

Esperimenti in campo gravitazionale debole: prospettive della ricerca e relazioni con il campo forte

David Lucchesi

Istituto di Astrofisica e Planetologia Spaziali (IAPS) – Istituto Nazionale di Astrofisica (INAF)

Via del Fosso del Cavaliere n. 100, 00133 Tor Vergata – Roma

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare (INFN) – Tor Vergata

Via della Ricerca Scientifica n. 1, 00133 Tor Vergata – Roma

david.lucchesi@inaf.it

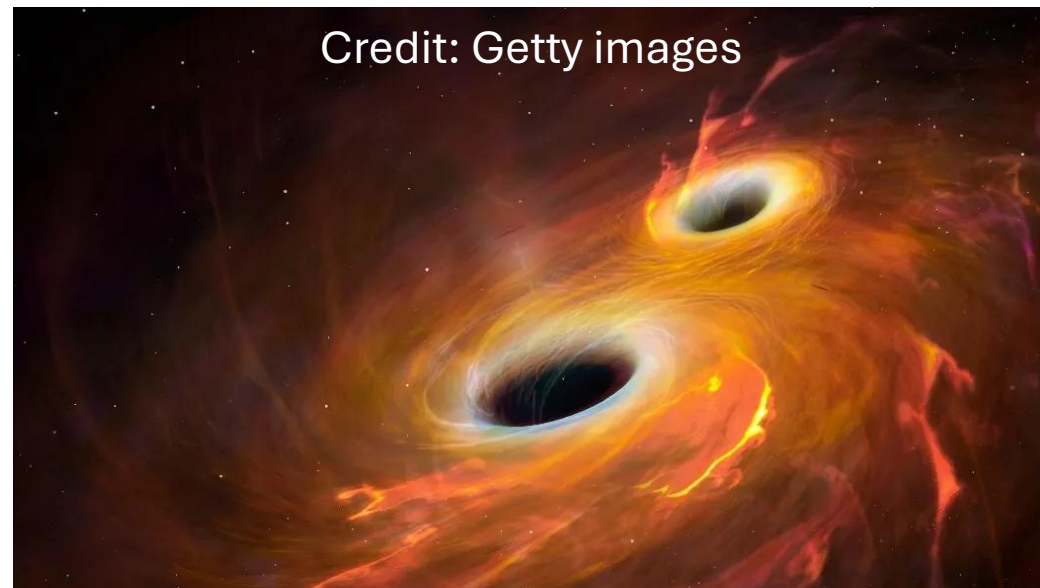
Sommario

- Campi Deboli vs Campi Forti
- Il Principio di Equivalenza
- Il formalismo PPN
- Il framework di Dicke
- Cosa testiamo in campo debole?
- Il Gravitomagnetismo
- Esperimenti in campo debole
- Sistema Binario di Pulsar
- GWs, sistemi compatti e approssimazione PN
- Domande e Risposte
- Conclusioni

Photo by Franco Ambrico (courtesy of G. Bianco, ASI-CGS)

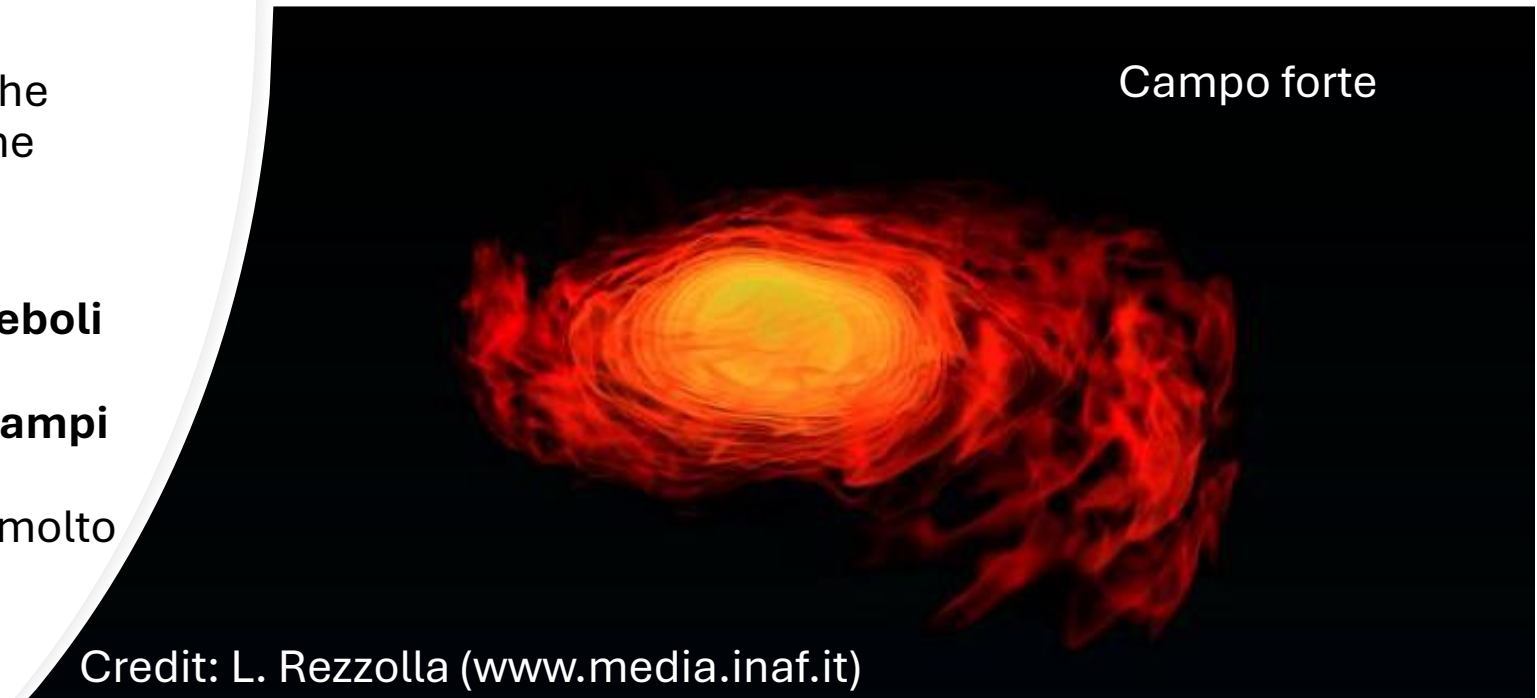


Credit: Getty images



Campi Deboli vs Campi Forti

- La **relatività generale (RG)** è una teoria non lineare che descrive la gravitazione come una manifestazione della curvatura dello spazio-tempo causata dalla presenza di massa-energia e dalle correnti di massa-energia.
- La non linearità è una delle caratteristiche che distingue la Teoria della **RG** dalla gravitazione **Newtoniana**, che invece è lineare.
- La non linearità porta con sé delle difficoltà quando si passa dai **campi gravitazionali deboli** (dove la gravità è relativamente debole e la curvatura dello spazio-tempo è piccola) ai **campi gravitazionali forti** (dove la gravità è molto intensa e la curvatura dello spazio-tempo è molto marcata).



Campi Deboli vs Campi Forti

E' interessante notare che, a dispetto della semplicità e bellezza delle idee alla base della **RG** di Einstein, la teoria dà luogo a delle **equazioni non-lineari** molto complicate da risolvere: si tratta di equazioni alle **derivate parziali** del **secondo ordine** nel **tensor metrico g** , ossia a delle equazioni iperboliche simili a quelle della elettrodinamica.

$$G_{\alpha\beta} = 8\pi \frac{G}{c^4} T_{\alpha\beta}$$

In effetti queste equazioni sono state risolte completamente soltanto in alcuni casi particolari e sotto delle particolari condizioni di simmetria.

Si ricorre a soluzioni approssimate:

- Post-Newtoniano: i) PPN, ii) PK, iii) ppE
- Relatività numerica

Campi Deboli vs Campi Forti

Quindi, per **confrontare** le **teorie alternative** (che prevedono la presenza di altri **campi**) con le **osservazioni** e valutare la loro **validità**, è necessario introdurre dei **parametri** che quantificano le **deviazioni** dalle previsioni della **RG**.

La RG NON ha parametri liberi

Una volta che si sono fissati i valori di **G** e di **Λ**, la **RG** non ha altri parametri liberi che possono essere adattati ai dati sperimentali. Le soluzioni delle equazioni di Einstein (come la metrica di Schwarzschild per i buchi neri o la metrica di Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker per l'universo in espansione) sono completamente determinate dalle condizioni iniziali e dalla distribuzione della materia-energia.

$$G_{\alpha\beta} = R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Rg_{\alpha\beta} + \Lambda g_{\alpha\beta} \qquad G_{\alpha\beta} = 8\pi \frac{G}{c^4} T_{\alpha\beta}$$

Campi Deboli vs Campi Forti

Linearised theory in the WFSM limit of GR

$$G_{\alpha\beta} = 8\pi \frac{G}{c^4} T_{\alpha\beta}$$

$$\begin{cases} \bar{h}^{\alpha\beta}_{,\beta} = 0 \\ g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta} \\ \Delta \bar{h}_{\alpha\beta} = 16\pi \frac{G}{c^4} T_{\alpha\beta} \end{cases}$$

Gauge conditions

Metric tensor

Field equations

Weak fields means that $|h_{\alpha\beta}| \ll 1$;
in the solar system $\Rightarrow$

Φ represents the Newtonian
or Gravitoelectric potential

$$|h_{\alpha\beta}| \cong \left| \frac{\Phi}{c^2} \right| \leq 10^{-6}$$

$$\Phi = -\frac{GM_{\odot}}{R_{\odot}}$$

$h_{\alpha\beta}$ represents the correction due to
the curvature of spacetime

$$\begin{cases} \bar{h}_{\alpha\beta} \equiv h_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} \eta_{\alpha\beta} h \\ h \equiv h^{\alpha}_{\alpha} = \eta^{\alpha\beta} h_{\alpha\beta} \end{cases}$$

$$\eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\Delta \bar{h}_{\alpha\beta} = 16\pi \frac{G}{c^4} T_{\alpha\beta}$$

$$\begin{cases} \bar{h}^{00} = 4 \frac{\Phi}{c^2} \\ \bar{h}^{0l} = -2 \frac{A^l}{c^2} \\ \bar{h}^{ij} = O(c^{-4}) \end{cases}$$

Represents the solution far from the source: (M, J)

Gravitomagnetic potential:

$$A^l = \frac{G}{c} \frac{J^n x^k}{r^3} \varepsilon_{nk}^l$$

J representst the total angular momentum (spin) of
the source

Campi Deboli vs Campi Forti

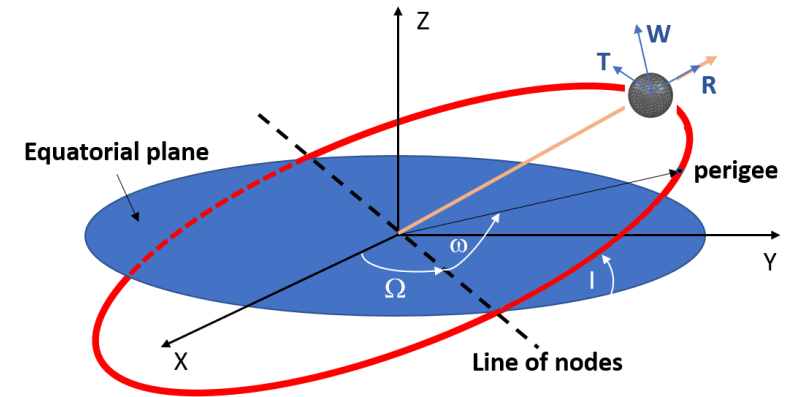
"Simple" complications even in the weak-field related to the nonlinearity of GR

$$\dot{\omega}_{Schw} = \frac{3 (GM_{\oplus})^{3/2}}{c^2 a^{5/2} (1 - e^2)}$$

$$\dot{\omega}_{LT} = -\frac{6G}{c^2 a^3} \frac{J_{\oplus}}{(1 - e^2)^{3/2}} \cos i$$

Relativistic precessions on the argument of pericenter

Rate (mas/yr)	LAGEOS	LAGEOS II	LARES
$\dot{\omega}_{Schw}$	+ 3278.78	+ 3352.58	+ 10110.15
$\dot{\omega}_{LT}$	+ 31.23	- 57.33	- 124.53
$\dot{\omega}_{J_2^{dir}}$	- 3.26	+ 2.85	- 23.38
$\dot{\omega}_{J_2^{indir}}$	- 0.36	+ 0.16	- 2.65
Total	+ 3306.38	+ 3352.58	+ 9959.59



$$\dot{\omega}_{J_2^{dir}} = \frac{3n^3 J_2 R_{\oplus}^2}{8c^2 (1 - e^2)^{7/2}} \left[30 + 19\sqrt{1 - e^2} + 6e^2 \left(-5 + 6\sqrt{1 - e^2} \right) + \left(9 \left(6 + 5\sqrt{1 - e^2} \right) + 6e^2 \left(-9 + 10\sqrt{1 - e^2} \right) \right) \cos i \right]$$

$$\dot{\omega}_{J_2^{indir}} = -\frac{3n^3 J_2 R_{\oplus}^2}{8c^2} \frac{5(1 + e^2) - (17 + 25e^2) \cos^2 i}{(1 - e^2)^3}$$

J_k/c^2 **Direct terms** with $k \geq 2 \rightarrow$ **First-order perturbation theory**

Indirect terms with $k \geq 2 \rightarrow$ **Second-order perturbation theory**. They arise from the **interaction** of the **Newtonian harmonic coefficient** with the **post-Newtonian Schwarzschild terms** (relativistic terms related to the mass of the Earth)

Campi Deboli vs Campi Forti

Condizioni che definiscono il limite di campi deboli e basse velocità (**WFSM**):

$$\epsilon \sim \frac{GM}{rc^2} \sim \frac{J}{Mrc} \sim \frac{p}{\rho c^2} \sim \left(\frac{v}{c}\right)^2 \ll 1$$

Un ulteriore parametro utile è la misura della curvatura $\mathcal{C}$ dello spazio-tempo:

$$\sqrt{\mathcal{C}} = \sqrt{\frac{GM}{r^3 c^2}} \quad (\text{lunghezza})^{-1}$$

Nel regime di campi deboli si testano principalmente gli effetti “**statici**” della **RG**, mentre in campo forte emergono gli effetti “**dinamici**” della teoria.

Campi Deboli vs Campi Forti

Diagramma di fase

56

K. Yagi, N. Yunes / Physics Reports 681 (2017) 1–72

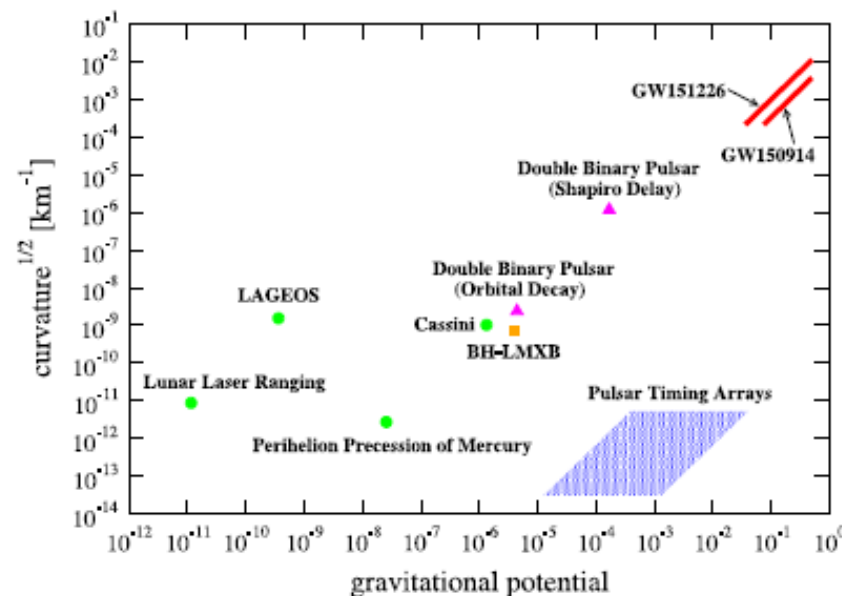
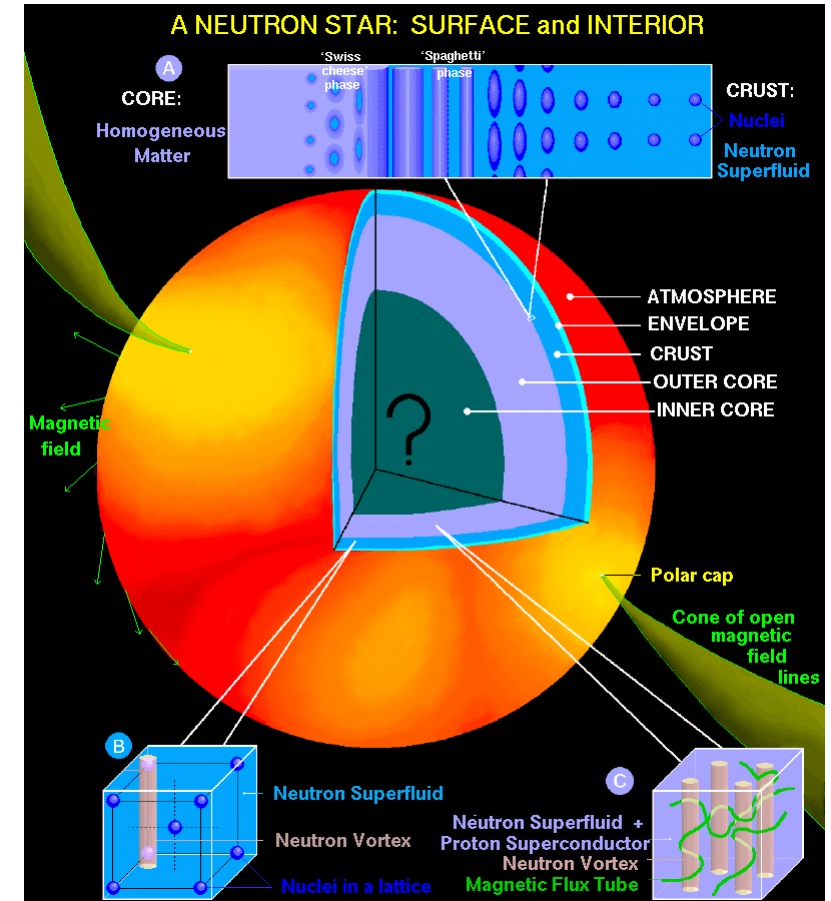


Fig. 36. A phase diagram showing the corresponding strength of the gravitational potential and (the square root of) the curvature of systems probed for tests of General Relativity with Solar System experiments (green circles), binary pulsar observations (magenta triangles), a black hole-LMXB observation (orange square) and gravitational wave observations (red lines). For reference, we also show the region that can be probed with future pulsar time arrays (shaded blue region). Observe that certain binary pulsar observations allow one to probe regions that have a stronger curvature than the GW150914 and GW151226 black hole binaries. Observe also that the gravitational wave sources are shown by lines instead of points, which indicate that such sources are highly dynamical, leading to extreme field tests of gravity.

Source: This figure is taken and edited from Yunes et al. [382].

Campi Deboli vs Campi Forti

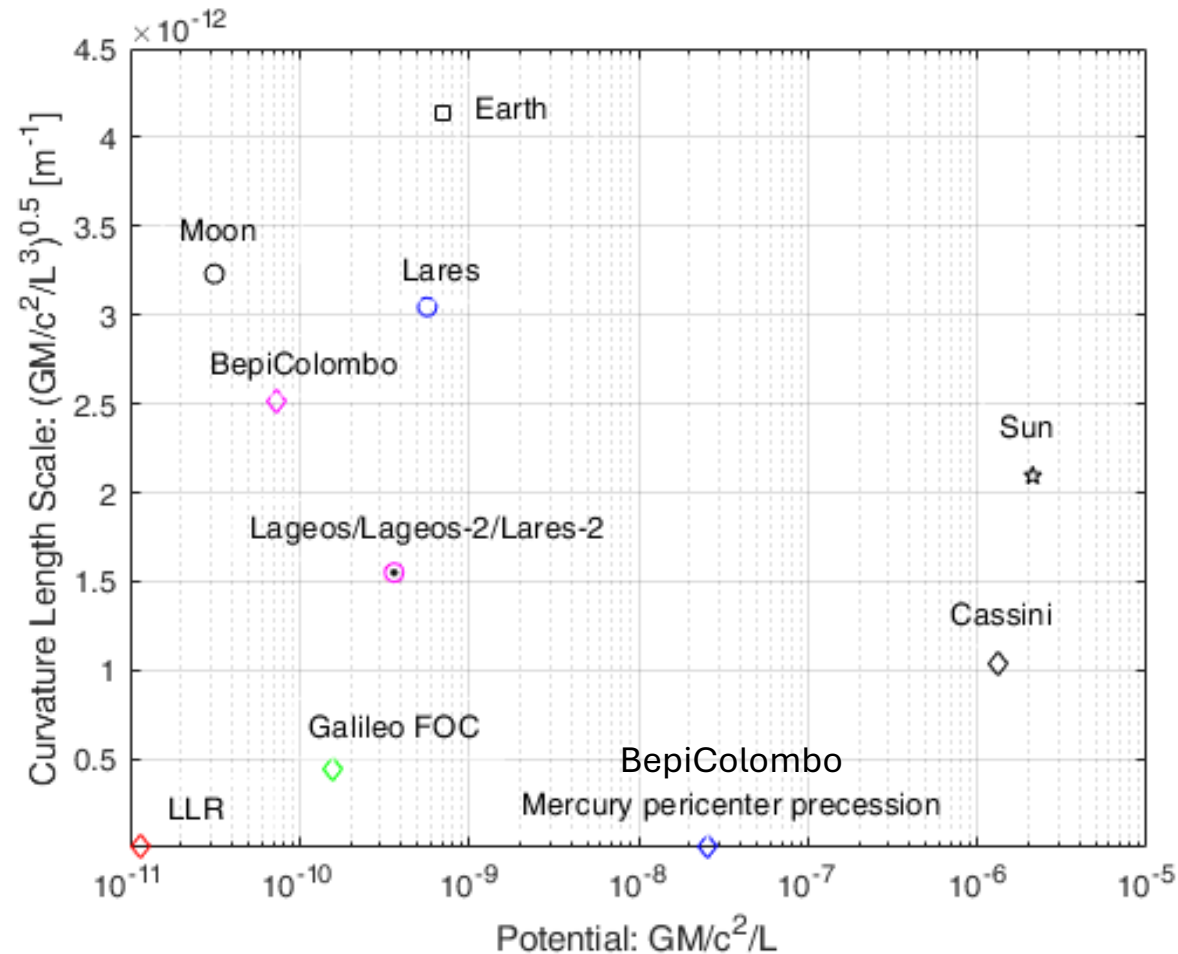
- Uno dei **problemi** nell'uso delle **osservazioni** delle **stelle di neutroni** per **testare** la **RG** nel regime di **gravità intensa** è la possibile **degenerazione** tra le **incertezze nella fisica nucleare** e gli effetti della **gravità modificata**.
- Ad esempio, la **relazione** tra la **massa** e il **raggio** della **stella di neutroni** **non dipende** solo dalla **teoria gravitazionale** sottostante, ma anche **dall'equazione di stato** sconosciuta.
- In linea di principio, si potrebbero usare **misurazioni indipendenti** di queste quantità per testare la **RG**, ma in pratica ciò è piuttosto **difficile** a meno che non sia possibile, a priori, **vincolare** in modo **sufficientemente forte l'equazione di stato**.



È quindi **importante testare** la **gravità** nel **regime** di **campi forti** (gravità estrema), poiché **alcune teorie** danno origine a **deviazioni relativamente grandi** dalla **RG** solo in questo regime; in tali teorie, gli **esperimenti di campo debole** possono porre solo **vincoli molto deboli** (...).

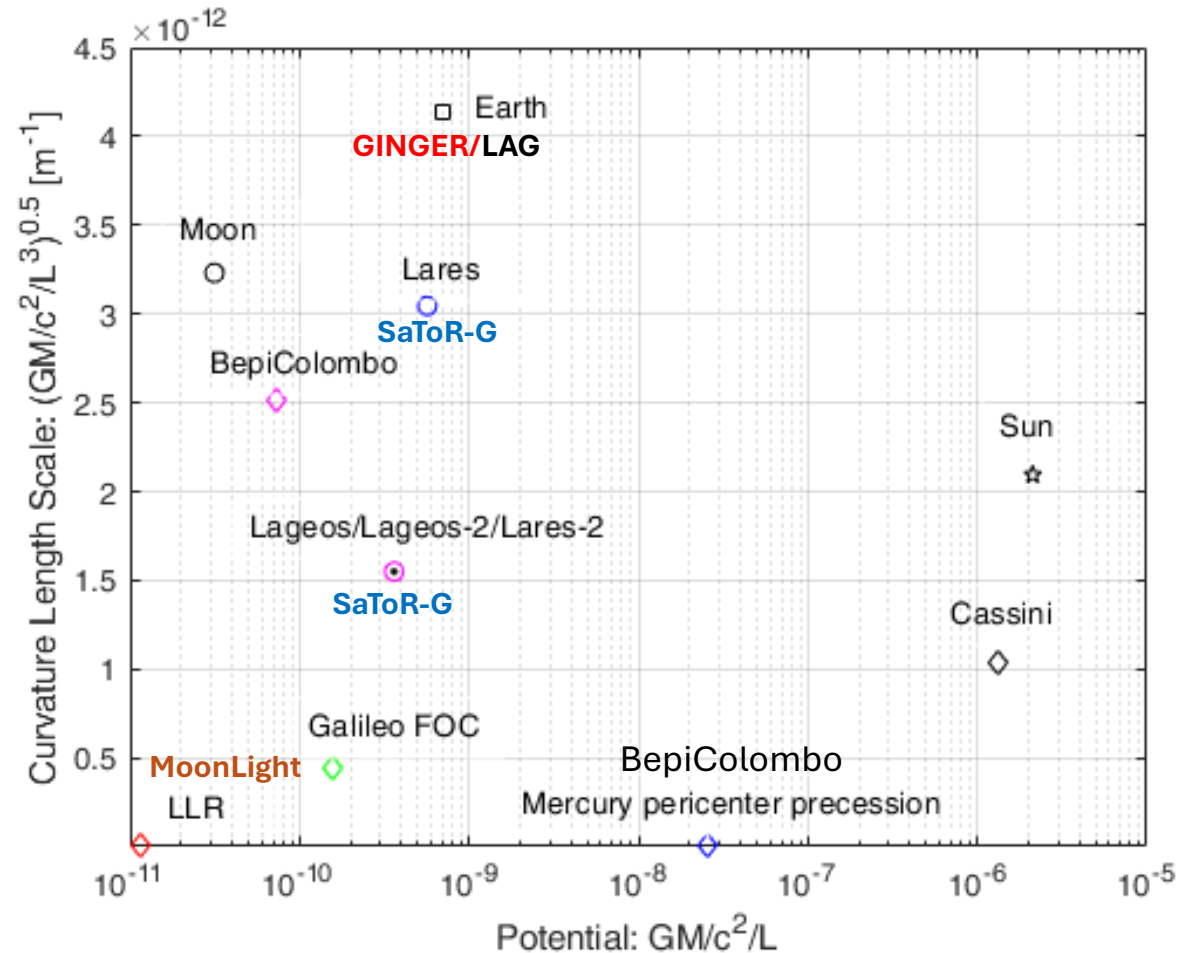
Campi Deboli vs Campi Forti

Alcuni esempi



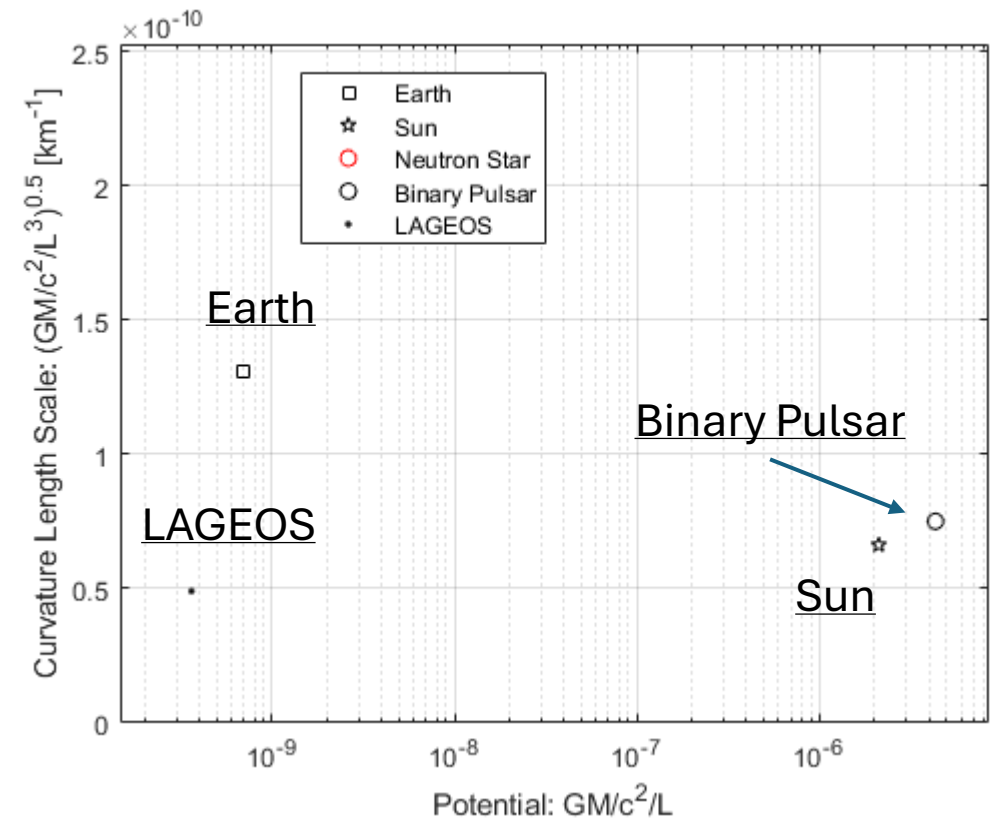
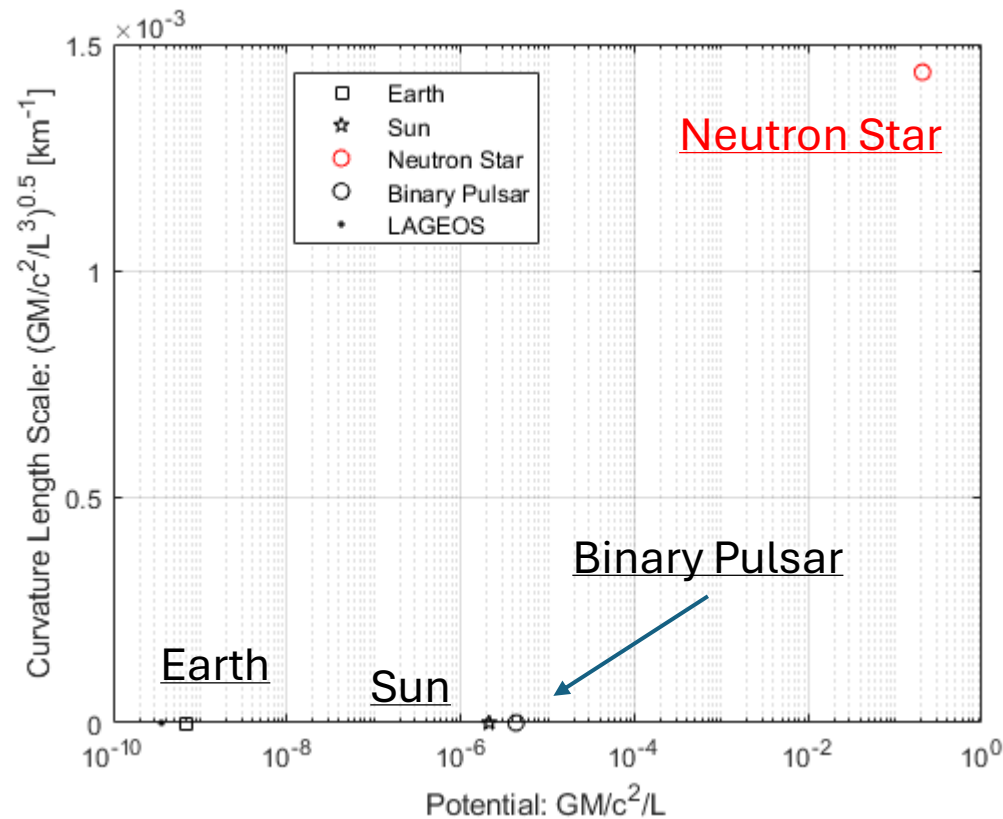
Campi Deboli vs Campi Forti

Esperimenti CSN2



Campi Deboli vs Campi Forti

Pulsar Binarie come possibile trait d'union
tra campi deboli e campi forti?



E' possibile stabilire il legame tra i parametri **PPN** con i parametri **post-newtoniani** del campo della Pulsar binaria

Il Principio di Equivalenza

Weak Equivalence Principle (WEP)

- two different bodies fall with the same acceleration: Universality of the Free Fall (**UFF**)
- the inertial mass is proportional to the gravitational (passive) mass
- the trajectory of a freely falling “test” body is independent of its internal structure and composition
- in every local and non-rotating falling frame, the trajectory of a freely falling test body is a straight line, in agreement with special relativity

Einstein Equivalence Principle (EEP)

- **WEP**
- Local Lorentz Invariance (**LLI**)
 - ❑ The outcome of any local non-gravitational experiment is independent of the velocity of the freely-falling reference frame in which it is performed
- Local Position Invariance (**LPI**)
 - ❑ The outcome of any local non-gravitational experiment is independent of where and when in the universe it is performed

Il Principio di Equivalenza

Metric theories

- GR is a metric theory of gravity and all metric theories obey the EEP
- Indeed, the experimental results supporting the EEP supports the conclusion that the only theories of gravity that have a hope of being viable are metric theories, or possibly theories that are metric apart from very weak or short-range non-metric couplings (as in string theory). In GR:
 1. there exist a symmetric metric
 2. tests masses follow geodesics of the metric
 3. in Local Lorentz Frames, the non-gravitational laws of physics are those of Special Relativity

$$\begin{aligned}g_{\alpha\beta} &= g_{\beta\alpha} \\ \det(g_{\alpha\beta}) &\neq 0 \\ ds^2 &= g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}G_{\alpha\beta} &= 8\pi \frac{G}{c^4} T_{\alpha\beta} \\ G_{\alpha\beta} &= R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} R g_{\alpha\beta} + \Lambda g_{\alpha\beta}\end{aligned}$$

Il Principio di Equivalenza

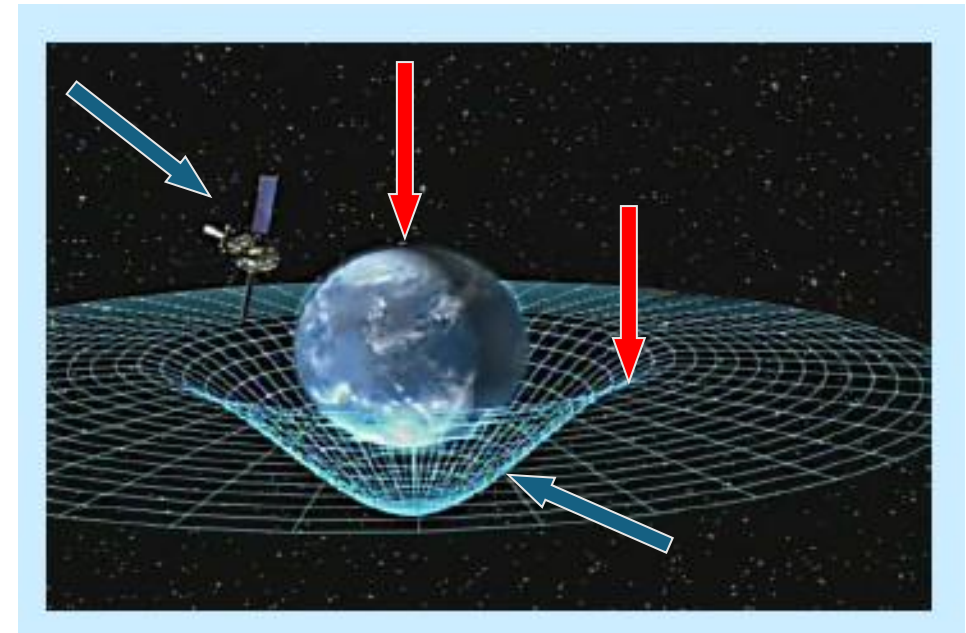
Metric theories

In practice, in other Metric theories of gravity, the field equations and the spacetime metric are different with respect to GR

- Metric theories different from **GR** provide additional fields (Scalars, Vectors, Tensors, ...) beside the metric tensor $g_{\alpha\beta}$, that act as “new” gravitational fields
- The role of these gravitational fields is to “mediate” how the matter and the non-gravitational fields generate the gravitational fields and produce the metric

In Metric theories different from GR:

- the spacetime geometry tells mass-energy how to move as in GR
- but mass-energy tells spacetime geometry how to curve in a different way from GR
- and the metric alone acts back on the mass in agreement with EEP



Il Principio di Equivalenza

Metric theories and the Strong Equivalence Principle (SEP)

A very fundamental question is:

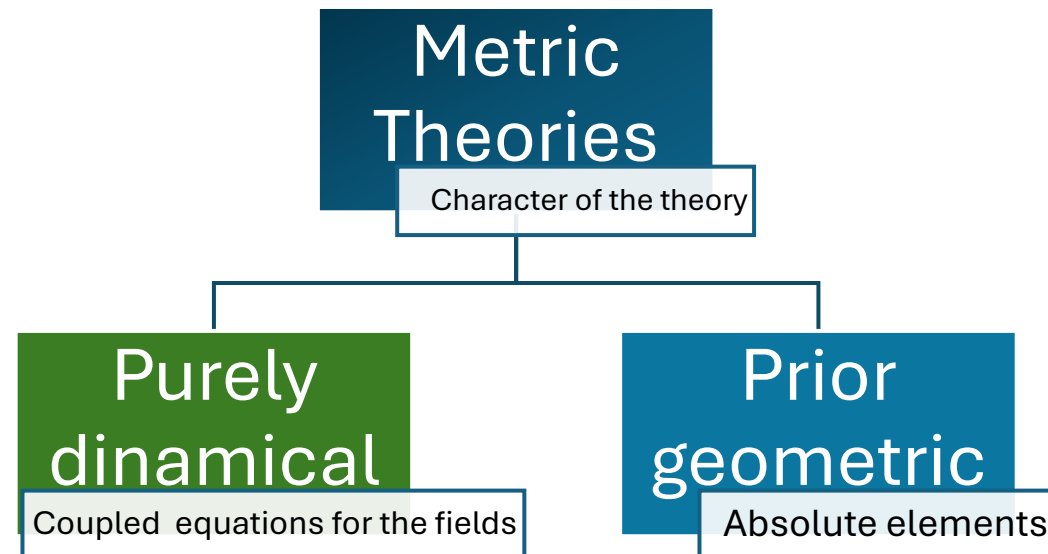
- What is the nature of gravity in different Metric theories?

Il Principio di Equivalenza

Metric theories and the Strong Equivalence Principle (SEP)

A very fundamental question is:

- What is the nature of gravity in different Metric theories?
 1. A way to answer to this very important question is to investigate the “dynamical character” of the theory



Il Principio di Equivalenza

Metric theories and the Strong Equivalence Principle (SEP)

A very fundamental question is:

- What is the nature of gravity in different Metric theories?
 1. A way to answer to this very important question is to investigate the “dynamical character” of the theory
 2. A second important aspect is to introduce gravity itself in the experiment
 - ✓ That is the inclusion of bodies with self-gravitational interactions as well as experiments that involve gravitational forces
 - ✓ **This leads to the so-called Strong Equivalence Principle, satisfied by GR but not by the other Metric theories of gravity**

Il Principio di Equivalenza

Strong Equivalence Principle (SEP)

- **WEP** is valid for self-gravitating bodies as well as for test bodies:
 - ❑ Gravitational Weak Equivalence Principle (**GWEP**)
- Local Lorentz Invariance (**LLI**)
 - ❑ The outcome of any local non-gravitational experiment is independent of the velocity of the freely-falling reference frame in which it is performed
- Local Position Invariance (**LPI**)
 - ❑ The outcome of any local non-gravitational experiment is independent of where and when in the universe it is performed

Naturalmente, è importante testarlo sia nel regime di campi deboli che nel regime di campi forti

Il Principio di Equivalenza

Tests of the SEP

Is there a different contribution of gravitational binding energy (self-energy) to its gravitational (passive) mass and its inertial mass?

- If so, this is known as the **Nordvedt Effect** and is directly related to possible **SEP** violations (massive bodies)

$$m_g = m_i + \eta_N E_g = m_i \left(1 + \eta_N \frac{E_g}{m_i} \right) \quad \eta_N = (4\beta - \gamma - 3) - \frac{10}{3}\xi - \alpha_1 + \frac{2}{3}\alpha_2 - \frac{2}{3}\zeta_1 - \frac{1}{3}\zeta_2$$

$$\vec{a} = -\frac{GM_\odot}{r^2} \frac{m_g}{m_i} \hat{r} = -\frac{GM_\odot}{r^2} \left(1 + \eta_N \frac{E_g}{m_i} \right) \hat{r} \quad \begin{cases} \frac{E_g}{m_i} \simeq 4.6 \times 10^{-10} \text{ Earth} \\ \frac{E_g}{m_i} \simeq 0.2 \times 10^{-10} \text{ Moon} \end{cases}$$

If $\eta_N \neq 0$, the Earth and the Moon must fall in the field of the Sun with a little bit different acceleration

$$\delta \vec{a} = -\frac{GM_\odot}{r^2} \eta_N \left(\left. \frac{E_g}{m_i} \right|_\oplus - \left. \frac{E_g}{m_i} \right|_M \right) \hat{r}$$

$$|\eta_N| = (4.4 \pm 4.5) \times 10^{-4} \text{ From Lunar Laser Ranging (LLR) measurements}$$

Il formalismo PPN

C.M. Will *Living Rev. Relativity*, 17, (2014),

4

The parametrized post-Newtonian (PPN) formalism

- One way to test a theory of gravitation is by studying its post-Newtonian limit
- Post-Newtonian formalism or **PPN** formalism details the parameters in which different metric theories of gravity, under **WFSM** conditions, can differ from **GR** and Newtonian gravity

$$\begin{aligned}
 g_{00} &= -1 + 2U - 2\beta U^2 - 2\xi\Phi_W + (2\gamma + 2 + \alpha_3 + \zeta_1 - 2\xi)\Phi_1 + 2(3\gamma - 2\beta + 1 + \zeta_2 + \xi)\Phi_2 \\
 &\quad + 2(1 + \zeta_3)\Phi_3 + 2(3\gamma + 3\zeta_4 - 2\xi)\Phi_4 - (\zeta_1 - 2\xi)\mathcal{A} - (\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3)w^2U - \alpha_2 w^i w^j U_{ij} \\
 &\quad + (2\alpha_3 - \alpha_1)w^i V_i + \mathcal{O}(\epsilon^3), \\
 g_{0i} &= -\frac{1}{2}(4\gamma + 3 + \alpha_1 - \alpha_2 + \zeta_1 - 2\xi)V_i - \frac{1}{2}(1 + \alpha_2 - \zeta_1 + 2\xi)W_i - \frac{1}{2}(\alpha_1 - 2\alpha_2)w^i U \\
 &\quad - \alpha_2 w^j U_{ij} + \mathcal{O}(\epsilon^{5/2}), \\
 g_{ij} &= (1 + 2\gamma U)\delta_{ij} + \mathcal{O}(\epsilon^2).
 \end{aligned}$$

Metric

$$\begin{aligned}
 T^{00} &= \rho(1 + \Pi + v^2 + 2U), \\
 T^{0i} &= \rho v^i \left(1 + \Pi + v^2 + 2U + \frac{p}{\rho} \right), \\
 T^{ij} &= \rho v^i v^j \left(1 + \Pi + v^2 + 2U + \frac{p}{\rho} \right) + p \delta^{ij} (1 - 2\gamma U).
 \end{aligned}$$

Stress-Energy Tensor

$$\begin{aligned}
 U &= \int \frac{\rho'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3 x', \\
 U_{ij} &= \int \frac{\rho' (x - x')_i (x - x')_j}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} d^3 x', \\
 \Phi_W &= \int \frac{\rho' \rho'' (\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} \cdot \left(\frac{\mathbf{x}' - \mathbf{x}''}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} - \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}''}{|\mathbf{x}' - \mathbf{x}''|} \right) d^3 x' d^3 x'', \\
 \mathcal{A} &= \int \frac{\rho' [\mathbf{v}' \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')]^2}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} d^3 x', \\
 \Phi_1 &= \int \frac{\rho' v'^2}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3 x', \\
 \Phi_2 &= \int \frac{\rho' U'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3 x', \\
 \Phi_3 &= \int \frac{\rho' \Pi'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3 x', \\
 \Phi_4 &= \int \frac{\rho'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3 x', \\
 V_i &= \int \frac{\rho' v'_i}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3 x', \\
 W_i &= \int \frac{\rho' [\mathbf{v}' \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')] (x - x')_i}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} d^3 x'.
 \end{aligned}$$

Metric Potentials

Il formalismo PPN

C.M. Will *Living Rev. Relativity*, 17, (2014),

4

The parametrized post-Newtonian (PPN) formalism

- Semi-conservative theories = any theory that possess only energy and momentum conservation laws
- Fully conservative = any theory that in addition possesses six global conservation laws for angular momentum

Parameter	What it measures relative to GR	Value in GR	Value in semi-conservative theories	Value in fully conservative theories
γ	How much space-curvature produced by unit rest mass?	1	γ	γ
β	How much “nonlinearity” in the superposition law for gravity?	1	β	β
ξ	Preferred-location effects?	0	ξ	ξ
α_1	Preferred-frame effects?	0	α_1	0
α_2		0	α_2	0
α_3		0	0	0
α_3	Violation of conservation of total momentum?	0	0	0
ζ_1		0	0	0
ζ_2		0	0	0
ζ_3		0	0	0
ζ_4		0	0	0

Theory	Arbitrary functions or constants	Cosmic matching parameters	PPN parameters				
			γ	β	ξ	α_1	α_2
General relativity	none	none	1	1	0	0	0
Scalar-tensor							
Brans-Dicke	ω_{BD}	ϕ_0	$\frac{1 + \omega_{\text{BD}}}{2 + \omega_{\text{BD}}}$	1	0	0	0
General, $f(R)$	$A(\varphi), V(\varphi)$	φ_0	$\frac{1 + \omega}{2 + \omega}$	$1 + \frac{\lambda}{4 + 2\omega}$	0	0	0
Vector-tensor							
Unconstrained	$\omega, c_1, c_2, c_3, c_4$	u	γ'	β'	0	α'_1	α'_2
Einstein-Æther	c_1, c_2, c_3, c_4	none	1	1	0	α'_1	α'_2
Khronometric	$\alpha_k, \beta_k, \lambda_k$	none	1	1	0	α'_1	α'_2
Tensor-Vector-Scalar	k, c_1, c_2, c_3, c_4	ϕ_0	1	1	0	α'_1	α'_2

Il formalismo PPN

Consequently, the natural theoretical framework to test gravitation will be that of the **Parameterized Post-Newtonian (PPN)** formalism in WFSM conditions.

There is, however, a more general approach that can be exploited, at least in part, such as the one suggested by R. H. Dicke more than 60 years ago, usually called the Dicke framework.

- This is a fairly general framework that allows us to conceive experiments not connected, *a priori*, with a given physical theory and also provides a way to analyze the results of an experiment under primary hypotheses

Il framework di Dicke

In his work **Dicke** defined the limits within which one should move to identify the fundamental characteristics of a **relativistic** theory of gravitation. Following **Thorne** and **Will** (1971), **Dicke's framework** can be summarized as follows:

- 1. Spacetime is a 4-dimensional differentiable manifold, with each point in the manifold corresponding to a physical event. The manifold need not a priori have either a metric or an affine connection*
- 2. The theory of gravity will be expressed in a form that is independent of the particular coordinates used; that is, the equations of gravity and the mathematical entities in them will be put into covariant form*

These two statements focus on the basic mathematical formalism to employ when discussing experiments in gravitation

Thorne, K.S.; Will, C.M. *Theoretical Frameworks for Testing Relativistic Gravity. I. Foundations.* Astrophys. J. **1971**, 163, 595

Il framework di Dicke

With two further statements, **Dicke** introduces two important constraints that an acceptable theory of gravitation should satisfy (**Thorne** and **Will (1971)**):

3. *Gravity must be associated with one or more fields of tensorial character, that is, scalars, vectors, and tensors of various ranks*
4. *The dynamical equations which govern gravity must be derivable from an invariant action principle*

Finally, the last point discussed by **Dicke** is based on *Ockham's razor* approach and can be considered a practical guiding principle for choosing the theories of gravitation that are most likely to be correct:

5. *“Nature” likes things as simple as possible*

Il framework di Dicke

The first statement of **Dicke's framework** is particularly important because it immediately **defines** the **role** of a **gravitational experiment**:

- it is expected to naturally lead to the existence of a **metric** and of an **affine connection** for the **differential manifold**

The second statement relates to what **Einstein's Principle of General Covariance** actually is and, therefore, what its validity actually is:

- this point goes to the foundations of **GR** and to those of the **ATG**

For example, the mentioned covariance is obtained in some cases, only after the introduction of “absolute” elements or “prior geometric” elements in the theory:

- this means that these elements are not determined by the dynamical equations of the theory, and this can be interpreted as a failure of general covariance
- this rigidity can be overcome by assuming the invariance of the coordinates instead of their covariance, i.e., by a weaker hypothesis

Il framework di Dicke

The two constraints of **Dicke's framework** seem to **strongly confine** what an acceptable theory of gravitation is. Indeed, **Thorne** and **Will** wrote in this regard:

- “ . . . *These constraints have deep significance; they strongly confine the theory. For this reason, we should be willing to accept them only if they are fundamental to our subsequent arguments. For most applications of the **Dicke framework**, they are not needed at all. Therefore, we shall usually not assume them. If we ever need and use them, we shall state so explicitly . . .* ”

It is true that, for most applications, these two constraints are not necessary. However, we note that the theories that are still of interest today are those satisfying the two “**strong**” constraints suggested by **Dicke**

Il framework di Dicke

There is a close link between the framework proposed by **Dicke** and the **PPN formalism**. In fact, two conclusions reached by **Dicke** within his framework became postulates at the basis of the current **PPN formalism**:

1. the existence of at least one second rank tensor, the metric $g_{\mu\nu}$, to be associated with gravity
2. the way to describe the response of matter and fields to gravity: $T_{;\nu}^{\mu\nu} = 0$, where $T_{\mu\nu}$ represents the stress-energy tensor for all matter and non-gravitational fields

In their paper, **Thorne** and **Will** also remarked that:

- “ . . . It is important for the future that experimenters concentrate not only on measuring the **PPN** parameters. They should also perform new experiments within the **Dicke framework** to strengthen—or destroy—the foundation it lays for the **PPN framework** . . . ”

Il framework di Dicke

The framework proposed by **Dicke** is not easy to apply in every context, it is powerful for:

- discussing null experiments
- delineating the qualitative nature of gravity
- devising new covariant theories of gravity

A possible attempt to apply **Dicke's framework** is to search for the signature of the effects of a possible **ATG** on all the orbital elements of a satellite, thus not limiting the analysis to only possible secular effects

This approach, of considerable significance, is far from simple to pursue, requiring in fact a greater understanding of the **periodic perturbative effects** that characterize the residuals in the different orbital elements of a satellite. We refer to **Lucchesi et al., (2021)** for details

Il framework di Dicke

Partendo dalla generalità e imparzialità del **Framework di Dicke** i fisici teorici, a cavallo degli anni '70, hanno formulato una serie di **criteri fondamentali** che una teoria della gravitazione dovrebbe soddisfare per essere definita **attendibile/praticabile** (*viable*). Una teoria deve essere:

1. completa
2. autoconsistente
3. relativistica
4. avere il corretto limite newtoniano

Il framework di Dicke

Partendo dalla generalità e imparzialità del **Framework di Dicke** i fisici teorici, a cavallo degli anni '70, hanno formulato una serie di **criteri fondamentali** che una teoria della gravitazione dovrebbe soddisfare per essere definita **attendibile/praticabile** (*viable*). Una teoria deve essere:

1. completa
2. autoconsistente
3. relativistica
4. avere il corretto limite newtoniano

1. La **completezza** significa in particolare che il risultato di un dato esperimento possa essere analizzato partendo da dei “principi primi”. In particolare, il modo più comune per formulare una teoria "completa" è partire da un principio di azione che combina l'azione del modello standard (così come la conosciamo) per il settore non-gravitazionale con una nuova azione per i "campi" gravitazionali (inclusa la metrica dello spaziotempo), insieme a qualche accoppiamento tra di loro:

$$\mathcal{S} = \int \mathcal{L} dt = \mathcal{S}_{NG} + \mathcal{S}_{campi}$$

Il framework di Dicke

Partendo dalla generalità e imparzialità del **Framework di Dicke** i fisici teorici, a cavallo degli anni '70, hanno formulato una serie di **criteri fondamentali** che una teoria della gravitazione dovrebbe soddisfare per essere definita **attendibile/praticabile** (*viable*). Una teoria deve essere:

1. **completa**
2. **autoconsistente**
3. **relativistica**
4. **avere il corretto limite newtoniano**

2. **Autoconsistente** significa che la previsione del risultato di un dato esperimento deve essere unica, indipendentemente dal metodo utilizzato per ottenerlo.

Il framework di Dicke

Partendo dalla generalità e imparzialità del **Framework di Dicke** i fisici teorici, a cavallo degli anni '70, hanno formulato una serie di **criteri fondamentali** che una teoria della gravitazione dovrebbe soddisfare per essere definita **attendibile/praticabile** (*viable*). Una teoria deve essere:

1. **completa**
2. **autoconsistente**
3. **relativistica**
4. **avere il corretto limite newtoniano**

3. **Relativistica** significa che in assenza di gravità le leggi non-gravitazionali della fisica si riducono alle leggi della relatività speciale, almeno con un elevatissimo livello di precisione.

Il framework di Dicke

Partendo dalla generalità e imparzialità del **Framework di Dicke** i fisici teorici, a cavallo degli anni '70, hanno formulato una serie di **criteri fondamentali** che una teoria della gravitazione dovrebbe soddisfare per essere definita **attendibile/praticabile** (*viable*). Una teoria deve essere:

1. completa
2. autoconsistente
3. relativistica
4. avere il corretto limite newtoniano

4. **Newtoniana** significa che nel limite **WFSM** la teoria riproduce le leggi di Newton.

Cosa testiamo in campo debole?

1. Verifica della validità del Principio di Equivalenza
2. Verifica della struttura geometrica e della equazione del moto delle geodetiche
3. Verifica delle equazioni dei campi di Einstein

Cosa testiamo in campo debole?

1. Verifica della validità del Principio di Equivalenza
2. Verifica della struttura geometrica e della equazione del moto delle geodetiche
3. Verifica delle equazioni dei campi di Einstein

Alle fondamenta della **RG** e della sua **struttura geometrica** sta il **Principio di Equivalenza**:

1. Principio di Equivalenza debole (**WEP**): $m_i \equiv m_g$; **UFF**
 2. Principio di Equivalenza di Einstein (**EEP**): **WEP** + **LLI** + **LPI**
 3. Principio di Equivalenza Forte (**SEP**): **EEP** + **gravitazione**
- **EEP** è soddisfatto dalla **RG** e dalle teorie **metriche** della gravitazione (la **RG** è una teoria metrica: geometrodinamica)
 - **SEP** è soddisfatto dalla sola **RG**

Le teorie **metriche** della gravitazione **condividono** con la **RG** la stessa **struttura** dello **spaziotempo** e le medesime **equazioni del moto** per le particelle test, ma **differiscono** per la **forma** delle **equazioni dei campi**

Cosa testiamo in campo debole?

dc = dipendente dalla composizione
ic = indipendente dalla composizione

1. Verifiche della validità del Principio di Equivalenza:

1.1 dirette (WEP): UFF (pendolo, bilancia di torsione, satellite, atomi freddi)

1.2 indirette:

1.2.1 WEP: effetti sull'orbita di un satellite ($m_i \neq m_g$, Yukawa (dc)), G (Yukawa (dc)), $1/r^2$, Yukawa (dc, raggio breve), GM (Terra-LAGEOS, Luna-LAGEOS), LLR, SLR

1.2.2 EEP: redshift gravitazionale (shift in frequenza per onde e.m., orologi atomici a diverse altezze (GPA), Pulsar), LLI, LPI

1.2.3 SEP: G, Energia di legame gravitazionale (effetto Nordtvedt: LLR), $1/r^2$, Yukawa (ic)

MoonLIGHT-2

SaToR-G

LAG

Cosa testiamo in campo debole?

1. Verifiche della validità del Principio di Equivalenza:

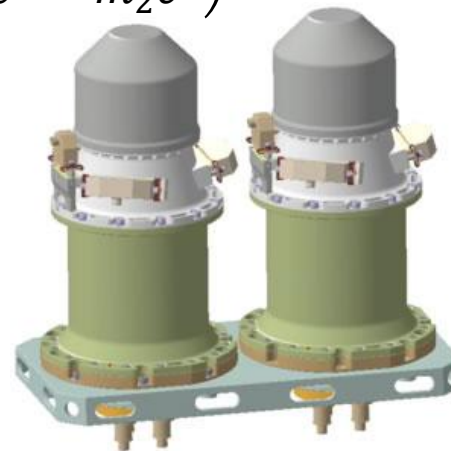
1.1 dirette (WEP): UFF (pendolo, bilancia di torsione, satellite, atomi freddi)



Eöt-Wash

$$m_{gp} = m_i + \sum_A \frac{\eta^A E^A}{c^2}$$

$$\eta = \frac{|a_1 - a_2|}{\left| \frac{a_1 + a_2}{2} \right|} = \sum_A \eta^A \left(\frac{E_1^A}{m_1 c^2} - \frac{E_2^A}{m_2 c^2} \right)$$

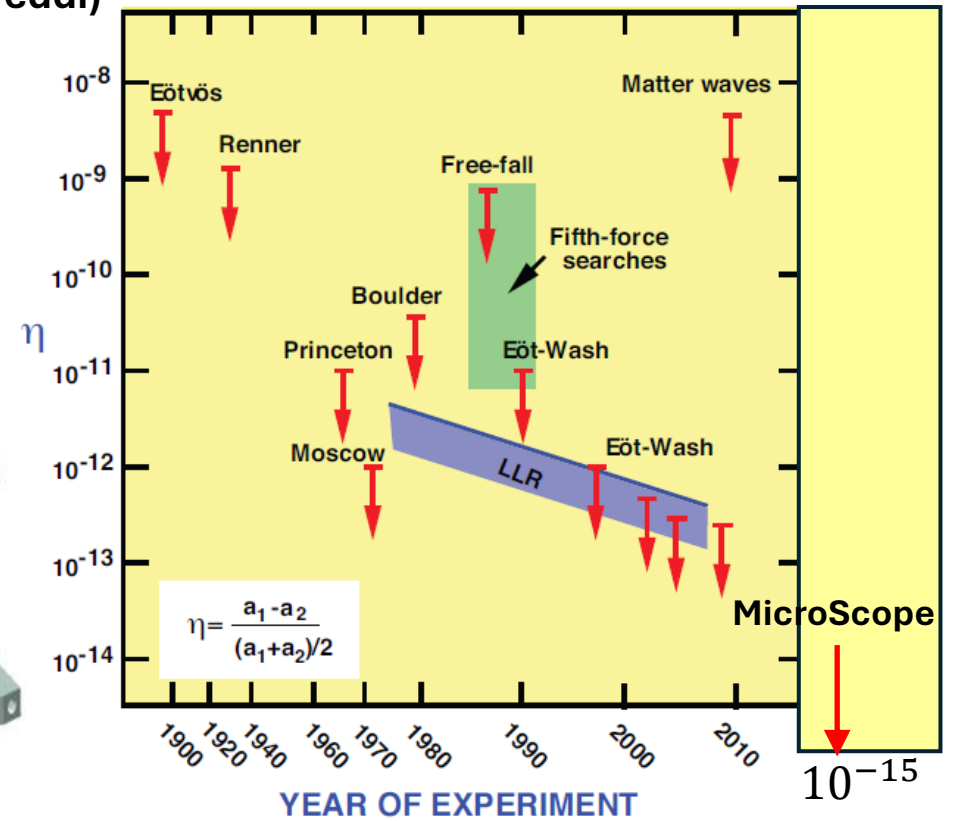


MicroScope @1 σ in errori statistici

$$\eta(Ti, Pt) = \frac{\Delta a}{a} = [-1.5 \pm 2.3(stat) \pm 1.5(sys)] \times 10^{-15}$$

dc = dipendente dalla composizione
ic = indipendente dalla composizione

TESTS OF THE WEAK EQUIVALENCE PRINCIPLE



Cosa testiamo in campo debole?

1. Verifiche della validità del Principio di Equivalenza:

1.1 dirette (WEP): UFF (pendolo, bilancia di torsione, satellite, atomi freddi)

$$m_{gp} = m_i + \sum_A \frac{\eta^A E^A}{c^2}$$

$$\eta = \frac{|a_1 - a_2|}{\left| \frac{a_1 + a_2}{2} \right|} = \sum_A \eta^A \left(\frac{E_1^A}{m_1 c^2} - \frac{E_2^A}{m_2 c^2} \right)$$

- A.M. Nobili, G.L. Comandi, D. Bramanti, Suresh Doravari, D.M. Lucchesi, F. Maccarrone. Limitations to testing the equivalence principle with satellite laser ranging. *Gen. Relativity and Grav.*, DOI 10.1007/s10714-007-0560-x, 2007
- I. Ciufolini, R. Matzner, A. Paolozzi, E.C. Pavlis, G. Sindoni, J. Ries, V. Gurzadyan, R. Koenig. Satellite Laser-Ranging as a Probe of Fundamental Physics. *Scientific Reports Nature*, doi.org/10.1038/s41598-019-52183-9, 2019

$$\eta = \frac{\Delta a}{a} \cong \frac{\Delta(GM_{\oplus})}{GM_{\oplus}} \cong 2 \cdot 10^{-9}$$

dc = dipendente dalla composizione
ic = indipendente dalla composizione

TESTS OF THE WEAK EQUIVALENCE PRINCIPLE

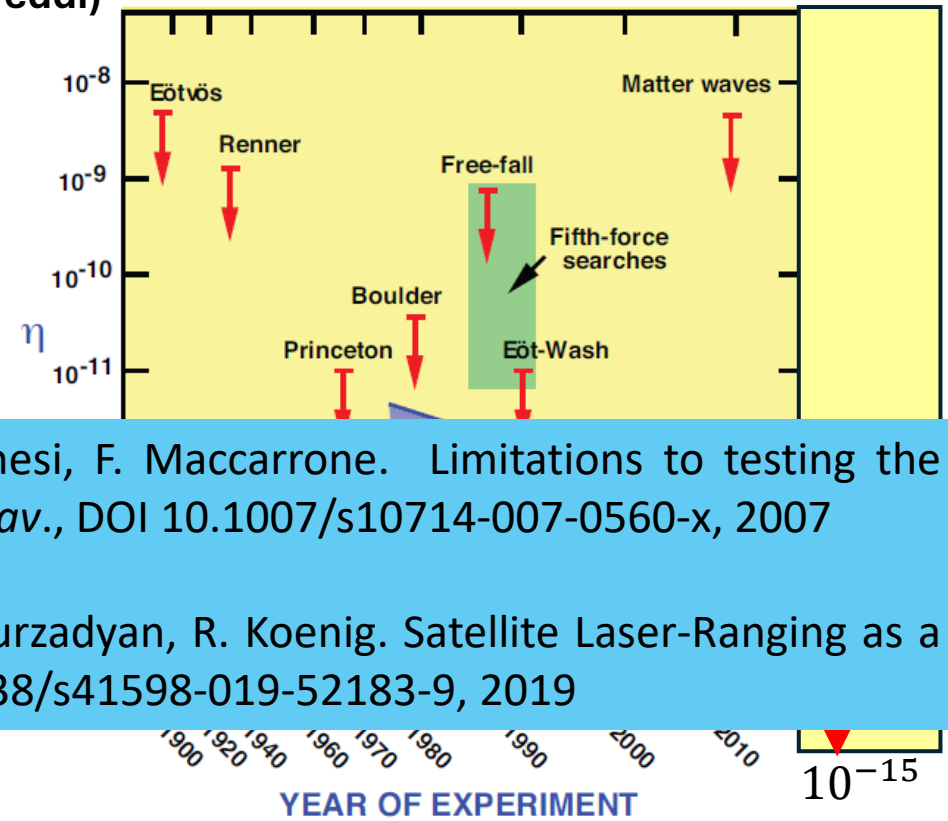


Figure 1: Selected tests of the weak equivalence principle, showing bounds on η , which measures fractional difference in acceleration of different materials or bodies. The free-fall and Eöt-Wash experiments were originally performed to search for a fifth force (green region, representing many experiments). The blue band shows evolving bounds on η for gravitating bodies from lunar laser ranging (LLR).

Cosa testiamo in campo debole?

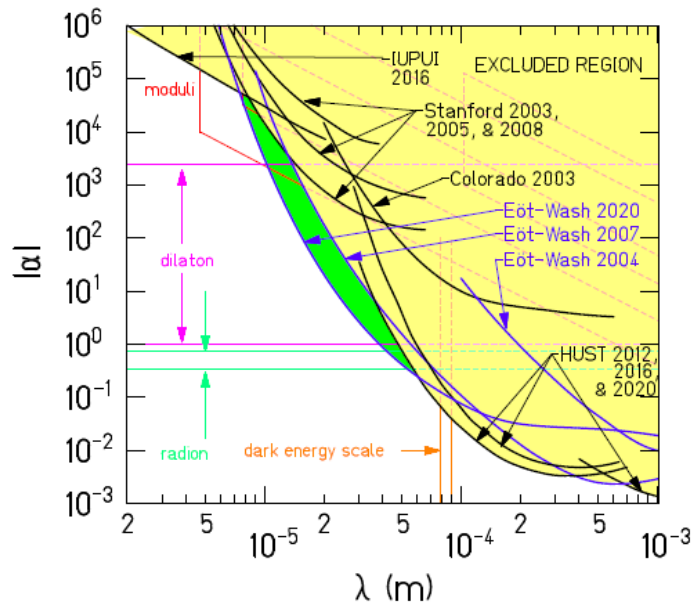
J.G. Lee, et al., *Test of the Gravitational $1/r^2$ Law at Separations down to $52 \mu\text{m}$* . Phys. Rev. Lett. 124, 101101 (2020)

1. Verifiche della validità del Principio di Equivalenza:

1.1 dirette (WEP): UFF (pendolo, bilancia di torsione, satellite, atomi freddi)

1.2 indirette:

1.2.1 WEP: effetti sull'orbita di un satellite ($m_i \neq m_g$, Yukawa (dc)), G (Yukawa (dc)), $1/r^2$, Yukawa (dc, raggio breve), GM (Terra-LAGEOS, Luna-LAGEOS), LLR, SLR



$$V_{12}(r) = \mp \frac{f^2}{4\pi} \tilde{q}_1 \tilde{q}_2 \frac{e^{-r/\lambda}}{r}$$

$$\frac{\Delta \vec{a}}{g'} \equiv \frac{\vec{a}_1 - \vec{a}_2}{g'} = \alpha \left[\left(\frac{\tilde{q}}{\mu} \right)_1 - \left(\frac{\tilde{q}}{\mu} \right)_2 \right] \left(\frac{\tilde{q}}{\mu} \right)_A \vec{I}_A(\lambda)$$

f Coupling constant

$\tilde{q}$ Yukawa charge

$$\alpha = \pm \frac{f^2}{4\pi G u^2} \quad \lambda = \frac{\hbar}{m_b c}$$

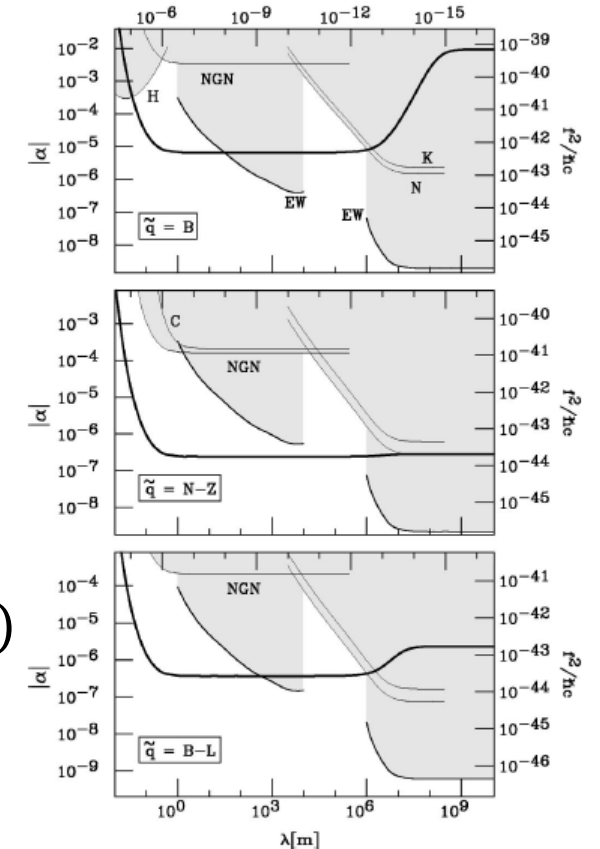


FIG. 20. 95% confidence limits on $|\alpha|$ vs λ for hypothetical interactions coupling to vector charges $\tilde{q}=B$, $\tilde{q}=N-Z$, or $\tilde{q}=B-L$. The heavy curves are from this work; the shaded region was excluded by previous results labeled as follows: EW [4], NGN [29], N [10], K [11], C [30], H [31]. Constraints from Galileo-type measurements were computed using the Earth model given in Table IX.

G.L. Smith, et al., *Short range tests of the equivalence principle*. Phys. Rev. D, 61, 022001 (1999)

Cosa testiamo in campo debole?

1. Verifiche della validità del Principio di Equivalenza:

1.1 dirette (WEP): UFF (pendolo, bilancia di torsione, satellite, atomi freddi)

1.2 indirette:

1.2.1 WEP: effetti sull'orbita di un satellite ($m_i \neq m_g$, Yukawa (dc)), G (Yukawa (dc)), $1/r^2$, Yukawa (dc, raggio breve), GM (Terra-LAGEOS, Luna-LAGEOS), LLR, SLR

I test del **WEP** a **piccole distanze** (bilance di torsione, pendoli, interferometri atomici) cercano **minuscole differenze nell'accelerazione** di **masse di test** di **diversa composizione** poste a breve distanza l'una dall'altra o da una **massa sorgente**.

- Un **risultato nullo** (nessuna differenza rilevata entro la sensibilità sperimentale) pone **limiti superiori** sulla **forza** e sul **raggio d'azione** di qualsiasi ipotetica **interazione** che **viol**i il **WEP**.
- Questi **limiti**, a loro volta, **vincolano** fortemente i **parametri** (masse delle particelle mediatrici, costanti di accoppiamento, scale di compattificazione delle dimensioni extra, parametri specifici dei modelli di gravità modificata) all'interno di diverse teorie (nuove forze, extra dimensioni, gravità modificata, gravità quantistica, ...).

Questi **test** sono quindi uno **strumento potente** per **sondare** la **fisica oltre** il **Modello Standard** e la **Relatività Generale** in un **regime** (quello delle **brevi distanze**) dove **potrebbero emergere nuovi fenomeni**.

Cosa testiamo in campo debole?

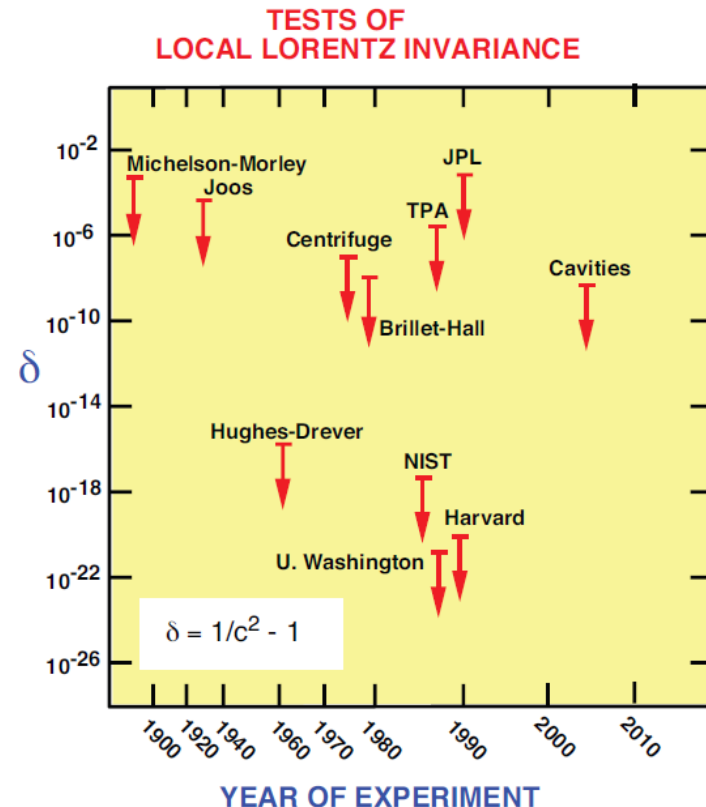
dc = dipendente dalla composizione
ic = indipendente dalla composizione

1. Verifiche della validità del Principio di Equivalenza:

1.1 dirette (WEP): UFF (pendolo, bilancia di torsione, satellite, atomi freddi)

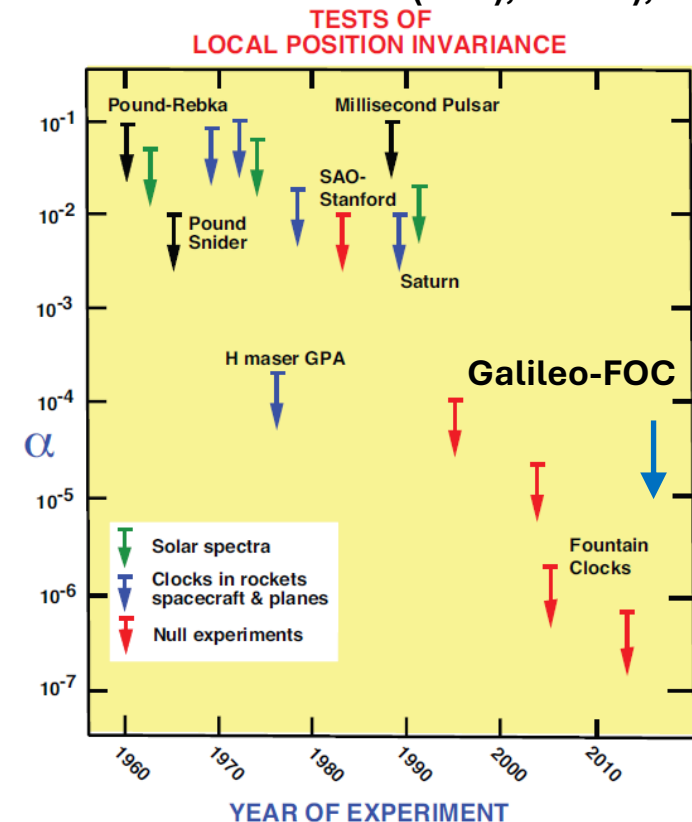
1.2 indirette:

1.2.2 EEP: redshift gravitazionale (shift in frequenza per onde e.m., orologi atomici a diverse altezze (GPA), Pulsar), LLI, LPI



$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = (1 + \alpha) \frac{\Delta U}{c^2}$$

$$\alpha = 0 \text{ in RG}$$



Cosa testiamo in campo debole?

1. Verifiche della validità del Principio di Equivalenza:

1.1 dirette (WEP): UFF (pendolo, bilancia di torsione, satellite, atomi freddi)

1.2 indirette:

1.2.3 SEP: G, Energia di legame gravitazionale (effetto Nordtvedt: LLR), $1/r^2$, Yukawa (ic)

$$V(r) = -G_{\infty} \frac{M_1 M_2}{r} (1 + \alpha e^{-r/\lambda})$$

$$\vec{F}(r) = -\vec{\nabla}V(r) = -G_{\infty} \left[1 + \alpha \left(1 + \frac{r}{\lambda} \right) e^{-r/\lambda} \right] \frac{M_1 M_2}{r^2} \hat{r}$$

A **Yukawa-like** parameterization seems general at the lowest order interaction and in the non-relativistic limit, independently of a:

- **Scalar** field with the exchange of a spin-0 light boson
- **Vector** field with the exchange of a spin-1 light boson
- **Tensor** field with the exchange of a spin-2 light boson

M_1 = Mass of the primary source;
 M_2 = Mass of the secondary source;
 G_{∞} = Newtonian gravitational constant;
 r = Distance;

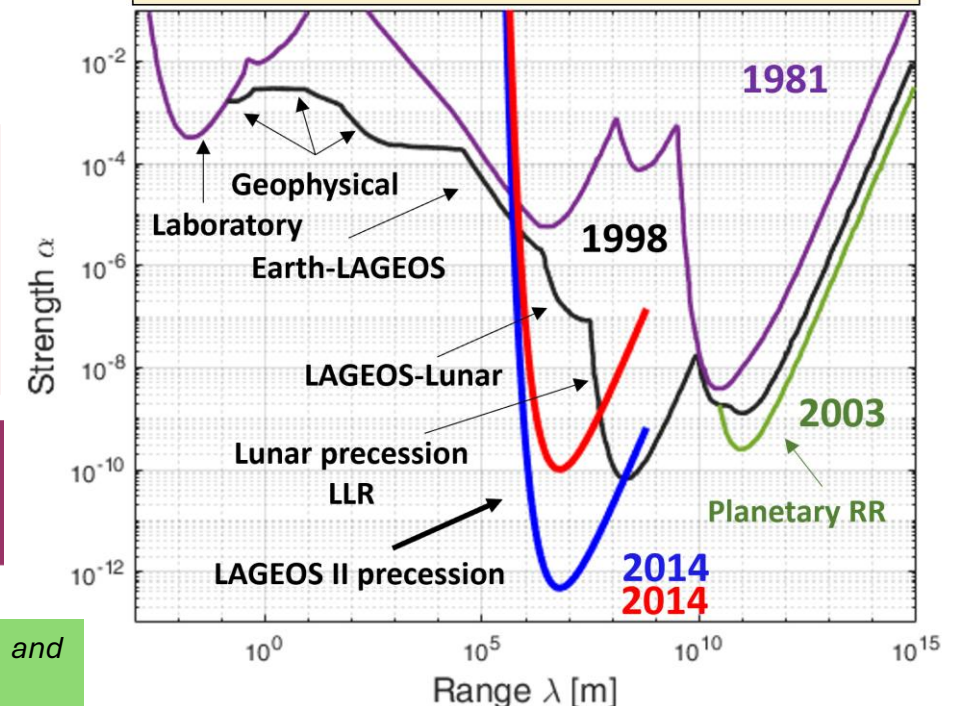
$$V_{Yuk} = -\alpha \frac{G_{\infty} M_1}{r} e^{-r/\lambda}$$

$$\alpha = \frac{1}{G_{\infty}} \left(\frac{K_1}{M_1} \cdot \frac{K_2}{M_2} \right)$$

$$\lambda = \frac{h}{\mu c}$$

α = Strength of the interaction; K_1, K_2 = Coupling strengths;
 λ = Range of the interaction; μ = Mass of the light-boson;
 h = Planck constant; c = Speed of light

Composition independent experiments



D. Lucchesi, R. Peron, LAGEOS II pericenter general relativistic precession (1993-2005): Error budget and constraints in gravitational physics. Phys. Rev. D 89, 082002, doi:10.1103/PhysRevD.89.082002, 2014

Cosa testiamo in campo debole?

MoonLIGHT-2

GINGER

SaToR-G

2. Verifiche della struttura geometrica e della equazione del moto delle geodetiche:

2.1 curvatura spaziale

2.1.1 deflessione della luce: ottici, radio, VLBI, lente gravitazionale

2.1.2 ritardo temporale delle onde radio: radio, Pulsar

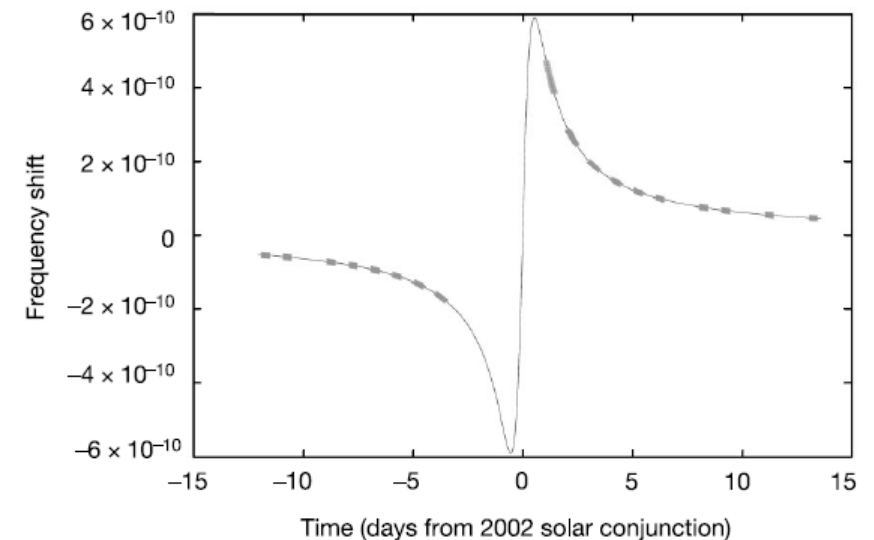
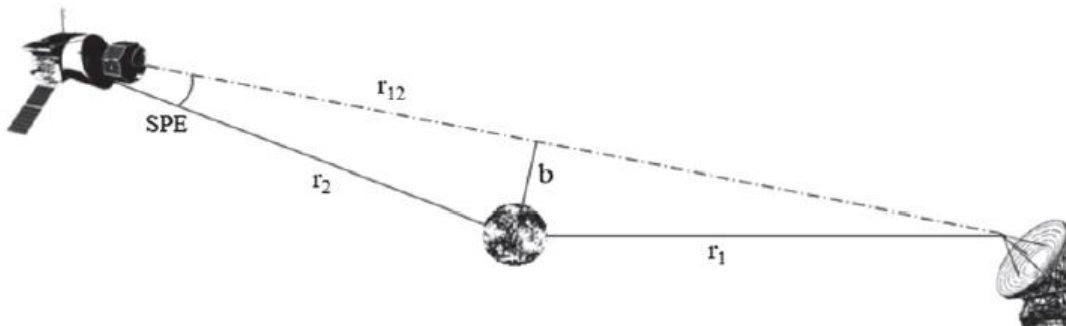
2.1.3 precessione di de Sitter: LLR, LLR+VLBI, LAGEOS, Sagnac

$$\Delta t = 2(1 + \gamma) \frac{GM_{\odot}}{c^3} \ln \left(\frac{4r_1 r_2}{b} \right)$$

$$\gamma - 1 = (2.1 \pm 2.3) \times 10^{-5}$$

2.2 curvatura spaziale + altro (non linearità della interazione gravitazionale e quindi delle eq. dei campi di Einstein)

2.2.1 precessioni (perielio di Mercurio, pericentro LAGEOS 2, Pulsar)



Cosa testiamo in campo debole?

MoonLIGHT-2

GINGER

SaToR-G

2. Verifiche della struttura geometrica e della equazione del moto delle geodetiche:

2.1 curvatura spaziale

2.1.1 deflessione della luce: ottici, radio, VLBI, lente gravitazionale

$$\Delta t = 2(1 + \gamma) \frac{GM_{\odot}}{c^3} \ln \left(\frac{4r_1 r_2}{b} \right)$$

2.1.2 ritardo temporale delle onde radio: radio, Pulsar

2.1.3 precessione di de Sitter: LLR, LLR+VLBI, LAGEOS, Sagnac

$$\gamma - 1 = (2.1 \pm 2.3) \times 10^{-5}$$

2.2 curvatura spaziale + altro (non linearità della interazione gravitazionale e quindi delle eq. dei campi di Einstein)

2.2.1 precessioni (perielio di Mercurio, pericentro LAGEOS 2, Pulsar)

$$\vec{\Omega}_{dS} \cong -\frac{3}{2} \vec{V}_E \wedge \left(\frac{GM_S}{c^2 R_{ES}^3} \right) \vec{X}_{ES}$$

$$\langle \dot{\Omega}_{LT} \rangle_{sec} = \frac{2G}{c^2 a^3} \frac{J_{\oplus}}{(1 - e^2)^{3/2}}$$

$$\langle \dot{\omega}_{Schw} \rangle_{sec} = \frac{3}{c^2 a^{5/2}} \frac{GM_{\oplus}^{3/2}}{(1 - e^2)}$$

$$\Delta \dot{\Omega}_{dS} = |\vec{\Omega}_{dS}| \cos \varepsilon$$

$$\langle \dot{\omega}_{LT} \rangle_{sec} = -\frac{6G}{c^2 a^3} \frac{J_{\oplus}}{(1 - e^2)^{3/2}} \cos i \quad \langle \dot{M}_{Schw} \rangle_{sec} = -\sqrt{1 - e^2} \frac{3}{c^2 a^{5/2}} \frac{GM_{\oplus}^{3/2}}{(1 - e^2)}$$

$$\frac{3}{2} = \left(\frac{1}{2} + \gamma \right)$$

$$\frac{1 + \gamma}{2} \quad \mu$$

$$\frac{2 + 2\gamma - \beta}{3}$$

Cosa testiamo in campo debole?

MoonLIGHT-2

GINGER

SaToR-G

3. Verifiche delle equazioni dei campi di Einstein:

3.1 indirette

- 3.1.1** **redshift gravitazionale, deflessione della luce, ritardo temporale, precessione di de Sitter**
- 3.1.2** **precessioni (perielio di Mercurio, pericentro LAGEOS 2, Pulsar)**
- 3.1.3** **Onde Gravitazionali (consentono di evidenziare aspetti puramente dinamici della teoria e non gli aspetti statici ...)**

VIRGO

LISA

ET

Cosa testiamo in campo debole?

MoonLIGHT-2

GINGER

SaToR-G

3. Verifiche delle equazioni dei campi di Einstein:

3.1 indirette

3.1.1 redshift gravitazionale, deflessione della luce, ritardo temporale, precessione di de Sitter

3.1.2 precessioni (perielio di Mercurio, pericentro LAGEOS 2, Pulsar)

3.1.3 Onde Gravitazionali (sono legate ad aspetti puramente dinamici della teoria e non agli aspetti statici ...)

L.I. Schiff, On Experimental Tests of the General Theory of Relativity. *American Journal of Physics*, Vol. 28, Issue 4, 340-343 (1960).

NON tutti i **test**, a rigore,
sono verifiche dirette della
Relatività Generale!

On Experimental Tests of the General Theory of Relativity*

L. I. SCHIFF

Institute of Theoretical Physics, Department of Physics, Stanford University, Stanford, California

(Received October 6, 1959)

This paper explores the extent to which the three "crucial tests" support the full structure of the general theory of relativity, and do not merely verify the equivalence principle and the special theory of relativity, which are well established by other experimental evidence. It is shown how the first-order changes in the periods of identically constructed clocks and the lengths of identically constructed measuring rods can be found without using general relativity, and how the red shift and the deflection of light can be computed from them. Only the planetary orbit precession provides a real test of general relativity. Terrestrial or satellite experiments that would go beyond supplying corroborative evidence for the equivalence principle and special relativity would be extremely difficult to perform, and would, for example, require a frequency standard with an accuracy somewhat better than one part in 10^{18} .

1. Gravitational redshift
2. Deflection of light
3. Orbit precession

VIRGO

LISA

ET

Only the planetary orbit precession provides a real test of general relativity

Il Gravitomagnetismo

Partendo dalla metrica di Kerr (soluzione esatta delle equazioni di Einstein):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{2GM}{rc^2}\right) dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 + \frac{4GJ}{rc^2} \sin^2 \theta d\phi dt$$

questa si può generalizzare in approssimazione post-Newtoniana:

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = -(1 - 2V + 2\beta V^2) dt^2 + (1 + 2\gamma V) \delta_{ik} dx^i dx^k + 2g_{0i} dt dx^i$$

dove il termine metrico fuori diagonale g_{0i} è responsabile degli effetti gravitomagnetici e, nel caso più generale, ha una duplice valenza:

- descrive il campo gravitomagnetico che nasce dal moto su un campo statico (come la precessione di de Sitter)
- descrive il campo gravitomagnetico generato dalle correnti di massa-energia relativamente ad altre masse (gravitomagnetismo intrinseco)

Il Gravitomagnetismo

Sottolineiamo, in via preliminare, i seguenti aspetti:

$$g_{0i} = g_{0i}^{IL} + \mu g_{0i}^{GI}$$

- Il gravitomagnetismo che nasce dal primo termine (dipendente da γ) e che è legato sostanzialmente al moto su un background statico (ad esempio alla Schwarzschild)
 1. **dipende dalla massa-energia**
 2. **è eliminabile tramite una opportuna trasformazione di coordinate (una trasformazione di Lorentz)**
- Il gravitomagnetismo che nasce dal secondo termine (dipendente da μ) non è legato al moto su un background statico
 1. **dipende dalle correnti di massa-energia (spin) relativamente ad altre masse**
 2. **non è né eliminabile né generabile tramite una opportuna trasformazione di coordinate (una trasformazione di Lorentz)**
 3. **è interpretabile come una manifestazione relativistica debole del Principio di Mach (inertia here arises from mass there)**
 4. **Descrive in definitiva effetti dinamici della RG**

Il Gravitomagnetismo

Inerzia e Principio di Mach in Relatività Generale

- Il Principio di Mach ispirò Einstein (insieme al principio di equivalenza di Galilei/Newton e la curvatura dello spazio di Riemann) a sviluppare la teoria della RG

“Gravitomagnetism may be thought of as a manifestation of the way inertia originates in Einstein geometrodynamics: “mass-energy there rules inertia here”. The measurement of the gravitomagnetic field will be the experimental evidence of this interpretation of the origin of the local inertial forces, that might be called a weak general relativistic interpretation of the Mach principle.” *Gravitation and Inertia, Ciufolini and Wheeler, 1995*

Il gravitomagnetismo in astrofisica

- I getti di particelle e radiazione e.m. da parte di un QUASAR vengono spiegati in termini dell'intenso campo gravitomagnetico prodotto da un Buco Nero supermassiccio e rotante agente sul disco di accrescimento.

Black Holes, the Membrane Paradigm, Thorne et al., Yale University Press, 1986

Il Gravitomagnetismo

Gravity Probe B (GPB)

GPB, after 40 years of effort and \$ 700 million of satellite project, was launch on April 19 2004 from Vandenberg Air Force Base (CA/USA) with a Delta II rocket.



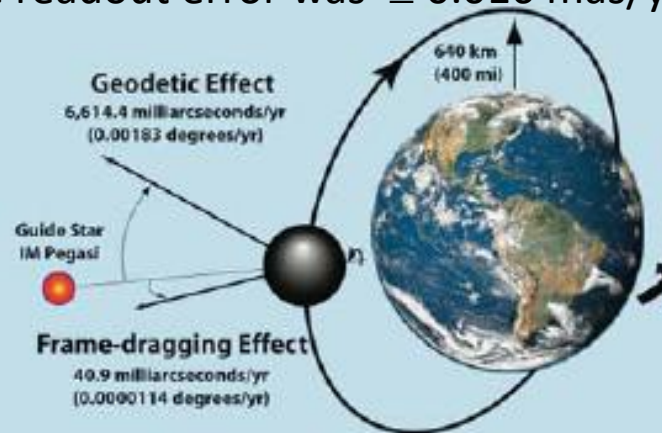
Photos: (Left) Russ Underwood, Lockheed Martin Corporation; (Right) Boeing Corporation

The two primary goals of GPB were:

1. The measurement of the frame-dragging effect with an accuracy of about 0.3%;
2. The measurement of the de Sitter effect with an accuracy of about 0.002%;

For 18 months of nominal duration

The readout error was ≤ 0.016 mas/yr



	de Sitter	Schiff; Lense–Thirring
$\dot{\Omega}_{rel.} = \frac{3}{2} \frac{M_{\oplus}}{r^2} (\hat{r} \times \vec{v}) + \frac{-\vec{J}_{\oplus} + 3\hat{r}(\vec{J}_{\oplus} \cdot \hat{r})}{r^3}$		
	6,614.4 mas/yr	40.9 mas/yr
	$\approx 2 \cdot 10^{-5}$	$\approx 3 \cdot 10^{-3}$

0.3%

19%

Comparable with the CASSINI measurement (2002) of γ ($\delta\gamma \cong 2 \cdot 10^{-5}$, Bertotti et al. 2003, Letters to Nature).

Il Gravitomagnetismo

Misure con i LAGEOS/LAGEOS II/LARES

$$\mu_{meas} = 1.0015 \pm 7.4 \times 10^{-3} \pm 0.016$$

Linear Fit

D. Lucchesi, M. Visco, R. Peron, et al., *An improved measurement of the Lense-Thirring precession on the orbits of laser-ranged satellites with an accuracy approaching the 1% level*. arXiv:1910.01941, doi:10.48550/arXiv.1910.01941, 2019

D. Lucchesi, M. Visco, R. Peron, et al., *A 1% Measurement of the Gravitomagnetic Field of the Earth with Laser-Tracked Satellites*. Universe 6, 139, doi:10.3390/universe6090139, 2020

$$\mu_{meas} = 0.9910 \pm 0.02$$

Linear Fit, after removing a few well known tidal signals from the nodes residuals

I. Ciufolini, A. Paolozzi, et al., *An improved test of the general relativistic effect of frame-dragging using the LARES and LAGEOS satellites*. Eur. Phys. J. C, 79:872, doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-7386-z, 2019

Con il **LARES-2**, su un intervallo sufficientemente lungo $\rightarrow \mu_{sys} < 0.01$ probabilmente alla frazione del %

Il Gravitomagnetismo

Misure con i LAGEOS/LAGEOS II/LARES

$$V(r, \varphi, \lambda) = -\frac{GM_{\oplus}}{r} \left[1 + \sum_{\ell=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{\ell} \left(\frac{R_{\oplus}}{r} \right)^{\ell} P_{\ell m}(\sin \varphi) (\bar{C}_{\ell m} \cos m\lambda + \bar{S}_{\ell m} \sin m\lambda) \right]$$

$$\langle \dot{\Omega}_{class} \rangle_{sec} = -\frac{3}{2} n \left(\frac{R_{\oplus}}{a} \right)^2 \frac{\cos i}{(1-e^2)^2} \left\{ -\sqrt{5} \bar{C}_{2,0} + \dots \right.$$

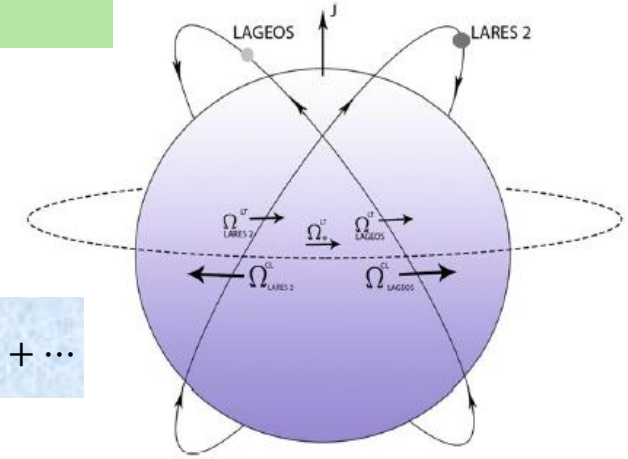


Fig. 2.12 The concept of the LARES 2 space experiment to accurately test frame-dragging. This figure represents the drift of the nodal lines of LARES 2 and LAGEOS. The secular drift, due to the Earth's even zonal harmonics, is equal and opposite for these two satellites with supplementary inclinations. However, frame-dragging produces a drift of their nodal lines which is the same for both satellites, both in magnitude and sign, in the same direction of the rotation of the Earth, independently of their inclination. Thus, by properly combining their nodal longitudes, it will be possible to measure the frame-dragging effect Ω^{LT} with high accuracy [73–78], see also: [53, 59, 79–83]

$$\mu_{meas} = 1.0015 \pm 7.4 \times 10^{-3} \pm 0.016$$

Linear Fit

D. Lucchesi, M. Visco, R. Peron, et al., *An improved measurement of the Lense-Thirring precession on the orbits of laser-ranged satellites with an accuracy approaching the 1% level.* arXiv:1910.01941, doi:10.48550/arXiv.1910.01941, 2019

D. Lucchesi, M. Visco, R. Peron, et al., *A 1% Measurement of the Gravitomagnetic Field of the Earth with Laser-Tracked Satellites.* Universe 6, 139, doi:10.3390/universe6090139, 2020

$$\mu_{meas} = 0.9910 \pm 0.02$$

Linear Fit, after removing a few well known tidal signals from the nodes residuals

I. Ciufolini, A. Paolozzi, et al., *An improved test of the general relativistic effect of frame-dragging using the LARES and LAGEOS satellites.* Eur. Phys. J. C, 79:872, doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-7386-z, 2019

Con il **LARES-2**, su un intervallo sufficientemente lungo $\rightarrow \mu_{sys} < 0.01$ probabilmente alla frazione del %

Il Gravitomagnetismo

RESEARCH

GRAVITATION

Lense–Thirring frame dragging induced by a fast-rotating white dwarf in a binary pulsar system

V. Venkatraman Krishnan^{1,2*}, M. Bailes^{1,3}, W. van Straten⁴, N. Wex², P. C. C. Freire², E. F. Keane^{1,5}, T. M. Tauris^{6,7,2}, P. A. Rosado^{1†}, N. D. R. Bhat⁸, C. Flynn¹, A. Jameson¹, S. Ostowski¹

Radio pulsars in short-period eccentric binary orbits can be used to study both gravitational dynamics and binary evolution. The binary system containing PSR J1141–6545 includes a massive white dwarf (WD) companion that formed before the gravitationally bound young radio pulsar. We observed a temporal evolution of the orbital inclination of this pulsar that we infer is caused by a combination of a Newtonian quadrupole moment and Lense–Thirring (LT) precession of the orbit resulting from rapid rotation of the WD. LT precession, an effect of relativistic frame dragging, is a prediction of general relativity. This detection is consistent with an evolutionary scenario in which the WD accreted matter from the pulsar progenitor, spinning up the WD to a period of <200 seconds.

V. Krishnan et al., Science 367, 577 (2020)

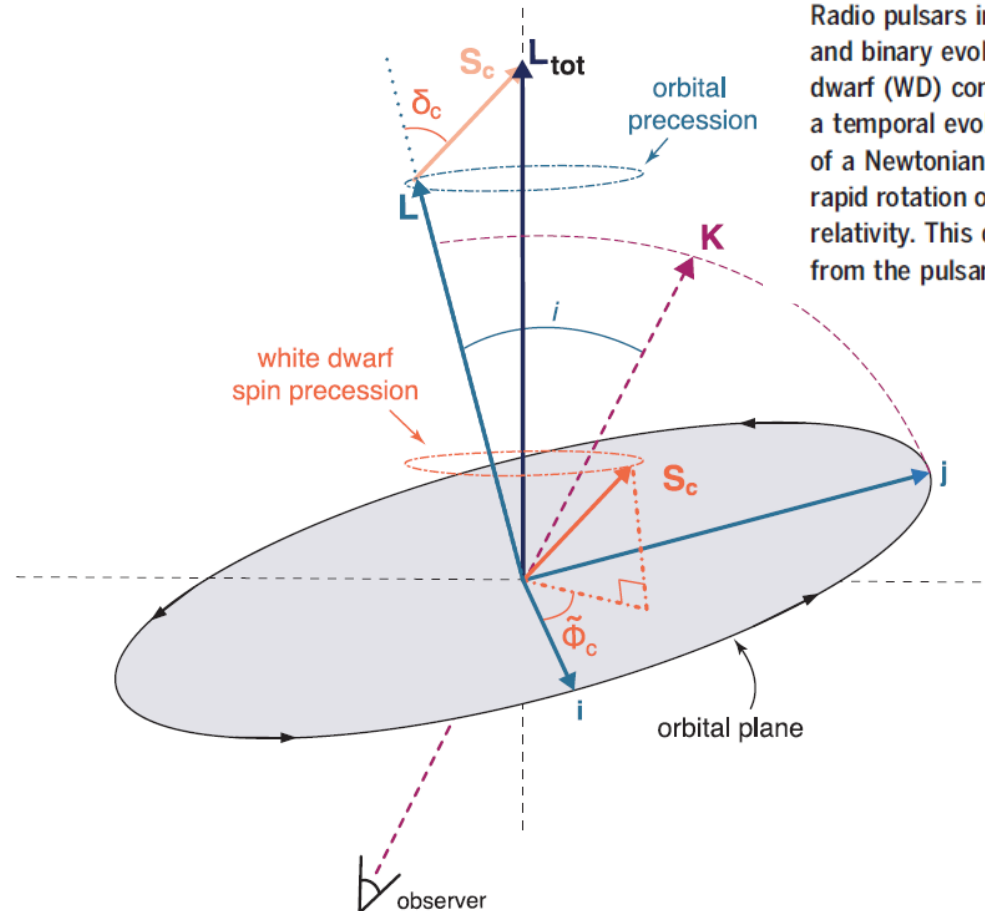


Fig. 1. Definition of the orbital geometry. Diagram illustrating the orbital geometry of the system following the “DT92” convention (10) with all vectors shifted to the origin. $\mathbf{L}$ is the angular momentum of the orbit, which is perpendicular to the orbital plane and inclined at an angle i to the line-of-sight vector, $\mathbf{K}$. The plane containing the vectors $\mathbf{L}$ and $\mathbf{K}$ intersects the orbital plane, defining the orbital plane’s unit vector $\mathbf{j}$ and its perpendicular counterpart $\mathbf{i}$. $\mathbf{S}_c$ is the spin angular momentum of the WD companion, which is misaligned from $\mathbf{L}$ by an angle δ_c . The vector sum of $\mathbf{L}$ and $\mathbf{S}_c$ forms the total angular momentum vector $\mathbf{L}_{\text{tot}}$, which is invariant, whereas $\mathbf{L}$ and $\mathbf{S}_c$ precess. $\tilde{\Phi}_c$ is the angle that the projection of $\mathbf{S}_c$ on the orbital plane subtends with respect to $\mathbf{i}$ and is related to the precession phase of the WD (Φ_c) as $\tilde{\Phi}_c = \Phi_c - 270^\circ$. The precessions of $\mathbf{L}$ and $\mathbf{S}_c$ form precession cones around $\mathbf{L}_{\text{tot}}$ as labeled. The precession of $\mathbf{S}_c$ causes Φ_c to sweep through 360° , whereas its rate of advance is modulated by the precession of $\mathbf{L}$, which induces small oscillations to the position of $\mathbf{j}$ and thus in i . Some angles and vector magnitudes in the figure are exaggerated for clarity. In practice, $|\mathbf{L}| \gg |\mathbf{S}_c|$; even if the WD is spinning at its breakup speed, the angle between $\mathbf{L}$ and $\mathbf{L}_{\text{tot}}$ is at most 0.74° . A more detailed version of this diagram is shown in fig. S1.

Esperimenti in campo debole

1. CASSINI/MESSENGER/BepiColombo (RadioScience experiments)
2. GAIA (Astrometria di precisione)
3. MoonLIGHT (LLR)
4. GINGER (Interferometro SAGNAC)
5. LARASE/SaToR-G (SLR)
6. LAG (Pendolo a due gradi di libertà)

Esperimenti in campo debole

CASSINI (NASA/ESA/ASI):
 $\gamma - 1 = (2.1 \pm 2.3) \times 10^{-5}$

Superior Conjunction Experiment

B. Bertotti, et al., *A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft*. Letters to Nature, 45 (2003)

MESSENGER (NASA):

Parametri stimati dalle equazioni del moto: molte sorgenti di errori sistemati da considerare e modellare

NATURE COMMUNICATIONS | DOI: 10.1038/s41467-017-02558-1

ARTICLE

Table 2 A priori and estimated values, and uncertainties from the global estimation of the GR and heliophysics parameters				
	A priori values	Estimated values	Formal uncertainties	Sensitivity to change of planetary ephemerides
$GM_{\odot}$ (km ³ s ⁻²)	132712440041.9394	132712440042.2565	0.35	0.87
$J_{2\odot}$ (×10 ⁻⁷)	2.1890	2.246	0.02	0.02
$\beta-1$ (×10 ⁻⁵)	0	-1.625	1.8	1.57
η (×10 ⁻⁵)	0	-6.646	7.2	6.24
$\dot{GM}_{\odot}/GM_{\odot}$ (×10 ⁻¹⁴ per year)	0	-6.130	1.47	3.14

The formal uncertainties are given by the covariance matrix of the least-square solution, which does not include possible mismodeling of GMs and states of the other planets, and asteroids of the solar system. The third column reports the maximum discrepancies between solutions that we obtained by using the JPL DE430, DE432, or DE436 ephemerides to model the third-body perturbation of the planets. The ephemerides of the asteroids are based on the JPL AST343DE430¹⁷ for the three cases

$\gamma \equiv 1$ Fissato a priori

$\beta = 1 + (-1.6 \pm 1.8) \times 10^{-5}$

$\eta = (-6.6 \pm 7.2) \times 10^{-5}$

A. Genova, et al., *Solar System expansion and strong equivalence principle as seen bt the NASA MESSENGER mission*. Nature Communications, 9:289 (2018)

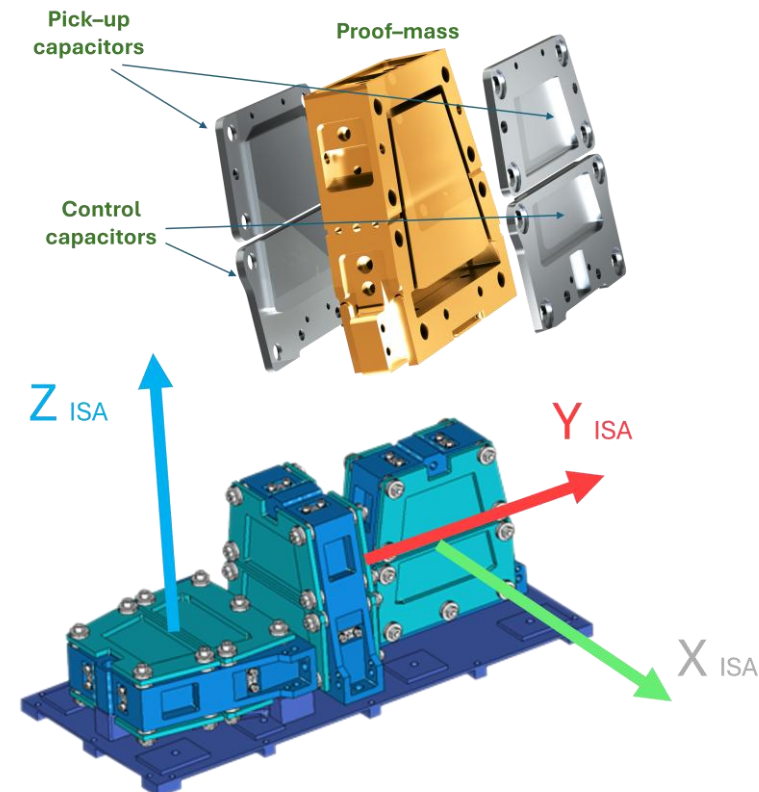
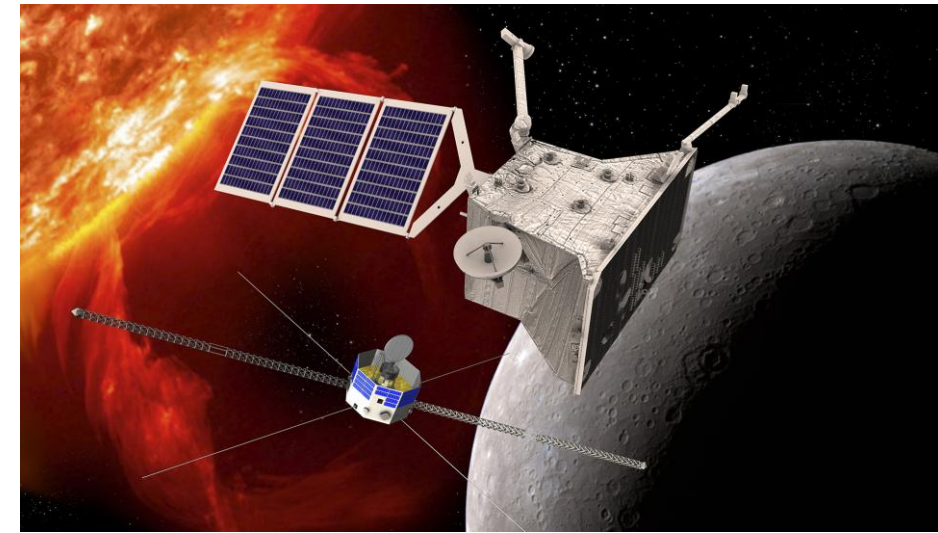
Esperimenti in campo debole

BepiColombo (ESA/JAXA):

Il Mercury Orbiter Radio science Experiment (MORE) è uno degli esperimenti a bordo del Mercury Planetary Orbiter (MPO) della missione con i seguenti obiettivi primari:

1. Determinazione del campo gravitazionale di Mercurio
2. Determinazione dello stato rotazionale di Mercurio
3. Testare l'interazione gravitazionale nel campo del Sole:
 - Parametri PPN: $\beta, \gamma, \alpha_1, \alpha_2$
 - Parametro di Nordtvedt: η
 - Quadrupolo del Sole: $J_{2\odot}$
 - Coefficiente gravitazionale del Sole: $\mu_{\odot} = GM_{\odot}$
 - $\frac{1}{\mu_{\odot}} \frac{d}{dt} \mu_{\odot}$
 - Spin del Sole: $S_{\odot}$

Lo strumento chiave è un avanzato transponder in banda Ka (KaT) che garantisce la ricezione a bordo di un segnale radio in banda Ka e la sua ritrasmissione coerente a Terra



Italian Spring Accelerometer (ISA)

Esperimenti in campo debole

BepiColombo (ESA/JAXA):

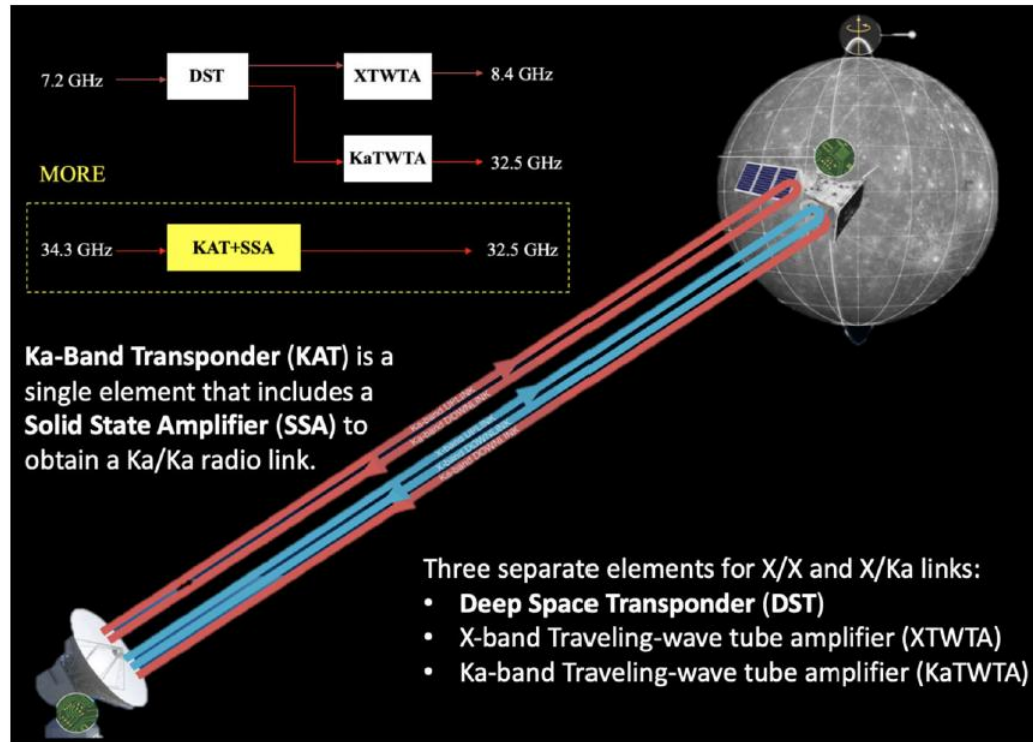
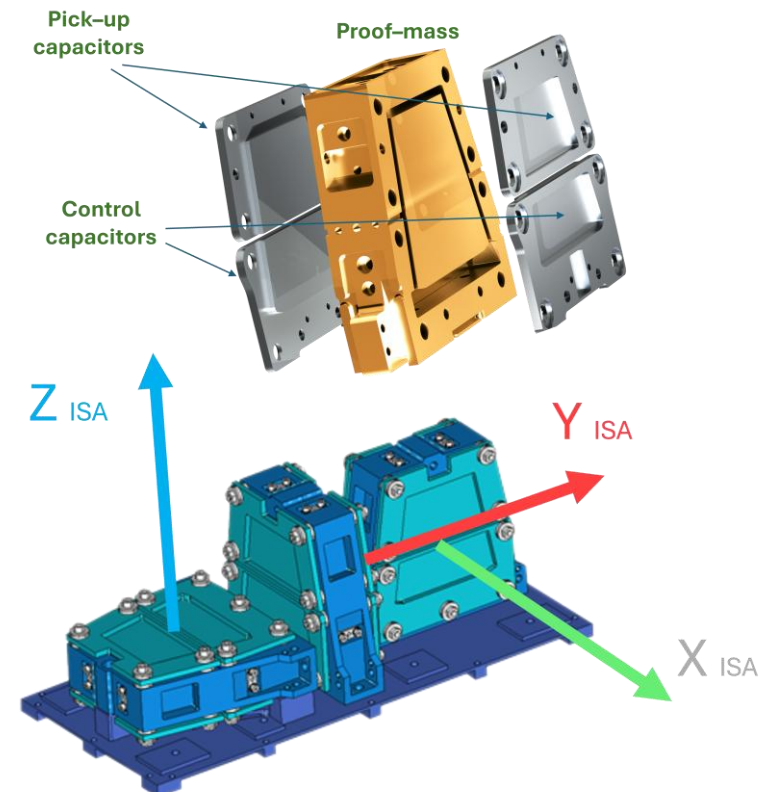
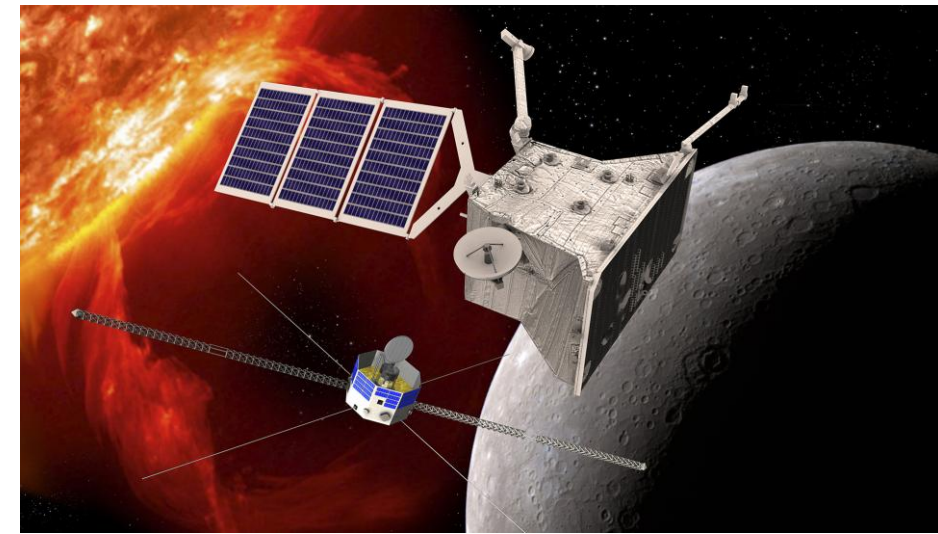


Fig. 1 Block diagram of BepiColombo radio tracking scheme

Lo strumento chiave è un avanzato transponder in banda Ka (KaT) che garantisce la ricezione a bordo di un segnale radio in banda Ka e la sua ritrasmissione coerente a Terra



Italian Spring Accelerometer (ISA)

Esperimenti in campo debole

BepiColombo (ESA/JAXA):

Gruppo di Pisa

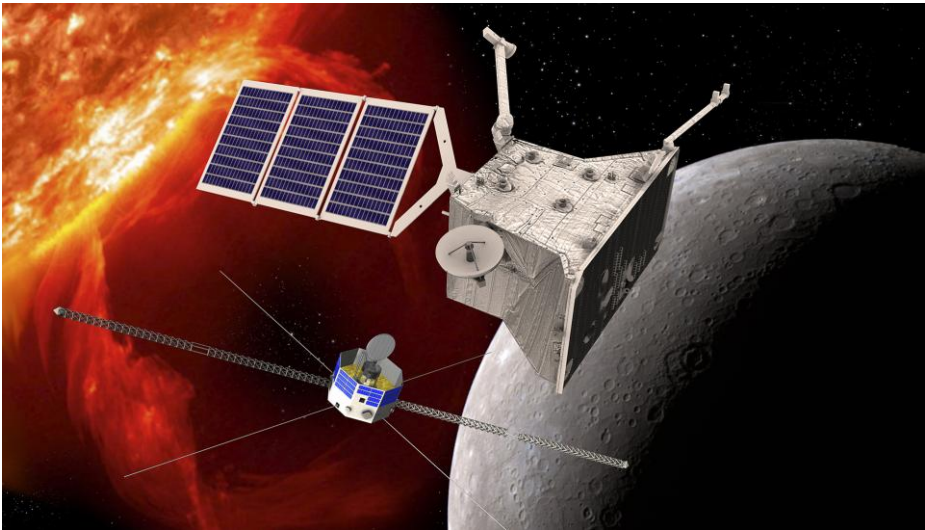


Table 1. Present knowledge of the relativity parameters.

Parameter	Accuracy	Parameter	Accuracy
β	3.0×10^{-5} [35]	$J_{2\odot}$	1.2×10^{-8} [35]
γ	1.0×10^{-5} [33]	$\mu_{\odot}$	3.0×10^{14} 9
η	4.4×10^{-4} [36]	ζ	1.0×10^{-14} [37]
α_1	6.0×10^{-6} [38]	$GS_{\odot}$	1.3×10^{40} [39]
α_2	3.5×10^{-5} [38]		

Table 2. Summary of the parameters solved in the least squares (LS) fit in each of the three scenarios described in the text.

Scenario	Solved Parameters
Reference	state vectors of Mercury and EMB; relativity parameters
Simulation (a)	state vectors of Mercury and EMB; relativity parameters; t_1, t_2
Simulation (b)	state vectors of Mercury and EMB; relativity parameters; t_1, t_2, t_3

Analisi di covarianza senza sistematici

Table 4. Formal accuracies expected for the relativity parameters in the case of: reference simulation, simulation (a) and simulation (b), respectively. In the last column, we introduce a reference number, N , which labels each parameter, that will be adopted in Section 4.3. Note that $\sigma(\mu_{\odot})$ is expressed in cm^3/s^2 , $\sigma(\zeta)$ in y^{-1} and $\sigma(GS_{\odot})$ in cm^3/s^2 .

Parameter	Reference	Simulation (a)	Simulation (b)	N
β	1.5×10^{-5}	2.4×10^{-5}	2.6×10^{-5}	13
γ	7.6×10^{-7}	7.7×10^{-7}	7.9×10^{-7}	14
η	6.1×10^{-5}	9.8×10^{-5}	1.0×10^{-4}	15
α_1	5.9×10^{-7}	6.2×10^{-7}	6.2×10^{-7}	16
α_2	9.8×10^{-8}	1.1×10^{-7}	1.3×10^{-7}	17
$\mu_{\odot}$	6.4×10^{13}	1.9×10^{14}	2.4×10^{14}	18
$J_{2\odot}$	1.9×10^{-9}	2.3×10^{-9}	2.4×10^{-9}	19
ζ	9.1×10^{-15}	9.5×10^{-15}	1.0×10^{-14}	20
$GS_{\odot}$	1.2×10^{40}	1.3×10^{40}	1.3×10^{40}	21
t_1	–	1.7×10^{-5}	1.9×10^{-4}	22
t_2	–	1.3×10^{-5}	1.4×10^{-4}	23
t_3	–	–	3.6×10^{-4}	24

Esperimenti in campo debole

BepiColombo (ESA/JAXA): Gruppo di Roma: L. Iess (PI)

Table 5

MORE formal accuracies for the PPN and related parameters. $\mu_{\odot}$ is given in km^3/s^2 , ζ in y^{-1} ; $J_{2\odot}$ is un-normalized. Better results are attained by imposing the Nordtvedt relation among PPN parameters.

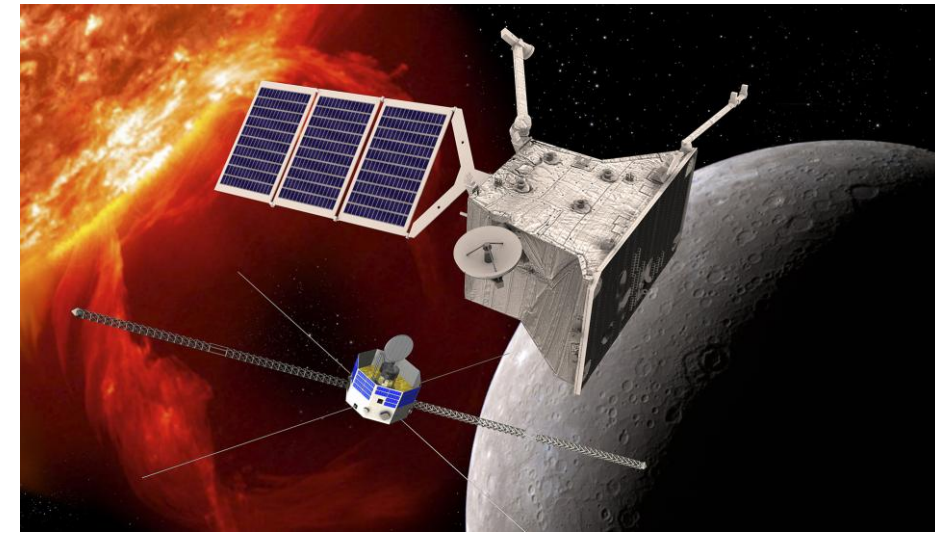
β	γ	η	α_1	α_2	$\mu_{\odot}$	ζ	$J_{2\odot}$	Constraints
1.0×10^{-6}	1.1×10^{-6}	3.0×10^{-6}	6.1×10^{-7}	1.3×10^{-7}	5.3×10^{-2}	2.8×10^{-14}	5.5×10^{-10}	Nordtvedt
2.8×10^{-5}	1.1×10^{-6}	3.3×10^{-6}	6.6×10^{-7}	1.3×10^{-7}	9.9×10^{-2}	2.9×10^{-14}	3.2×10^{-9}	None

$$\eta_N = (4\beta - \gamma - 3) - \alpha_1 + \frac{2}{3}\alpha_2$$

Analisi di covarianza con alcuni sistematici

L. Imperi et al., An analysis of the geodesy and relativity experiments in BepiColombo. Icarus 301, 9:25 (2018)

I. Di Stefano et al., The BepiColombo solar conjunction experiments revisited. Class. Quantum Grav. 38, 055002 (2021)



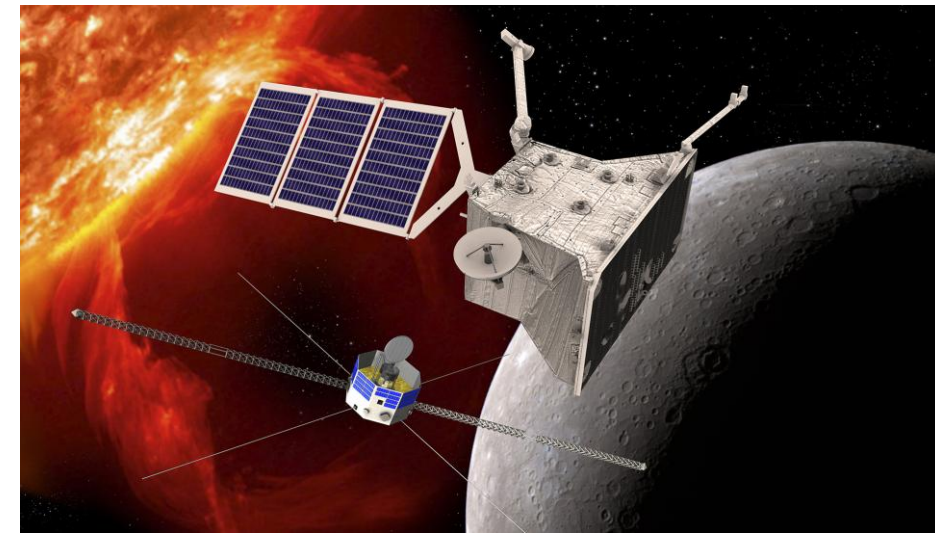
Esperimenti in campo debole

BepiColombo (ESA/JAXA): Gruppo di Roma: L. Iess (PI)

Simulazione pari ad 1 anno

Parameter	Formal error	A priori
$\beta - 1$	2.6×10^{-5}	7×10^{-5}
$\gamma - 1$	2×10^{-6}	2.3×10^{-5}
η	1×10^{-4}	1.1×10^{-4}
α_1	1.9×10^{-6}	1×10^{-4}
α_2	2.7×10^{-7}	1×10^{-4}
t_1	2.3×10^{-4}	1×10^{-3}
t_2	1.7×10^{-4}	1×10^{-3}
t_3	5.7×10^{-4}	1×10^{-3}

Credit: F. De Marchi (MORE)



Rumore in range pari a 15 cm @ 300 s

Esperimenti in campo debole

GAIA (ESA):

Curve di rotazione spiegate in termini di componenti gravitomagnetiche nella metrica della galassia senza ricorrere alla Materia Oscura

2114 *M. Crosta et al.*

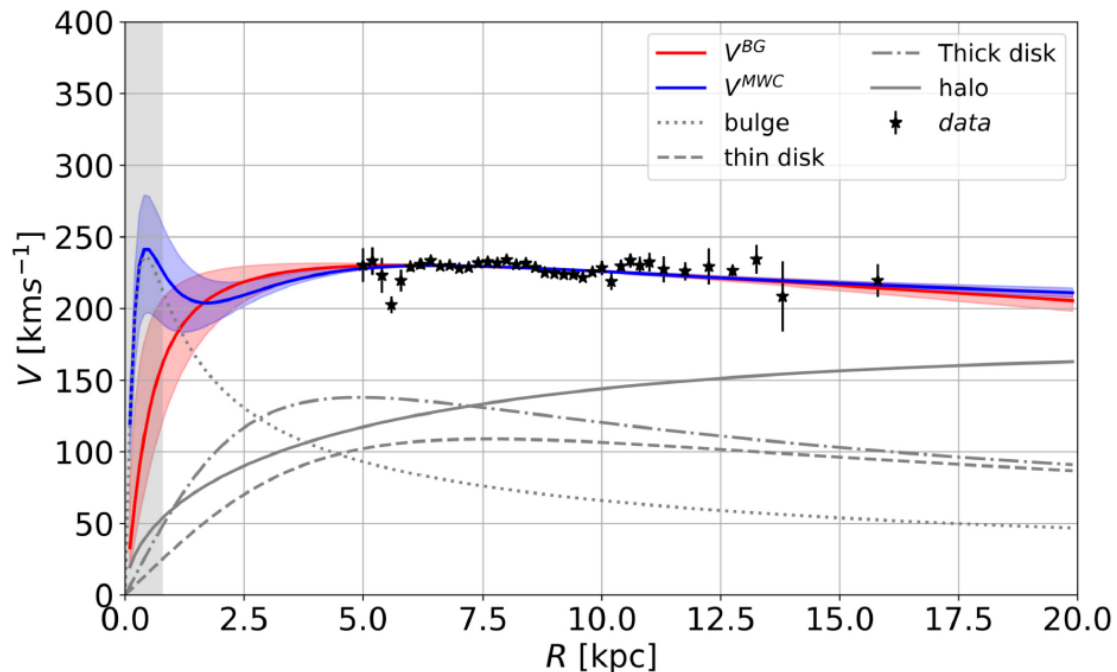
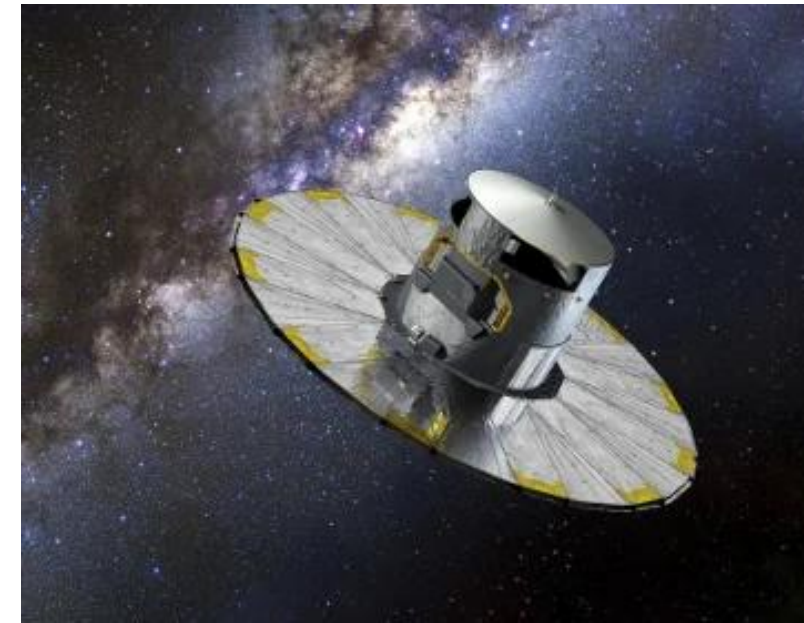


Figure 1. The plot shows the Milky Way rotation curve derived from Gaia DR2. The black stars with error bars represent the observed data. The blue solid line shows the MWC model, the dotted line is for the bulge, dashed and dot-dashed lines are for thin and thick disc, respectively. Finally, the grey solid line illustrates the contribution of the NFW halo. The coloured areas represent the reliability intervals of the fitted curves: note that for $R < 5$ kpc both the classical and the relativistic curves are indistinguishable.



General relativistic model derived from a stationary axisymmetric galaxy scale metric

ABSTRACT

Thanks to *Gaia* DR2, we proved for the first time that a general relativistic Milky Way rotation curve is statistically indistinguishable from its state-of-the-art dark matter analogue. Those results supported the ansatz that gravitational dragging can explain the observed flatness of the Milky Way rotation curve with a consistent radial matter density profile. To challenge again such a scenario, we select 719 143 young disc stars within $|z| < 1$ kpc and up to $R \simeq 19$ kpc from *Gaia* DR3 providing a much larger sample of high-quality astrometric and spectrophotometric data of unprecedented homogeneity. This sample comprises 241 918 OBA stars, 475 520 RGB giants, and 1705 Cepheids that we use to fit, as with DR2, both a classical velocity profile model, *i.e.* with a dark matter halo, and a general relativistic analogue derived from a dust disc-scale metric. Once more, further corroborating our earlier findings, both models are found to explain, with similar statistical quality, the new observed rotational velocities derived from different combinations of the selected sets of stars belonging to the disc of our Galaxy. The geometrical effect is found to drive the velocity profile from 10 kpc outwards, while being responsible for ~ 30 – 37 per cent of this profile already at the Sun distance, similarly to the halo contribution in the classical model. This confirms our previous results on the contribution of Einstein's geometry and pushes to further investigate the role of General Relativity in tracing the Milky Way rotation curve; notably, the origin of this gravitational dragging remains undetermined, necessitating a dedicated in-depth exploration.

M. Crosta, et al., On testing CDM and geometry-driven Milky Way rotation curve models with Gaia DR2. MNRAS 496, 2107 (2020)

W. Beordo, et al., Geometry-driven and dark-matter-sustained Milky Way rotation curves with Gaia DR3. MNRAS 529, 4681 (2024)

Esperimenti in campo debole

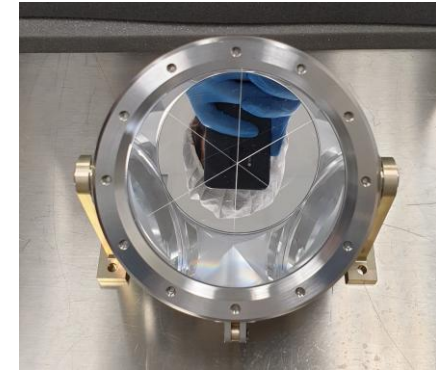
MoonLIGHT (CSN2): novità

Il Lunar Laser Ranging (**LLR**) misura con precisione il tempo di volo (A/R) di un impulso laser inviato da una Stazione sulla Terra ad un retroriflettore sulla Luna. Questi intervalli di tempo contengono informazioni sulla interazione del sistema Terra-Luna e sulla dinamica dell'orbita lunare. Il primo array di retroriflettori fu posizionato sulla superficie lunare nel 1969 dagli astronauti dell'Apollo 11. Altri riflettori sono stati poi collocati sulla Luna ed altri di nuova generazione verranno installati in modo da migliorare la distribuzione geografica e migliorare l'informazione sul range.

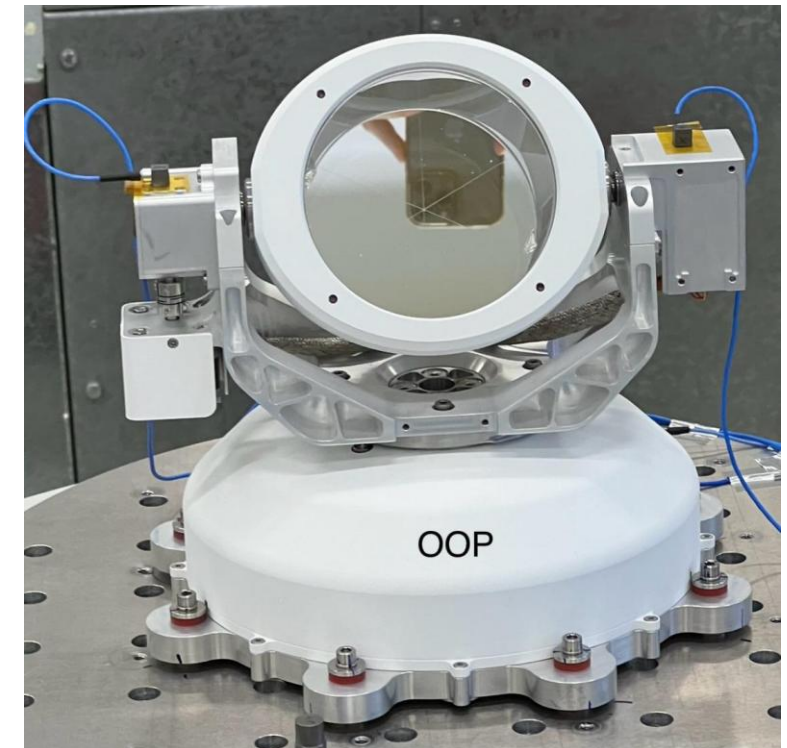
MoonLIGHT ha sviluppato **nuovi retroriflettori** e si propone di eseguire una **analisi dati** dei **punti normali** ottenuti da un set di Stazioni che eseguono il **LLR** per **misure di fisica fondamentale** e di **selenodesia**.

INFN ha sviluppato una versione a puntamento fisso, MoonLIGHT, oltre a una versione a puntamento attivo, MPAc.

MoonLIGHT fixed pointing, missione NASA, **atterrato e osservato a marzo '25**



MoonLIGHT Pointing Actuator (MPAc), missione NASA-ESA, **lancio a marzo '26**



Esperimenti in campo debole

MoonLIGHT (CSN2):

La tecnica **LLR** ha ridotto l'incertezza nella determinazione della distanza Terra-Luna di circa un fattore 100 negli ultimi 50 anni. Si richiedono quindi nuovi retroriflettori **CCR** singoli che riducano la larghezza del fascio di ritorno legata alla dimensione degli array e alla librazione in longitudine.

Per allinearsi con la precisione attuale della tecnica **LLR** e con le performance dei nuovi **CCR** singoli, si richiede l'uso di un **s/w** per la determinazione orbitale con **precisione mm** o sub **mm**.

THE PLANETARY SCIENCE JOURNAL, 4:89 (22pp), 2023 May

© 2023, The Author(s). Published by the American Astronomical Society.

OPEN ACCESS

<https://doi.org/10.3847/PSJ/acbeab>



Lunar Laser Ranging Retroreflectors: Velocity Aberration and Diffraction Pattern

James G. Williams¹ , Luca Porcelli² , Simone Dell'Agnello² , Lorenza Mauro², Marco Muccino^{2,3} , Douglas G. Currie⁴ ,

Dennis Wellnitz⁴ , Chensheng Wu^{4,5} , Dale H. Boggs¹ , and Nathan H. Johnson²

¹ Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, CA 91109-8099, USA; James.G.Williams@jpl.nasa.gov

² National Institute for Nuclear Physics—Frascati National Labs (INFN—LNF), Frascati (Rome), Italy

³ aeroTecnica s.r.l., Rome, Italy

⁴ University of Maryland, College Park, MD 20742, USA

⁵ KBR, Inc., Greenbelt, MD 20770, USA

Received 2022 June 27; revised 2023 February 20; accepted 2023 February 22; published 2023 May 18

Abstract

The Lunar Laser Ranging (LLR) retroreflector arrays have been on the Moon for half a century. During that time, the laser range uncertainty has improved by a factor of 100. Consequently, the science results have also improved by orders of magnitude. New retroreflectors are scheduled to go to the Moon on Commercial Lander Payload Services missions and the Lunar Geophysical Network mission. The new retroreflectors are single 10 cm corner cube retroreflectors that will not spread the laser pulse during reflection like the existing arrays do. Due to the orbital and Earth rotational speeds, there is a velocity aberration of 0"8–1"5 for existing stations. Larger corner cubes require attention to ensure that the spread of possible velocity aberration displacements is optimally contained within the diffraction pattern. The diffraction pattern can be changed by making one or more of the rear dihedral angles slightly different from 90°. Improvements in the equipment at the LLR stations and improvements in the data analysis software are also desirable. Future possibilities are described.

Unified Astronomy Thesaurus concepts: Space vehicle instruments (1548); The Moon (1692); Earth-moon system (436)

Esperimenti in campo debole

MoonLIGHT (CSN2):

Stato dell’arte e possibili miglioramenti nella determinazione delle principali grandezze legate all’interazione gravitazionale.

PHYSICAL REVIEW D **109**, 124013 (2024)

Equivalence principle violation in nonminimally coupled gravity and constraints from lunar laser ranging

Riccardo March^{1,2,*} Orfeu Bertolami^{3,4,†} Marco Muccino^{2,‡} and Simone Dell’Agnello^{2,§}

¹*Istituto per le Applicazioni del Calcolo, CNR, Via dei Taurini 19, 00185 Roma, Italy*

²*INFN—Laboratori Nazionali di Frascati (LNF), Via E. Fermi 40, Frascati 00044 Roma, Italy*

³*Departamento de Física e Astronomia, Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, Rua do Campo Alegre 687, 4169-007, Porto, Portugal*

⁴*Centro de Física, Universidades do Minho e do Porto, Rua do Campo Alegre 687, 4169-007, Porto, Portugal*



(Received 13 February 2024; accepted 7 May 2024; published 5 June 2024)

We analyze the dynamics of the Sun-Earth-Moon system in the context of a particular class of theories of gravity where curvature and matter are nonminimally coupled. These theories can potentially violate the equivalence principle as they give origin to a fifth force and a extra non-Newtonian force that may imply that Earth and Moon fall differently towards the Sun. We show, through a detailed analysis, that consistency with the bound on weak equivalence principle arising from 48 years of lunar laser ranging data, for a range of parameters of the nonminimally coupled gravity theory, can be achieved via the implementation of a suitable screening mechanism.

SCIENCE TEST OF GENERAL RELATIVITY	Apollo/Lunokhod few cm accuracy	NGLR- MoonLIGHT mm accuracy (few-6 years)
Parameterized Post-Newtonian (PPN) β	$ \beta-1 < 1.1\times 10^{-4}$	$< 10^{-5}$
Equivalence Principle (EP)	$ \Delta a/a < 1.4\times 10^{-13}$	$< 10^{-14}$
Strong Equivalence Principle (SEP)	$ \eta < 4.4\times 10^{-4}$	$< 3\times 10^{-5}$
Time Variation of Gravitational Constant	$ \dot{G}/G < 9\times 10^{-13}\text{yr}^{-1}$	$< 5\times 10^{-14}$
Inverse Square Law (ISL) - Yukawa	$ \alpha < 3\times 10^{-11}$	$< 10^{-12}$
Geodetic Precession	$ \mathbf{K}_{\text{GP}} < 6.4\times 10^{-3}$	$< 6.4\times 10^{-4}$

Lops, C., et al., Probing Gravitational Physics with Lunar Laser Ranging. In Moon: Geological Characteristics, Physical Characteristics and Exploration. Nova Publisher (2011).

Esperimenti in campo

MoonLIGHT (CSN2): novità

1° atterraggio e osservazione del riflettore laser lunare (10 cm), versione a puntamento fisso dei programmi:

- NGLR (NASA – U. Maryland)
- MoonLIGHT (ESA – ASI – INFN)

INFN sviluppa da sempre anche versione a puntamento fisso, MoonLIGHT, oltre a versione a puntamento attivo, MPAC

Fixed
pointing
instrument
called:

NGLR in USA

MoonLIGHT
in EU

Early Ranging Results to the Next Generation Lunar Retroreflector in Mare Crisium

Douglas Currie^{1,2}, Drew Baden¹, Dennis Wellnitz¹, Chensheng Wu¹, Giovanni Delle Monache², Bradford Behr¹, William Kleyman¹, Laila Wise¹, Ruth Carter¹, Naomi Russo¹, Simone Dell'Agnello², Peter Russ¹, and Christopher Davis¹.

On the 3rd and the 4th of March, 2025, the Lunar Laser Ranging Observatories (LLROs) in Grasse, France and Wettzell, Germany and later the APOLLO LLRO obtained hundreds of successful range measurements to our Next Generation Lunar Reflector (NGLR-1) on the Moon in Mare Crisium. The launch was on a SpaceX's Falcon9 rocket at 1:11am on the 15th of January from the Kennedy Space Center. NGLR-1 was carried to the Moon by Firefly Aerospace's Blue Ghost lander. The Blue Ghost successfully deployed NGLR-1 on the Moon on the 2nd of March at which time the LLROs began Lunar Laser Ranging (LLR) operations to search for NGLR-1.

The objective of the NGLR-1 project and later the deployments of NGLR-2 and NGLR-3 is to greatly improve the precision and accuracy of the LLR measurements. The preliminary data obtained during the first week address the ranging precision, the relative local accuracy, the relative extended accuracy, and the accuracy. These objectives and early results obtained during the initial test phase will be discussed.

Simulations of a 6-year mission addressing the expected improvement in the accuracy of the scientific results were performed with Jim Williams of JPL*. This analysis indicates that the scientific results, beginning when all three NGLRs are deployed, may be expected to provide an order of magnitude improvement in the accuracy of the various scientific results as compared to the current results obtained with the Apollo Retroreflector Arrays (ARAs) and the Lunokhod retroreflector arrays. The analysis of the latter has already discovered the liquid core of the Moon, obtained the best estimate of any deviations of the Weak Equivalence Principle, provided the best evaluation of the temporal and spatial changes in Big G, and provided many of the best tests of General Relativity.

A brief review of the operational issues and design history of NGLR-1[†] will be compared to our Apollo 11 Retroreflector Array.

This is the start of a new era in lunar physics, astrophysics, and the study of General Relativity.

We acknowledge the contributions of the APOLLO, MeO, Wettzell and Matera LLROs, the LSSO and LSI programs that supported the development of the NGLR, and NASA/MSFC that supported the fabrication of NGLR-1 and Firefly Aerospace, whose lander carried NGLR-1 to the Moon.

UMD - INFN
2011
'historical'
paper,
attached

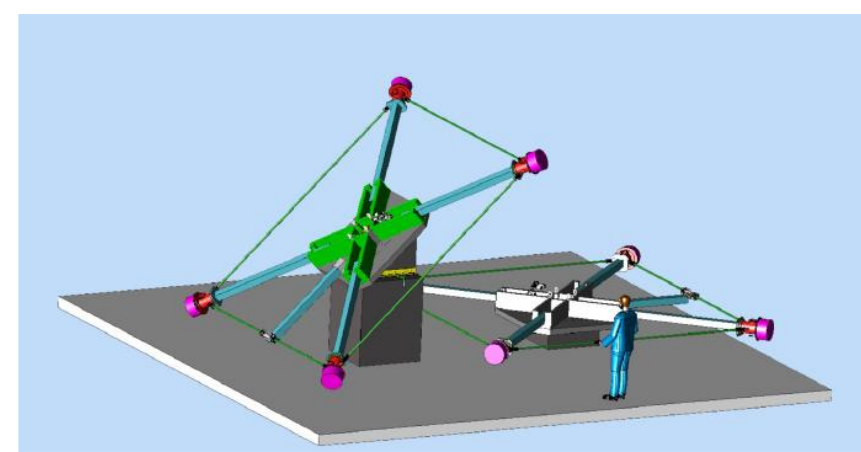
- 1 University of Maryland, College Park, Maryland, USA
- 2 LNF/INFN Frascati National Laboratories Via Enrico Fermi, 40 00044 Frascati – Roma, Italy
- 3 Presenter

* Next-generation laser ranging at lunar geophysical network and commercial lander payload service sites JG Williams, DH Boggs, DG Currie The Planetary Science Journal 3 (6), 136

A lunar laser ranging retroreflector array for the 21st century D Currie, S Dell'Agnello, G Delle Monache Acta Astronautica 68 (7-8), 667-680

Esperimenti in campo debole

GINGER (CSN2): $\vec{\Omega}_S = \frac{4A}{P\lambda} (\vec{\Omega}_L + \vec{\Omega}_{SP} + \vec{\Omega}_{\oplus} + \vec{\Omega}_{dS} + \vec{\Omega}_{LT}) \cdot \hat{n}$



GINGER (Gyroscopes IN General Relativity) è un esperimento che utilizza un interferometro laser alla Sagnac (laser ring) e ha due obiettivi primari di misura:

1. l'effetto Lense-Thirring, prodotto dal campo gravitomagnetico terrestre
2. l'effetto de Sitter (o geodetico), prodotto dal campo gravitoelettrico terrestre

$$\Omega_S = \frac{4A}{P\lambda} \Omega_{\oplus} \left[\cos(\vartheta + \alpha) - \frac{GM}{Rc^2} \sin \alpha \sin \vartheta - \frac{GI}{R^3 c^2} (2 \cos \vartheta \cos \alpha + \sin \vartheta \sin \alpha) \right]$$

Termini di Sagnac Termine Geodetico Termine Gravitomagnetico

Infine **GINGER** potrebbe essere utile per sondare la gravità a livello fondamentale, fornendo indicazioni su possibili vincoli a teorie alternative (f(R), HL) e all'invarianza di Lorentz (SME), oltre che per misure molto precise nel campo geofisico e geodetico.

A. Di Virgilio et al., Noise Lvel of a Ring Laser Gyroscope in the Femto-Rad/s Range. Phys. Rev. Lett. 133, 013601 (2024)

G. Di Somma et al., Possible Tests of Fundamental Physics with GINGER. Astronomy 3, 21-28 (2024)

S. Capozziello et al., Constraining theories of gravity by GINGER experiment. Eur. Phys. J. Plus136:394 (2021)

Esperimenti in campo debole

$$\omega_s = 8\pi \frac{A}{\lambda L} \Omega \cos \theta$$

GINGER (CSN2):

Con **GINGERINO** si è sperimentalmente ottenuto (con una misura differenziale) un limite superiore al rumore intorno a:

$$2 \times 10^{-15} \text{ rad/s}$$

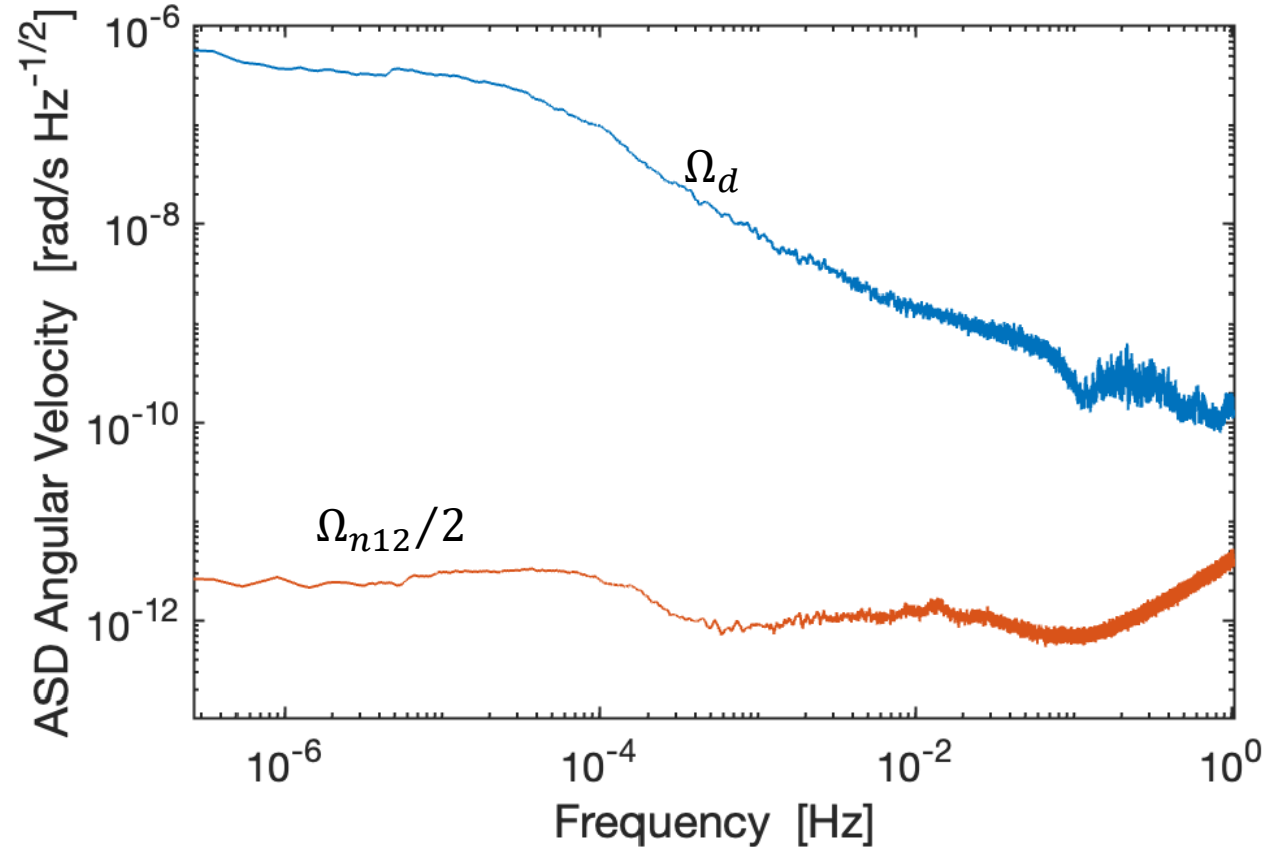
Con tempi di integrazione dell'ordine di:

$$\sim 2 \times 10^5 \text{ s}$$

Questo è oltre un fattore 10 migliore della previsione teorica finora considerata per lo shot-noise di un ring-laser ideale con due fasci che si contro-propagano all'interno della cavità come due modi indipendenti di propagazione.

L'efficacia di **GINGER** per le indagini di fisica fondamentale dipende dalla sua sensibilità, espressa come precisione relativa nella misurazione della velocità di rotazione angolare della Terra. Una accuratezza di 1 parte su 10^9 è l'obiettivo minimo per la fisica fondamentale.

$$S_i = A_g \cdot (-1)^i \cdot \cos[(\omega_s + \omega_n) \cdot t + \Phi_n] + V_n$$

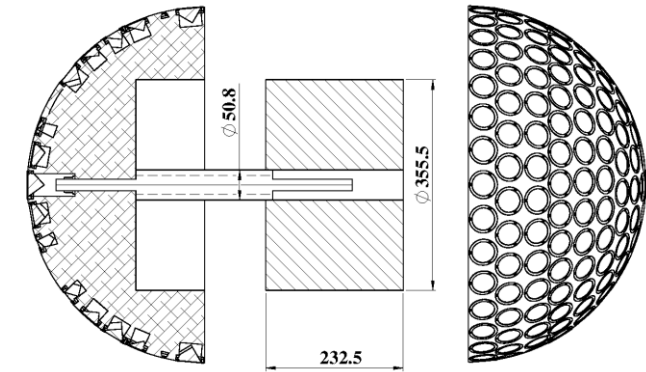


Amplitude of Spectral Distribution at low frequencies

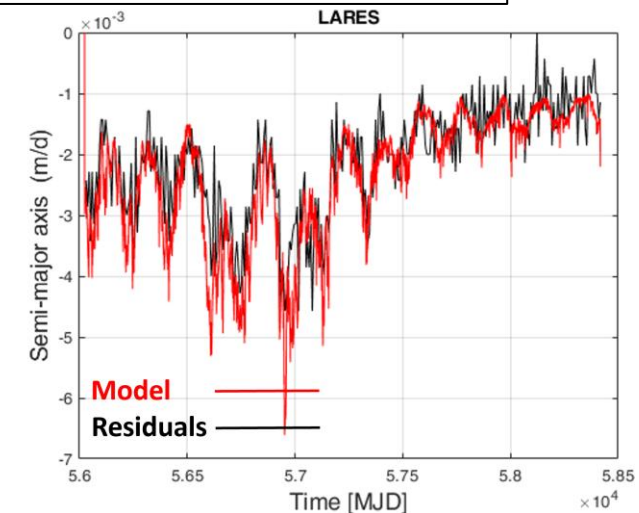
Esperimenti in campo debole

LARASE/SaToR-G (CSN2):

- | | |
|--|---|
| • Masse di prova | Satelliti geodinamici (LAGEOS, LAGEOS II, LARES, LARES II) |
| • Tracking laser | Satellite Laser Ranging (SLR) con stazioni ILRS (Matera, ...) |
| • Determinazione orbitale | GEODYN II (NASA/GSFC), SATAN (UK), SATPAR (ISTI/CNR) |
| • Sviluppo del modello Dinamico | Perturbazioni gravitazionali e non-gravitazionali |
| • Convenzioni Internazionali | IERS, IAU, ILRS, ... |
| • Analisi residui orbitali | rate degli elementi orbitali |
| • Osservabili principali | ascensione retta, argomento del pericentro, anomalia media |



Parameter	Unit	Symbol	LAGEOS	LAGEOS II	LARES
Semi-major axis	km	a	12 270.00	12 162.08	7 820.31
Eccentricity	-	e	0.0044	0.0138	0.0012
Inclination	deg.	i	109.84	52.66	69.49
Radius	cm	R	30.0	30.0	18.2
Mass	kg	M	406.9	405.4	383.8
Area/Mass	m ² /kg	A/M	6.94×10 ⁻⁴	6.97×10 ⁻⁴	2.69×10 ⁻⁴



Esperimenti in campo debole

Principali misure effettuate

Parametro	Valore	Letteratura	Teoria
$\mu_{LT} - 1$	$(+1.5 \pm 7.4 \pm 16) \times 10^{-3}$	$(-9 \pm 20) \times 10^{-3}$	Lense-Thirring
$\varepsilon_{\omega} - 1$	$(-1.2 \pm 21.0 \pm 254) \times 10^{-4}$	...	GR pericenter advance
$\frac{ 2 + 2\gamma - \beta }{3} - 1$	$(-1.2 \pm 21.0 \pm 254) \times 10^{-4}$	$\pm 1 \times 10^{-3} \pm 2 \times 10^{-3}$	PPN
$ \alpha , \lambda \sim R_{\oplus}$	$\lesssim +0.5 \pm 8.0 \pm 101 \times 10^{-12}$	$\pm 1 \times 10^{-8}$	Yukawa
$\mathcal{C}_{\oplus L2}$	$\leq (0.003 \text{ km})^4 \pm (0.036 \text{ km})^4 \pm (0.092 \text{ km})^4$	$\pm (0.087 \text{ km})^4$	Moffat non-symmetric theory
$ 2t_2 + t_3 $	$\lesssim +3.5 \times 10^{-4} \pm 6.2 \times 10^{-3} \pm 7.49 \times 10^{-2}$	3×10^{-3}	Torsion
$w_2 - w_4$	-0.006 ± 0.064	$-0.36 < w_2 - w_4 < +0.44$	Torsion
m_Y	$+1.9 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$	...	Scalar-Tensor theory extended gravity
α_1	$< (+3 \pm 3) \times 10^{-5}$	$(-7 \pm 9) \times 10^{-5}$	LLI/PFE Vector-Tensor theory, Einstein-Aether

Esperimenti in campo debole

Principali misure effettuate

	Parametro	Valore	Letteratura	Teoria
	$\mu_{LT} - 1$	$(+1.5 \pm 7.4 \pm 16) \times 10^{-3}$	$(-9 \pm 20) \times 10^{-3}$	Lense-Thirring
<i>New</i>	$\varepsilon_{\omega} - 1$	$(-1.2 \pm 21.0 \pm 254) \times 10^{-4}$	...	GR pericenter advance
<i>New</i>	$\frac{ 2 + 2\gamma - \beta }{3} - 1$	$(-1.2 \pm 21.0 \pm 254) \times 10^{-4}$	$\pm 1 \times 10^{-3} \pm 2 \times 10^{-3}$	PPN
<i>New</i>	$ \alpha , \lambda \sim R_{\oplus}$	$\lesssim +0.5 \pm 8.0 \pm 101 \times 10^{-12}$	$\pm 1 \times 10^{-8}$	Yukawa
<i>New</i>	$\mathcal{C}_{\oplus L2}$	$\leq (0.003 \text{ km})^4 \pm (0.036 \text{ km})^4 \pm (0.092 \text{ km})^4$	$\pm (0.087 \text{ km})^4$	Moffat non-symmetric theory
<i>New</i>	$ 2t_2 + t_3 $	$\lesssim +3.5 \times 10^{-4} \pm 6.2 \times 10^{-3} \pm 7.49 \times 10^{-2}$	3×10^{-3}	Torsion
	$w_2 - w_4$	-0.006 ± 0.064	$-0.36 < w_2 - w_4 < +0.44$	Torsion
	m_Y	$+1.9 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$	...	Scalar-Tensor theory extended gravity
	α_1	$< (+3 \pm 3) \times 10^{-5}$	$(-7 \pm 9) \times 10^{-5}$	LLI/PFE Vector-Tensor theory, Einstein-Aether

New Per questi coefficienti abbiamo analisi più recenti che hanno consentito la riduzione dell'errore sistematico di un fattore 3

Esperimenti in campo debole

LAG (CSN2): verifica della interazione gravitazionale su piccole distanze (ISL e WEP) con un pendolo di torsione sfruttando la modulazione di una massa liquida con elevata densità (Hg)

Inverse Square Law

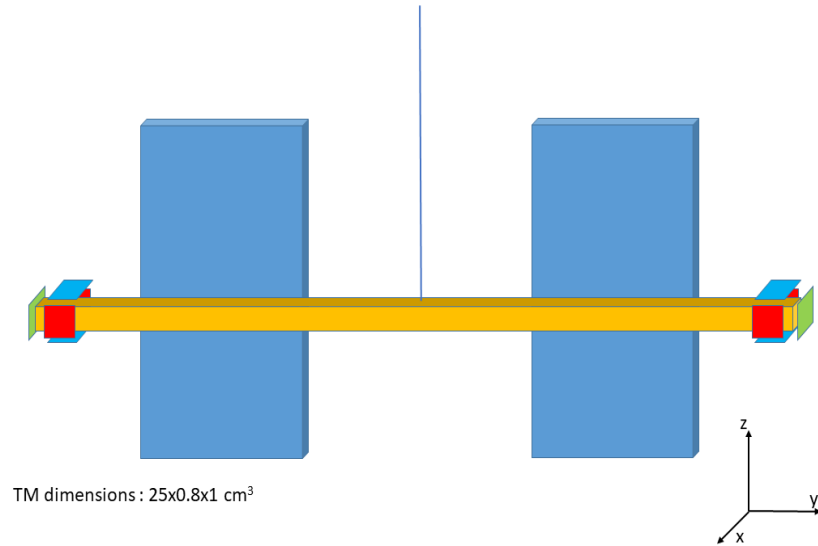


Figure 4 - sketch of the experimental set-up: the TM is drawn in yellow, the FMs are in blue. Electrodes for capacitive readout and actuation, surrounding the ends of the TM, are shown in red, green and cyan.

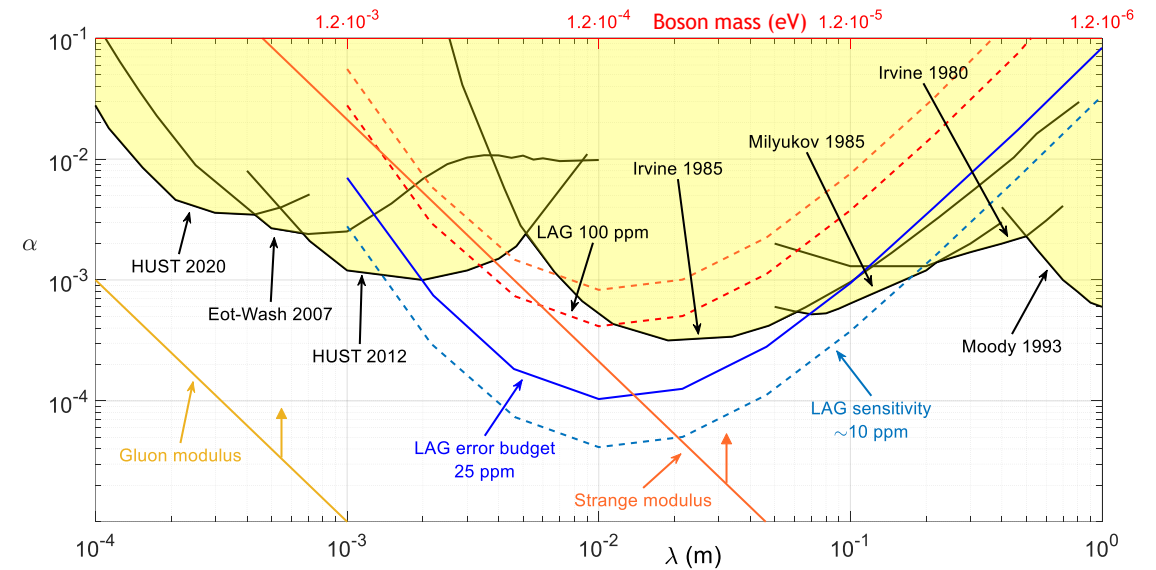


Figure 7 - α - λ exclusion plot in the .0001 to 1 m range. We also show the area potentially excluded by LAG (blue solid line) assuming 25 ppm accuracy and the limitation due to metrology accuracy at 200, 100 and 10 ppm (dashed lines form up to down)

Esperimenti in campo debole

LAG (CSN2): verifica della interazione gravitazionale su piccole distanze (ISL e WEP) con un pendolo di torsione sfruttando la modulazione di una massa liquida con elevata densità (Hg)

Weak Equivalence Principle

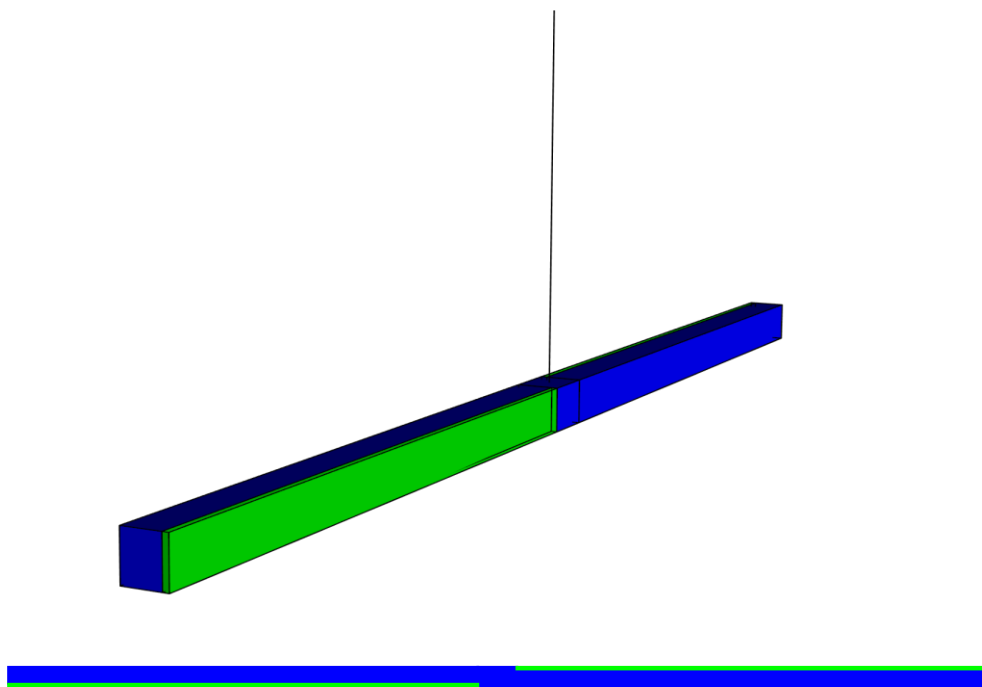


Figure 8 - composition dipole test mass composed of two different materials for the WEP test.

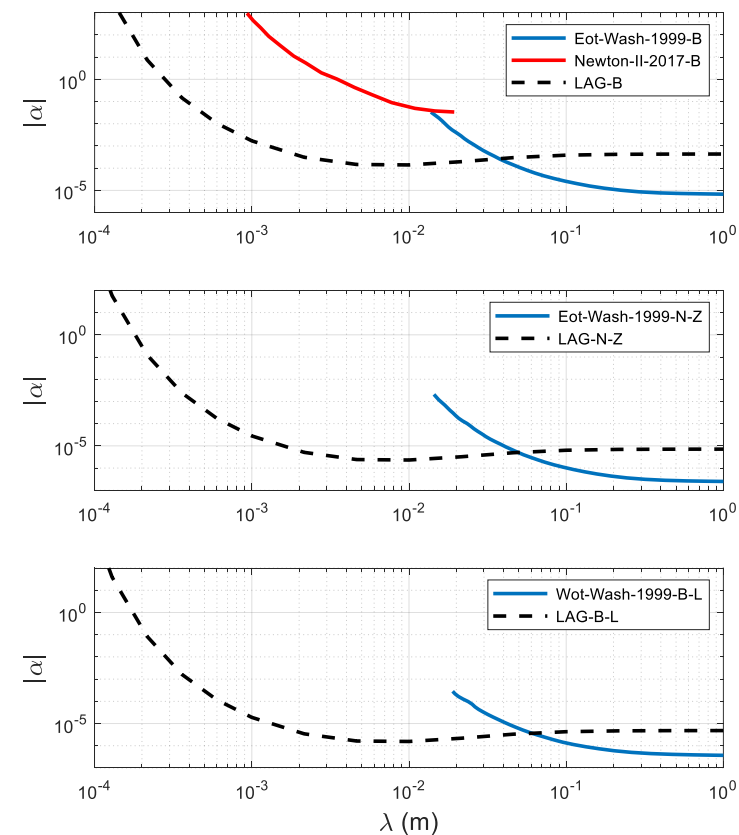


Figure 9 – α - λ plots for the hypothetical WEP violating charges $B=N+Z$ (upper plot), $N-Z$ (middle plot) and $B-L$ (lower plot)

Sistema Binario di Pulsar

Post-Keplerian (PK) Parameters:

$$T_{\odot} = GM_{\odot}/c^3 = \text{costante} = 4.925 \dots \times 10^{-6} \text{ s}$$

Rate advance Periastron

$$\dot{\omega} = 3T_{\odot}^{2/3} \left(\frac{P_b}{2\pi} \right)^{-5/3} \frac{1}{1-e^2} (m_p + m_c)^{2/3}$$

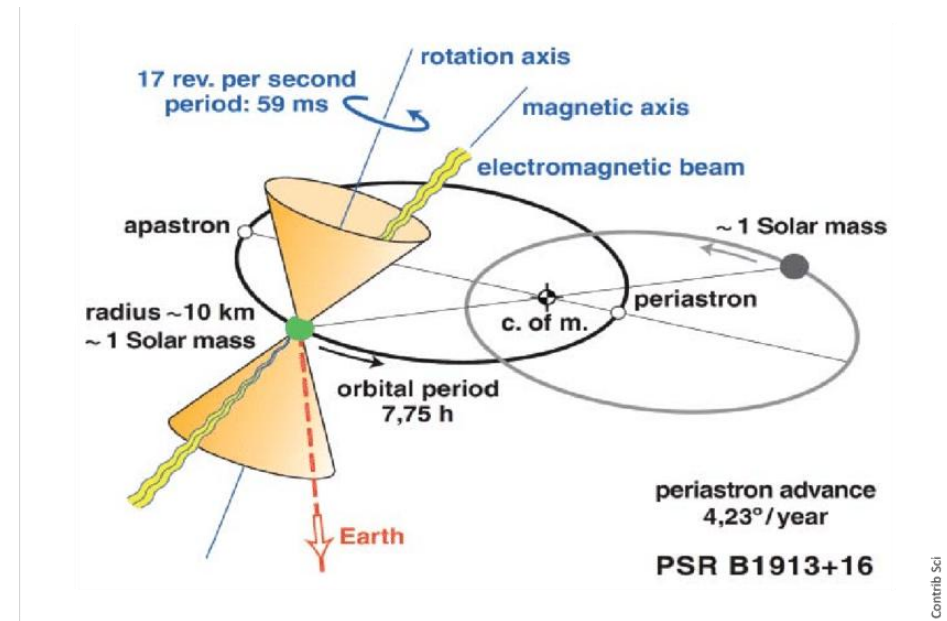
Redshift / time dilation

$$\gamma' = T_{\odot}^{2/3} \left(\frac{P_b}{2\pi} \right)^{1/3} e \frac{m_c(m_p + 2m_c)}{(m_p + m_c)^{4/3}}$$

Derivative orbital period

$$\dot{P}_b = -\frac{192\pi}{5} T_{\odot}^{5/3} \left(\frac{P_b}{2\pi} \right)^{-5/3} \frac{\left(1 + \frac{73}{24} e^2 + \frac{37}{96} e^4 \right)}{(1-e^2)^{7/2}} \frac{m_p m_c}{(m_p + m_c)^{1/3}}$$

Queste sono le espressioni matematiche dei parametri **PK** in accordo con la **RG**



Credit: doi:10.2436/20.7010.01.18

Shapiro delay shape

$$s = T_{\odot}^{-1/3} \left(\frac{P_b}{2\pi} \right)^{-2/3} x \frac{(m_p + m_c)^{2/3}}{m_c} = \sin i$$

Shapiro delay range

$$r = T_{\odot} m_c$$

Sistema Binario di Pulsar

Post-Keplerian (PK) Parameters e PPN:

$$T_{\odot} = GM_{\odot}/c^3 = \text{costante} = 4.925 \dots \times 10^{-6} \text{ s}$$

Rate advance Periastron

$$\dot{\omega} = 3T_{\odot}^{2/3} \left(\frac{P_b}{2\pi}\right)^{-5/3} \frac{1}{1-e^2} (m_p + m_c)^{2/3} \left(\frac{2+2\gamma-\beta}{3}\right)$$

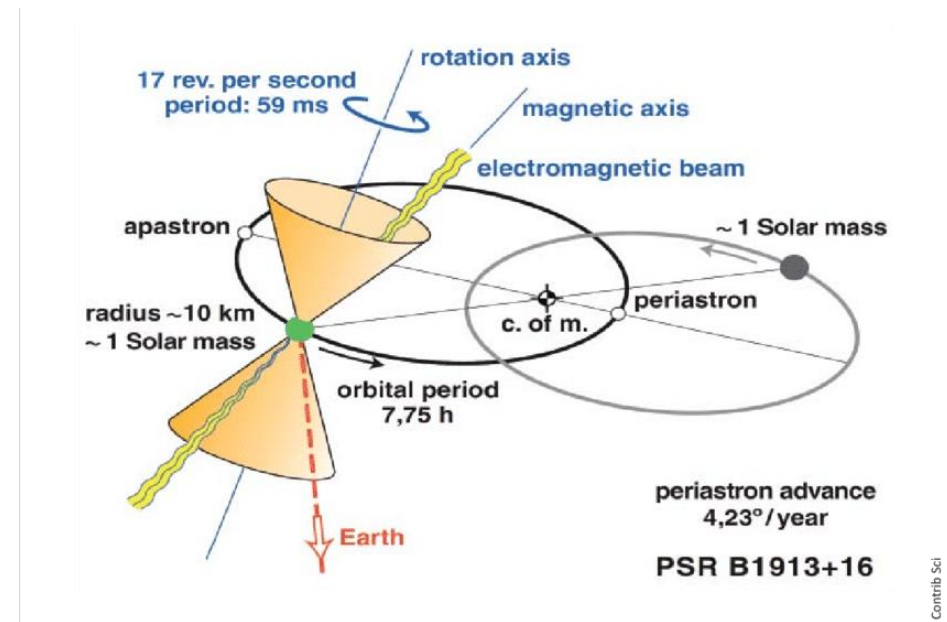
Redshift / time dilation

$$\gamma' = T_{\odot}^{2/3} \left(\frac{P_b}{2\pi}\right)^{1/3} e \frac{m_c(m_p + 2m_c)}{(m_p + m_c)^{4/3}} \left(1 + \frac{\gamma}{2}\right)$$

Derivative orbital period

$$\dot{P}_b = -\frac{192\pi}{5} T_{\odot}^{5/3} \left(\frac{P_b}{2\pi}\right)^{-5/3} \frac{\left(1 + \frac{73}{24}e^2 + \frac{37}{96}e^4\right)}{(1-e^2)^{7/2}} \frac{m_p m_c}{(m_p + m_c)^{1/3}}$$

Queste sono le espressioni matematiche dei parametri **PK** in accordo con la **RG**



Credit: doi:10.2436/20.7010.01.18

Shapiro delay shape

$$s = T_{\odot}^{-1/3} \left(\frac{P_b}{2\pi}\right)^{-2/3} x \frac{(m_p + m_c)^{2/3}}{m_c} = \sin i$$

Shapiro delay range

$$r = T_{\odot} m_c$$

Sistema Binario di Pulsar

Lagrangiana di EIH modificata per tener conto della struttura interna dei corpi

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^{(0)} + \mathcal{L}^{(1)} \quad \mathcal{L}^{(0)} = \frac{1}{2} m_p v_p^2 + \frac{1}{2} m_c v_c^2 + \mathcal{G} \frac{G m_p m_c}{r}$$

$$\mathcal{L}^{(1)} = \mathcal{L}_1^{(1)} + \mathcal{L}_2^{(1)} + \mathcal{L}_3^{(1)}$$

$$\mathcal{L}_1^{(1)} = \frac{1}{8} \mathcal{A}_p m_p v_p^4 + \frac{1}{8} \mathcal{A}_c m_c v_c^4$$

$$\mathcal{L}_2^{(1)} = \frac{G m_p m_c}{2r} [3\mathcal{B}(v_c^2 + v_p^2) - 7\mathcal{C}(\vec{v}_p \cdot \vec{v}_p) - \mathcal{E}(\vec{v}_p \cdot \hat{n})(\vec{v}_c \cdot \hat{n})]$$

$$\mathcal{L}_3^{(1)} = -\frac{G m_p m_c}{2r^2} [m_p \mathcal{D}_c + m_c \mathcal{D}_p]$$

$\mathcal{A}_p, \mathcal{A}_c, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}_p, \mathcal{D}_c, \mathcal{E}, \mathcal{G}$ Sono **funzioni** dei **parametri della teoria della gravità** scelta e della **struttura interna** di ogni corpo (**non** dipendono da r). **Sono uguali ad 1 in GR.**

$$\begin{cases} g_{00} = -1 + 2 \sum_a \alpha_a^* \frac{m_a}{|\vec{x} - \vec{x}_a|} + \mathcal{O}(\varepsilon^2) \\ g_{0j} = \mathcal{O}(\varepsilon^{3/2}) \\ g_{jk} = \left(1 + 2 \sum_a \gamma_a^* \frac{m_a}{|\vec{x} - \vec{x}_a|} \right) \delta_{jk} + \mathcal{O}(\varepsilon^2) \end{cases}$$

$\alpha_a^* = \gamma_a^* = 1$ in GR

Sistema Binario di Pulsar

- Nelle teorie alternative della gravitazione, che prevedano la presenza di campi aggiuntivi ψ_i , le masse dei corpi che entrano nella Lagrangiana del sistema a **N-corpi** dipendono dai valori al contorno di tali campi $\psi_i^{(0)}$.
- Quindi, al contrario di quanto avviene in **RG**, la dinamica del sistema a **N-corpi** dipende dalla struttura interna dei diversi corpi, e questo comporta la violazione del **SEP**.
- Un importante insieme di parametri (dipendenti dal corpo) sono le **sensibilità**, che descrivono la dipendenza di determinate proprietà di un corpo dai valori al contorno $\psi_i^{(0)}$.

Questi aspetti si riflettono in una possibile violazione del **SEP** **Sensitivities**

Dipendenza dalla struttura interna:

$$G = 1 - \frac{4}{3} s_p s_c$$

$$s \equiv \frac{\partial \ln m}{\partial \ln G} \sim \frac{GM^2}{R} / Mc^2$$

Sistema Binario di Pulsar

Sensitivities

Dipendenza dalla struttura interna:

$$\mathcal{G} = 1 - \frac{4}{3} s_p s_c \quad s \equiv \frac{\partial \ln m}{\partial \ln G} \sim \frac{GM^2}{R} / Mc^2$$

- Le **sensibilità** entrano direttamente nella dinamica di un sistema di corpi interagenti gravitazionalmente e in questo senso quantificano la violazione del **SEP**.
- A livello newtoniano delle equazioni del moto, le **sensibilità** entrano nella costante gravitazionale effettiva $\mathbf{G}_{AB}$ per l'interazione tra due corpi e quindi portano a una violazione dell'**UFF**.

Teoria scalar-tensoriale: $G_{AB} = G_N (1 - 2\zeta(s_A + s_B - 2s_A s_B))$ $\zeta = \frac{1 - \gamma}{2} = \frac{1}{4 + 2\omega_0}$

- Le **sensibilità** modificano ulteriormente i parametri **PPN** (campo debole) in modo dipendente dal corpo.
- Inoltre, le **sensibilità** entrano anche in aspetti dello smorzamento **GW**, che si verifica oltre il primo ordine **PN**.
- Le **sensibilità** dipendono dalla **teoria** e dipendono dalla **struttura** del **corpo**, quindi dalla sua **EdS**.

Sistema Binario di Pulsar

Sensitivities

Dipendenza dalla struttura interna:

$$\mathcal{G} = 1 - \frac{4}{3} s_p s_c \quad s \equiv \frac{\partial \ln m}{\partial \ln G} \sim \frac{GM^2}{R} / Mc^2$$

- Per i corpi debolmente autogravitanti le **sensibilità** sono piccole. Ad esempio, nelle teorie monoscalari-tensoriali s_A è dell'ordine dell'energia di legame frazionaria del corpo A:

$$s_{\oplus} \sim 10^{-9}$$

$$s_{\odot} \sim 10^{-6}$$

$$s_{WD} \sim 10^{-4}$$

- A seconda dei dettagli della teoria, le **sensibilità** per un corpo fortemente autogravitante come un **NS** sono generalmente dell'ordine di 0.1, ma possono anche essere molto più grandi:

$$s_{NS} \lesssim 0.4$$

- Pertanto, gli esperimenti di **pulsar** di precisione sono ideali per la ricerca di **deviazioni** dalla **RG** causate dai forti campi interni delle **NS**.

Sistema Binario di Pulsar

$$\vec{a} = \vec{a}^{(0)} + \frac{\vec{a}^{(1)}}{c^2}$$

$$\vec{a}^{(0)} = -\frac{m^*}{r^2} \hat{n} \quad m^* = \mathcal{G}G(m_p + m_c)$$

$$\begin{aligned} a^{(1)} = \frac{m^* \hat{n}}{r^2} \bigg\{ & [1 + 3\mathcal{B}^* + (2 + \alpha_1^*) \xi_p \xi_c \\ & - (1 - \mathcal{D}_c^*) \xi_p - (1 - \mathcal{D}_p^*) \xi_c] \frac{m^*}{r} \\ & - \left[\frac{1}{2}(3\mathcal{B}^* - 1) + \frac{1}{2}(6 + \alpha_1^* + \alpha_2^*) \xi_p \xi_c \right. \\ & \left. + \frac{1}{2}(1 - \mathcal{A}_c) \xi_p^3 + \frac{1}{2}(1 - \mathcal{A}_p) \xi_c^3 \right] v^2 \\ & \left. + \frac{3}{2}(1 + \alpha_2^*) \xi_p \xi_c (v \cdot \hat{n})^2 \right\} \\ & + \frac{m^* v}{r^2} [1 + 3\mathcal{B}^* - (2 - \alpha_1^* + \alpha_2^*) \xi_p \xi_c \\ & - (1 - \mathcal{A}_c) \xi_p^3 - (1 - \mathcal{A}_p) \xi_c^3] (v \cdot \hat{n}), \end{aligned}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_p - \vec{a}_c$$

Accelerazione relativa di un sistema binario di pulsar a riposo rispetto ad un riferimento privilegiato

$$\xi_p = \frac{m_p}{m} \quad \xi_c = \frac{m_c}{m} \quad \mathcal{B}^* = \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{G}} \quad \mathcal{C}^* = \frac{\mathcal{C}}{\mathcal{G}} \quad \mathcal{D}_p^* = \frac{\mathcal{D}_p}{\mathcal{G}^2} \quad \mathcal{D}_c^* = \frac{\mathcal{D}_c}{\mathcal{G}^2} \quad \mathcal{E}^* = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{G}}$$

$$\alpha_1^* = \mathcal{E}^* + 7\mathcal{C}^* - 6\mathcal{B}^* - 2 \quad \alpha_2^* = \mathcal{E}^* - 1$$

Sistema Binario di Pulsar

$$\vec{a} = \vec{a}^{(0)} + \frac{\vec{a}^{(1)}}{c^2} + \frac{\vec{a}^{(w)}}{c^2}$$

$$\vec{a}^{(0)} = -\frac{m^*}{r^2} \hat{n} \quad m^* = \mathcal{G}\mathcal{G}(m_p + m_c)$$

$$\begin{aligned} a^{(1)} = \frac{m^* \hat{n}}{r^2} \{ & [1 + 3B^* + (2 + \alpha_1^*) \xi_p \xi_c \\ & - (1 - \mathcal{D}_c^*) \xi_p - (1 - \mathcal{D}_p^*) \xi_c] \frac{m^*}{r} \\ & - \left[\frac{1}{2}(3B^* - 1) + \frac{1}{2}(6 + \alpha_1^* + \alpha_2^*) \xi_p \xi_c \right. \\ & \left. + \frac{1}{2}(1 - \mathcal{A}_c) \xi_p^3 + \frac{1}{2}(1 - \mathcal{A}_p) \xi_c^3 \right] v^2 \\ & \left. + \frac{3}{2}(1 + \alpha_2^*) \xi_p \xi_c (v \cdot \hat{n})^2 \right\} \\ & + \frac{m^* v}{r^2} [1 + 3B^* - (2 - \alpha_1^* + \alpha_2^*) \xi_p \xi_c \\ & - (1 - \mathcal{A}_c) \xi_p^3 - (1 - \mathcal{A}_p) \xi_c^3] (v \cdot \hat{n}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^{(w)} = -\frac{m^* \hat{n}}{2r^2} [& \alpha_1^* (\xi_p - \xi_c) (w \cdot v) - 3\alpha_2^* (w \cdot \hat{n})^2 \\ & + (1 - \mathcal{A}_c) \xi_p w^2 + (1 - \mathcal{A}_p) \xi_c w^2 \\ & - (1 - \mathcal{A}_c) \xi_p^2 (w \cdot v) + (1 - \mathcal{A}_p) \xi_c^2 (w \cdot v)] \\ & + \frac{m^* w}{2r^2} [\alpha_1^* (\xi_p - \xi_c) (v \cdot \hat{n}) - 2\alpha_2^* (w \cdot \hat{n}) \\ & - 2(1 - \mathcal{A}_c) \xi_p (w \cdot \hat{n}) - 2(1 - \mathcal{A}_p) \xi_c (w \cdot \hat{n}) \\ & + 2(1 - \mathcal{A}_c) \xi_p^2 (v \cdot \hat{n}) - 2(1 - \mathcal{A}_p) \xi_c^2 (v \cdot \hat{n})] \\ & - \frac{m^* v}{r^2} [(1 - \mathcal{A}_c) \xi_p^2 (w \cdot \hat{n}) - (1 - \mathcal{A}_p) \xi_c^2 (w \cdot \hat{n})] . \end{aligned}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_p - \vec{a}_c$$

Accelerazione relativa di un sistema binario di pulsar in moto con velocità w rispetto ad un riferimento privilegiato

$$\xi_p = \frac{m_p}{m} \quad \xi_c = \frac{m_c}{m} \quad B^* = \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{G}} \quad \mathcal{C}^* = \frac{\mathcal{C}}{\mathcal{G}} \quad \mathcal{D}_p^* = \frac{\mathcal{D}_p}{\mathcal{G}^2} \quad \mathcal{D}_c^* = \frac{\mathcal{D}_c}{\mathcal{G}^2} \quad \mathcal{E}^* = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{G}}$$

$$\alpha_1^* = \mathcal{E}^* + 7\mathcal{C}^* - 6B^* - 2 \quad \alpha_2^* = \mathcal{E}^* - 1$$

Sistema Binario di Pulsar

Preferred Frame Effects in the relativistic binary motion:

$$\Delta\omega^{(w)} = \frac{\pi m^*}{c^2 a(1-e^2)} \left[\frac{1}{2} \hat{Q}_1 \left(\frac{1}{e} - e F_e^2 \right) \left(\frac{w}{v_0} \right) \sin \psi \sin \chi - \hat{Q}_2 F_e^2 \left(\frac{w}{v_0} \right)^2 \sin^2 \psi \cos 2\chi \right] - \Delta\Omega^{(w)} \cos i$$

$$\hat{Q}_1 = \alpha_1^* (\xi_p - \xi_c) - 2(1 - \mathcal{A}_p) \xi_c^2 + 2(1 - \mathcal{A}_c) \xi_p^2$$

$$\hat{Q}_2 = \alpha_2^* + (1 - \mathcal{A}_c) \xi_p + (1 - \mathcal{A}_p) \xi_c$$

In fully conservative theories of gravity:

$$\mathcal{A}_p = \mathcal{A}_c = 1 \quad \alpha_1^* = \alpha_2^* = 0$$

$$\hat{Q}_1 = \hat{Q}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\omega^{(w)} = 0$$

$$F_e = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - e^2}}$$

$$G = 1 + \eta \left(\frac{\Omega_p}{m_p} + \frac{\Omega_c}{m_c} \right)$$

PPN limit (masses with negligible self-gravity):

$$G = 1 \quad \mathcal{A}_p = \mathcal{A}_c = 1$$

$$\mathcal{B}^* = \frac{1}{3}(1 + 2\gamma) \quad \mathcal{C}^* = \frac{1}{7}(3 + 4\gamma + \alpha_1 - \alpha_2)$$

$$\mathcal{D}_p^* = \mathcal{D}_c^* = 2\beta - 1 \quad \mathcal{E}^* = 1 + \alpha_2$$

$$\alpha_1^* = \alpha_1 \quad \alpha_2^* = \alpha_2$$

$$\hat{Q}_1 = \alpha_1 (\xi_p - \xi_c) \quad \hat{Q}_2 = \alpha_2$$

Sistema Binario di Pulsar

Confronto dei limiti con il campo debole: **SLR (LAGEOS-2): $\alpha_1 = 3 \times 10^{-5}$ (SaToR-G)**

Table 3 Comparison of Solar System and binary pulsar tests for various parameters. Binary pulsars test strong-field “effective” PPN parameters. MESSENGER results were taken from [Genova et al \(2018\)](#), and some of the LLR results from [Biskupek et al \(2021\)](#). See also the review by [Fienga and Minazzoli \(2024\)](#). For the sake of simplicity, we only give leading order values for all limits in this table.

† Limit on deviation from 1.

Parameter	Solar-system test	Limit	Pulsar test (eff. PPN)	Limit
γ_{PPN}	Cassini, Shapiro delay	2×10^{-5}	Double Pulsar, Shapiro delay (§4.2.3)	$7 \times 10^{-3} \dagger$
β_{PPN}	Perihelion shift of Mercury; MESSENGER	2×10^{-5}	—	—
ξ	Solar alignment with ecliptic	4×10^{-7}	Two solitary pulsars (§5.3.3)	4×10^{-9}
α_1	LLR	9×10^{-5}	J1909–3744 (§5.4.1)	2×10^{-5}
α_2	Solar alignment with ecliptic	4×10^{-7}	Two solitary pulsars (§5.4.2)	2×10^{-9}
α_3	Perihelion shift of Earth and Mercury	2×10^{-7}	J1713+0747 (§5.4.3)	4×10^{-20}
ζ_1	Combined PPN limits	2×10^{-2}	—	—
ζ_2	—	—	Multiple binary pulsars (§5.4.4)	10^{-5}
ζ_3	Lunar acceleration	10^{-8}	—	—
ζ_4	Not independent	—	—	—
η	LLR	7×10^{-5}	J0337+1715 (§5.1)	2×10^{-5}
κ_D	—	—	J1738+0333 (§5.2)	2×10^{-4}
$\dot{G}/G [\text{yr}^{-1}]$	LLR	10^{-14}	J1713+0747 (§5.3.1)	5×10^{-13}

Sistema Binario di Pulsar

Riassume lo stato dell'arte delle misure con le Pulsar, in particolare:

- **Il sistema binario con due Pulsar:** PSR J0737 – 3039A/B (altamente relativistico: 23 ms pulsar A e 2.8 s pulsar B)
- **I sistemi Pulsar + Nana Bianca** (ideali per testare le teorie alternative perché in generale predicono una intensa radiazione gravitazionale di dipolo per via della forte asimmetria del sistema nella energia di legame gravitazionale)

REVIEW ARTICLE



Gravity experiments with radio pulsars

Paulo C. C. Freire¹ · Norbert Wex¹ Received: 22 April 2024 / Accepted: 28 June 2024 / Published online: 22 July 2024
© The Author(s) 2024**Abstract**

The discovery of the first pulsar in a binary star system, the Hulse–Taylor pulsar, 50 years ago opened up an entirely new field of experimental gravity. For the first time it was possible to investigate strong-field and radiative aspects of the gravitational interaction. Continued observations of the Hulse–Taylor pulsar eventually led, among other confirmations of the predictions of general relativity (GR), to the first evidence for the reality of gravitational waves. In the meantime, many more radio pulsars have been discovered that are suitable for testing GR and its alternatives. One particularly remarkable binary system is the Double Pulsar, which has far surpassed the Hulse–Taylor pulsar in several respects. In addition, binary pulsar-white dwarf systems have been shown to be particularly suitable for testing alternative gravitational theories, as they often predict strong dipolar gravitational radiation for such asymmetric systems. A rather unique pulsar laboratory is the pulsar in a hierarchical stellar triple, that led to by far the most precise confirmation of the strong-field version of the universality of free fall. Using radio pulsars, it could be shown that additional aspects of the Strong Equivalence Principle apply to the dynamics of strongly self-gravitating bodies, like the local position and local Lorentz invariance of the gravitational interaction. So far, GR has passed all pulsar tests with flying colours, while at the same time many alternative gravity theories have either been strongly constrained or even falsified. New telescopes, instrumentation, timing and search algorithms promise a significant improvement of the existing tests and the discovery of (qualitatively) new, more relativistic binary systems.

Keywords Pulsars · Binary star systems · Gravity · General relativity Norbert Wex
wex@mpifr-bonn.mpg.dePaulo C. C. Freire
pfreire@mpifr-bonn.mpg.de¹ Max-Planck-Institut für Radioastronomie, Auf dem Hügel 69, 53121 Bonn, Germany

PSR B1913+16

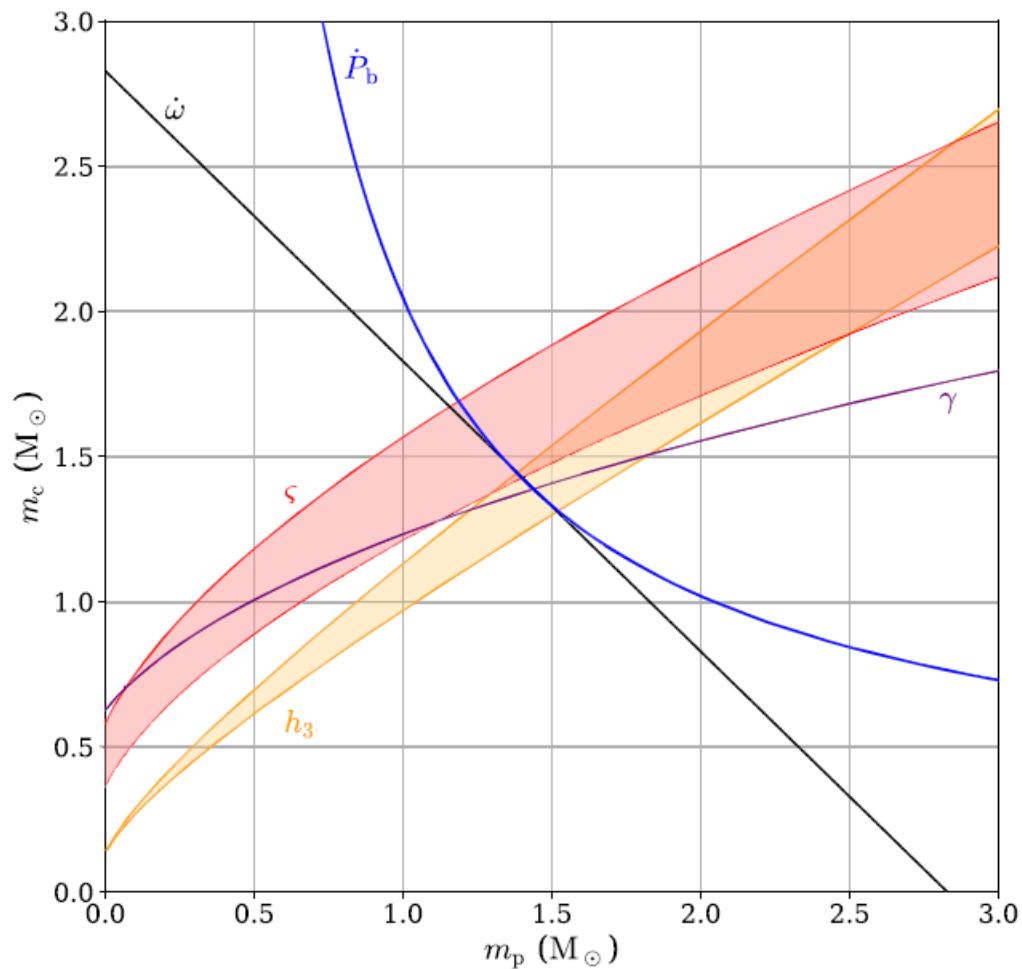


Fig. 4 Mass-mass diagram for the PSR B1913+16 system based on GR, using the PK parameter $\dot{\omega}$, γ , intrinsic $\dot{P}_b$, and the orthometric Shapiro parameters ς and h_3 . All curves agree on a small common region in the mass-mass plane. Parameter values have been taken from Weisberg and Huang (2016). In their Fig. 4 they display r and s for the Shapiro delay. As is obvious from the comparison of the two figures, the h_3 -test is much more stringent than the r -test, which is one of the key advantages of the orthometric parameterisation of Freire and Wex (2010). In this and all other mass-mass diagrams, the width of each curve represents the one-sigma (68.3% C.L.) uncertainty in the corresponding PK parameter. In addition, Weisberg and Huang (2016) reports a ~ 2 - σ measurement of the PK parameter δ_θ , which is not shown here

PSR J0737 – 3039A/B

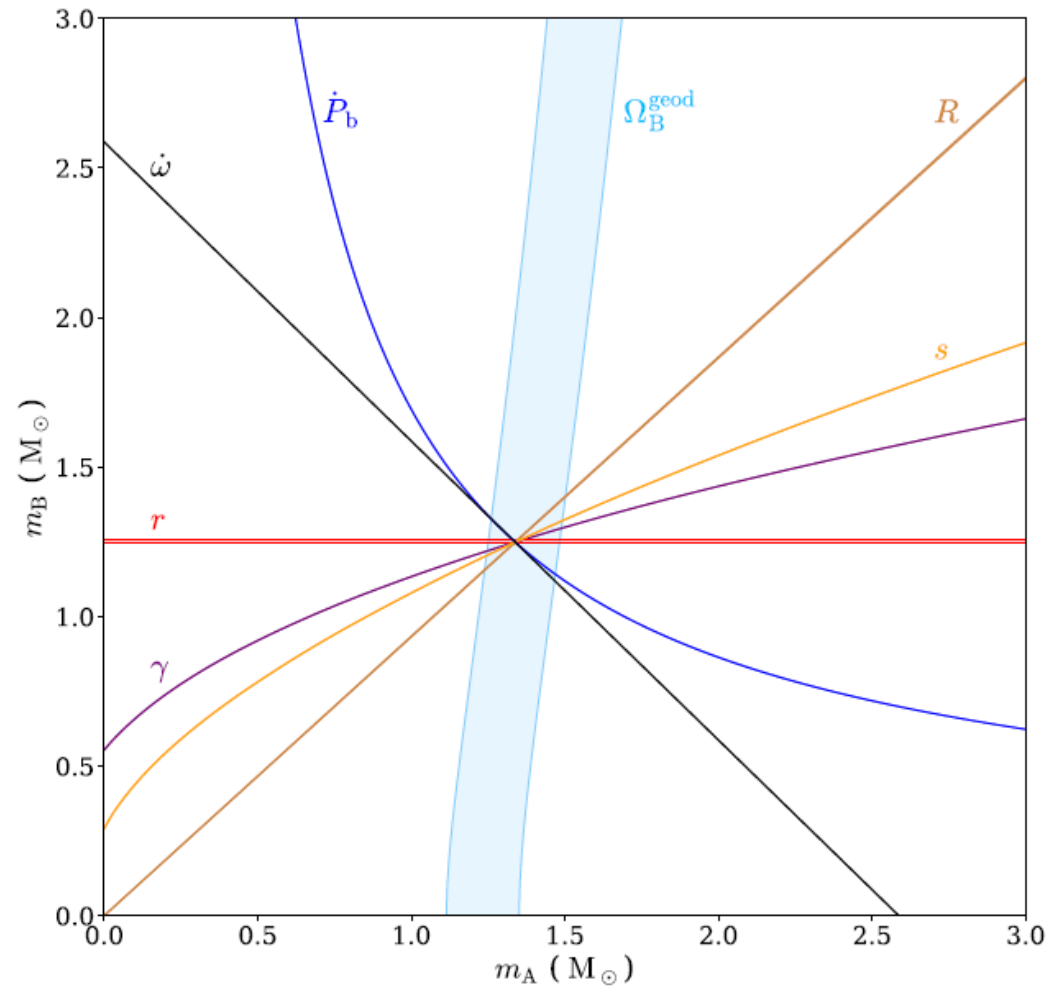


Fig. 5 Mass-mass diagram for the Double Pulsar based on GR. The PK parameters $\dot{\omega}$, $\dot{P}_b$, γ , r , and s are from timing observations of pulsar A. The mass ratio R comes from the observed projected semi-major axes of A and B. The rate of geodetic precession of B (Ω_B^{geod}) is the result of modelling the eclipses of A near superior conjunction. Timing of pulsar A also allows for a one-sigma detection of the PK parameter δ_θ , which is not shown here. All curves agree on a small region of masses at the centre of the plot, meaning that GR provides a consistent description of the Double Pulsar system. The figure is based on the parameters and the analysis in Kramer et al. (2021). The values for Ω_B^{geod} are taken from Lower et al. (2024)

GWs, sistemi compatti e approssimazione PN

I parametri **ppE** (Parameterized Post-Einsteinian) non sono un insieme fisso e ben definito, ma rappresentano deviazioni dai coefficienti predetti dalla **RG** a specifici ordini nell'espansione **PN** della forma d'onda gravitazionale, principalmente nella sua fase, ma anche di altre grandezze (ampiezza, polarizzazione,...):

$$\varphi(f) = \varphi_{GR}(f) + \delta\varphi(f)$$

$$\mathcal{M} = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}} = \frac{c^3}{G} \left[\frac{5}{96} \pi^{-8/3} f^{-11/3} \frac{df}{dt} \right]^{3/5}$$

I parametri ppE più comuni $\delta\varphi_k$ (quelli meglio vincolati in letteratura) modificano i coefficienti della fase a diversi ordini PN:

$\delta\varphi_0$ Modifica il termine di ordine 0PN (Newtoniano, $k=0$, proporzionale a $(v/c)^0 = 1$. Questo termine è legato principalmente alla *chirp mass*. Una deviazione in questo caso sarebbe fondamentale. Spesso questo coefficiente è usato per *determinare* la chirp mass, quindi un $\delta\varphi_0 \neq 0$ indicherebbe un'inconsistenza con la RG

$\delta\varphi_1$ Modifica il termine 0.5PN ($k=1$, è nullo in RG per sistemi non rotanti)

$\delta\varphi_2$ Modifica il termine 1PN ($k=2$, include le correzioni relativistiche di base)

$\delta\varphi_3$ Modifica il termine 1.5PN ($k=3$, interazione spin-orbita)

$\delta\varphi_4$ Modifica il termine 2PN ($k=4$, interazione spin-spin + termini non lineari della RG)

I parametri di ordine PN negativo ($\delta\varphi_{-k}$) descrivono violazioni dalla emissione di quadrupolo: radiazione di dipolo ($\delta\varphi_{-2}$), o eventualmente di monopolo, campi scalari ultraleggeri, extra dimensioni...

GWs, sistemi compatti e approssimazione PN

Sviluppo post-Newtoniano: GW150914

TABLE I. Summary of the results for gIMR. For each parameter in the gIMR model, we report its frequency dependence, median and 90% credible regions, the quantile for the GR value of 0 from the 1D posterior probability density function. Finally, the last two columns show log Bayes factors in base 10 between GR and the gIMR model. The uncertainties on the log Bayes factors are 2σ . The a and b in $\delta\hat{\alpha}_4$ are functions of the component masses and spins (see Ref. [39]). For each field, we report the corresponding quantities for both the single-parameter and multiple-parameter analyses.

waveform regime	parameter	f -dependence	median		GR quantile		$\log_{10} B_{\text{model}}^{\text{GR}}$	
			single	multiple	single	multiple	single	multiple
early-inspiral regime	$\delta\hat{\varphi}_0$	$f^{-5/3}$	$-0.1^{+0.1}_{-0.1}$	$1.3^{+3.0}_{-3.2}$	0.94	0.30	1.9 ± 0.2	
	$\delta\hat{\varphi}_1$	$f^{-4/3}$	$0.3^{+0.4}_{-0.4}$	$-0.5^{+0.6}_{-0.6}$	0.16	0.93	1.6 ± 0.2	
	$\delta\hat{\varphi}_2$	f^{-1}	$-0.4^{+0.3}_{-0.4}$	$-1.6^{+18.8}_{-16.6}$	0.96	0.56	1.2 ± 0.2	
	$\delta\hat{\varphi}_3$	$f^{-2/3}$	$0.2^{+0.2}_{-0.2}$	$2.0^{+13.4}_{-13.9}$	0.02	0.42	1.2 ± 0.2	
	$\delta\hat{\varphi}_4$	$f^{-1/3}$	$-1.9^{+1.6}_{-1.7}$	$-1.9^{+19.3}_{-16.4}$	0.98	0.56	0.3 ± 0.2	3.7 ± 0.6
	$\delta\hat{\varphi}_{5l}$	$\log(f)$	$0.8^{+0.5}_{-0.6}$	$-1.4^{+18.6}_{-16.9}$	0.01	0.55	0.7 ± 0.4	
	$\delta\hat{\varphi}_6$	$f^{1/3}$	$-1.4^{+1.1}_{-1.1}$	$1.2^{+16.8}_{-18.9}$	0.99	0.47	0.4 ± 0.2	
	$\delta\hat{\varphi}_{6l}$	$f^{1/3} \log(f)$	$8.9^{+6.8}_{-6.8}$	$-1.9^{+19.1}_{-16.1}$	0.02	0.57	-0.3 ± 0.2	
	$\delta\hat{\varphi}_7$	$f^{2/3}$	$3.8^{+2.9}_{-2.9}$	$3.2^{+15.1}_{-19.2}$	0.02	0.41	-0.0 ± 0.2	
intermediate regime	$\delta\hat{\beta}_2$	$\log f$	$0.1^{+0.4}_{-0.3}$	$0.2^{+0.6}_{-0.5}$	0.24	0.28	1.4 ± 0.2	2.3 ± 0.2
	$\delta\hat{\beta}_3$	f^{-3}	$0.1^{+0.6}_{-0.3}$	$-0.0^{+0.8}_{-0.7}$	0.31	0.56	1.2 ± 0.4	
merger-ringdown regime	$\delta\hat{\alpha}_2$	f^{-1}	$-0.1^{+0.4}_{-0.4}$	$0.0^{+1.0}_{-1.2}$	0.68	0.50	1.2 ± 0.2	
	$\delta\hat{\alpha}_3$	$f^{3/4}$	$-0.3^{+1.9}_{-1.5}$	$0.0^{+4.4}_{-4.4}$	0.60	0.51	0.7 ± 0.2	2.1 ± 0.4
	$\delta\hat{\alpha}_4$	$\tan^{-1}(af + b)$	$-0.1^{+0.5}_{-0.5}$	$-0.1^{+1.1}_{-1.0}$	0.68	0.62	1.1 ± 0.2	

GWs, sistemi compatti e approssimazione PN

Sviluppo post-Newtoniano: GW150914

$\hat{p}_i$ = generica variabile ppN

le deviazioni dalla RG sono modellate come
cambiamenti frazionari: $\delta\hat{p}_i$

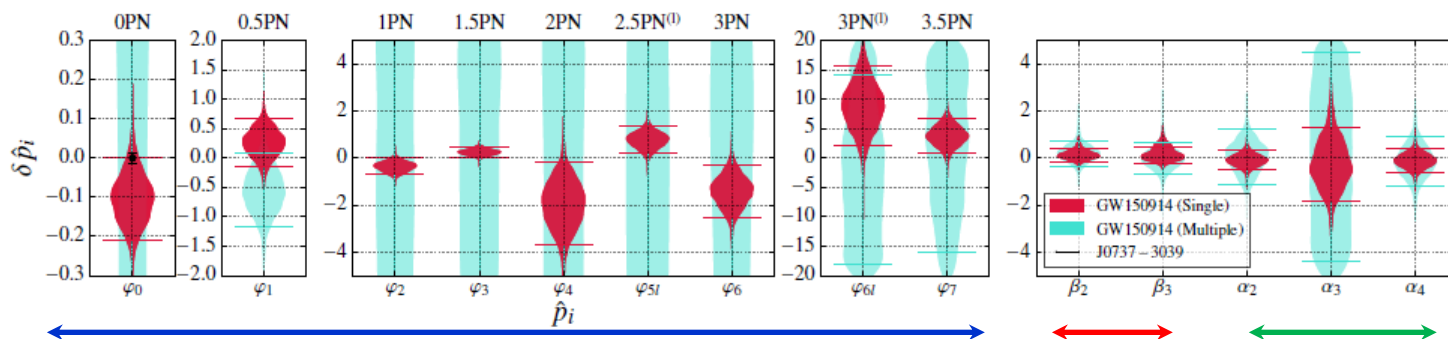


FIG. 7. Violin plot summarizing the posterior probability density distributions for all the parameters in the gIMR model. From left to right: the plot shows increasingly high-frequency regimes as outlined in the text and Fig. 5; the leftmost posteriors, labeled from 0PN to 3.5PN, are for the early-inspiral PN regime; the β_i and α_i parameters correspond to the intermediate and merger-ringdown regimes. Note that the constraints get tighter in the merger and ringdown regimes. In red, we show posterior probability distributions for the single-parameter analysis while in cyan we show the posterior distribution for the multiple-parameter analysis. The black error bar at 0PN show the bound inferred from the double pulsar; higher PN orders are not shown as their constraints are far weaker than GW150914's measurement and they would appear in the plot as vertical black lines covering the entire y -axis. Summary statistics are reported in Table I. The 2.5PN term reported in the figure refers to the logarithmic term $\delta\hat{\varphi}_{5l}$. Because of their very different scale compared to the rest of the parameters, the 0PN and 0.5PN order posterior distributions from GW150914 and the double-pulsar limits at 0PN order are shown on separate panels. The error bars indicate the symmetric 90% credible regions reported in Table I. Due to correlations among parameters, the posterior distribution obtained from the multiple-parameter analyses in the early-inspiral regimes are informative only for the 0.5PN coefficient.

Early inspiral phase Intermediate regime Merger-Ringdown regime

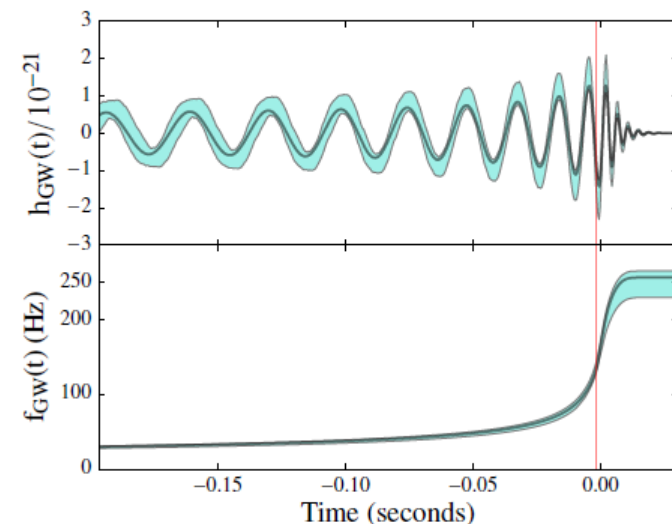


FIG. 2. 90% credible regions for the waveform (upper panel) and GW frequency (lower panel) of GW150914 versus time as estimated by the LALINFERENCE analysis [3]. The solid lines in each panel indicate the most probable waveform from GW150914 [3] and its GW frequency. We mark with a vertical line $f_{\text{GW}}^{\text{end insp}} = 132$ Hz, which is used in the IMR consistency test to delineate the boundary between the inspiral and post-inspiral parts.

GWs, sistemi compatti e approssimazione PN

In questo lavoro gli autori si propongono di estendere ulteriormente i parametri ppE per tener conto degli effetti di precessione.

PHYSICAL REVIEW D **107**, 044046 (2023)

Parametrized post-Einsteinian framework for precessing binaries

Nicholas Loutrel^{1,*}, Paolo Pani¹, and Nicolás Yunes²

¹*Dipartimento di Fisica, “Sapienza” Università di Roma and Sezione INFN Roma1, Piazzale Aldo Moro 5, 00185 Rome, Italy*

²*Illinois Center for Advanced Studies of the Universe, Department of Physics, University of Illinois at Urbana-Champaign, Champaign, 61801 Illinois, USA*



(Received 19 October 2022; accepted 20 January 2023; published 21 February 2023)

In general relativity, isolated black holes obey the no-hair theorems, which fix the multipolar structure of their exterior spacetime. However, in modified gravity, or when the compact objects are not black holes, the exterior spacetime may have a different multipolar structure. When two black holes are in a binary, this multipolar structure determines the morphology of the dynamics of orbital and spin precession. In turn, the precession dynamics imprint onto the gravitational waves emitted by an inspiraling compact binary through specific amplitude and phase modulations. The detection and characterization of these amplitude and phase modulations can therefore lead to improved constraints on fundamental physics with gravitational waves. Recently, analytic precessing waveforms were calculated in two scenarios: (i) dynamical Chern-Simons gravity, where the no-hair theorems are violated, and (ii) deformed compact objects with generic mass quadrupole moments. In this work, we use these two examples to propose an extension of the parametrized post-Einsteinian (ppE) framework to include precession effects. The new framework contains $2n$ ppE parameters $(\phi_{(m',n)}^{\text{ppE}}, b_{(m',n)}^{\text{ppE}})$ for the waveform phase, and $2n$ ppE parameters $(\alpha_{(m',n)}^{\text{ppE}}, a_{(m',n)}^{\text{ppE}})$ for the waveform amplitudes. The number of ppE corrections n corresponds to the minimum number of harmonics necessary to achieve a given likelihood threshold when comparing the truncated ppE waveform with the exact one, and (m', n) corresponds to the harmonic numbers of the harmonics containing ppE parameters. We show explicitly how these ppE parameters map to the specific example waveforms discussed above. The proposed ppE framework can serve as a basis for future tests of general relativity with gravitational waves from precessing binaries.

DOI: [10.1103/PhysRevD.107.044046](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.044046)

GWs, sistemi compatti e approssimazione PN

On the unreasonable effectiveness of the post-Newtonian approximation in gravitational physics. Clifford M. Will, PNAS vol. 108, no 15, April 12, 2011

The post-Newtonian approximation is a method for solving Einstein's field equations for physical systems in which motions are slow compared to the speed of light and where gravitational fields are weak.

Yet it has proven to be remarkably effective in describing certain strong-field, fast-motion systems, including binary pulsars containing dense neutron stars and binary black hole systems inspiraling toward a final merger.

The reasons for this effectiveness are largely unknown.

When carried to high orders in the post-Newtonian sequence, predictions for the gravitational wave signal from inspiraling compact binaries will play a key role in gravitational-wave detection by laser-interferometric observatories.

GWs, sistemi compatti e approssimazione PN

Questo lavoro di Will (2011) mette molto bene in evidenza **l'irragionevole efficacia** della approssimazione post-Newtoniana nello spiegare la fisica di oggetti relativistici (stelle di neutroni, buchi neri, così come l'emissione di onde gravitazionali da sistemi binari coalescenti) responsabili di campi intensi, almeno a livello di gravità interna (ovvero con grande energia di legame gravitazionale), anche in condizioni di velocità non trascurabili rispetto alla velocità della luce, in particolare per:

1. l'ottimo accordo fra le predizioni della relatività numerica e le correzioni post-Newtoniane (waveforms) fino all'ordine 3.5PN:
 - 1.1 non solo per la fase iniziale di spiraleggiamento del sistema binario
 - 1.2 ma anche per la fase finale di spiraleggiamento con il merging finale dei due oggetti
2. per il riscontro osservativo nel caso dei sistemi binari con stelle di neutroni (PSR 1913+16 Hulse & Taylor (1975); PSR J0737-3039 Burgay et al. (2003); ...)
3. e infine ulteriormente ben confermato dalla rivelazione delle onde gravitazionali dagli interferometri di LIGO e Virgo (a partire da GW150914) nel caso di campi gravitazionali ancora più intensi (*Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger*. B.P. Abbott et al., PRL 116, 061102 (2016))

GWs, sistemi compatti e approssimazione PN

Quindi, e sorprendentemente, c'è una sostanziale regione di sovrapposizione in cui la teoria post-newtoniana e la relatività numerica sono “irragionevolmente” in buon accordo. Questo ha consentito lo sviluppo di approcci fenomenologici che producono formule analitiche accurate che corrispondono alla teoria post-newtoniana nelle fasi iniziali dell'inspiral e alla relatività numerica nella fase finale.

Effective one-body approach to general relativistic two-body dynamics

A. Buonanno, T. Damour

Phys. Rev. D 59, 084006 (1999)

Abstract

We map the general relativistic two-body problem onto that of a test particle moving in an effective external metric. This effective-one-body approach defines, in a non-perturbative manner, the late dynamical evolution of a coalescing binary system of compact objects. The transition from the adiabatic inspiral, driven by gravitational radiation damping, to an unstable plunge, induced by strong spacetime curvature, is predicted to occur for orbits more tightly bound than the innermost stable circular orbit in a Schwarzschild metric of mass $M = m_1 + m_2$. The binding energy, angular momentum and orbital frequency of the innermost stable circular orbit for the time-symmetric two-body problem are determined as a function of the mass ratio.

Domande e Risposte

Due regimi diversi: campi deboli e campi forti. 1) Cosa sondano?

- Le verifiche in **campo debole** mettono in evidenza gli aspetti sostanzialmente statici della teoria, come ad esempio la curvatura spaziale; fanno **eccezione** le misure legate agli effetti **gravitomagnetici** o alle **precessioni relativistiche** (che derivano dalle **equazioni di Einstein**)
- Le verifiche in **campo forte** mettono in evidenza gli aspetti dinamici che seguono direttamente dalle **equazioni di Einstein**, come la **generazione** e la **propagazione** delle **onde gravitazionali** e gli effetti sulla **dinamica** del **moto** dei **corpi** coinvolti anche in relazione alla loro struttura interna

Due regimi diversi: campi deboli e campi forti. 2) Come si descrivono i due regimi?

La **non-linearità** delle **equazioni di Einstein** rende le stesse difficilmente risolvibili, salvo casi speciali sotto forti condizioni di simmetria. In generale ci si riduce in entrambi i regimi a descrizioni basate su **soluzioni approssimate** che consentono di studiare il **limite post-Newtoniano** della **RG** e di **confrontarlo** con il **limite** di **altre teorie** della **gravitazione**. Le differenze nascono dalla possibile esistenza di altri campi (**scalari, tensoriali, vettoriali, ...**) che **mediano l'interazione gravitazionale** in aggiunta al **tensore metrico** $g_{\alpha\beta}$ della **RG**.

- In **campo debole** è applicabile una **approssimazione lineare** della **RG** e uno sviluppo in parametri parametrized post-Newtonian (**PPN**) legati alla introduzione di opportuni potenziali simil-newtoniani (si confrontano teorie metriche)
- In **campo forte** esistono due parametrizzazioni fenomenologiche: 1) la post-Keplerian (**PK**) tipica dei **sistemi binari** con la presenza di almeno una **Pulsar**; 2) la parametrized post-Einsteinian (**ppE**) tipica della descrizione legata alla **emissione** di **onde gravitazionali** in **sistemi binari coalescenti** (**NS-NS, BH-BH, NS-BH**) per le fasi di merger e di ringdown; in quest'ultimo caso (ma non solo in questo) si fa uso anche di soluzioni numeriche

Domande e Risposte

Due regimi diversi: campi deboli e campi forti. 3) Si possono confrontare i due regimi?

I **due settori** della **teoria**, **statico** e **dinamico**, sono entrambi **modello-dipendente** ma fra loro **indipendenti** salvo alcune condizioni particolari che potremmo definire “**condizioni ponte**”:

- **Non** c'è in generale un **legame diretto** fra i parametri **PPN** usati nel sistema solare e quelli **ppE** di **GW150914** (e successive rivelazioni), i primi parametrizzano la **metrica**, i secondi (fenomenologici) la **forma d'onda** (fase, velocità, polarizzazione, ...), ovvero la **funzione di risposta** delle **onde gravitazionali** (possibile eccezione tra il parametro **PPE** α_0 della fase con il parametro **PPN** γ nel caso di teorie scalar tensoriali: $\alpha_0 \propto (1 - \gamma)$)
- Nel caso dei parametri fenomenologici **PK** delle **Pulsar** è possibile trovare un collegamento con i **PPN** in certe condizioni legate **al moto puramente orbitale** dei due **corpi** quando la loro **separazione** è tale da **non** dare luogo ad un **campo** definibile **forte** (in queste condizioni gli effetti legati alla **struttura interna** dei corpi (**sensitivities**) sono **trascurabili**)

Le **analisi** in **campo forte** e **debole** rappresentano in generale una verifica **indipendente** e **complementare** della **RG**

Domande e Risposte

Due regimi diversi: campi deboli e campi forti. 4) Quali sono gli effetti delle teorie alternative sulle parametrizzazioni? Parte 1a

Le **teorie alternative** della **gravitazione** hanno **effetti diversi** sulle **parametrizzazioni** usate nel **campo debole (PPN)** e nel **campo forte (PK)** e specialmente **ppE**).

L'obiettivo è quello di usare osservazioni in entrambi i regimi per vincolare queste teorie e testare la relatività generale. Comprendere quindi come le diverse teorie alternative si manifestano in entrambi i regimi è fondamentale per la ricerca di nuova fisica, con e senza le onde gravitazionali.

Viste le **difficoltà** di **connettere** i parametri **PPN** e i parametri **ppE**, a causa della **complessità** delle **teorie alternative** e delle **diverse approssimazioni** necessarie in entrambi i regimi, una possibile strada dovrebbe essere quella di **concentrarsi** e **sviluppare** quelle **teorie alternative** che abbiano un **quadro teorico completo**, ovvero un quadro che possa essere approssimato sia nel limite di **campo debole** (per calcolare i parametri **PPN**) sia nel limite di **campo forte** (per calcolare i parametri **PK** e **ppE**).

L'applicazione del **Framework** di **Dicke** e dei **criteri fondamentali** da esso derivati, dovrebbe aiutare i ricercatori a **selezionare** più **efficacemente** le **teorie praticabili** da quelle da **scartare**.

Questo dovrebbe risultare un **obiettivo importante** nella **ricerca teorica** odierna e una via possibile per **confrontare** i **limiti** sulle **deviazioni** della **RG** nel **regime di campo forte** con quelli dedotti nel **regime di campo debole** del sistema solare.

Domande e Risposte

Due regimi diversi: campi deboli e campi forti. 4) Quali sono gli effetti delle teorie alternative sulle parametrizzazioni? Parte 2a

Nel caso dei **parametri PK**, i **sistemi binari** hanno consentito di **vincolare** fortemente alcune teorie alternative della gravitazione, non solo del tipo **scalar-tensoriale** ma anche di tipo **vettor-tensoriale**.

Le misure confermano le predizioni della RG.

Nel caso dei **parametri ppE**, ovvero dei **sistemi binari compatti e coalescenti**, le **teorie alternative** alla **RG** **non sono state analizzate sistematicamente**, ad **eccezione** delle teorie **scalar-tensoriali**. Servono **nuovi modelli teorici** per **interpretare** meglio i **dati** e sono necessarie nuove **osservazioni**. Il moto orbitale è fortemente relativistico nella fasi finali e la dinamica è fortemente influenzata dalla emissione delle onde gravitazionali. Si dovrà raggiungere una **mappatura robusta** dei parametri **ppE** nell'ambito delle diverse teorie alternative.

Le misure confermano le predizioni della RG.

Domande e Risposte

Due regimi diversi: campi deboli e campi forti. 5) Tecniche sperimentali in campo debole: cosa sondano?

Abbiamo sottolineato come in **campo debole** gli **esperimenti sondino tre aspetti (non solo statici)** della teoria della **RG**, quali la verifica:

1. **della validità del Principio di Equivalenza**
2. **della struttura geometrica e della equazione del moto delle geodetiche**
3. **delle equazioni dei campi di Einstein**

Domande e Risposte

Due regimi diversi: campi deboli e campi forti. 6) Tecniche sperimentali in campo debole: come si confrontano? Quali le potenzialità? Quali le sinergie? Parte 1a

Un **aspetto interessante** dei **diversi esperimenti** in **campo debole**, sia quelli presenti in CSN2 che altri, è che si basano in generale su **tecniche sperimentali diverse** e comunque, anche quando simili (vedi **SLR** e **LLR**), su una presenza di **errori sistematici** di **diversa natura** (sistema Terra-satellite e sistema Terra-Luna-Sole) anche quando si indagano gli stessi fenomeni (ad es. il **gravitomagnetismo** con **GINGER** e **SaToR-G**).

Esperimenti diversi, in **campo debole**, possono **confrontarsi** indagando sulla stessa teoria fisica, ad esempio nel limite **WFSM** di una teoria sviluppata in campo forte per **verificarne**:

- **il limite newtoniano (o meglio, l'accordo o meno con le predizioni della RG)**
- **l'autoconsistenza (ovvero esperimenti diversi dovranno predire lo stesso risultato per quel dato aspetto di quella data teoria)**

Questo approccio inquadrerebbe l'indagine sperimentale nel **framework di Dicke** e dei criteri per verificarne la **praticabilità**.

In secondo luogo, si dovrebbero **confrontare i risultati** per la stima dei medesimi parametri **PPN** ottenuti, appunto, con **metodologie diverse** (misure di frequenze o di intervalli di tempo, velocità di propagazione, deflessione, elementi orbitali e loro variazioni secolari e periodiche, ...) e caratterizzati da **diverse sorgenti di errori sistematici**.

Domande e Risposte

Due regimi diversi: campi deboli e campi forti. 6) Tecniche sperimentali in campo debole: come si confrontano? Quali le potenzialità? Quali le sinergie? Parte 2a

Ciascun **esperimento** dovrebbe **consentire** la **misura** più ampia possibile della **segnatura** di una data **teoria** nelle **diverse grandezze fisiche** estraibili da quel dato esperimento.

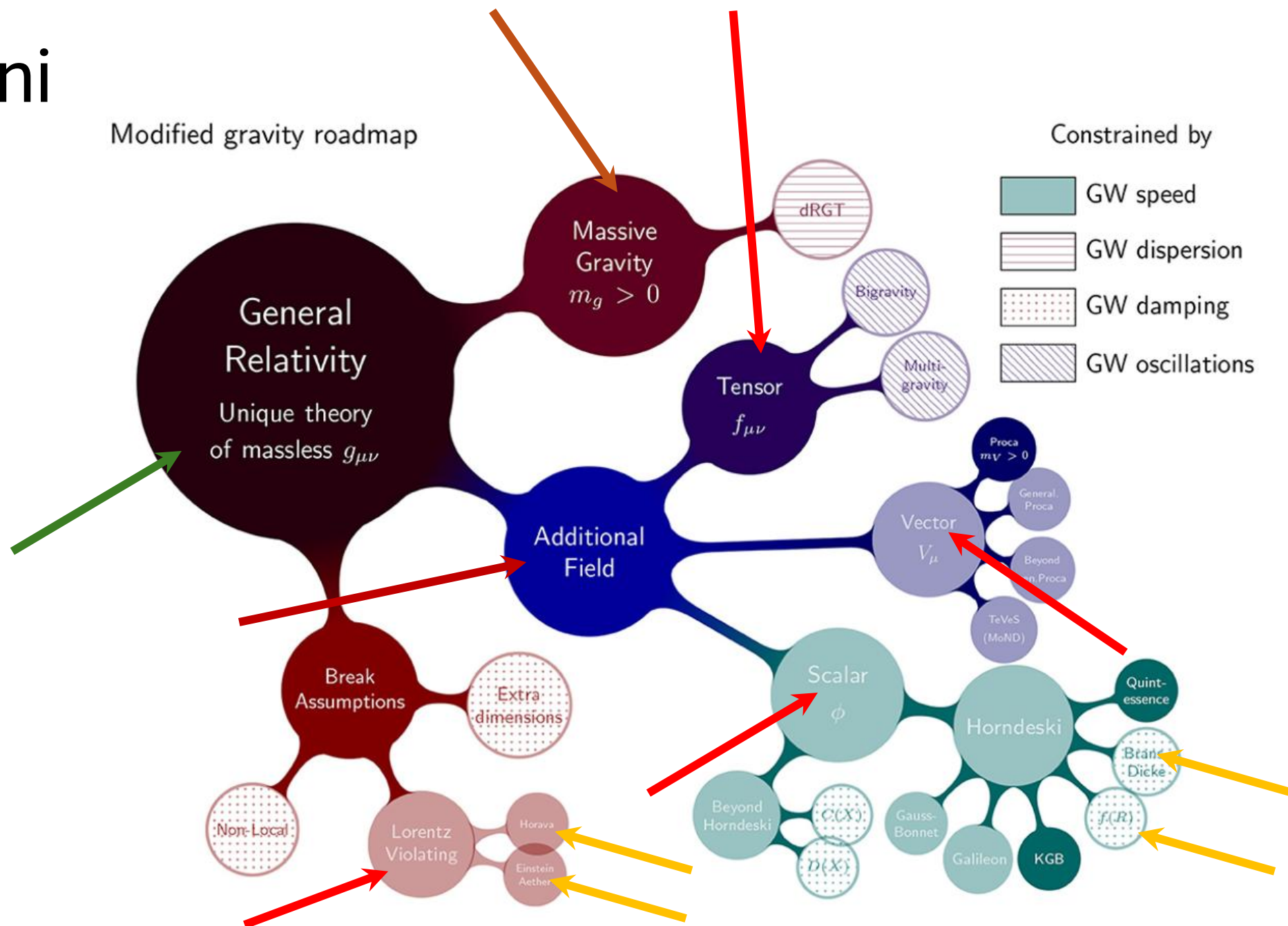
Sta alla **indagine teorica identificare** le possibili **sinergie** tra i diversi **esperimenti** per realizzare questo possibile confronto in campo debole.

Teorie interessanti da **indagare** sono, ad esempio, **teorie scalar-tensoriali** e **teorie torsionali**.

Al tempo stesso, si potrebbe cercare di procedere similmente in campo forte, dove però la varietà di tecniche sperimentali è, al momento, minore, ma più numerosi sono i parametri fenomenologici da vincolare e da legare alle diverse teorie.

Si noti che, in alcuni casi, i vincoli sui parametri **PPN** ottenuti in campo debole possono utilizzarsi come **valori a priori** nell'analisi Bayesiana dei dati delle onde gravitazionali (per la stima dei parametri **ppE**) oppure per i sistemi binari per la stima dei parametri **PK** o dei coefficienti delle teorie alternative.

Conclusioni



Credit: S. Capozziello

Conclusioni

- I sistemi binari con almeno una **Pulsar**, a mio modo di vedere, vanno visti come un **ponte effettivo** tra il **campo debole** (regime statico e quasi statico) e il **campo forte**. Il **campo moderato** di questi sistemi consente un collegamento tra i parametri **PN** nella forma **PK** con quelli **PPN** caratteristici del **campo debole**. Questi sistemi forniscono vincoli stringenti sulle masse dei corpi e forniscono dei test della dinamica e della radiazione gravitazionale che, per alcuni parametri, hanno una maggiore precisione dei corrispondenti test ottenuti nell'ambito del Sistema Solare. Al tempo stesso è vero che per altri parametri si sono ottenuti limiti migliori nel Sistema Solare.
- Le **GWs** rilevate dalle fusioni di buchi neri e di stelle di neutroni testano la **RG** nel regime più estremo possibile: campi fortissimi, velocità prossime a quella della luce, fisica altamente non lineare. La straordinaria concordanza tra le forme d'onda osservate e quelle predette dalla **RG** (calcolate tramite **ppE**, **Effective-One-Body** e **Relatività Numerica**) è, di per sé, una conferma potente della teoria. **La precisione delle misure deve migliorare.**

Conclusioni

Implicazioni (indirette) per il Campo Debole (e viceversa)

L'evidenza dell'accordo delle misure in **campo forte** con le predizioni della **RG** ci fornisce comunque una **Consistenza Globale** dei risultati dei diversi test: campo forte, moderato e debole. Se ci fossero **deviazioni** fondamentali dalla **RG**, ci si aspetterebbe (in molte teorie alternative) che si **manifestino** in qualche modo nei **diversi regimi**, o che le eventuali deviazioni osservabili nel **campo forte** dovrebbero avere radici in modifiche che influenzano anche il **campo debole** (e viceversa).

Complementarietà

I test discussi: **campo debole** (quasi-statico), **campo moderato** (dinamico), **campo forte** (altamente dinamico), sondano aspetti **diversi** e potenziali deviazioni **diverse** dalla **RG**. La **coerenza** (ad oggi) dei **risultati** ottenuti in questi **regimi** così **differenti** è una prova importante a favore della **RG**...

Molte grazie per l'attenzione