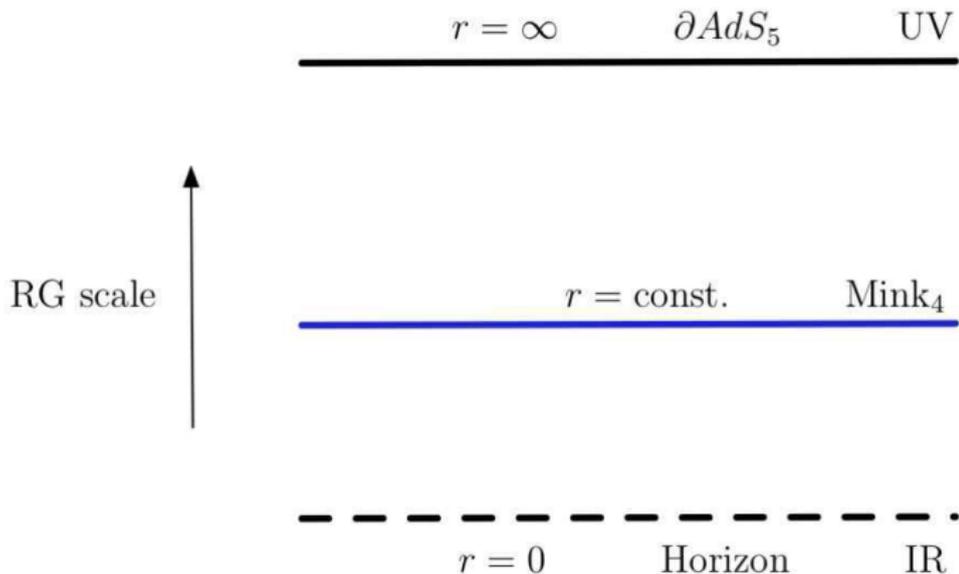
Nel limite  $r \rightarrow 0$  questa metrica diviene la metrica di  $\text{AdS}_5 \times S^5$  in coordinate di Poincaré

$$ds^2 = \frac{R^2}{r^2} dr^2 + \frac{r^2}{R^2} (-dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + R^2 (dr^2 + r^2 d\Omega_5^2)$$

- Le coordinate  $x^\mu$  sono le coordinate lungo il worldvolume delle D3-brane originali e possono essere identificate con le coordinate dello spazio piatto della teoria di gauge.
- La coordinata  $r$  e quelle di  $S^5$  sono invece le coordinate trasverse alle brane.

## Descrizione 2

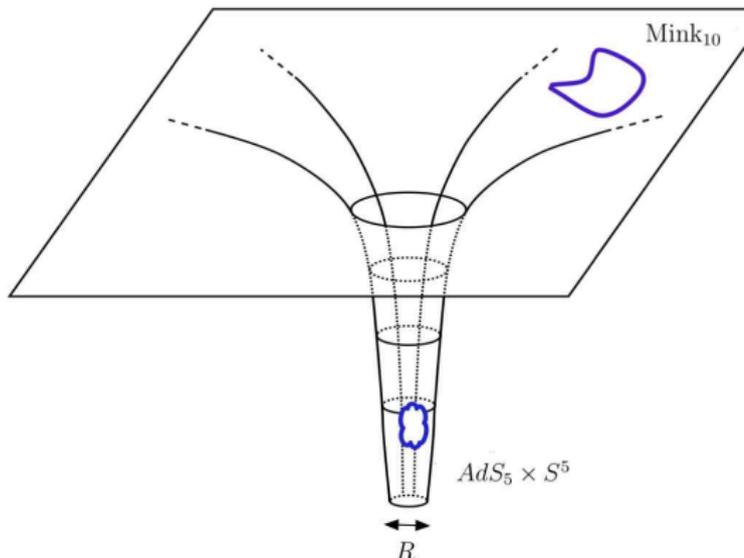
Abbiamo una descrizione geometrica semplice di  $AdS_5$  come una foliazione di slices a  $r$ -costante, ognuna delle quali è uno spazio tempo di Minkowski 4 dimensionale. Quando  $r \rightarrow \infty$  si tende verso il bordo di  $AdS_5$ . Invece ad  $r = 0$  si ha quello che viene chiamato l'orizzonte.  $r$  è interpretabile come la scala del gruppo di rinormalizzazione **RG scale**.



## Descrizione 2

prendiamo il limite di bassa energia nella descrizione 2. Anche qui si ottengono 2 insiemi disaccoppiati di gradi di libertà.

- Stringhe chiuse libere nella regione asintotica → non vedono la gola.
- Stringhe in  $AdS_5 \times S^5$ , per loro è difficile scalare il potenziale gravitazionale non interagiscono con le stringhe chiuse nella regione asintotica.



Gravità libera + stringhe in  $AdS_5 \times S^5$

Descrizione 1  $\implies$  Gravità libera +  $\mathcal{N} = 4$   $SU(N_c)$  SYM in  $D=4$

valida nel regime  $\lambda = 4\pi g_s N_c \ll 1$

Descrizione 2  $\implies$  Gravità libera + stringhe in  $AdS_5 \times S^5$

valida nel regime  $\lambda = 4\pi g_s N_c \gg 1$

La corrispondenza AdS/CFT suppone che le due descrizioni siano valide per tutti i valori della costante di accoppiamento.

Questo porta alla congettura

$\mathcal{N}=4$   $SU(N_c)$  SYM in  $D=4 \equiv$  Type IIB Superstrings in  $AdS_5 \times S^5$

Corrispondenza AdS/CFT  $\Rightarrow$  weak/strong duality:

- + Permette di ottenere informazioni su una delle due teorie in regime di accoppiamento forte studiando l'altra in accoppiamento debole
- È molto difficile da verificare, per questo enorme numero di test  $\Rightarrow$  **provata in tutti i modi possibili, ormai si ritiene vera.**
- + Entrambe le teorie sono addirittura **integrabili** e se ne conoscono le Bethe equations.
- + Consente di studiare una teoria di gauge quantistica in accoppiamento forte usando la una teoria gravitazionale.

# Temperatura finita

La temperatura rompe la supersimmetria e l' invarianza conforme, perchè introduce una scala  $\rightarrow$  ci si avvicina alla QCD.

La near horizon metric per le D3-brane a temperatura zero (metrica BPS con  $M = |Q|$ ) abbiamo visto essere la metrica di  $\text{AdS}_5 \times S^5$

$$ds^2 = \frac{R^2}{r^2} dr^2 + \frac{r^2}{R^2} (-dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + R^2 (dr^2 + r^2 d\Omega_5^2)$$

Aggiungere la temperatura significa aggiungere energia senza aggiungere carica  $\rightarrow M > |Q| \rightarrow$  in supergravità corrisponde ad avere D3-brane non estremali (non BPS). La metrica diventa

$$ds^2 = \frac{R^2}{f(r)r^2} dr^2 + \frac{r^2}{R^2} (-f(r)dt^2 + dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) + R^2 (dr^2 + r^2 d\Omega_5^2)$$

dove  $f(r) = 1 - \frac{r_0^4}{r^4}$  e  $r_0$  è legato alla temperatura  $T$ .

Per  $r_0 = 0$  si riottiene il caso a temperatura zero. Per  $r = r_0 \rightarrow$  orizzonte regolare con area finita. La temperatura di Hawking dell' orizzonte è poi identificata con la temperatura della CFT duale!

Introdurre la temperatura nella teoria significa fare una rotazione all'euclideo e identificare il tempo euclideo secondo la

$$t_e \rightarrow t_e + \beta, \quad \beta = \frac{1}{T}$$

Per collegare  $r_0$  alla temperatura il modo più semplice è quello di richiedere che la metrica euclidea sia regolare anche quando si fa questa identificazione. Questo porta semplicemente a

$$\beta = \frac{\pi R^2}{r_0} \equiv \frac{1}{T}$$

La ragione di questo è data dal fatto che a temperatura finita si calcola la funzione di partizione  $\text{Tr} e^{-\beta H}$ , dove  $H$  è l'Hamiltoniana della teoria. In una formulazione a path integral la traccia si implementa identificando periodicamente il tempo euclideo con il periodo  $\beta$ .

AdS/CFT per il calcolo della densità di entropia della teoria  $\mathcal{N} = 4$  SYM nel limite di grandi  $N_c$ .

L'entropia della teoria gravitazionale è l'entropia di **Bekenstein-Hawking** proporzionale all'area dell'orizzonte. L'orizzonte giace a  $r = r_0$  e a  $t = \text{const.}$  ed ha area  $A = \int d^3x d^5\Omega \sqrt{g}$ .  $g$  fattorizza in  $g_{S^5}$  di  $S^5$  per  $r_0^3/R^3$ , dove questo fattore è solo il determinante della metrica tridimensionale su una slice a  $t = \text{const.}$ ,  $r = r_0$ .

$$S_{BH} = \frac{A}{4G}$$

Si calcola

$$A = \frac{r_0^3}{R^3} \times \pi^3 R^5 V_3$$

$V_3$  è il volume (infinito) nelle direzioni 1,2,3 e  $\pi^3$  il volume della  $S^5$  unitaria. In termini di quantità della teoria di gauge si ha

$$S_{BH} = \frac{A}{4G} = \frac{\pi^2}{2} N_c^2 T^3 = S_{CFT} \rightarrow \text{a } \lambda \rightarrow \infty.$$

$N_c^2$  viene da  $\frac{1}{G} \sim \frac{1}{g_s^2} \sim N_c^2$   $T^3$  viene dal fatto che le dimensioni dell'orizzonte sono  $\propto r_0^3$  e  $r_0 \propto T$ :  $\pi^2/2$  è una predizione della AdS/CFT!

$$S_{\lambda \rightarrow \infty} = \frac{3}{4} S_{\lambda \rightarrow 0} = S_{CFT}$$

La dualità gauge/stringhe può essere usata per calcolare non soltanto quantità termodinamiche ma anche quantità idrodinamiche come coefficienti di trasporto e spettri di emissione. Una quantità molto importante è il rapporto tra la shear viscosity  $\eta$  e la densità di entropia  $S$

$$\eta = \frac{\sigma_{abs}(\omega \rightarrow 0)}{16\pi G} = \frac{A}{16\pi G}$$

dove  $\sigma_{abs}$  è la sezione d'urto di assorbimento del BH nel limite di frequenza zero di uno scalare minimamente accoppiato. Grazie a questo risultato e alla  $S = \frac{A}{4G}$ , si trova

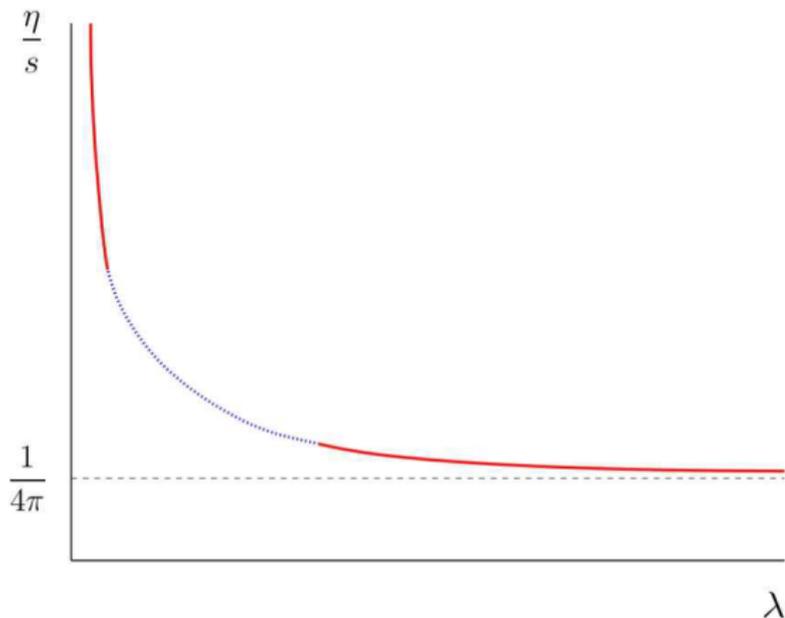
**a strong coupling:**  $\rightarrow$

$$\frac{\eta}{S} = \frac{1}{4\pi}$$

forse il calcolo più importante fatto nel contesto della dualità gauge/gravità.

**a weak coupling:**  $\rightarrow$

$$\frac{\eta}{S} = -\frac{1}{\lambda^2 \log \lambda}$$



È molto significativo che il rapporto calcolato usando la corrispondenza AdS/CFT può essere confrontato con gli esperimenti di scattering di ioni pesanti al RHIC e ad LHC dove si è trovato sperimentalmente

$$\frac{\eta}{S} = 0.1 - 0.3$$

# Conclusioni

- La corrispondenza AdS/CFT ha portato per la prima volta la teoria delle stringhe a predizioni di fenomeni sperimentali nel QGP.
- Da proprietà dei buchi neri in 5 dimensioni, si può calcolare l'andamento a strong coupling di alcune grandezze fisiche che descrivono le collisioni di ioni pesanti!
- Non è la QCD la teoria di gauge duale alla teoria di stringa, ma la  $\mathcal{N} = 4$  SU( $N_c$ ) SYM, nel limite di grandi  $N_c \rightarrow$  non si possono aspettare predizioni molto accurate ma buoni andamenti qualitativi.
- Esistono ormai molte recentissime applicazioni della AdS/CFT a sistemi di materia condensata (layers di graphene, superconduttori ad alta temperatura, sistemi che presentano effetto Hall quantistico) è nata una **nuova disciplina** chiamata **AdS/CMT** che studia sistemi fisici in accoppiamento forte attraverso i loro duali gravitazionali.
- La teoria delle stringhe, attraverso la AdS/CFT, si sta rivelando sempre più come uno **strumento** di lavoro per descrivere sistemi fortemente accoppiati piuttosto che una **teoria** unificatrice per descrivere interazioni fondamentali.