

# Meccanismi di trasmissione del calore e criogenia

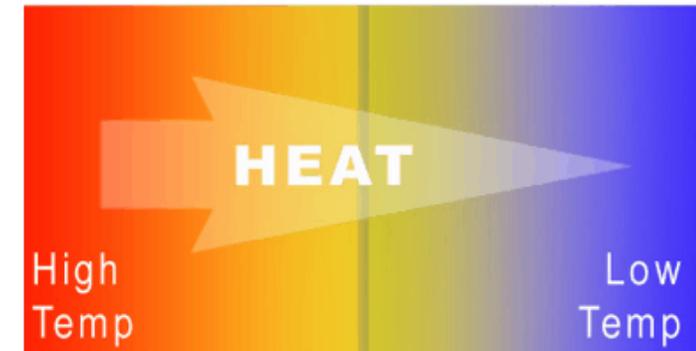
Angelo Cruciani  
INFN Sezione di Roma

Slides tratte e riadattate dalla Lezione «Cryogenic heat transfer» di F. Ricci

# Il Secondo principio della termodinamica

Esistono 3 enunciati:

- Clausius: E' impossibile realizzare una trasformazione termodinamica il cui unico risultato sia quello di far passare calore da un corpo a temperatura inferiore ad un corpo a temperatura superiore
- Kelvin-Planck: è impossibile realizzare una trasformazione termodinamica il cui unico risultato sia quello di assorbire calore da una sola sorgente e di trasformarlo integralmente in lavoro
- In qualunque trasformazione, la somma dell'entropia del sistema e delle sue sorgenti non può diminuire



Qui troviamo la prima spiegazione alla sfida che affronteremo in questa lezione...

# «Sorgenti» di freddo

Abbiamo bisogno di riserve di freddo o macchine frigorifere in grado di raffreddare a temperature estremamente basse un sistema.

Storicamente i liquidi criogenici hanno costituito la prima facility facilmente utilizzabile su piccola scala, ma nelle ultimi decenni i refrigeratori meccanici sono diventati più impiegati (vd lezione di A. d'Addabbo)



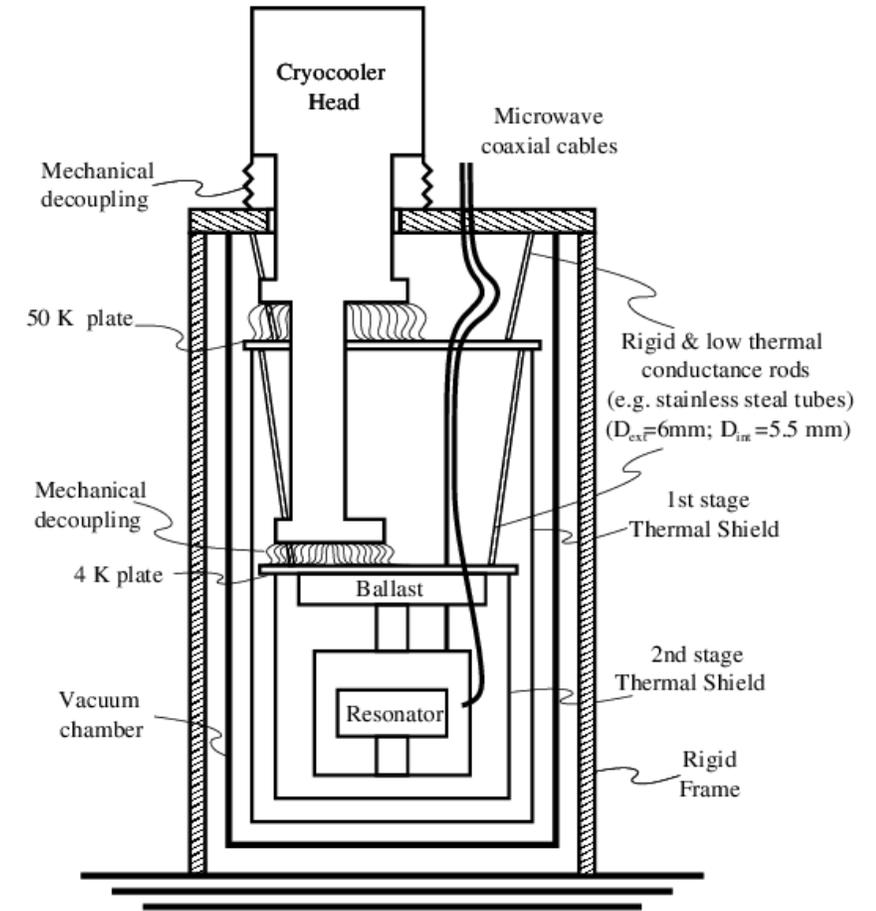
0,005 K	0,3 K	0,8 K	4,2 K	77 K	T [K]
Dilution refrigerator 3He/4He	pumped Liquid 3He	pumped Liquid 4He	Liquid 4He	Liquid N <sub>2</sub>	
0-100 uW	decine uW	decine mW	~ W	decine di W	Tipiche potenze coinvolte

Il nostro obiettivo è mantenere questa potenza frigorifera localizzata -> creare un isolamento

# Le questioni delle criogenia

Individuare la giusta combinazione di materiali, geometrie, etc che consentano non solo di mantenere il freddo (statico), ma anche:

- di freddare l'intero sistema (dinamico)
- di preservare altre eventuali richieste specifiche (vibrazioni, livello del vuoto, tipologia di connessioni, pulizia, radiopurezza)



Tratto da Giordano et al 2016

# Scambi di calore

Generalmente nella descrizione del fenomeno ci si riferisce alla seguente figura di merito:

$$\Phi = (1/S) (1/\Delta T) dQ/dt$$

dove

Q → calore trasmesso

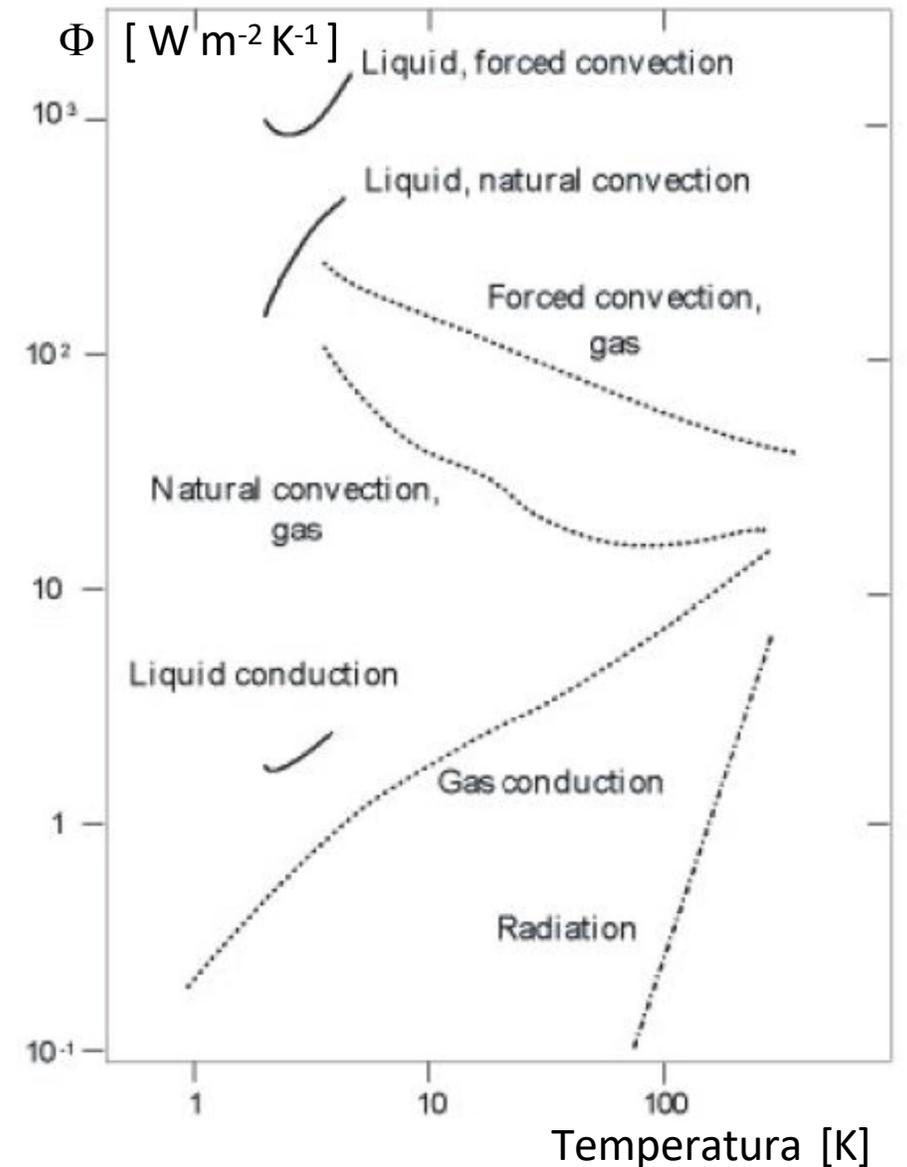
T → temperatura,

t → tempo

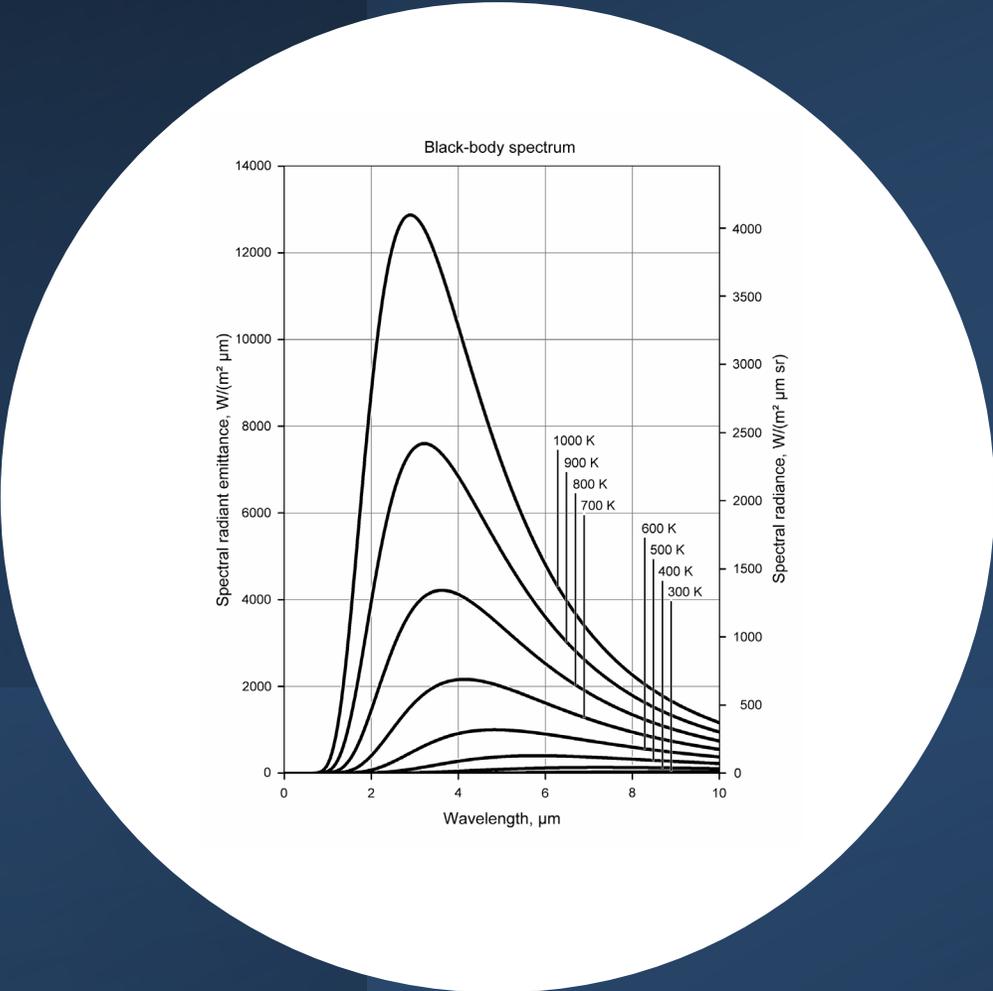
$\Delta T$  → differenza di temperatura tra due superfici S

I meccanismi che governano lo scambio di calore si distinguono in:

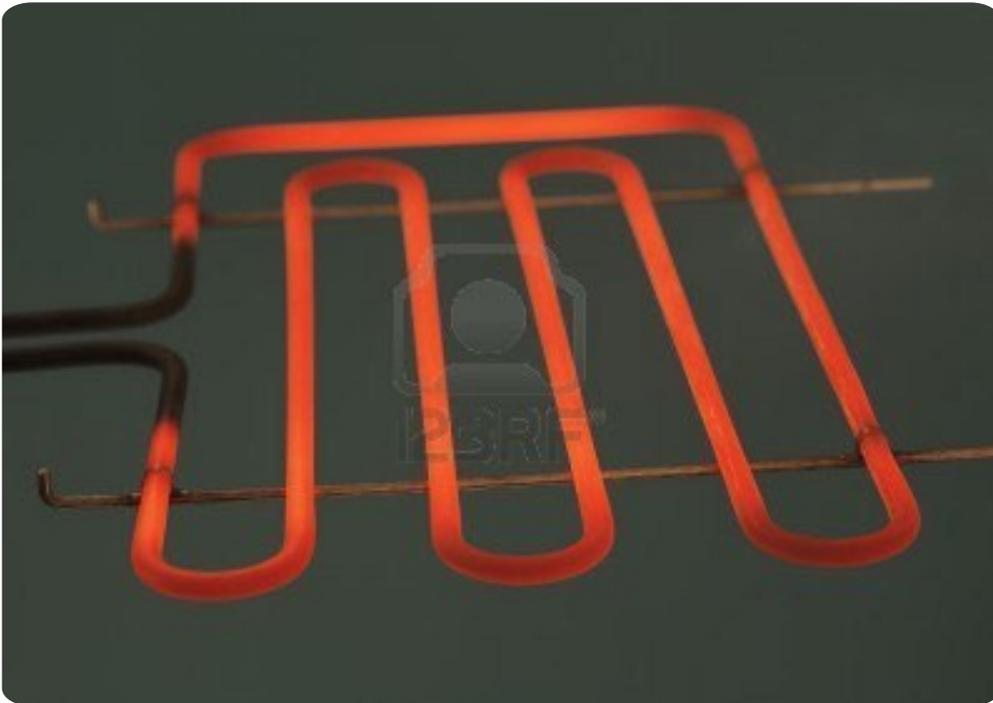
- ▶ Conduzione
- ▶ Convezione
- ▶ Irraggiamento



# Irraggiamento



# Irraggiamento



Il trasferimento di calore per irraggiamento consiste nell'energia trasferita attraverso il campo elettromagnetico emesso da una superficie, che si propaga attraverso lo spazio ed è assorbito da un'altra superficie.

L'irraggiamento termico a temperatura ambiente normalmente riguarda lunghezze d'onda tra circa 0.1 and 100  $\mu\text{m}$  ( $3 < f < 300$  THz), ovvero contributi nelle seguenti bande:

- UV (ultravioletto)  $\rightarrow$  0.1–0.4  $\mu\text{m}$
- Luce visibile  $\rightarrow$  0.4 - 0.76  $\mu\text{m}$
- IR (infrarosso)  $\rightarrow$  0.76–100  $\mu\text{m}$

# Irraggiamento (2)

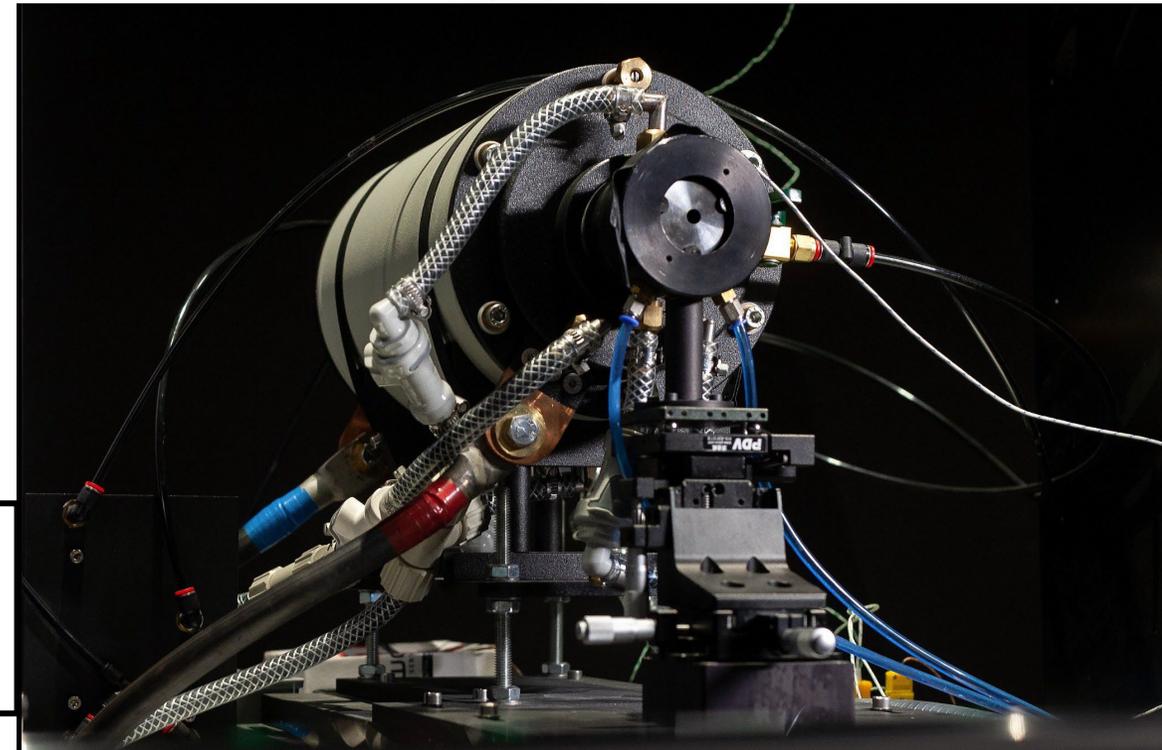
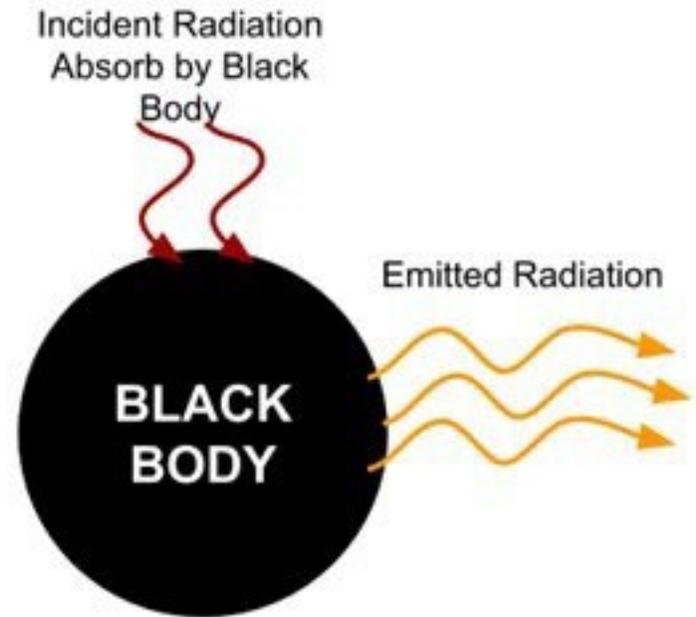
## *Il corpo nero*

Una superficie ideale che **emette il massimo possibile di radiazione ad ogni lunghezza d'onda per una data temperatura..**

Un corpo nero è:

- ▶ Un assorbitore perfetto di radiazione
- ▶ Un irradiatore diffuso → l'emissione è indipendente dalla direzione (non c'è direzione privilegiata)

Radiatore di corpo nero utilizzato nel laboratorio CARLO in Polonia. È un'approssimazione del modello ideale descritto dalla legge di Planck. Viene utilizzato come standard di irradianza spettrale.



# Irraggiamento (3)

**Lo spettro di un corpo nero  $W$ :** potenza termica emessa per unità di superficie a una data lunghezza d'onda e a una data temperatura.

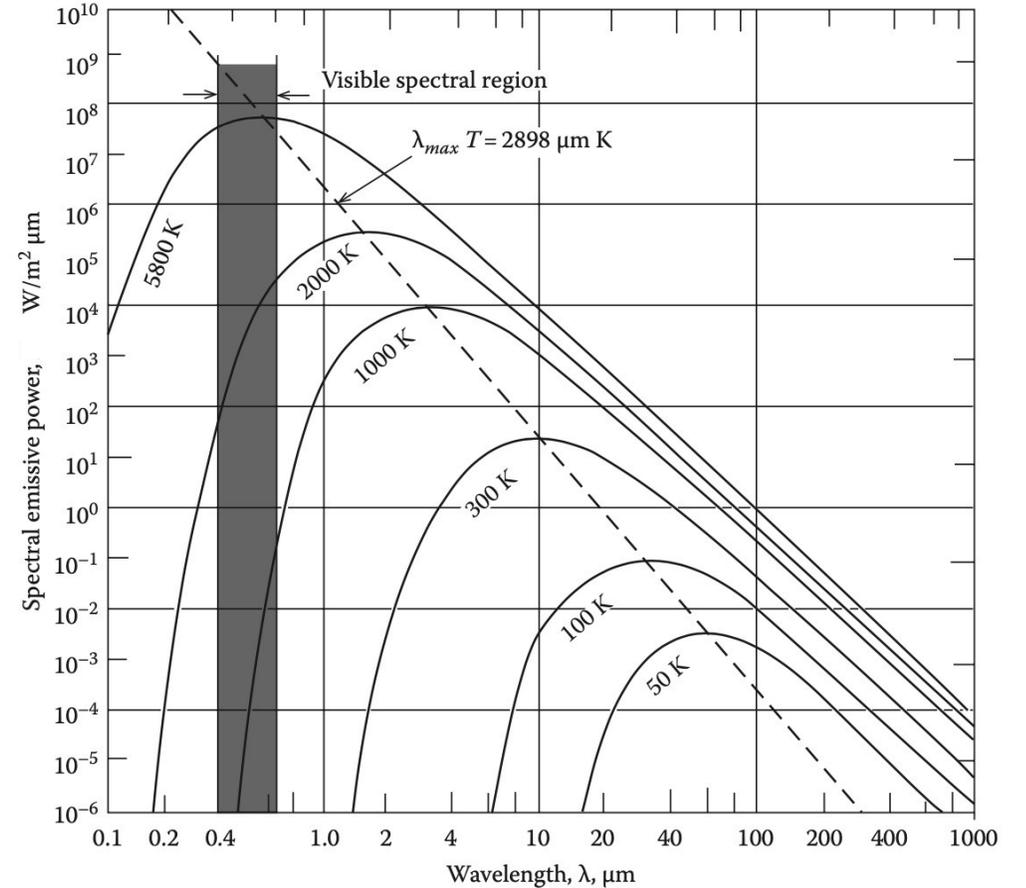
$$W_{\lambda bb}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[ \exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]}$$

- ▶  $C_1 = 2 \nu h_p c^2 = 3.7415 \cdot 10^{-16} \text{ W m}^2$
- ▶  $C_2 = h_p c / k_B = 0.014388 \text{ m K}$
- ▶  $h_p = 6.6256 \times 10^{-34} \text{ J s} = \text{Planck's constant}$
- ▶  $k_B = 1.3805 \times 10^{-23} \text{ J/K} = \text{Boltzmann constant}$

$$W_{bb}(T) = \int_0^\infty W_{\lambda bb}(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4$$

*Stefan-Boltzmann equation*

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c_0^2 h_p^3} = \frac{C_1}{15} \left( \frac{\pi}{C_2} \right)^4 = 5.660 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \text{ K}^4)$$



**Legge di Wien** →  $\lambda_{max} T = C_3 = 2897.8 \mu\text{m K}$

Examples:

300 K →  $\lambda_{max} = 9.66 \mu\text{m}$

4.2 K →  $\lambda_{max} = 690 \mu\text{m}$

# Irraggiamento (4)

La natura è più complicata di così: quasi tutti i materiali/oggetti reali, non si comportano come corpi neri ! **Dobbiamo individuare altre caratteristiche per descriverli**

**Emissività**  $e_\lambda \rightarrow$  rapporto tra la potenza effettiva emessa rispetto a quella di corpo nero  $\rightarrow e_\lambda = W_e(\lambda, T) / W_{\lambda bb}(\lambda, T)$

**Assorbanza**  $\alpha_\lambda \rightarrow$  rapporto tra la potenza assorbita attraverso un materiale vs la potenza incidente sulla sua superficie a una data  $\lambda$

**Riflettanza**  $r_\lambda \rightarrow$  rapporto tra la potenza riflessa attraverso un materiale vs la potenza incidente sulla sua superficie a una data  $\lambda$

**Trasmittanza**  $t_\lambda \rightarrow$  rapporto tra la potenza trasmessa attraverso un materiale vs la potenza incidente sulla sua superficie a una data  $\lambda$

**Relazione di Kirchhoff:  $e_\lambda = \alpha_\lambda$  per ogni materiale a ogni T (di equilibrio)!**

Potenza totale (bolometrica) per unità di superficie  $W(T)$  emessa da un corpo ad una data T  $W(T) = \int_0^\infty e_\lambda W_{\lambda bb}(\lambda, T) d\lambda$

**Emissività totale**

$$e = \frac{W(T)}{\sigma T^4}$$

# Irraggiamento (5)

Analogamente possiamo definire un'assorbanza totale  $\alpha$  come l'assorbanza mediata su tutto lo spettro e su queste basi definiamo

**Superfici grigie**  $\rightarrow \alpha, r, t$  ed  $e$  sono **indipendenti dalla lunghezze d'onda e dalla direzione**  
**assorbanza = emissività**

*Considerando il bilancio energetico sulla  
superficie:*

$$\alpha + r + t = 1$$

Per **un corpo opaco** ( $t = 0$ )

$$\alpha + r = 1$$

**N.B. In generale, queste grandezze sono anche funzione della direzione della radiazione emessa o incidente.**

*Per angoli di incidenza  $< 60^\circ$  (misurati rispetto alla normale alla superficie), questo effetto tende ad essere "piccolo" sia per conduttori che per isolanti*

# Irraggiamento (6)

$e \rightarrow$  funzione della resistenza elettrica in un materiale.

Parker and Abbot (1964) proposero la seguente relazione fra  $e$  and the electrical resistivity  $r_e$  in [ $\Theta$  cm] and T [K]

$$e = 0.766\sqrt{r_e T} - 0.0175(r_e T)^{3/2} - [0.309 - 0.0889 \ln(r_e T)](r_e T)$$

[ Parker and Abbot *Theoretical and experimental studies of the total emittance of metals. Symposium on Thermal Radiation to Solids*, pp. 11–28. NASA SP-55. Washington, DC: Government Printing Office 1964 ]

Example 304 stainless steel

T= 80 K ,  $r_e = 52 \times 10^{-6} \Theta cm$

$$e = 0.049406 - 4.70 \times 10^{-6} - 0.003313 = 0.0461$$

40% of the measured value!

Total Emissivity for Selected Materials

Material	Emissivity	Temp, K
3M black paint (80 $\mu m$ thick) on copper substrate	0.892	4.2
	0.896	20
	0.910	77
	0.935	300
Aluminum, polished (2024-T6) (33 $\mu in.$ roughness)	0.018	4.2
	0.018	20
	0.023	77
	0.050	300
Copper, polished (41 $\mu in.$ roughness)	0.054	4.2
	0.055	20
	0.070	77
	0.100	300
304 Stainless steel, polished (27 $\mu in.$ roughness)	0.078	4.2
	0.087	20
	0.13	77
	0.17	300
Aluminum, mechanical polish	0.058	4.2
	0.10	77
Aluminum, oxide layer	0.074	4.2
	0.49	77
Copper, as received	0.062	4.2
	0.12	77
304 Stainless steel, mech. polish	0.074	4.2
	0.12	77
	0.16	300
304 Stainless steel, as received	0.12	4.2
	0.34	77
Aluminum coating (79 nm thick) on 6 $\mu m$ polyester film	0.021	307
Aluminum coating (38 nm thick) on both sides of Mylar film	0.025	307
Copper coating (68 nm thick) on 6 $\mu m$ polyester film	0.013	307
Silver coating (76 nm thick) on 6 $\mu m$ polyester film	0.0133	307

Lezione da imparare: l'effettiva lavorazione delle superfici è estremamente rilevante... in molti casi ci vuole una misura

# Trasporto della radiazione irraggiata (1)

Quando due superfici scambiano energia per irraggiamento, parte dell'energia irradiata da una superficie può non essere intercettata dalla seconda superficie.

**Fattore di forma**

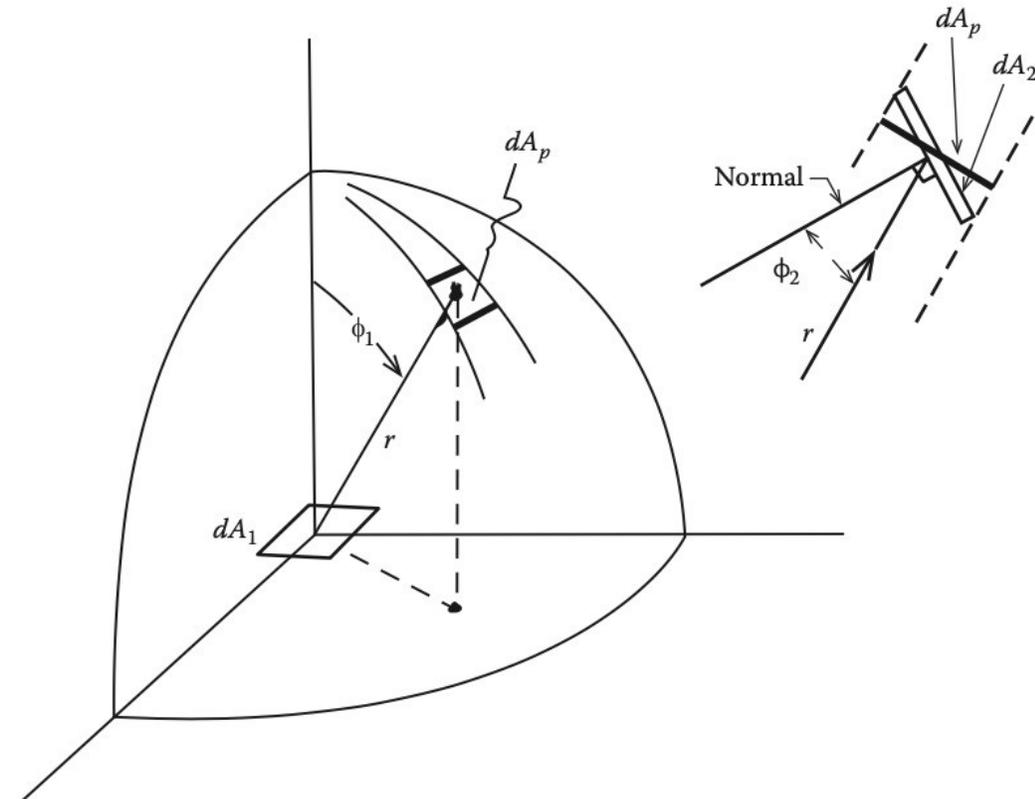
$$F_{ij} = \frac{\text{Potenza che emessa da } i \text{ va direttamente su } j}{\text{Potenza totale irradiata}}$$

*Only a small fraction of the total Sun emission hits the Earth!*



superficie  $dA_1 \rightarrow$  emettitore ; superficie  $dA_2 \rightarrow$  ricevitore

$$F_{d1 \rightarrow 2} = \int_{A_2} \frac{\cos \phi_1 \cos \phi_2}{\pi r^2} dA_2$$



# Trasporto della radiazione irraggiata (2)

## Due proprietà fondamentali del fattore di forma

► **reciprocità** →  $F_{i,j} A_i = F_{j,i} A_j$

**Esempio:** Una linea di trasferimento (lung.  $L$ ) è composta da due tubi cilindrici concentrici. La superficie 1 (interna) ha diametro  $D_1$ , la superficie esterna 2 ha diametro  $D_2$ .

-----  
In questo caso  $F_{1,2} = 1$ , perché tutti i raggi emessi da 1 vanno su 2.

Quindi

$$F_{2,1} = F_{1,2} (A_1/A_2) = (\nu L D_1 / \nu L D_2) = (D_1 / D_2)$$

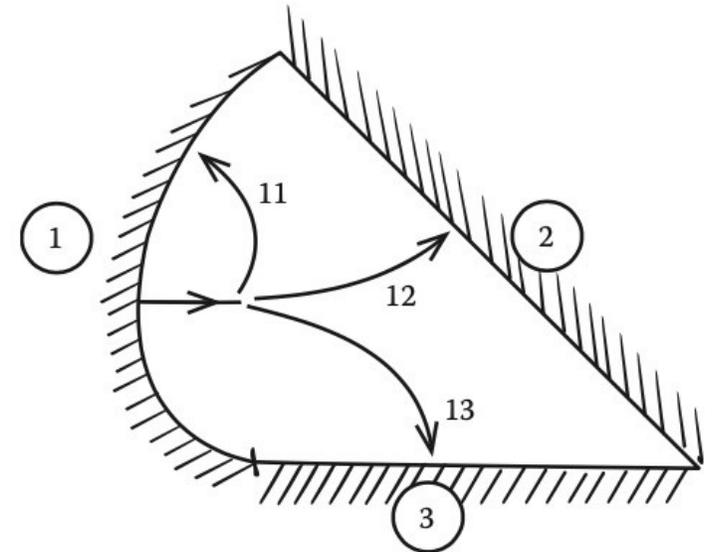
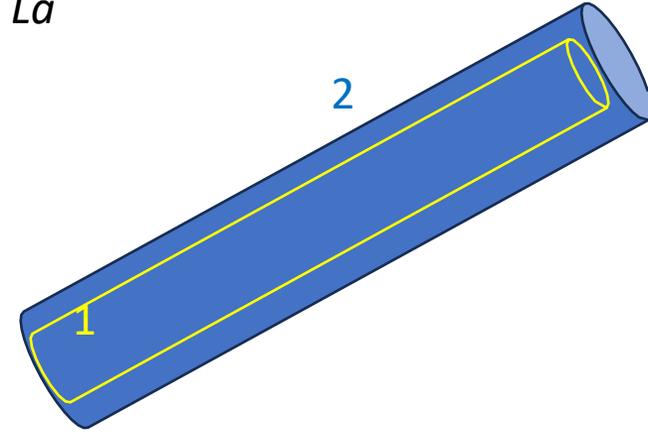
-----

► **Superfici chiuse**

$$\sum_{j=1}^N F_{i,j} = 1 \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N$$

L'energia emessa da 1 ha 3 possibili destinazioni (conservazione)

$$F_{1,1} + F_{1,2} + F_{1,3} = 1$$



# Trasporto della radiazione irraggiata (2)

Per stimare il fattore di forma tra due superfici finite:

$$A_1 F_{12} = \int_{A_1} F_{d1-2} dA_1 = \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \phi_1 \cos \phi_2 dA_1 dA_2}{\pi r^2}$$

$$F_{12} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \phi_1 \cos \phi_2 dA_1 dA_2}{\pi r^2}$$

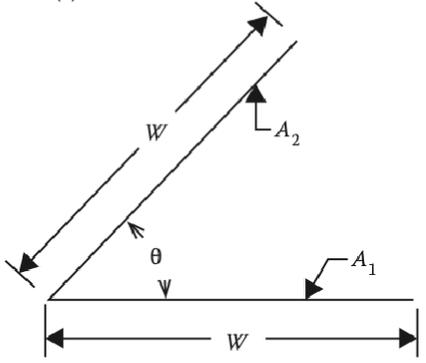
La valutazione di queste integrali spesso richiede integrazione numerica

*ma – in vari casi – le approssimazioni sono sempre possibili:*

*Due superfici piane infinite parallele  $F_{ij}=1$*

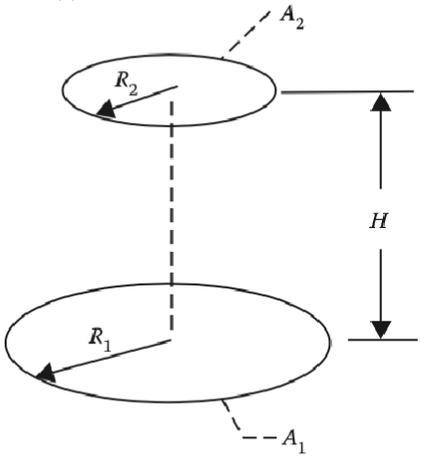
## Configuration Factor Expressions

Case (a)



Two infinitely long plates of equal width  $W$ , having an included angle  $\theta$   
 $F_{1,2} = 1 - \sin(\frac{1}{2}\theta)$

Case (b)

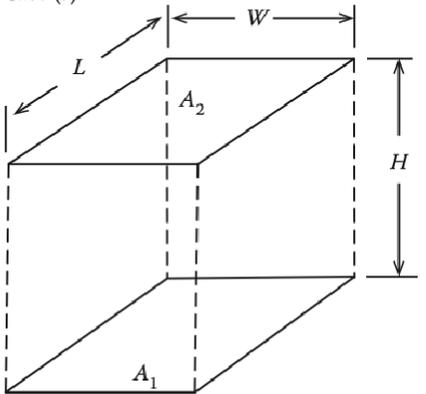


Parallel circular disks with centers along the same normal, spaced a distance  $H$  apart.

$$X = 1 + \frac{H^2 + R_2^2}{R_1^2}$$

$$F_{1,2} = \frac{1}{2} \left[ X - \sqrt{X^2 - 4 \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^2} \right]$$

Case (c)



Identical parallel directly opposed rectangles spaced a distance  $H$  apart

$$X = \frac{L}{H}; \quad Y = \frac{W}{H}$$

$$Z_1 = \sqrt{\frac{(1+X^2)(1+Y^2)}{1+X^2+Y^2}}$$

$$Z_2 = X\sqrt{1+Y^2} \tan^{-1} \left[ \frac{X}{\sqrt{1+Y^2}} \right]$$

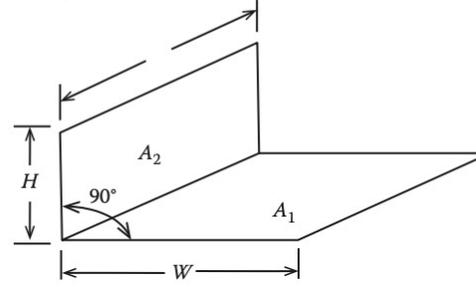
$$+ Y\sqrt{1+X^2} \tan^{-1} \left[ \frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} \right]$$

$$Z_3 = X \tan^{-1}(X) + Y \tan^{-1}(Y)$$

$$F_{1,2} = \left( \frac{2}{\pi XY} \right) [\ln(Z_1) + Z_2 - Z_3]$$

## Configuration Factor Expressions

Case (d)



Two rectangles having a common side  $L$  with an included angle of  $90^\circ$

$$X = \frac{H}{L}; \quad Y = \frac{W}{L}$$

$$Z_1 = Y \tan^{-1} \left( \frac{1}{Y} \right) + X \tan^{-1} \left( \frac{1}{X} \right)$$

$$- \sqrt{X^2 + Y^2} \tan^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \right)$$

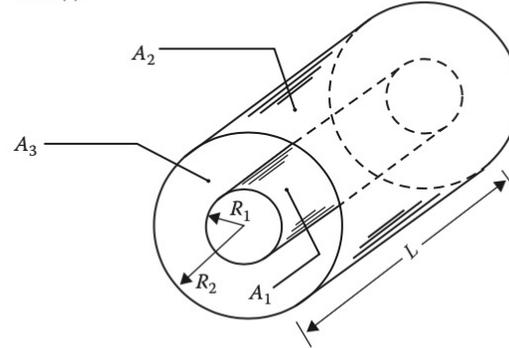
$$Z_2 = \frac{(1+X^2)(1+Y^2)}{1+X^2+Y^2}$$

$$Z_3 = \frac{Y^2(1+X^2+Y^2)}{(1+Y^2)(X^2+Y^2)}$$

$$Z_4 = \frac{X^2(1+X^2+Y^2)}{(1+X^2)(X^2+Y^2)}$$

$$F_{1,2} = \left( \frac{1}{4\pi Y} \right) [4Z_1 + \ln(Z_2) + Y^2 \ln(Z_3) + X^2 \ln(Z_4)]$$

Case (e):



Two concentric cylinders of length  $L$ . The inner cylinder is surface 1; the outer cylinder is surface 2; and one end annular disk is surface 3.

$$X = \frac{L}{R_1}; \quad Y = \frac{R_2}{R_1}$$

$$Z_1 = X^2 + Y^2 - 1$$

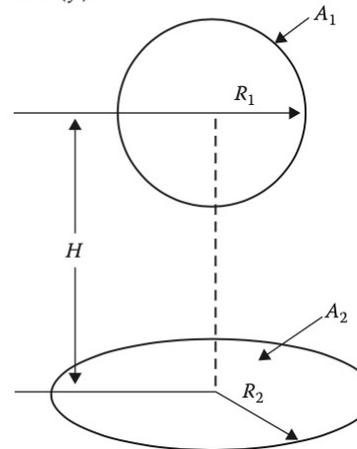
$$Z_2 = X^2 - Y^2 + 1$$

$$Z_3 = \sqrt{(Z_1 + 2)^2 - 4Y^2} \cos^{-1} \left( \frac{Z_2}{Z_1 Y} \right) + Z_2 \sin^{-1} \left( \frac{1}{Y} \right) - \frac{1}{2} \pi Z_1$$

$$F_{1,3} = \left( \frac{1}{2\pi} \right) \left[ \cos^{-1} \left( \frac{Z_2}{Z_1} \right) - \left( \frac{Z_3}{2X} \right) \right]$$

$$F_{1,2} = 1 - F_{1,3}$$

Case (f)



Sphere of radius  $R_1$  to disk of radius  $R_2$  with the normal to the disk passing through the center of the sphere. Distance between the sphere center and the disk is  $H$ .

$$X = \frac{R_2}{H}$$

$$F_{1,2} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1+X^2}} \right)$$

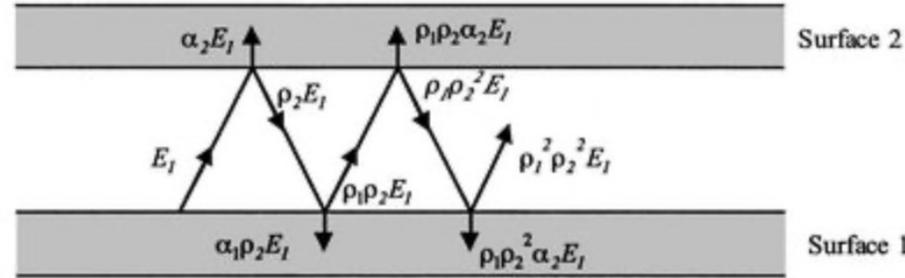
# Scambio di calore tra superfici grigie

- I corpi neri assorbono completamente la radiazione incidente e questo rende relativamente semplice i calcoli, una volta determina il fattore di vista.
- Nel caso generale il calcolo computazione è estremamente complesso: l'assorbanza e l'emissività sono non uniformi sia per la direzione che per l'angolo. Dati di dettaglio sono piuttosto rari.
- Un buon compromesso è rappresentato dal calcolo numerico per corpi grigi che è implementabile nei principali software (Ansys, COMSOL, etc)



# Radiazione termica tra corpi grigi – superfici piane (1)

Surface 1 emits	$E_1$
Surface 2 absorbs	$E_1\alpha_2$
Surface 2 reflects	$E_1(1 - \alpha_2)$
Surface 1 absorbs	$E_1(1 - \alpha_2)\alpha_1$
Surface 1 reflects	$E_1(1 - \alpha_2)(1 - \alpha_1)$
Surface 2 absorbs	$E_1(1 - \alpha_2)(1 - \alpha_1)\alpha_2$
Surface 2 reflects	$E_1(1 - \alpha_2)(1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2)$
Surface 1 absorbs	$E_1(1 - \alpha_2)(1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2)\alpha_1$



Surface 2 emits	$E_2$
Surface 1 absorbs	$E_2\alpha_1$
Surface 1 reflects	$E_2(1 - \alpha_1)$
Surface 2 absorbs	$E_2(1 - \alpha_1)\alpha_2$
Surface 2 reflects	$E_2(1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2)$
...	

Sommando tutti i contributi assorbiti da 1

$$E_1(1 - \alpha_2)\alpha_1 + E_1(1 - \alpha_2)\alpha_1(1 - \alpha_2)(1 - \alpha_1) + \dots \xrightarrow{\beta = (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2)} E_1(1 - \alpha_2)\alpha_1(1 + \beta + \beta^2 + \dots) \xrightarrow{\quad} \frac{E_1(1 - \alpha_2)\alpha_1}{1 - \beta}$$

E quelli emessi e assorbiti in 2

$$\xrightarrow{\quad} E_2 - \left( \frac{E_2(1 - \alpha_1)\alpha_2}{1 - \beta} \right) = \frac{E_2\alpha_1}{1 - \beta}$$

Il flusso netto di energia da 1 a 2

$$E_1 - \frac{E_1(1 - \alpha_2)\alpha_1}{1 - \beta} - \frac{E_2\alpha_1}{1 - \beta} \xrightarrow{\quad} \frac{E_1\alpha_2 - E_2\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1\alpha_2}$$

# Radiazione termica tra corpi grigi – superfici piane (2)

Poiché:

Legge di Kirchhoff

$$e_1 = \alpha_1 \text{ and } e_2 = \alpha_2$$

Legge di S-B

$$E_1 = e_1 \alpha T_1^4$$

$$E_2 = e_2 \alpha T_2^4$$

L'espressione finale per l'energia trasferita fra 2 superfici piane grigie è:

$$\dot{Q}_{12}^{rad} = \frac{e_1 \sigma T_1^4 - e_2 \sigma T_2^4}{e_1 + e_2 - e_1 e_2} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2} - 1}$$

# Radiazione termica tra corpi grigi – superfici generiche (1)

**Superfici Grigie** →  $e_\lambda$  indipendente da  $\lambda$  + emissione diffuse ( $e_\lambda$  indipendente dalla direzione).

L'energia trasmessa si deriva da Stefan–Boltzmann con alcune modifiche:

- ▶ Il fattore di vista,  $F_{12}$
- ▶ un fattore di emissività totale  $F_e$  che tiene conto del fatto che le superfici hanno una emissività  $<1$

Il calore scambiato  $\dot{Q}$  tra le superfici  $A_1$  a  $T_1$  e la superficie  $A_2$  a  $T_2$  si può scrivere come:

$$\dot{Q} = F_e F_{1,2} \sigma A_1 (T_2^4 - T_1^4)$$

# Radiazione termica tra corpi grigi – superfici generiche (2)

## Emissivity Factor Expressions

---

*Case (a):* Small body (1) enclosed by a much larger surface (2).

$$F_e = e_1$$

*Case (b):* Infinite parallel flat plates

$$\frac{1}{F_e} = \frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2} - 1$$

*Case (c):* Long concentric cylinders or concentric spheres. Subscript (1) denotes the enclosed surface.

$$\frac{1}{F_e} = \frac{1}{e_1} + \left(\frac{A_1}{A_2}\right)\left(\frac{1}{e_2} - 1\right)$$

*Case (d):* Two gray surfaces connected by a reradiating non-conducting surface (Based on the area  $A_1$ ).

$$\frac{1}{F_e F_{1,2}} = \frac{1}{e_1} - 1 + \left(\frac{A_1}{A_2}\right)\left(\frac{1}{e_2}\right) + \frac{1}{F_0}$$

where

$$F_0 = \frac{1 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right) F_{12}^2}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2}\right) (1 - 2F_{12})}$$

---

# Radiazione termica tra corpi grigi – superfici generiche (3)



## Example:

Long transfer line

$D_1 = 114 \text{ mm}$  ,  $e_1 = 0.12$  ,  $T_1 = 100 \text{ K}$

$D_2 = 164 \text{ mm}$  ,  $e_2 = 0.16$  ,  $T_2 = 320 \text{ K}$

Determine the radiant power transferred per unit length !

► Configuration factor  $F_{1,2} = 1$ : the radiation from the inner surface (1) to the outer one (2) is unity because all of the radiation leaving the inner line strikes the outer line surface.

► For the emissivity factor we use formula (c) of the table reported in previous slide

$$\frac{1}{F_e} = \frac{1}{e_1} + \left( \frac{A_1}{A_2} \right) \left( \frac{1}{e_2} - 1 \right) \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{F_e} = \frac{1}{0.12} + \left( \frac{114}{161} \right) \left( \frac{1}{0.16} - 1 \right) = 12.051 \quad \longrightarrow \quad F_e = 0.0830$$

► The radiation heat transfer rate per unit area of the inner line is  $\dot{Q} = F_e F_{1,2} \sigma A_1 (T_2^4 - T_1^4)$

$$\frac{\dot{Q}}{A_1} = (1)(0.0830)(56.69 \times 10^{-9})(320^4 - 100^4) = 48.86 \text{ W/m}^2 \quad \longrightarrow \quad \frac{\dot{Q}}{L} = \left( \frac{\dot{Q}}{A_1} \right) \left( \frac{A_1}{L} \right) = (48.86)(\pi)(0.114) = 7.50 \text{ W/m}$$

# Radiazione termica tra corpi grigi – superfici generiche (4)

Esempio: Gli schermi radiativi di un refrigeratore a diluizione sono usualmente alle seguenti temperatura 50 K, 3K, 1K: che ingressi radiativi ci aspettiamo?

In condizioni tipiche gli schermi sono molto vicini e ricadiamo in un caso equivalente alle superfici piane

$$\dot{Q}_{12}^{rad} = \frac{e_1 \sigma T_1^4 - e_2 \sigma T_2^4}{e_1 + e_2 - e_1 e_2} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2} - 1}$$

300 K -> 50 K:  $e_1=0.2$ ,  $e_2=0.1$ ,  $S \sim 1,5 \text{ m}^2$

$$\dot{Q}_{12}^{rad} = 50 \text{ W}$$

50 K -> 3 K:  $e_1=0.1$ ,  $e_2=0.1$ ,  $S \sim 1 \text{ m}^2$

$$\dot{Q}_{12}^{rad} = 20 \text{ mW}$$

3 K -> 1 K:  $e_1=0.1$ ,  $e_2=0.1$ ,  $S \sim 1 \text{ m}^2$

$$\dot{Q}_{12}^{rad} = 200 \text{ nW}$$

Sufficiente a causare un piccolo aumento sulla MC, ma non è solo per quello che ci serve...



# Come ridurre lo scambio radiativo tra superfici (1)

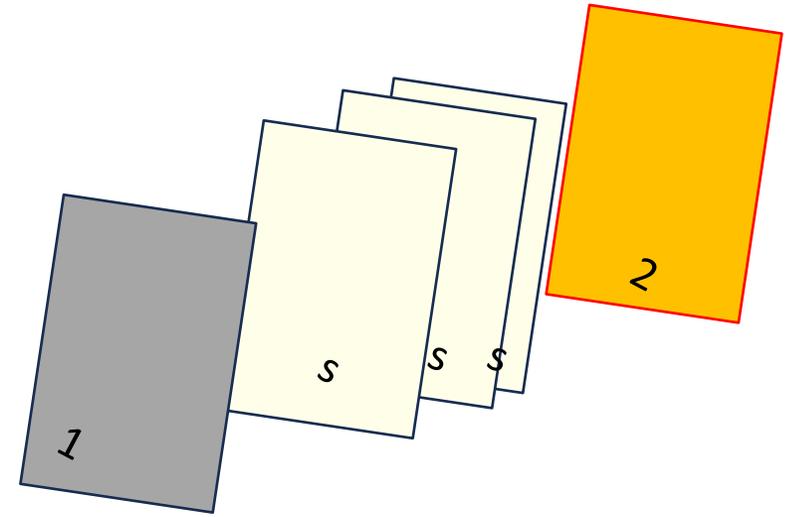
**L'ingresso termico per irraggiamento può essere ridotto frapponendo fra le sorgenti (molti) schermi (idealmente), che siano molto riflettenti.**

$$\frac{\dot{Q}}{A} = F_{e1} \sigma (T_{s1}^4 - T_1^4)$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = F_{e2} \sigma (T_{s2}^4 - T_{s1}^4)$$

...

$$\frac{\dot{Q}}{A} = F_{e(N+1)} \sigma (T_2^4 - T_{sN}^4)$$



$e_s$  emissivity of the shields  
 $e_1$  and  $e_2$  boundary emissivities

$$T_2^4 - T_1^4 = \frac{\dot{Q}}{\sigma A} \left( \frac{1}{F_{e1}} + \frac{1}{F_{e2}} + \dots + \frac{1}{F_{e(N+1)}} \right) = \frac{\dot{Q}}{F_e \sigma A}$$



$$\frac{1}{F_e} = \left( \frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_s} - 1 \right) + (N-1) \left( \frac{2}{e_s} - 1 \right) + \left( \frac{1}{e_s} + \frac{1}{e_2} - 1 \right)$$

## Come ridurre lo scambio radiativo tra superfici (2)

### Esempio:

Superfici iniziali con emissività  $e_1 = e_2 = 0.80$

10 fogli ( $N = 10$ ) con emissività  $e_s = 0.05$

$$\frac{1}{F_e(\text{no shields})} = \frac{1}{0.80} + \frac{1}{0.80} - 1 = 1.500$$

$$F_e(\text{no shields}) = 0.6667 = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{F_e(10 \text{ shields})} = (2) \left( \frac{1}{0.80} + \frac{1}{0.05} - 1 \right) + (10 - 1) \left( \frac{2}{0.05} - 1 \right)$$

$$F_e(10 \text{ shields}) = \frac{1}{391.5} = 0.002554$$

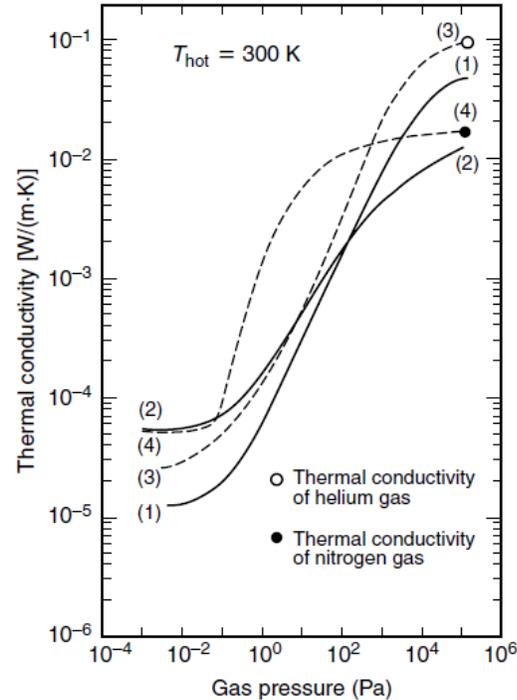
Trasferimento di calore radiativo ridotto di un fattore  $(0.6667/0.002554) = 261 !!!$

Nell'applicazione reale è facile ottenere una riduzione fino a pochi W/m<sup>2</sup>

M.L.I. physics principle !

# Come ridurre lo scambio radiativo tra superfici (3)

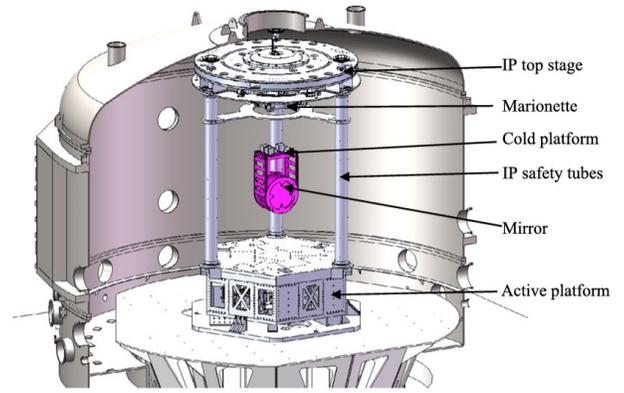
Fig. 2.4 Mean apparent thermal conductivity of various MLI as a function of gas pressure in a vacuum space, with a hot-wall temperature  $T_{\text{hot}} = 300$  K. The MLI is composed of aluminized Mylar™ layers separated by various insulating spacer layers: (1) Al foil + fiberglass paper (with residual helium gas in the vacuum space) and a cold-wall temperature  $T_{\text{cold}} = 20$  K; (2) Al foil + fiberglass paper (with residual nitrogen gas)  $T_{\text{cold}} = 77$  K; (3) double-aluminized Mylar™ + Dexiglas (with helium gas)  $T_{\text{cold}} = 77$  K; and (4) crinkled Mylar™ (NRC-2) (with nitrogen gas)  $T_{\text{cold}} = 79$  K. (Compiled by Nast 2000 from data in Little 1963, Lockheed 1964, and Boberg 1964.)



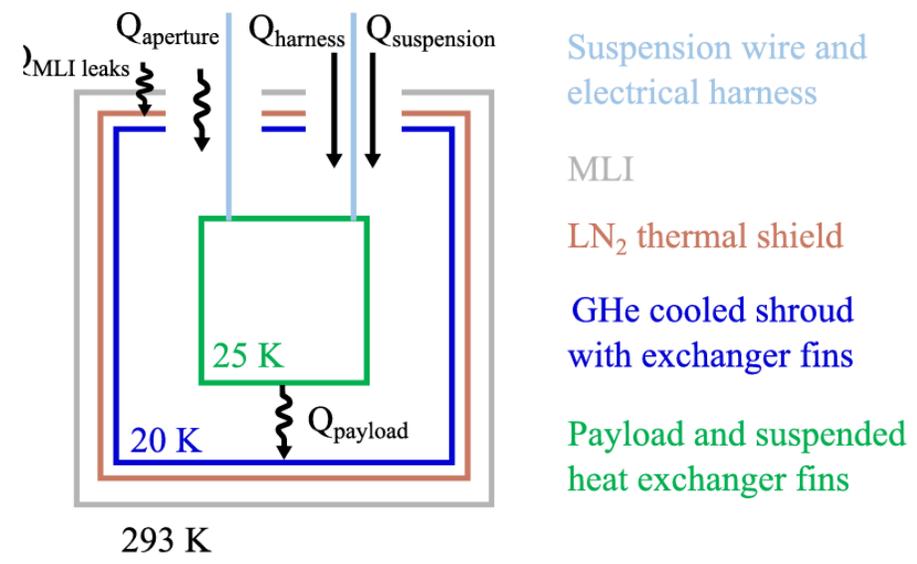
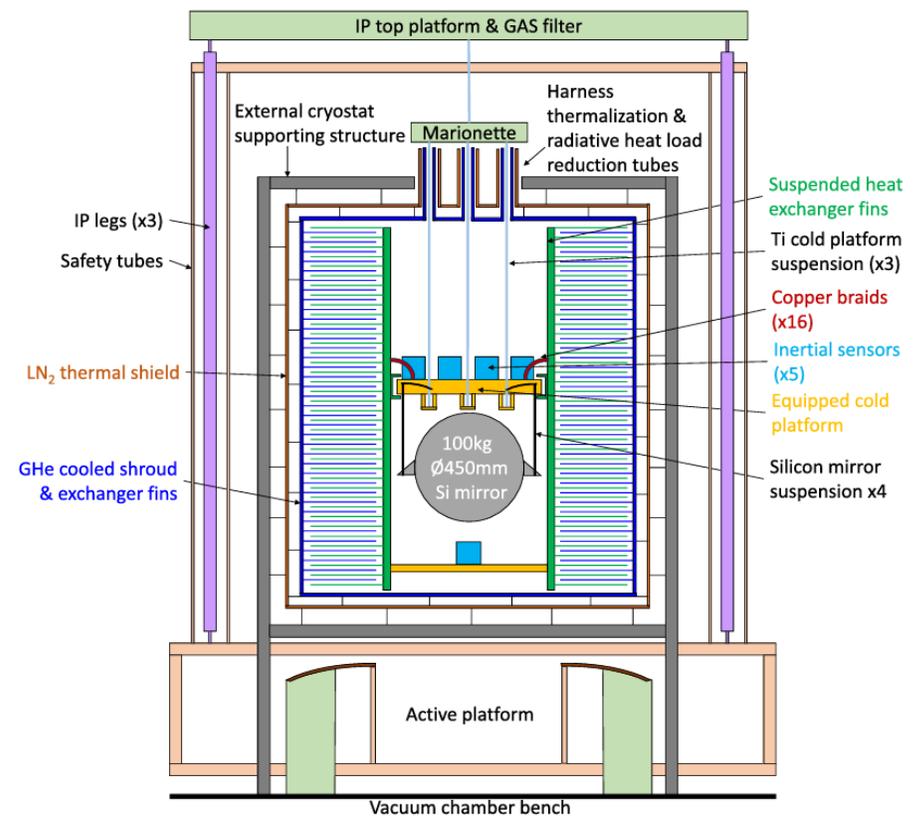
Nel caso reale è necessario tenere in conto gli ingressi conduttivi dovuti ai supporti dei fogli, la non perfetta separazione degli stessi e il problema dell'intrappolamento di gas

# Raffreddamento radiativo

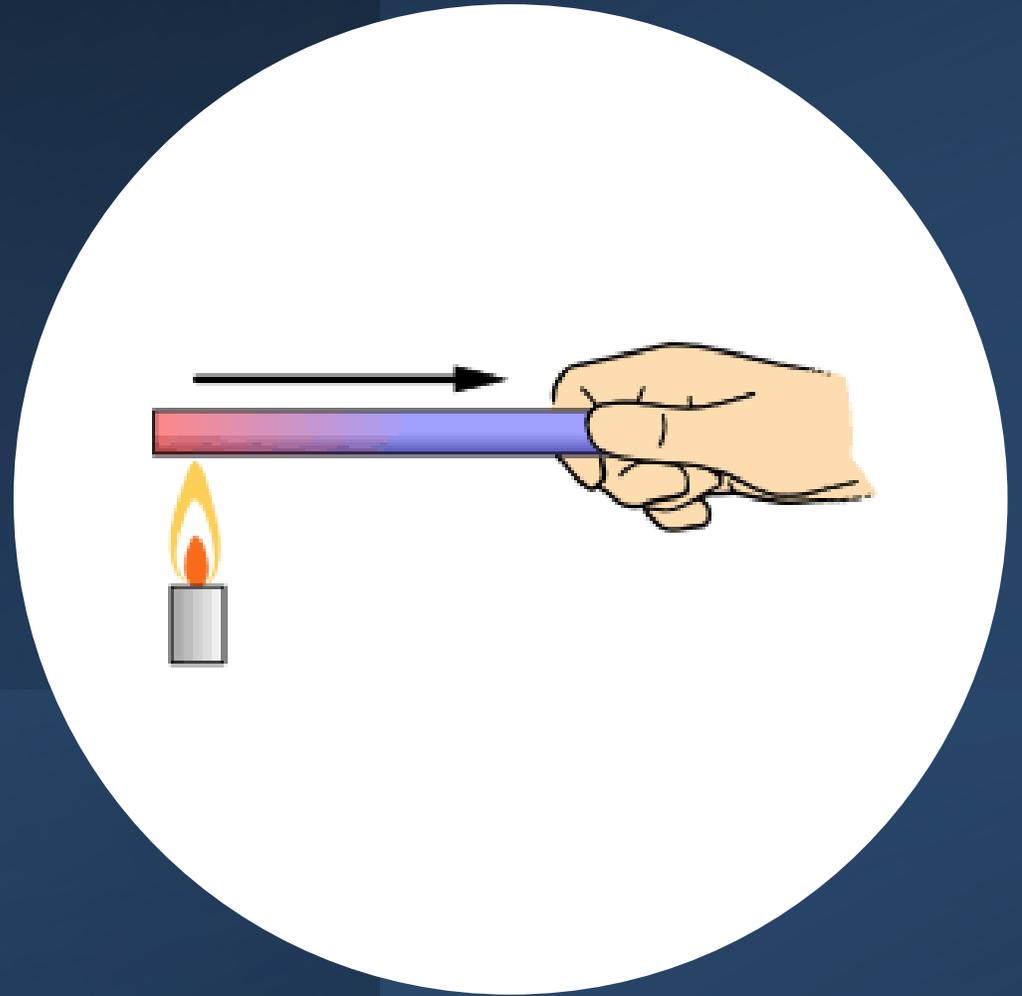
L'isolamento termico/meccanico degli stadi freddi può rendere proibitivi i tempi scala in cui si raffreddano. In alcune circostanze può quindi essere utile massimizzare superfici e epsilon dei materiali



(a)

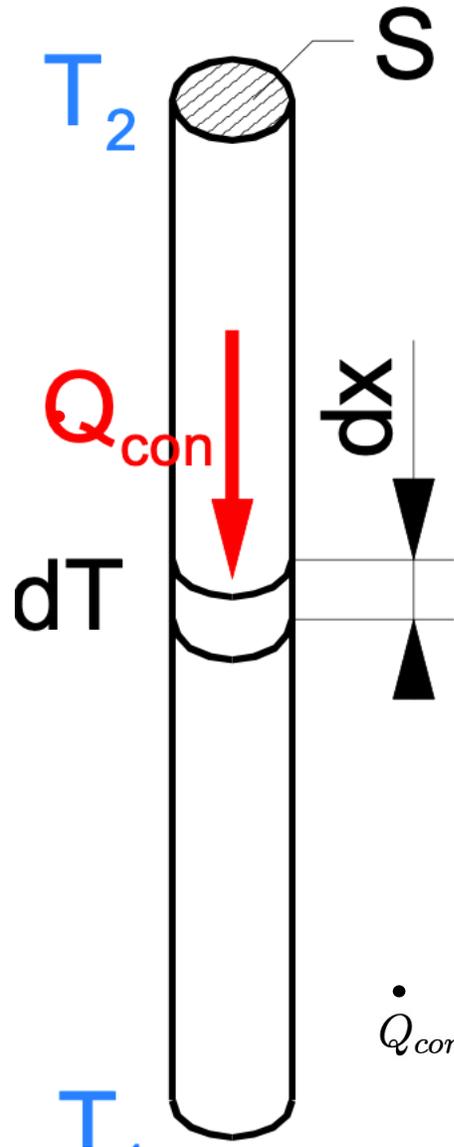


Conduzione



# Conduzione (1)

Il flusso di calore che scorre nella direzione x dipende dalla derivata di T



$$\dot{Q}_x = -k(T)S \frac{\partial T}{\partial x}$$

*Legge di Fourier – 1D*

$$\dot{Q} = \frac{\partial Q}{\partial t} \text{ [W]}$$

$$\dot{Q}_{con} = - \int_S k(T) \vec{\nabla} T \cdot \vec{n} dS$$

*Caso  
Generale*

Nel caso di una barra sottile di sezione  $s$ , lunghezza  $L=L_2-L_1$ ,  $T$  agli estremi  $T_1$  e  $T_2$

$$\dot{Q}_{con} = -\frac{S}{\Delta L} \int_{L_1}^{L_2} k(T) \frac{\partial T}{\partial x} dx$$



se  $k(T) = k = \text{costante}$

$$\dot{Q}_{con} = -\frac{S}{\Delta L} k(T_2 - T_1)$$

# Conduzione – brevi cenni teorici



Bilancio termico lungo la direzione x

$$\underbrace{\rho(dS \, dx)c \, dT}_{\text{Calore assorbito da dV}} = - \left[ \underbrace{k \, dS \, dt \left\{ \frac{\partial T}{\partial x} \right\}}_{\text{Calore che fluisce in}} - \underbrace{k \, dS \, dt \left\{ \left[ \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx \right] \right\}}_{\text{Calore che fluisce da}} \right]$$

Con alcune semplificazioni

$$\left( \frac{\rho \, c}{k} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Due elementi che emorgono da questa slide:

- 1)  $(k/\rho c) \rightarrow \{ [W \, m^{-1} \, K^{-1}] / [W \, s \, m^{-3} \, K^{-1}] \} \rightarrow [m^2 \, s^{-1}]$ , chiamata *diffusività termica*, descrive la «velocità» con cui il calore fluisce nel dato materiale.
- 2) Questa equazione è valida solo se gli altri meccanismi (irraggiamento e convezione) sono trascurabili.

Equazione generale

$$\left( \frac{\rho \, c}{k} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \nabla^2 T$$

# Conduzione – analogia con le leggi di Ohm

**Leggi di Ohm**

$$i = G_{el}\Delta V = \Delta V / R_{el}$$

$$R_{el} = \rho \frac{l}{S}$$

$$G_{el} = \frac{1}{R_{el}} = \rho \frac{l}{S}$$

**Legge di Fourier**

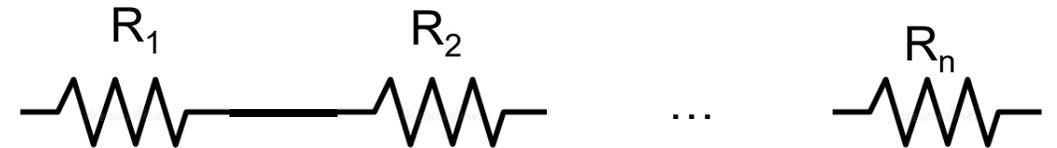
$$Q = G_{th}\Delta T = \Delta T / R_{th}$$

$$R_{th} = k \frac{l}{S}$$

$$G_{th} = \frac{1}{R_{th}} = k \frac{l}{S}$$

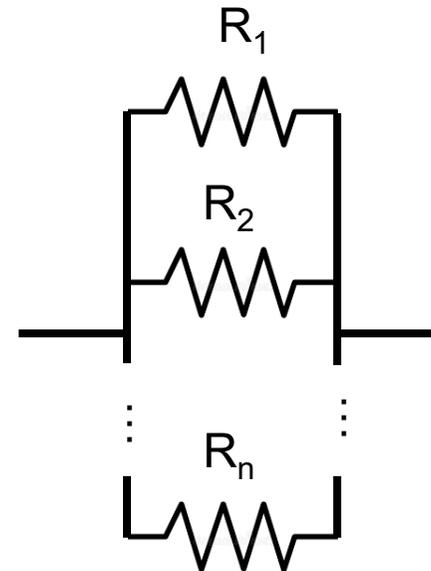
**Parallelo**

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$



**Serie**

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$



# Esempi di applicazioni

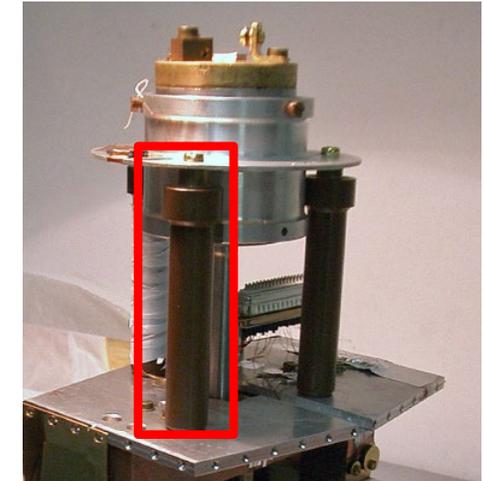
## Link termici

- realizzati in materiali molto conduttivi (Cu e Al)
- a seconda delle applicazioni possono avere vincoli di rigidità
- a T molte basse richiedono considerazioni di resistenza di contatto



## Supporti

- realizzati in materiali poco conduttivi (plastiche, acciaio, etc)
- a seconda delle applicazioni possono avere vincoli di rigidità, resistenza meccanica



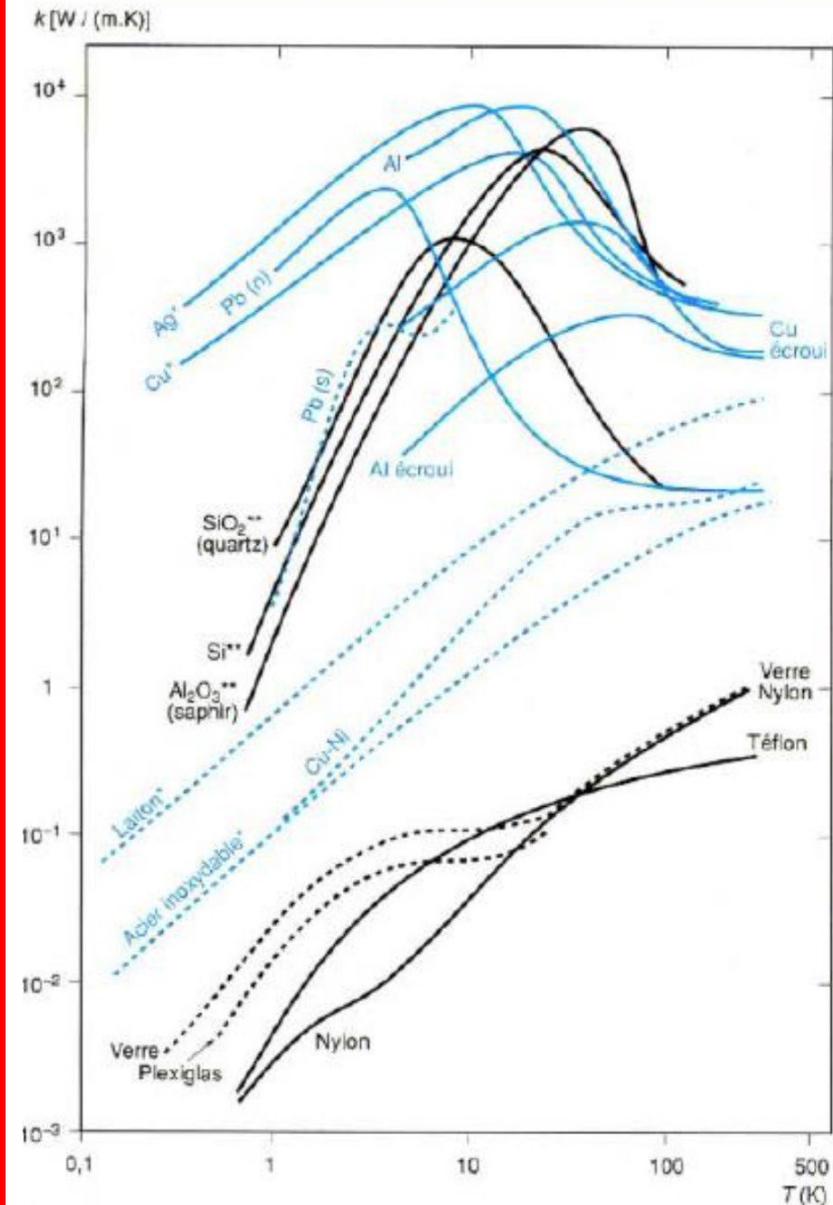
## Cablatura elettrica

- La scelta di materiali spessori e lunghezze ha come vincolo non solo  $G_{el}$ , ma anche  $G_{th}$
- A temperature molto basse sono spesso preferiti i superconduttori

# Conduzione (2)

$$\int_0^T k(T') dT' \rightarrow \text{Integrated thermal conductivity} \quad [W \cdot m^{-1}]$$

	20 K	80 K	290 K
OFHC copper	11000	60600	152000
DHP copper	395	5890	46100
1100 aluminium	2740	23300	72100
2024 aluminium alloy	160	2420	22900
AISI 304 stainless steel	16.3	349	3060
G-10 glass-epoxy composite	2	18	153



$k(T) \rightarrow$  thermal conductivity.  
 $[W \cdot K^{-1} \cdot m^{-1}]$  SI units

# Conduzione (3)

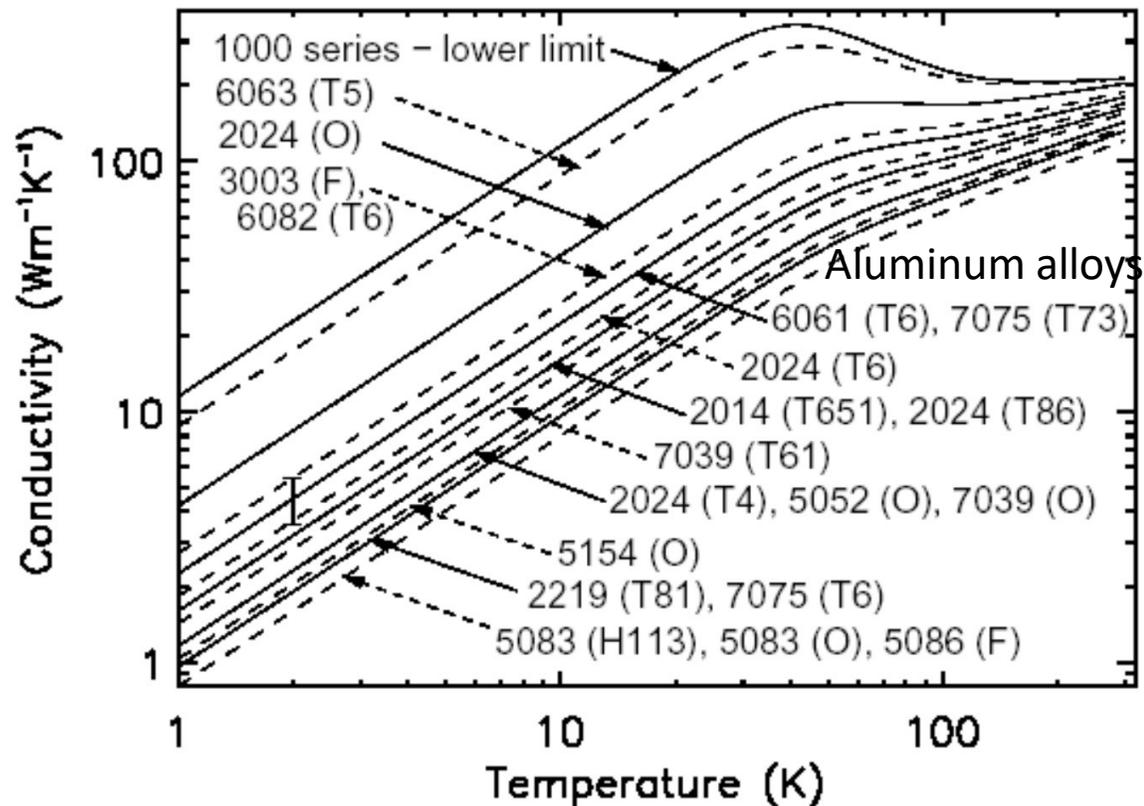
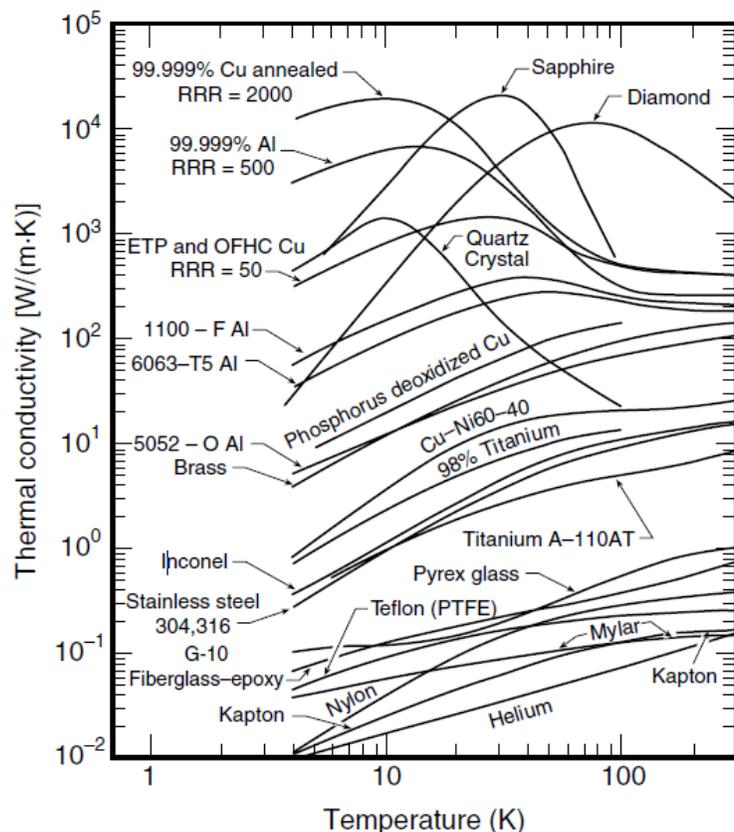
Di seguito alcune reference/tabelle per orientare la scelta dei materiali

► J.G. Weisend II et al., *A reference guide for cryogenic properties of materials* (SLAC-TN-03-023, Stanford, Calif., 2003).

► <https://trc.nist.gov/cryogenics/materials/materialproperties.htm>

► .....

## Materiali comunemente utilizzati nei criostati



# Conduzione nei metalli

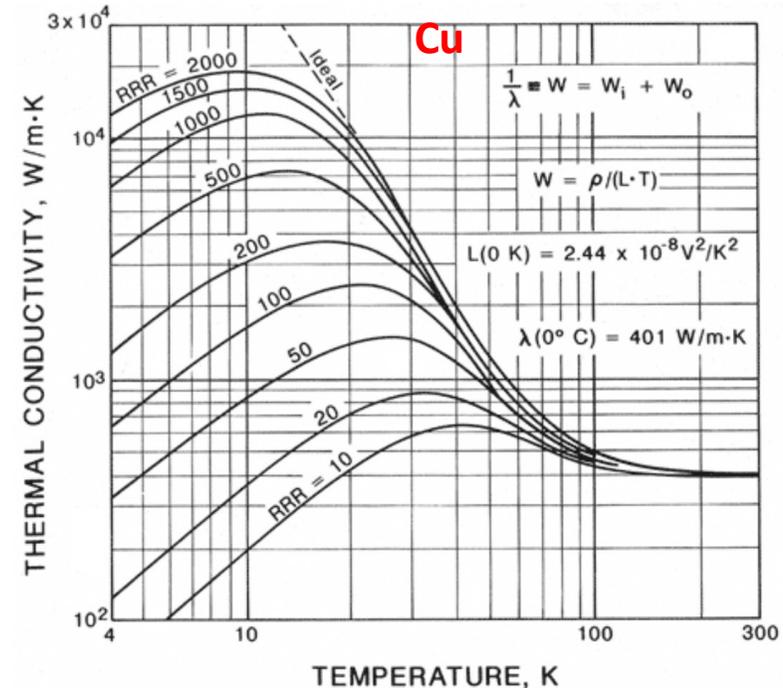
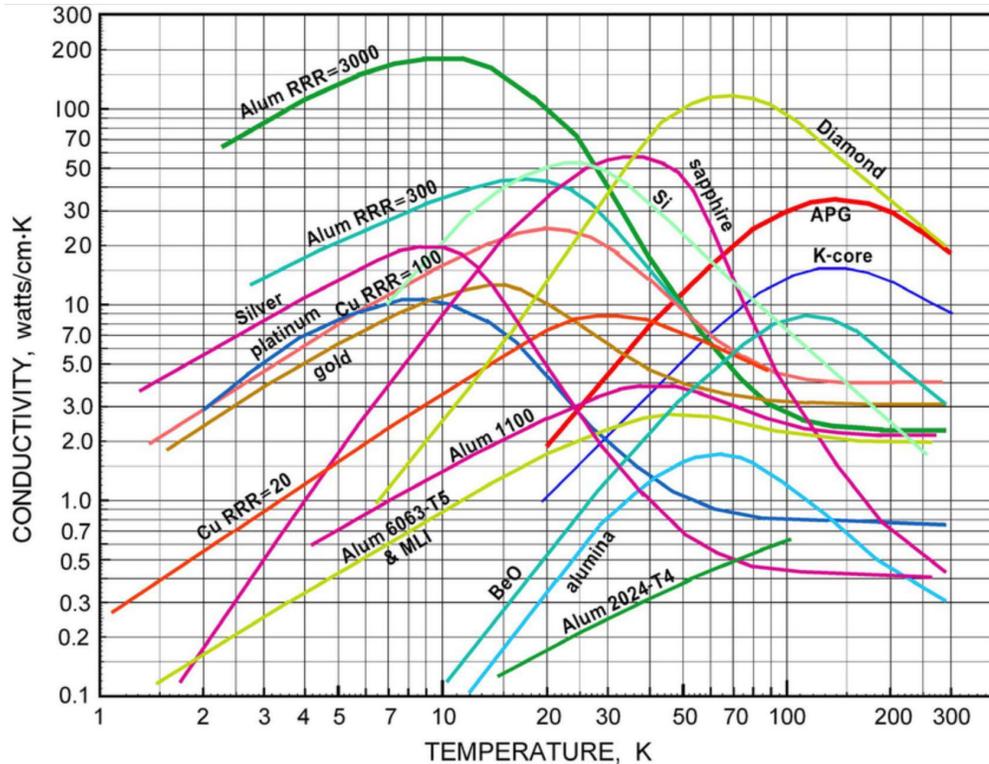
**Legge di Wiedemann-Franz** → il rapporto fra  $\kappa$  e la conducibilità elettrica  $\sigma$  in un metallo è proporzionale a  $T$

$$LT = \frac{\kappa}{\sigma} \quad \text{dove} \quad L = \frac{\kappa}{\sigma T} = 2.45 \times 10^{-8} \text{ W}\Omega\text{K}^{-2}$$

Residual Electric Resistivity RRR  
RRR alto → materiali molto puri

$$\rightarrow RRR = \frac{\rho_{300K}}{\rho_{0K}}$$

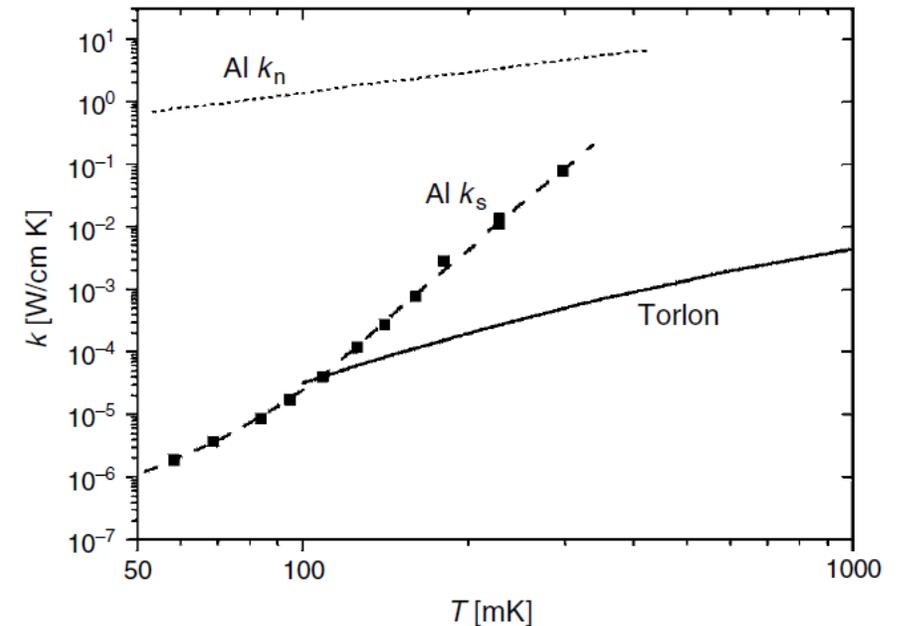
Idealmente  $\rho_{0K} = 0$ . In realtà ciò non avviene a causa delle impurezze e scattering ai bordi  
Per i superconduttori si quota normalmente il valore alla transizione



# Il caso dei superconduttori

Nei superconduttori al di sotto di  $T_c$ , gli elettroni legano in Coppie di Cooper, che non trasportano calore.

Un superconduttore si comporta dunque come un isolante termico a temperatura molto inferiori a  $T_c$  e questa caratteristica può essere sfruttata sia per connessioni elettriche a bassissime  $T$  sia per la realizzazione di switch termici.



# Sospensione degli schermi/stadi freddi di un criostato



The Cryostat design follow the concept of a “ Matrioska doll”.

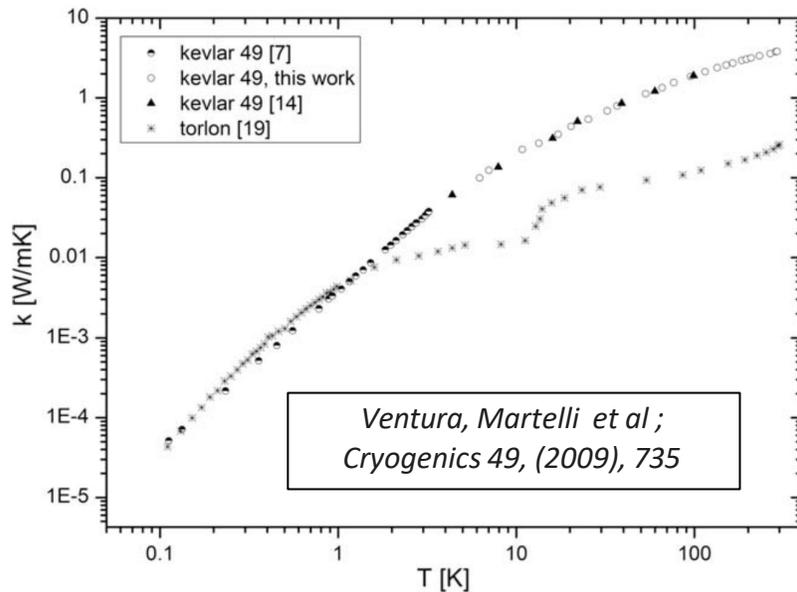
A shields **must** be thermally insulated to the others.

**Lower** is the temperature to be achieved in the innermost part, **higher** is the number of thermal shields.

Indipendent suspensions made of material with low thermal conductivity to stop the heat conduction via solid.

## Composite material as Kevlar® 49 cords

(CUORE experiment used to suspend the lowest detector stages of the X-IFU instrument on board of the Athena space telescope, which hosts superconducting sensor arrays operated at sub-Kelvin temperatures.)



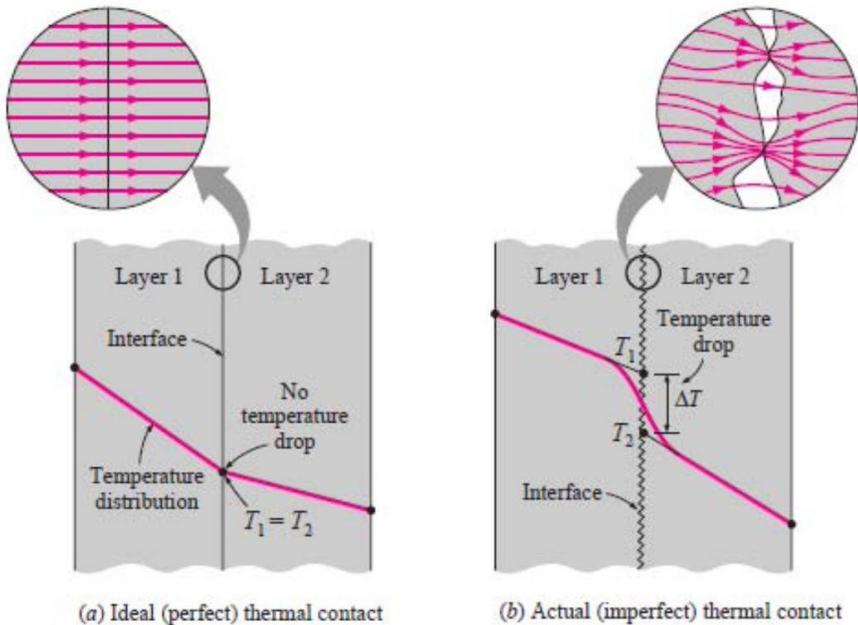
Tensile strength     ~3000 MPa  
Density                1.49 g/cm<sup>3</sup>

When choosing a **metal**, *Titanium* and *stainless steel* emerge as top contenders.

Property	Titanium (Ti-6Al-4V)	Stainless Steel 304
k(T) [ W k <sup>-1</sup> m <sup>-1</sup> ]	~22	15-25 (alloy dep.)
Tensile strenght [Mpa]	1110	515-750 (alloy dep.)
Density [g/cm <sup>3</sup> ]	4.43	7.93
Strenght to weight ration [ kN .m/kg]	280	70
Corrosion resistant	Yes	yes

# Resistenza termica di contatto

- Due corpi in contatto termici possono avere interfacce di contatto non ideali. Questo può introdurre una resistenza di contatto in parallelo, difficile da valutare, ma che comporta un gradiente termico
- Più in generale a basse temperature tutte le interfacce diventano meno efficienti a causa del mismatch acustico fra i materiali (effetto spesso chiamato resistenza di Kapitza) → Soluzione diventa l'aumento della superficie di contatto

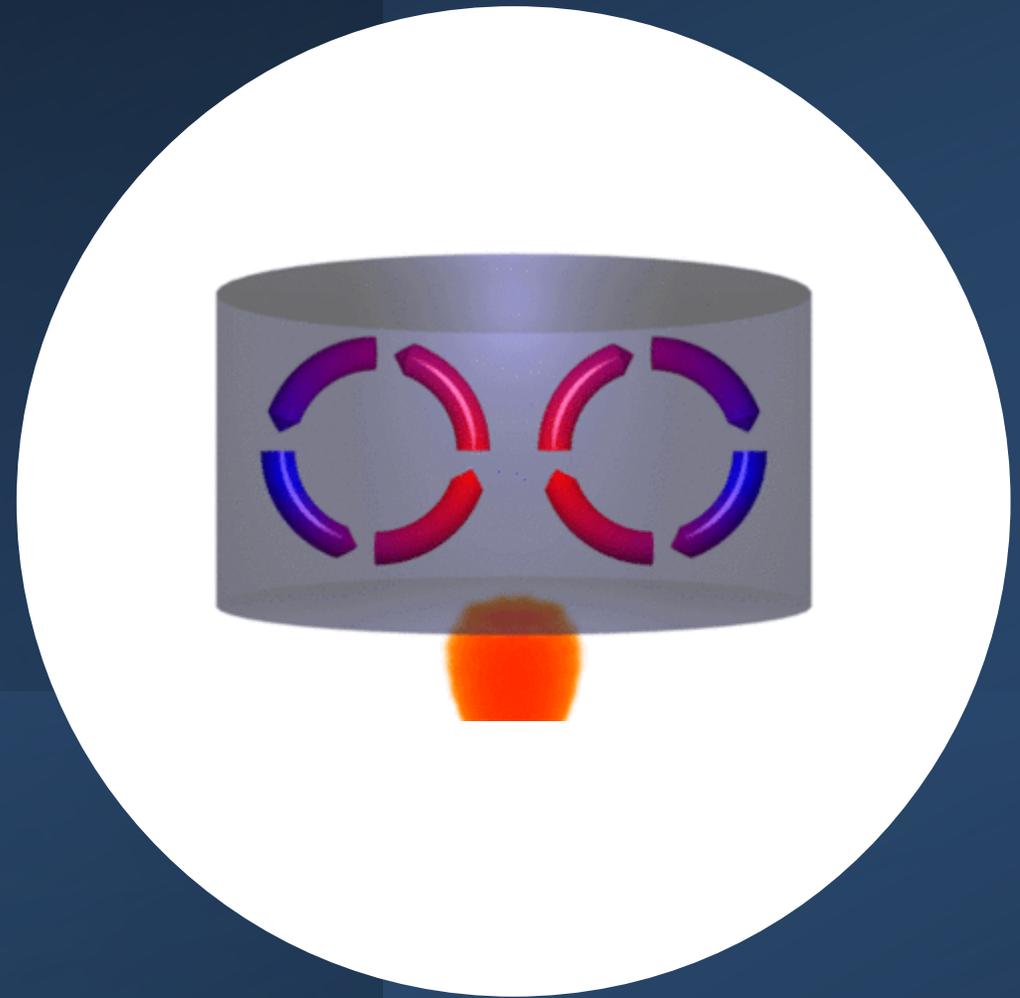


*Be aware of its effect!*  
 *$R_x$  values very difficult to predict*

See for example the case of Cu-Cu coupling at 4.2 K  
(Dhuley R.C. Cryogenics 101 (2019) 111–124)  
 *$R_x$  ranging in the interval  $2 \times 10^{-2} - 2 \times 10^{-4} [K \text{ cm}^2 \text{ W}^{-1}]$*



# Convezione



# Conducibilità termica in un gas (1)

*Il meccanismo principale è il trasferimento di energia cinetica da molecole più veloci (e quindi più calde) a molecole più lente (e quindi più fredde)*

Una molecola di un gas viaggia per un cammino libero medio  $\lambda$ , prima di scontrarsi con un'altra molecola. Nella collisione avviene lo scambio di energia:

$$\Delta U = -\frac{dU}{dx}\lambda = -mc_v \frac{dT}{dx}\lambda$$

$m \rightarrow$  massa molecolare,  $c_v \rightarrow$  calore specifico a v. costante

$\frac{1}{3}\left(\frac{N}{V}\right)\bar{v}$   $\rightarrow$  numero delle molecole che attraversano l'area per unità di superficie

$(N/V) \rightarrow$  numero di molecole per unità di volume

$\rho = (Nm/V) \rightarrow$  densità  $\rightarrow$  dipende dalla pressione  $P$  e dalla temperatura  $T$  del gas

$\bar{v} \rightarrow$  velocità molecolare media

energia totale che fluisce per  
l'unità di superficie  $\frac{\dot{Q}}{S} = \frac{1}{3}\left(\frac{N}{V}\right)\bar{v}\left[-mc_v \frac{dT}{dx}\lambda\right]$

Conducibilità termica  $\rightarrow k(T) = \frac{1}{3}\left(\frac{Nm}{V}\right)c_v\bar{v}\lambda = \frac{1}{3}\rho c_v\bar{v}\lambda = \frac{1}{3}\left(\frac{P}{RT}\right)c_v\bar{v}\lambda$

**NOTE:**  
Per un gas perfetto

# Conducibilità termica in un gas (2)

Il cammino libero medio  $\lambda$  dipende dalla viscosità del gas  $\mu$

$$\lambda = \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\pi RT}{2} \right)^{1/2} = \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\pi}{2RT} \right)^{1/2}$$

Mean velocity of the gas molecules

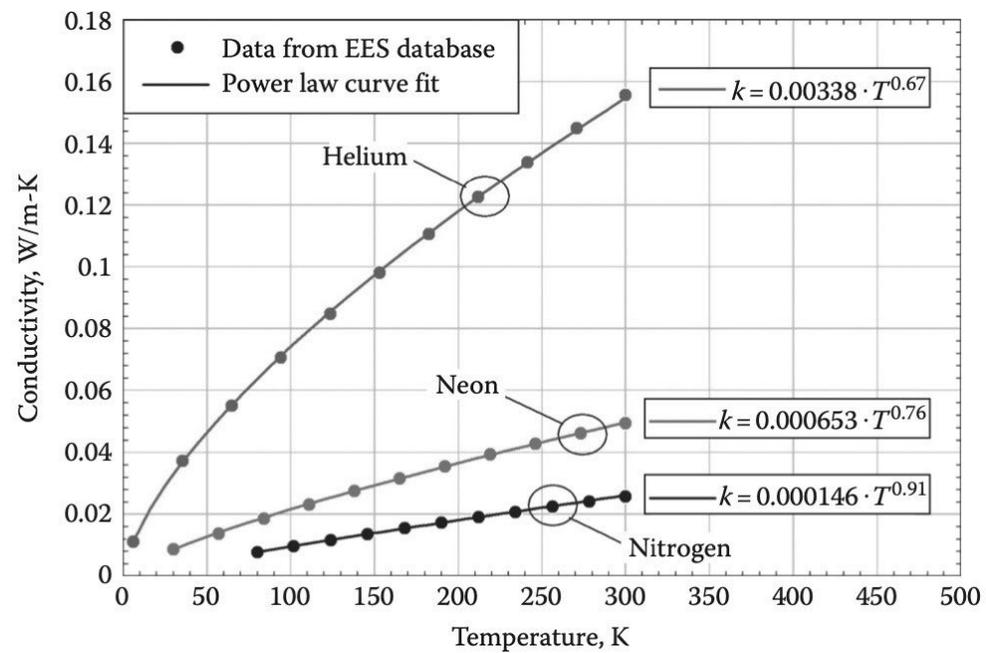
$$\bar{v} = \left( \frac{8RT}{\pi} \right)^{1/2}$$

E con un po' di conti ci si accorge che:

$$k(t) = A T^{1/2} \text{ with } A = \text{constant}$$

*Questo è vero nel caso di gas ideale... i dati sperimentali ci portano a valori leggermente differenti.*

$$k(t) = A T^x \text{ con } A = \text{costante} \\ \text{e } 0.6 < x < 0.9$$



Thermal Conductivity of Selected Gases at Atmospheric Pressure

Temperature		Thermal Conductivity, W/m-K				
°R	K	Helium	Hydrogen	Neon	Nitrogen	Oxygen
36	20	0.0262	—	—	—	—
54	30	0.0337	0.0252	0.00904	—	—
90	50	0.0467	0.0373	0.01270	—	—
135	75	0.0609	0.0524	0.01716	—	—
180	100	0.0737	0.0673	0.02144	0.00938	0.00909
225	125	0.0857	0.0820	0.02554	0.01174	0.01146
270	150	0.0969	0.0965	0.02946	0.01401	0.01378
360	200	0.1180	0.1246	0.03678	0.01828	0.01824
450	250	0.1375	0.1518	0.04346	0.02225	0.02246
540	300	0.1560	0.1779	0.04956	0.02597	0.02649

# Convezione (1)

**Convezione** : processo in cui il calore è trasferito per mezzo di un fluido in movimento. Frequentemente ( per i fluidi newtoniani) è attivato dalla combinazione della forza di Archimede e dalla dipendenza della densità da T

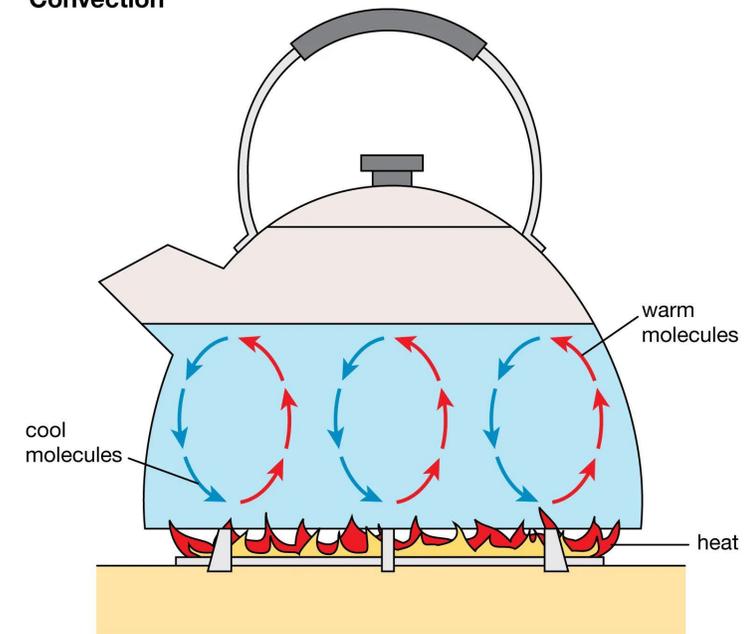
La teoria è complessa: *si forma un set di equazioni differenziali **nonlineari***  
Nel caso di un fluido newtoniano\* (viscosità non dipende dalla velocità di taglio\*\*), con densità costante si arriva alle equazioni di Navier–Stokes

**Convezione naturale**: le equazioni di conservazione dell'energia e del momento sono accoppiate a causa della presenza della dipendenza della temperatura nella forza di Archimede.

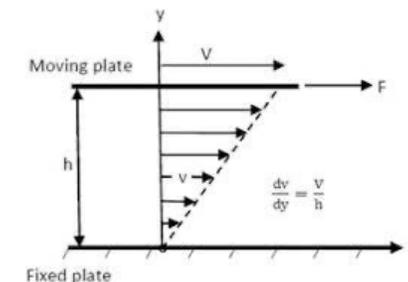
**Convezione forzata** (spinta di Archimede trascurabile), le equazione del momentum possono essere risolte per ottenere la distribuzione di velocità e dalle equazioni dell'energia si ottiene il gradiente in temperatura (se densità e viscosità sono circa costanti).

*In situazioni reali si procede quasi sempre per soluzione numerica della equazioni differenziali.*

Convection



© Encyclopædia Britannica, Inc.



\*\* fluidi newtoniani: aria, acqua, olio, ... non newtoniani: sangue e in generale liquidi polimerici

## Convezione (2)

Approccio semplificato per stimare il calore trasportato per convezione in un fluido newtoniano

**Legge di Newton**  $\frac{\dot{Q}}{S} = h\Delta T$

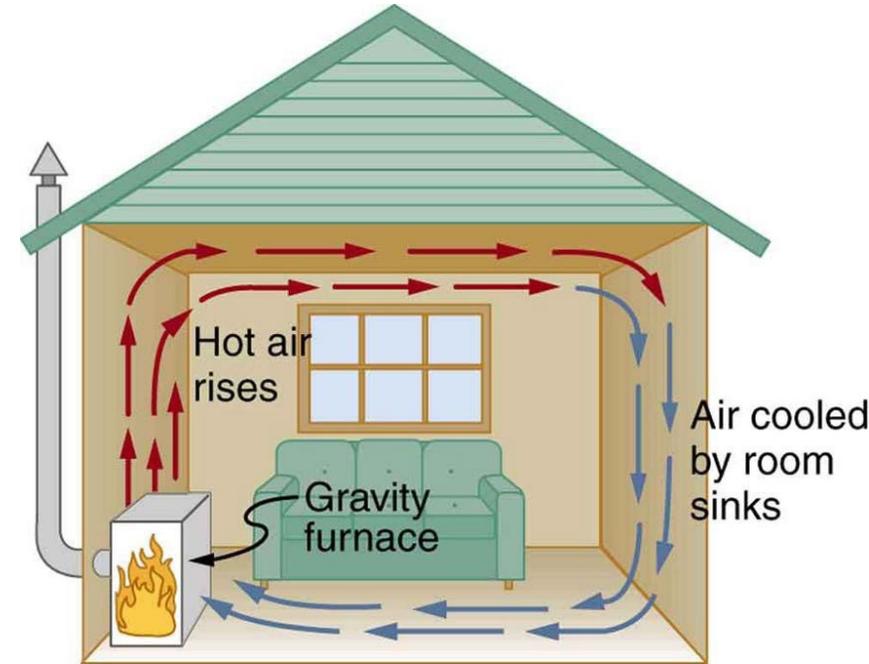
$h \rightarrow$  coefficiente di convezione [ $\text{W K}^{-1} \text{m}^{-2}$ ]

$S \rightarrow$  superficie esposta al fluido

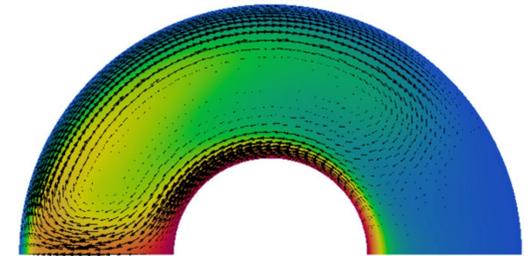
$\Delta T \rightarrow$  differenza di temperatura tra la superficie e il fluido che muove il calore

$\Delta T = T_s - T_f \rightarrow$  Fluido confinato (**fluido in una condotta**),  
 $T_s$  temperatura della parete,  
 $T_f = T_{ave}$  temperatura media del gas

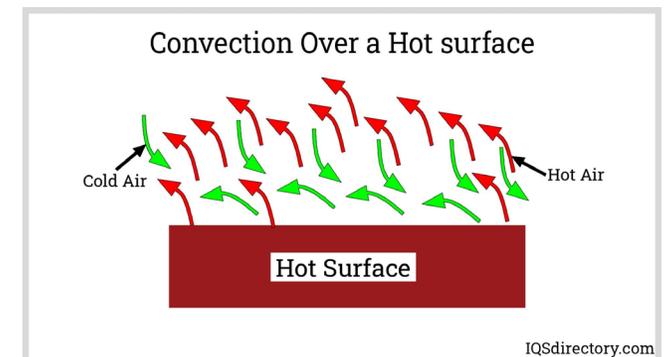
$\Delta T = T_s - T_\infty \rightarrow$  Fluido libero (**flusso attraverso una superficie**),  
 $T_s$  temperatura della superficie,  
 $T_\infty$  temperatura del gas "lontano"



Convection in a tube



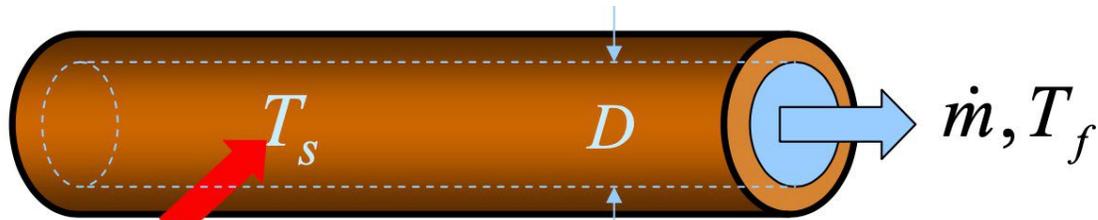
Convection Over a Hot surface



## Convezione (3)

La convezione è rilevante in diverse applicazioni criogeniche:

- ▶ Scambiatori di calore
- ▶ Storage di fluidi criogenici
- ▶ Raffreddamento di magneti superconduttori
- ▶ Low temperature instrumentation



$Q$   $Nu_D = hD/k \rightarrow (\text{Convezione} + \text{conduzione}) / (\text{conduzione})$   
laddove  $k \rightarrow$  *conducibilità termica del gas*

*Il numero di Nusselt dipende dal regime fluidodinamico e la geometria considerate*

Laminar flow  $Nu_D \approx 4$

Turbolent flow  $Nu_D = Const \cdot Re^n Pr^m$   
( $0.023 Re^{4/5} Pr^{2/5}$  Dittus-Boelter )

$Re \rightarrow D \rho / \mu$  Reynolds number  
 $Pr = \mu c / k \rightarrow$  Prandtl number

$\dot{m} = \rho \dot{V}$  → specif mass flow rate,  $\mu \rightarrow$  fluid viscosity,  $c \rightarrow$  fluid specif heat,  $\rho \rightarrow$  fluid density

*Note : The relation  $Nu_D = hD/k$  results from the assumption that heat transfer at S ( expressed by the Newtonian law) is the same quantity given in terms of the thermal conductivity  $k$  of the fluid.*

*Convezione a singola fase di un fluido classico in un tubo di diametro  $D$ :*

Il coefficiente della convezione  $h$  si può estrarre dal numero di Nusselt  
 $h = Nu_D (k/D)$

# Convezione (4) – piccolo esercizio

## The problem:

Helium flows in a helicoidal tube made of copper, which is immersed in a nitrogen bath at 77 K. The mass rate of the helium gas is 1g/s, the allowed pressure drop between inlet and outlet of the tube is  $\Delta P=10$  kPa and the temperature of the gas at the inlet and outlet should be 300 K and 80 K respectively. Determine the geometric parameters  $D$  and  $L$  of the tube.

Helium gas data:  $C_p = 5.2$  kJ/kg K;  $\mu = 15 \times 10^{-6}$  Pa s;  $\rho = 0.3$  kg/m<sup>3</sup>,  $k = 0.1$  W/m K ( 300 -80 K mean values)

Friction factor of helium  $f = 0.02$  flowing in turbulent regime in a copper tube

## Solution:

We consider a small cylindrical volume of gas moving in the tube in the unitary time: its mass rate is  $\dot{m}$  which transfer heat via convection to the wall surface of the tube at temperature  $T_s$ .

The mass  $\dot{m}$  of the gas loses heat power  $-\dot{m} c_p dT$  via convection through the lateral surface ( $\nu D dx$ ) of the gas volume:  $h (\nu D dx) (T - T_s)$ .

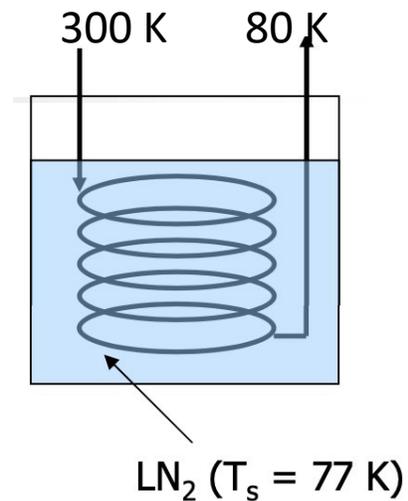
Assuming the stationary condition :

$$-\dot{m} c_p dT/dx = h (\nu D) (T - T_s)$$

The differential equation admits the following solution for  $T$

$$T_f(x) = T_s - T(x) = (T_s - T)_{x=0} \exp[-(h \nu D / \dot{m} c_p) x]$$

being  $T_f$  the temperature difference between gas and tube at the interface.



By integrating from inlet ( $x = 0, T = T_1$ ) to outlet ( $x = L, T = T_2$ )

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_f(x=0) - \Delta T_f(x=L)}{\ln\left(\frac{\Delta T_f(x=0)}{\Delta T_f(x=L)}\right)} = \frac{(300-77) - (80-77) \text{ K}}{\ln\left[\frac{300-77}{80-77}\right]}$$

51 K

mean temperature difference between the surface and the fluid driving the heat

# Convezione (4) – piccolo esercizio (2)

Total Heat lost in the unit time by the helium gas

$$\dot{Q} = \dot{m} C_p (T_{in} - T_{out}) = 1 \text{ g/s} \times 5.2 \text{ J/g K} \times 220 \text{ K} = 1144 \text{ W}$$

Effective total heat power transferred via convection

$$\dot{Q} = h L D \pi \Delta T_{lm}$$

By imposing the equilibrium condition  $\dot{m} C_p (T_{in} - T_{out}) = h L D \pi \Delta T_{lm} \rightarrow h L D \pi = 1144/51 \text{ W/K}$

- The heat transfer coefficient is a function of  $Re_D$  and  $Pr = 0.67$
- Assuming the flow is turbulent and fully developed, use the Dittus Boelter correlation

$$Nu_D = \frac{hD}{k_f} = 0.023 Re_D^{0.8} Pr^{0.3} \quad \text{and} \quad Re_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} \quad \text{Substituting the } Re_D \text{ and solving for } h$$

$$h = 0.023 \frac{k_f}{D} \left( \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} \right)^{0.8} Pr^{0.3} = \frac{0.0247 \times 0.1 \text{ W/m K} \times (10^{-3} \text{ kg/s})^{0.8}}{(15 \times 10^{-6} \text{ Pa s})^{0.8} \times D^{1.8}} = 0.07/D(\text{m})^{1.8}$$

$$h \pi D L = 0.224 \times (L/D^{0.8}) = 22.4 \text{ W/K} \quad \leftarrow \text{1 equation two unknown: } D \text{ and } L$$

## Convezione (4) – piccolo esercizio (3)

$$h\pi DL = 0.224 \times (L/D^{0.8}) = 22.4 \text{ W/K} \quad (1)$$

*We need a second equation.* We will use the information about the pressure drop  $\Delta P=10000 \text{ Pa}$  and  $f=0.02$

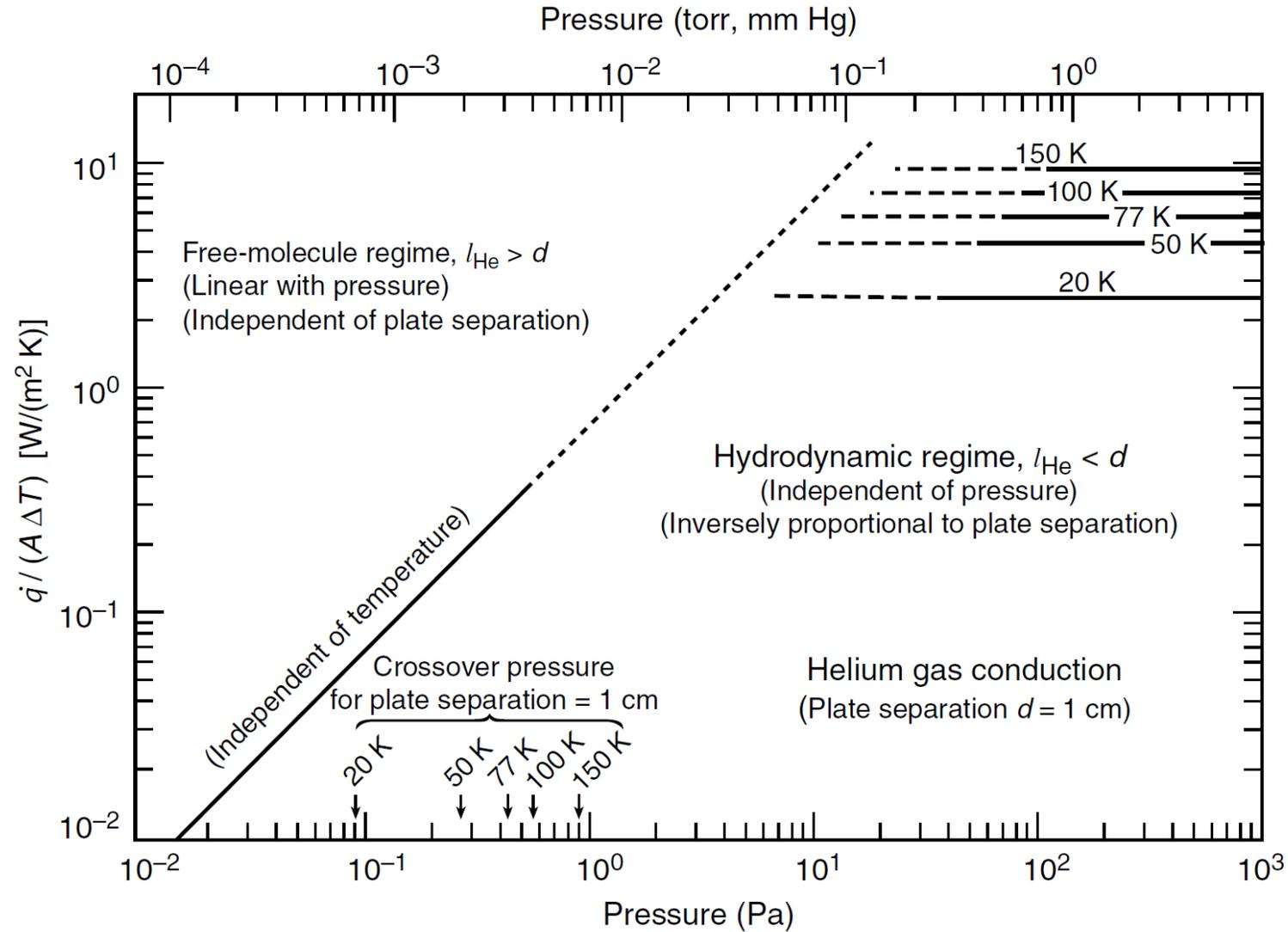
$$\Delta p = f \frac{L}{2\rho D} \left( \frac{\dot{m}}{A_{flow}} \right)^2 \quad \text{with} \quad A_{flow} = \pi D^2/4$$

$$\Delta p \approx 0.016 \frac{\dot{m}^2}{\rho} \frac{L}{D^5} = \frac{0.016 \times (10^{-3} \text{ kg/s})^2}{0.3 \text{ kg/m}^3} \left( \frac{L}{D^5} \right) = 5.33 \times 10^{-8} \left( \frac{L}{D^5} \right) \leftarrow 10000 \text{ Pa} \quad (2)$$

Solving the system of equations (1) and (2) we get:

$$D = [5.33 \times 10^{-6} / \Delta p]^{1/4.2} = 6.2 \text{ mm} \quad L = 100 \times (0.0062 \text{ m})^{0.8} = 1.7 \text{ m}$$

# Regimi di conduzione nel gas



# Conduzione Molecolare

Nella tipica camera da vuoto che racchiude un criostato, la pressione è solitamente sufficientemente bassa (<math> < 10^{-2}</math> Pa) che il cammino libero medio  $\lambda$  delle molecole raggiunge valore dell'ordine di 1 m, cosicché

- ▶ le molecole viaggiano tra una parete e l'altra senza interagire fra di loro.
- ▶ La conduzione molecolare del gas è funzione del numero di molecole e della loro velocità media

*Il calore trasferito dalla superficie a temperature  $T_1$  verso quella a temperatura  $T_2$ :*

$$\dot{Q} = \frac{a_0}{4} \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \sqrt{\frac{2R}{\pi M}} \frac{T_2 - T_1}{\sqrt{T}} p$$

with

$$a_0 = \frac{a_1 a_2}{a_2 + (A_2/A_1)(1 - a_2)a_1}$$

$P \rightarrow$  Residual pressure between the two surfaces

$M \rightarrow$  molecular weight of the residual gas

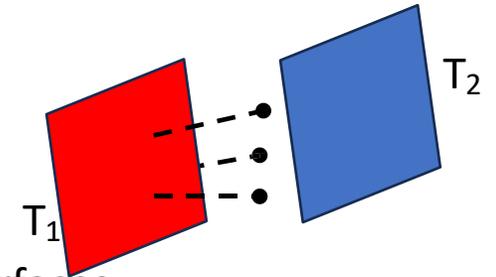
$\psi \rightarrow$  ratio of the specif heats of the gas

$R \rightarrow$  Ideal gas constant  $\rightarrow 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

$T \rightarrow$  Gas temperature

$A_1$  and  $A_2 \rightarrow$  surface areas at  $T_1$  and  $T_2$

$a_1$  and  $a_2 \rightarrow$  accomodation coefficients of the gas to the two surfaces



Definition of the accomodation coefficient:

$$a = (E_{in} - E_{refl}) / (E_{in} - E_{wall})$$

$E_{in} \rightarrow$  incident energy flux of molecule

$E_{refl} \rightarrow$  reflected energy flux of molecule

$E_{wall} \rightarrow$  energy flux of molecule if emitted in thermal equilibrium with the wall

$a=1 \rightarrow$  complete accomodation,  $a = 1 \rightarrow$  diffuse reflection,  $a=0 \rightarrow$ adiabatic or specular reflection

If  $A_1 = A_2 \rightarrow a_0 = (a_1 a_2) / (a_1 + a_2 - a_1 a_2)$

...and

If  $\rightarrow (a_1 = a_2 = a), a_0 = a / (2-a)$

$a_0 = a/2$  for  $a \rightarrow 0$

$a_0 = a$  for  $a \rightarrow 1$

# Conduzione molecolare (2)

$$\dot{Q} = \frac{a_0}{4} \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \sqrt{\frac{2R}{\pi M} \frac{T_2 - T_1}{\sqrt{T}}} p$$

Two problems are present in this theoretical formula that makes his use almost impossible:

- 1) identification of the gas temperature  $T$
- 2)  $p$  is the **local** pressure of the residual gas (at the unknown temperature  $T$ )

In a typical cryogenic system in the molecular conductive regime, **the pressure gauge is at room temperature,  $T_{\text{room}}$ , connected to the cryogenic vacuum through a tube of length  $l \gg d$ , the tube diameter**

**In this condition the gauge measure the pressure  $p_{\text{gau}}$  which behaves as  $p / (T)^{1/2} = \text{constant}$**  [Corruccini R. J. Vacuum 7-8 , 19 (1959)]

$$\dot{Q} = \frac{a_0}{4} \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \sqrt{\frac{2R}{\pi M} \frac{T_2 - T_1}{\sqrt{T_{295}}}} p_{\text{gau}}$$

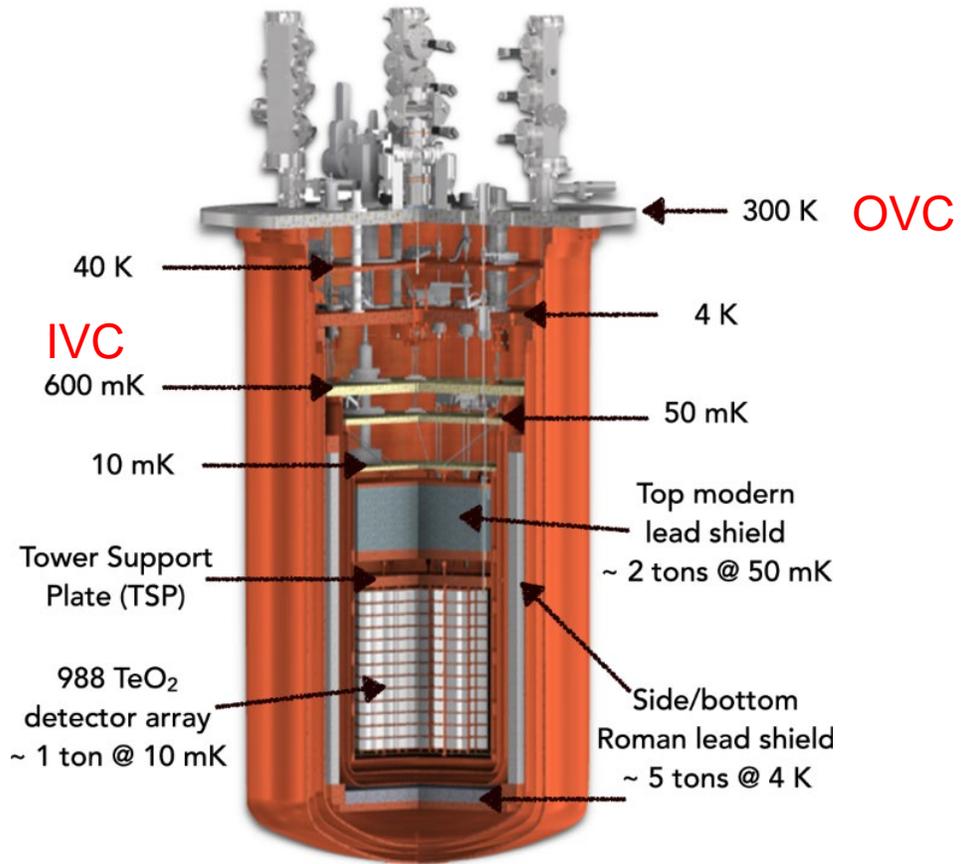
**Summary of measured gas accommodation coefficients with 304 stainless steel**

Gas	Machined	Polished
Helium	0.36±0.02	0.40±0.02
Nitrogen	0.80±0.02	0.80±0.02
Argon	0.87±0.02	0.87±0.02

# Switch termici a gas

La conduzione molecolare / convezione possono essere utilizzati come mezzo di preraffreddamento approfittando della «facilità» nel rimuovere o confinare il gas in un sistema.

Alcuni sistemi sono dotati di due vuoti: IVC e OVC



Più spesso nei criostati recenti sono impiegati switch sigillati a 4He

