



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI NAPOLI
FEDERICO II



Istituto Nazionale
di Fisica Nucleare

Sezione di Pisa e Sezione di Napoli



UNIVERSITÀ DI PISA

Controllo della stabilità geometrica di un girolaser

Rosa Santagata¹

¹Università degli Studi di Napoli “Federico II”

Padova, 20 Dicembre 2011

Motivazioni

La stabilità a lungo termine di un girolaser dipende in modo rilevante dalla stabilità geometrica delle cavità risonanti che costituiscono il dispositivo

- 1 Stabilizzazione del perimetro di un girolaser:
sistema laser He-Ne/ $^{127}\text{I}_2$
- 2 Monitoraggio delle deviazioni dalla planarità:
diagnostica degli angoli diedri e dei fattori di scala
di un sistema di più interferometri

Stabilizzazione del perimetro di un girolaser

Necessità di una stabilizzazione del perimetro

$$m\lambda = L \text{ e } \boxed{\nu = m \frac{c}{L}} \rightarrow -\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{\delta L}{L}$$

stabilizzazione del perimetro = stabilizzazione della frequenza

cambiamento perimetro



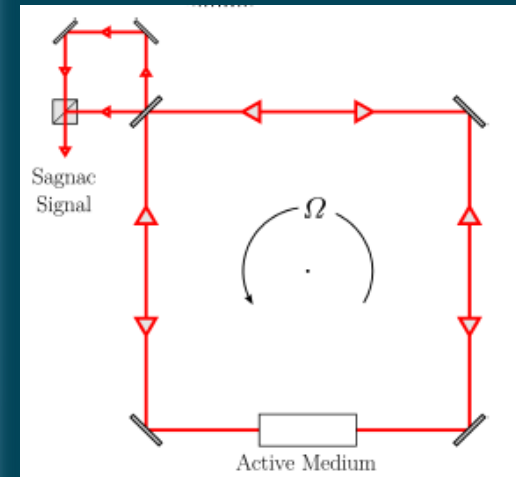
cambiamento numero lunghezze d'onda in cavità



mode jump



girolaser cieco ad $\vec{A} \cdot \vec{\Omega}$



$$\Delta\nu = S \vec{A} \cdot \vec{\Omega}$$

Frequenza Sagnac

Necessità di una stabilizzazione del perimetro

Se il mezzo attivo riempie tutta la regione compresa tra gli specchi:

$$L = 2nd \quad \rightarrow \quad -\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{\delta d}{d} + \frac{\delta n}{n}$$

indice di
rifrazione

distanza
tra specchi

Drifts a lungo termine



drift di temperatura
lenti cambiamenti di pressione

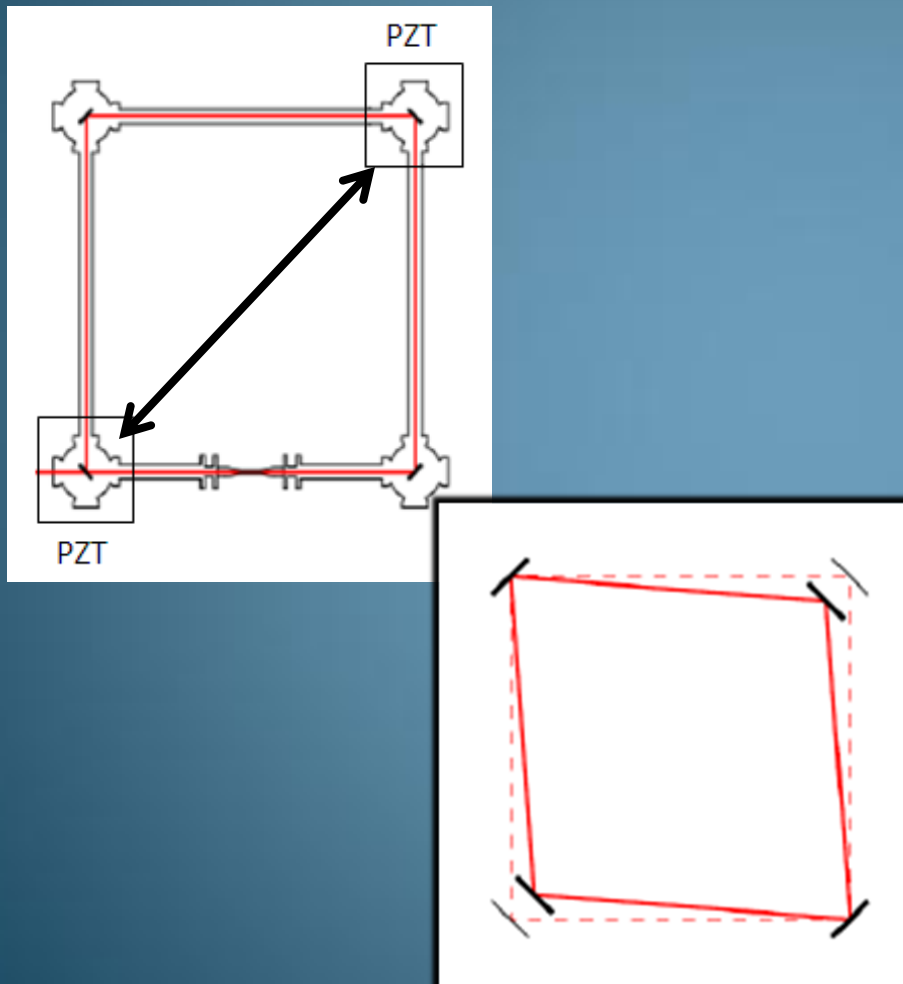
Fluttuazioni a corto termine



vibrazioni acustiche degli specchi
modulazioni dell'indice di rifrazione
fluttuazioni della scarica

Controllo del perimetro

SOLUZIONE: lock della lunghezza d'onda laser ad una lunghezza d'onda di riferimento standard



Torrette d'angolo contenenti gli specchi

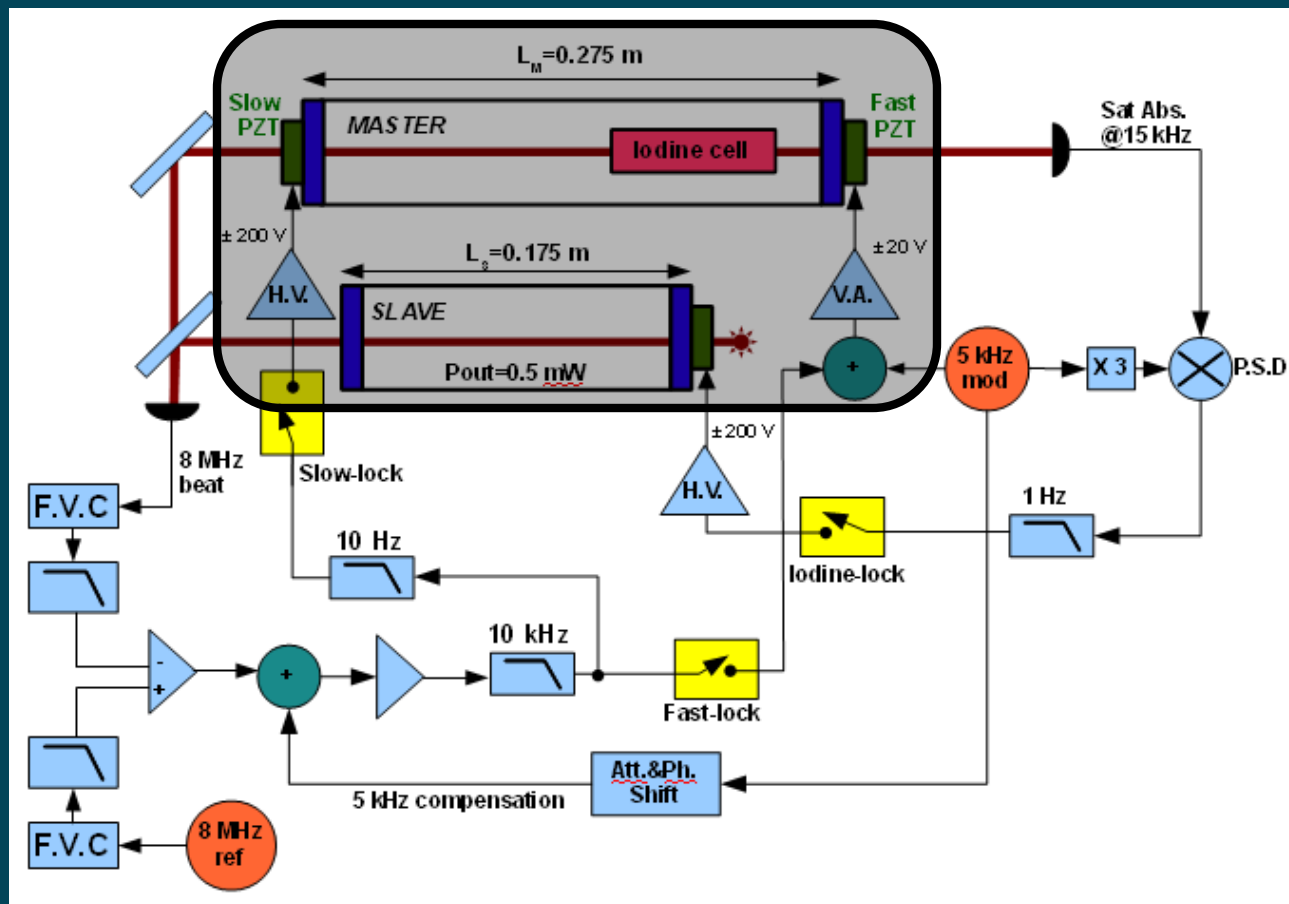
Sistema laser He-Ne/ $^{127}\text{I}_2$

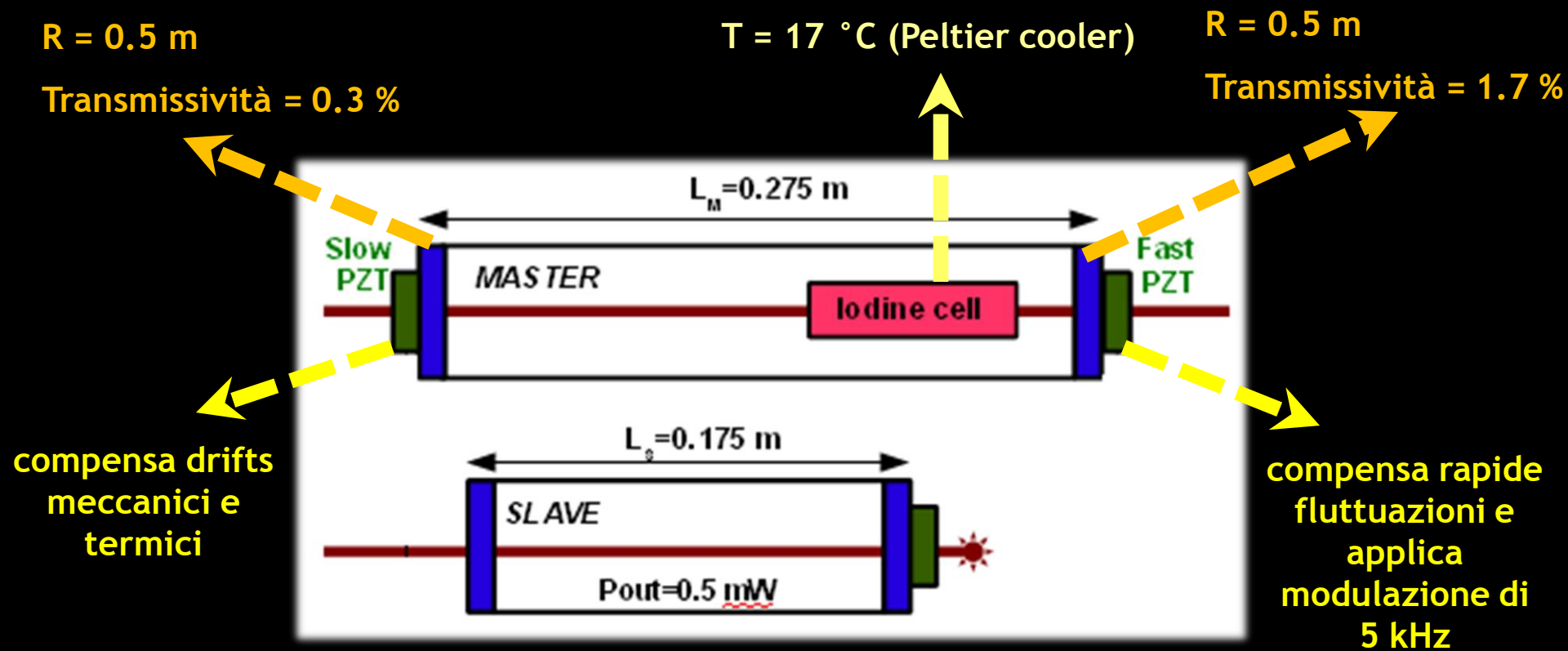
Pisa, Novembre 2011 : sistema laser He-Ne stabilizzato alla frequenza di transizione ottica di un campione di iodio

Dychkov A.S., Lugovoy A.A., Farnosov S.A., Primakov D.Yu.



Schema a blocchi

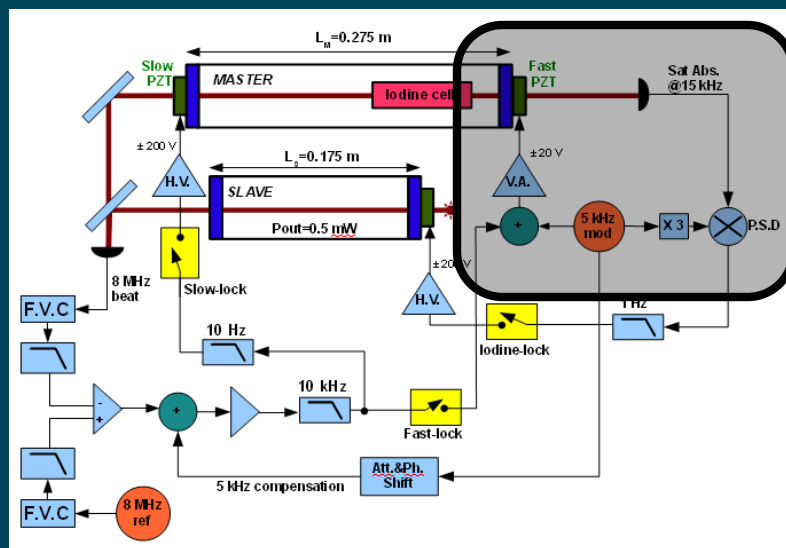




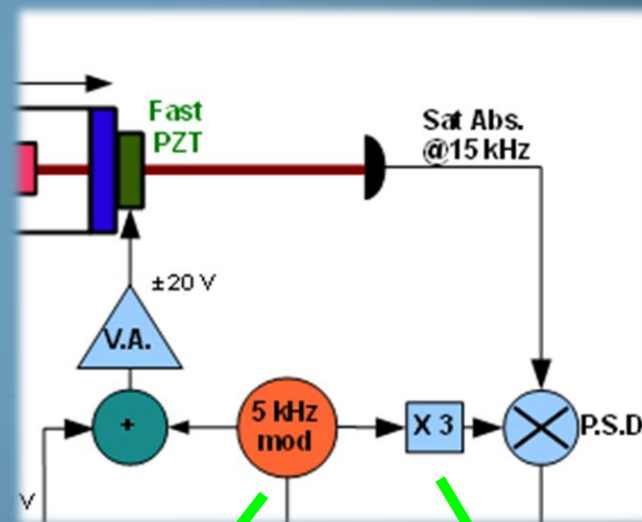
Vantaggi della configurazione master-slave:

- performance a basso rumore di un laser ad elevata potenza;
- pilotaggio di più slave con un singolo master (-> aumento della potenza disponibile)

Schema a blocchi: sistema di controllo



Rivelazione in derivata terza del segnale di assorbimento saturato

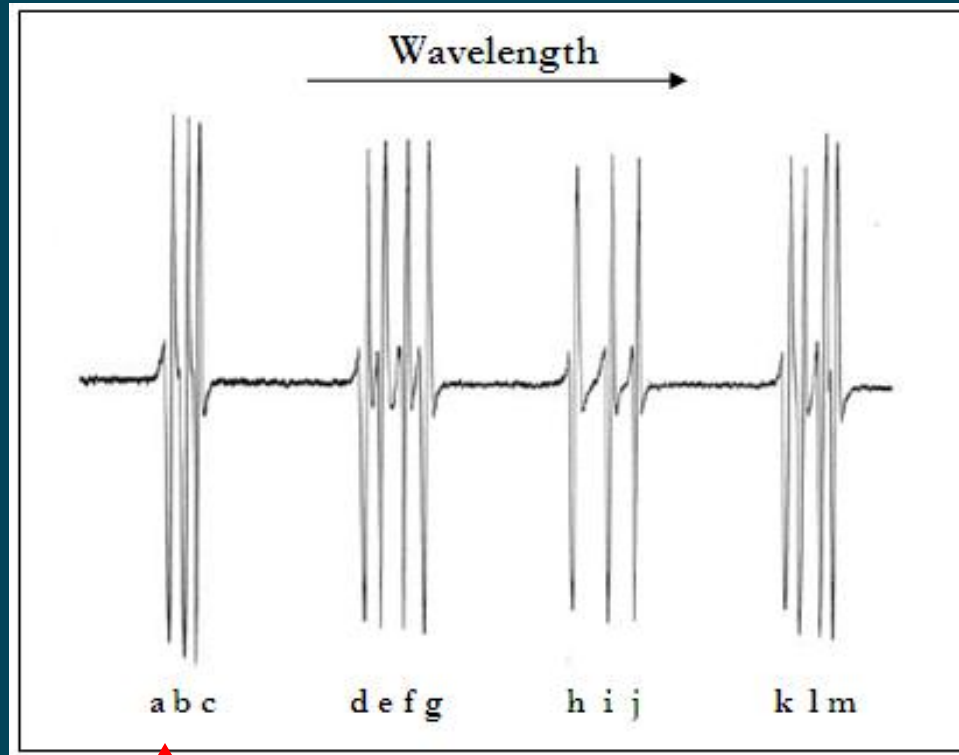


Modulazione frequenza laser

Rivelazione cambiamento potenza output

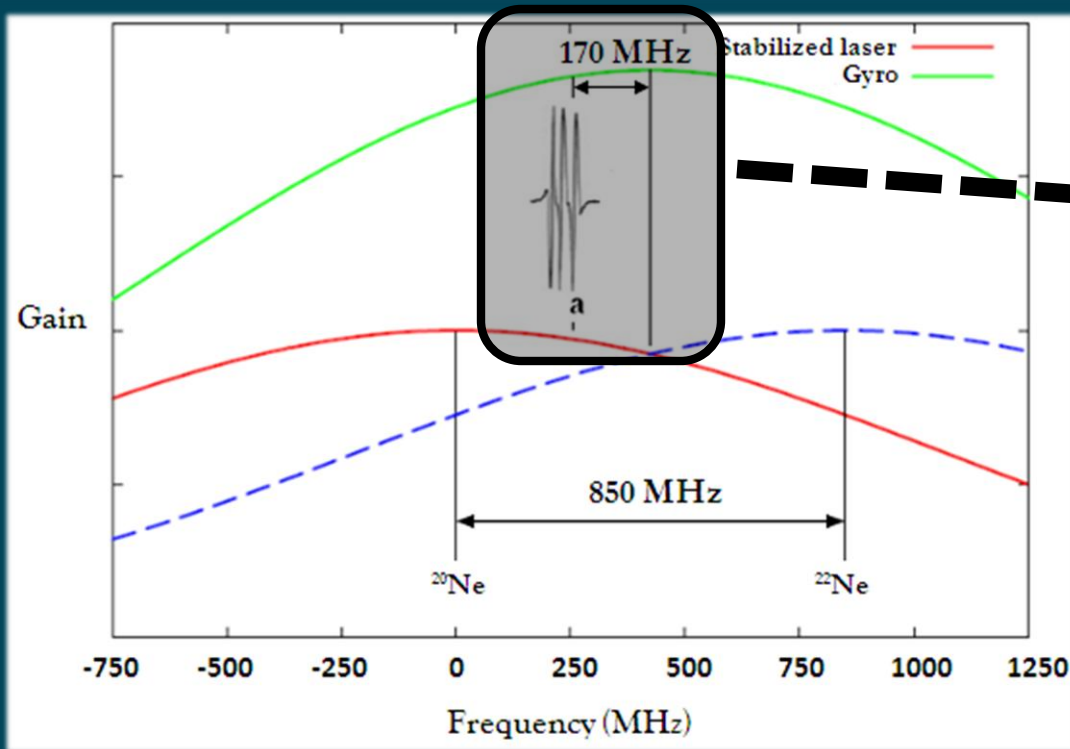
Principio di stabilizzazione

Modificare la lunghezza della cavità in modo che la lunghezza d'onda laser sia risonante con una delle 14 transizioni vibrazionali-rotazionali iperfini dello iodio molecolare



Absorbing molecule $^{127}\text{I}_2$
R(127) 11-5 transition

Stima del miglior punto di lavoro

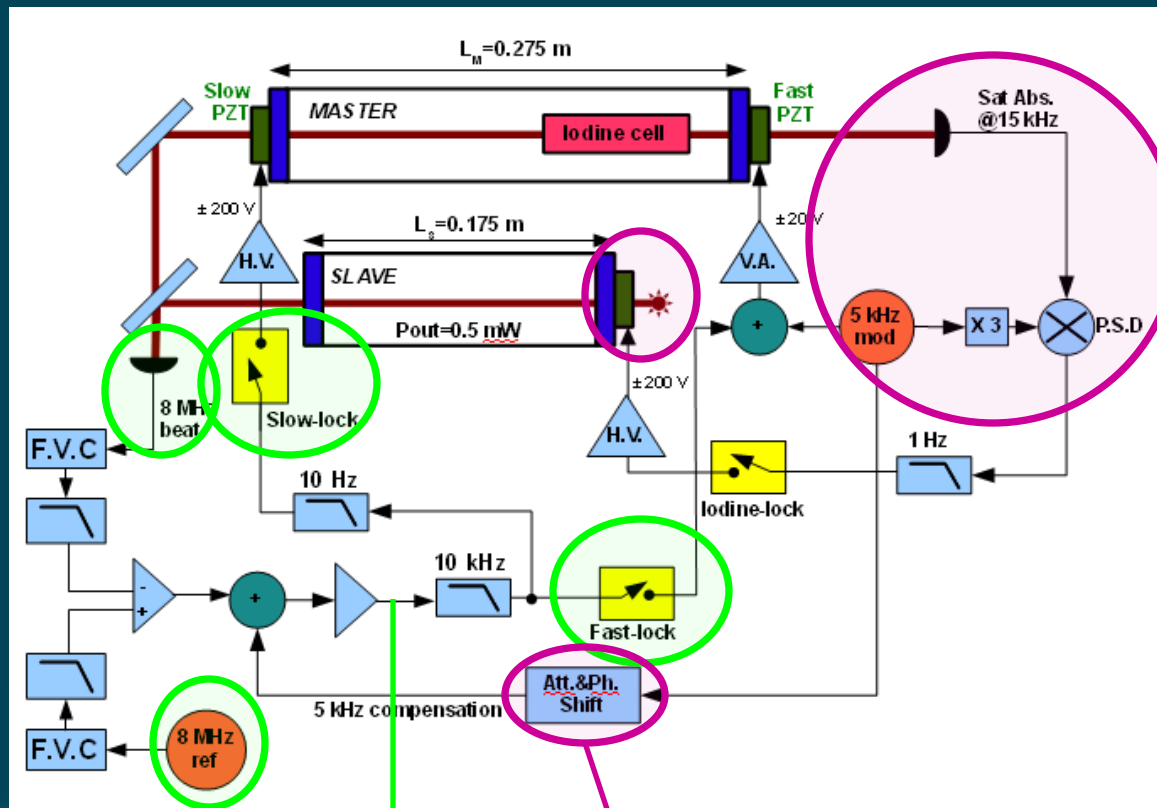


La lunghezza del perimetro è corretta in modo da mantenere la separazione in frequenza tra i due laser uguale a tale costante

In corrispondenza del massimo della curva di guadagno i mode jumps sono improbabili ed i due fasci controrotanti competono debolmente

Schema a blocchi: ciclo di funzionamento

STEP 1
 $f_M - f_S = 8 \text{ MHz}$



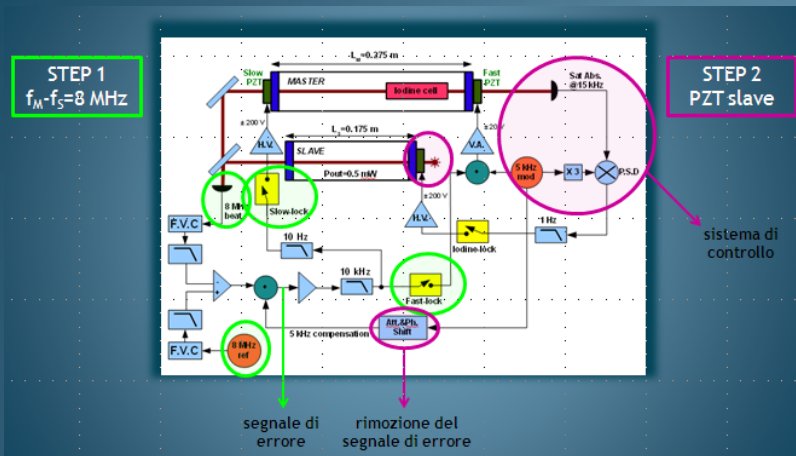
STEP 2
 PZT slave

sistema di controllo

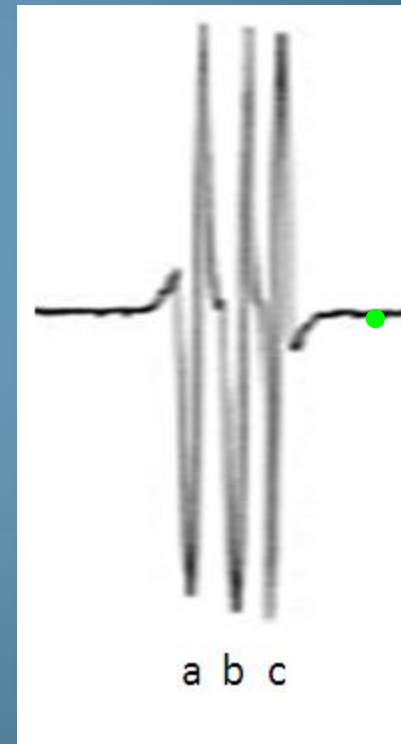
segnale di errore

rimozione del segnale di errore

Schema a blocchi: ciclo di funzionamento



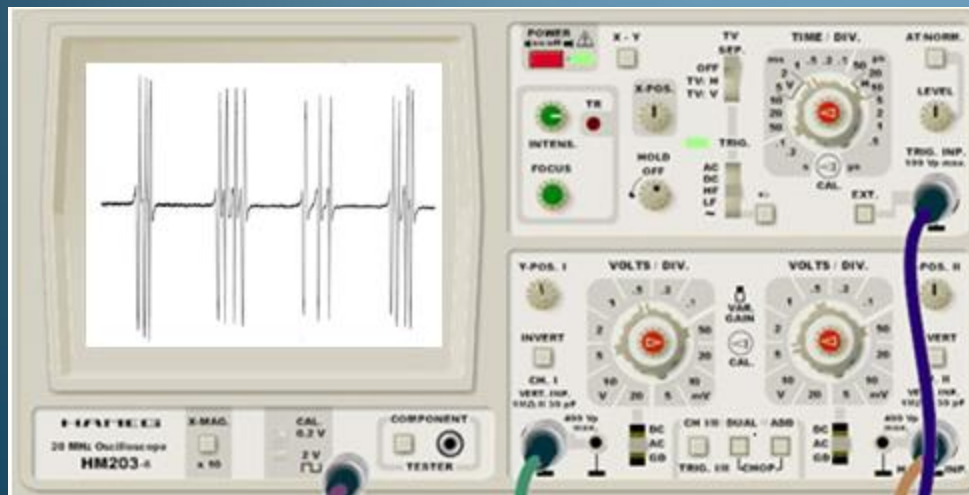
Visualizzazione all'oscilloscopio del lock al centro della riga 'a'



LOCK ON

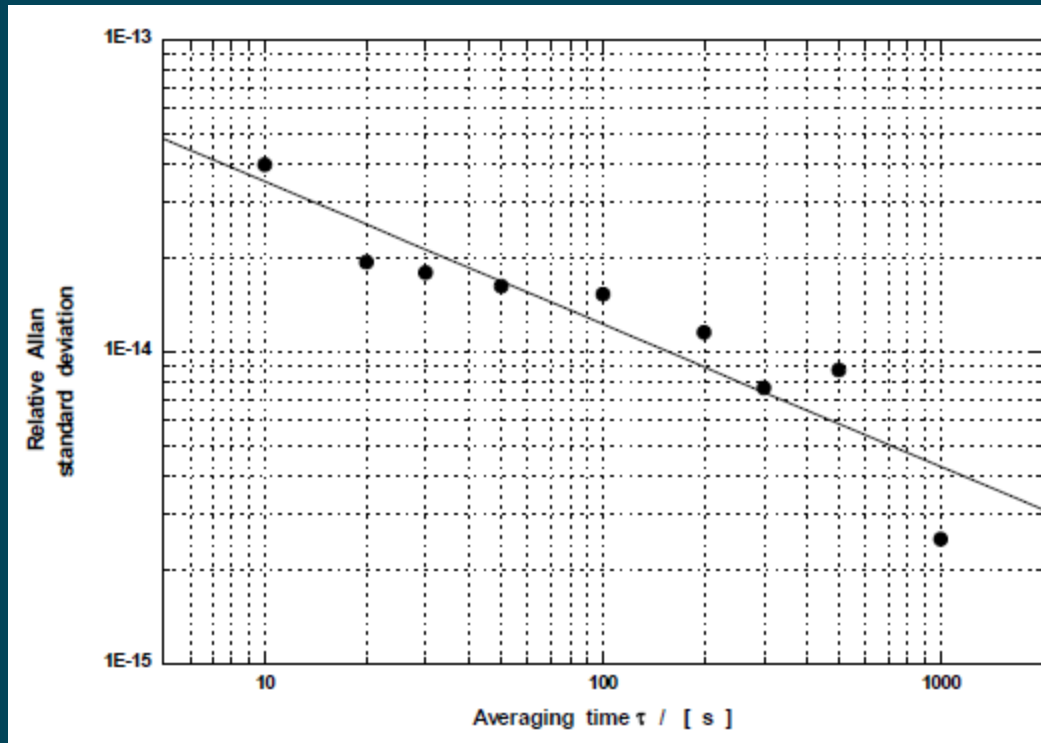
LOCK OFF

● segnale derivata terza



Stabilità: Allan Deviation

Il confronto tra due identici sistemi He-Ne/I₂ permette di quantificare le fluttuazioni di frequenza residue del laser stabilizzato



“Frequency comparison at 633 nm wavelength; determination of diagonal elements of matrix measurements by using a Master-Slave He-Ne laser system”, G.Popescu, Journal of Optoelectronics and Advanced Materials, Vol.2, No.3, September 2000, p.267-273

differenza in frequenza
tra i due laser stabilizzati
sulla stessa frequenza di
riferimento

$$\sigma(\tau) = \left[\frac{1}{2(N-1)} \sum_{n=1}^{N-1} (\Delta\nu_i - \Delta\nu_{i-1})^2 \right]^{1/2}$$

tempo totale
di misura

numero di misure

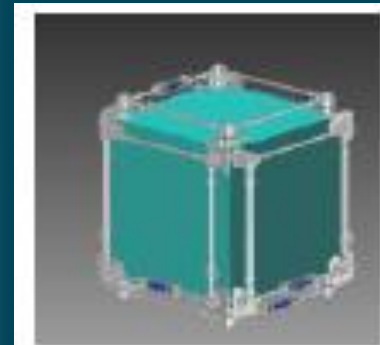
Diagnostica degli angoli diedri e
dei fattori di scala di un sistema
di più interferometri

Ricostruire il vettore $\vec{\Omega}$

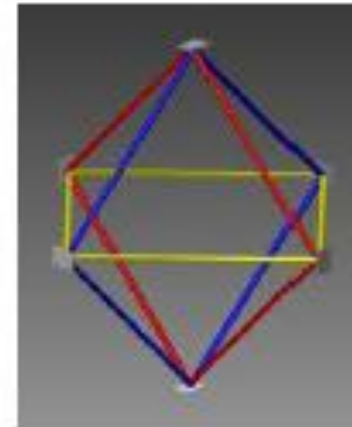
Un utilizzo efficace dei segnali provenienti da N girolaser richiede la conoscenza ed il controllo delle loro orientazioni reciproche

Strategia:

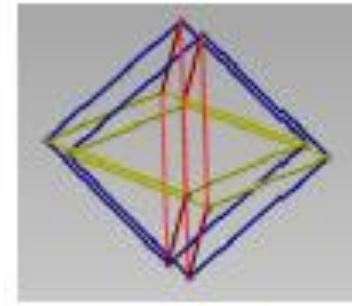
- uso della ridondanza ($N \geq 3$);
- sfruttare le simmetrie dei poliedri regolari



CUBO

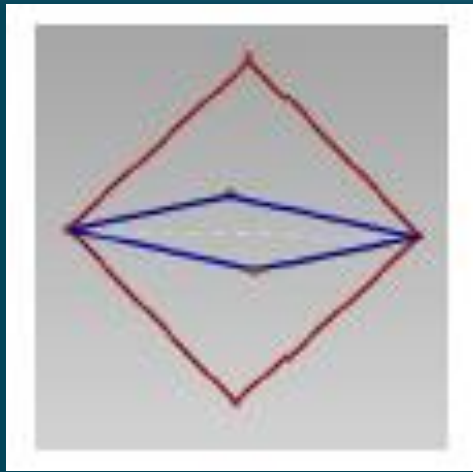


OTTAEDRO



DOPPIO OTTAEDRO

Coppie di cavità Fabry-Perot passive lungo le diagonali dei singoli girolaser



Monitoraggio della stabilità dell'orientazione

IDEA

deviazioni dalla geometria regolare



rotazione e/o traslazione dei vettori diagonali



cambiamento delle proprietà geometriche degli automodi della cavità



Base degli automodi = strumento per analisi geometrica

ESPERIMENTO

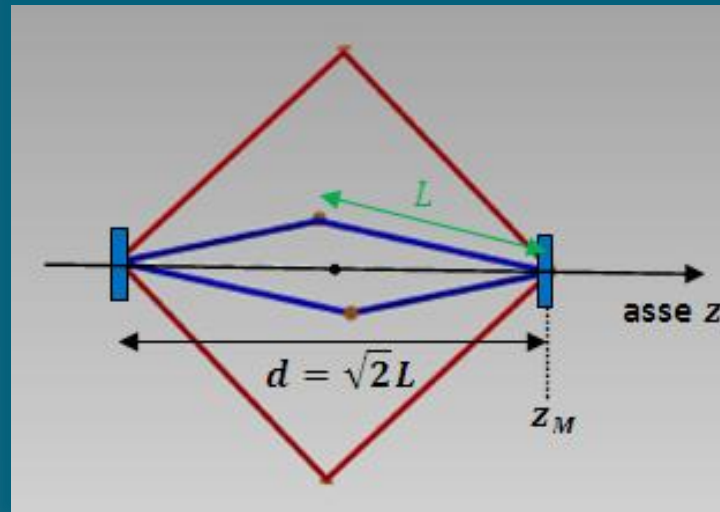
luce iniettata in cavità attraverso laser esterno



cambiamento assi cavità -> redistribuzione potenza



Potenza accoppiata ai modi superiori = Indice di disallineamento



$$E_{l,m}(x, y, z) = \frac{1}{w_c(z)} H_l\left(\frac{\sqrt{2}x}{w_c(z)}\right) H_m\left(\frac{\sqrt{2}y}{w_c(z)}\right) \times \exp\left[-ik\frac{x^2 + y^2}{2q_c(z)} - ikz + i(l + m + 1) \arctan\left(\frac{2z}{b}\right)\right]$$

Modi gaussiani supportati dalla cavità (automodi)

$$q_c(z) = z - ib = \left(\frac{1}{R_c(z)} - i\frac{\lambda}{\pi w_c^2(z)}\right)^{-1}$$

parametro complesso del fascio gaussiano

$$b = \sqrt{d(2R - d)}$$

parametro confocale

$$R_c(z) = \frac{d^2 - 2dR - 4z^2}{4z}$$

raggio di curvatura

$$H_n(u)$$

Polinomio di Hermite (grado 'n' ed argomento 'u')

$$w_c^2(z) = \frac{\lambda}{\pi} \frac{4z^2 + 2dR - d^2}{2\sqrt{d(2R - d)}}$$

quadrato dello spot size

$$E(x, y, z) = \sum_{l,m} C_{l,m} E_{l,m}(x, y, z)$$

Generico campo
confinato in cavità

con

$$C_{lm} = \int dx \int dy E_{in}(x, y) E_{l,m}(x, y, z_M)$$

Coefficiente di accoppiamento
con il campo esterno

Se il fascio esterno è sottoposto ad un effetto combinato di tilt e traslazione:

$$E_{in}(x, y) \propto \exp \left\{ -ik \left[\frac{(x - X)^2}{2q_x(z_M)} + \Theta_x x + \frac{(y - Y)^2}{2q_y(z_M)} + \Theta_y y \right] \right\}$$

campo di input

Θ_x, Θ_y

Tilt del fascio, allo specchio di input,
rispetto alla cavità geometrica

X, Y

Spostamento del centro del fascio rispetto
al centro dello specchio di input

Nel caso:

$$q_c(z_M) = q_x(z_M) = q_y(z_M)$$



$$\frac{|C_{lm}|^2}{|C_{00}|^2} = \frac{1}{2^{l+m} l! m!} \left(\frac{\Theta_x}{2}\right)^{2l} \left(\frac{\Theta_y}{2}\right)^{2m} |H_l(h(d, R, \Theta_x, X)) \times H_m(h'(d, R, \Theta_y, Y))|^2$$

Coefficiente di intensità di accoppiamento per il modo l, m

con

$$h(d, R, \Theta_x, X) = -i \sqrt{\frac{2\pi}{\lambda} \frac{R\sqrt{d}}{\sqrt{2R-d}}} \left(1 - \frac{\Theta_x^2}{3} - \frac{X}{q_x \left(\Theta_x + \frac{\Theta_x^2}{3} \right)} \left(1 + \frac{2}{3} \Theta_x^2 + \frac{\Theta_x^4}{9} \right) \right)$$

argomento del polinomio di Hermite

Il disallineamento degli assi della cavità può essere rivelato osservando il pattern di intensità del fascio trasmesso attraverso lo specchio di output

Requisiti sulla potenza di input

(1/2)

- a $t=0$ la potenza di input P_{in} è tutta accoppiata al modo TEM00
- laser esterno tunato su un FSR della cavità in Δt

$$n_{lm} = k \frac{P_{in}}{h\nu} \tau |C_{lm}|^2$$

Numero di fotoni
nel modo lm

$$n_{NEP} = \frac{NEP \sqrt{B}}{h\nu \eta} \tau$$

Numero equivalente
di fotoni

**Criterio per il superamento
del rumore fotonico**

$$\frac{n_{NEP}}{n_{lm}} = \frac{n_{NEP}}{n_{00}} \frac{|C_{00}|^2}{|C_{lm}|^2} < 1$$

$$\tau = \frac{\Delta t}{\mathcal{F}}$$

con

\mathcal{F}

Finesse della cavità

NEP

Noise Equivalent Power ($W/Hz^{1/2}$)

η

efficienza quantica

B

larghezza di banda del rivelatore (Hz)

Requisiti sulla potenza di input

(2/2)

Per il coefficiente C_{01} (nel caso $R=6m$, $d=9m$):

$$n_{00} > \frac{1}{5.16 \times 10^7 \Theta^2} \frac{NEP \sqrt{B}}{h\nu} \frac{1}{\eta} \tau$$

Nell'approssimazione

$$n_{00} \simeq \frac{P_{in} \tau}{h\nu}$$



$$P_{in} > \frac{NEP \sqrt{B}}{5.16 \times 10^7 \Theta^2 \eta}$$

Per un rivelatore al silicio:

$$NEP \sim 10^{-14} W / \sqrt{Hz}, B \sim 10^6 Hz, \eta \sim 0.9$$

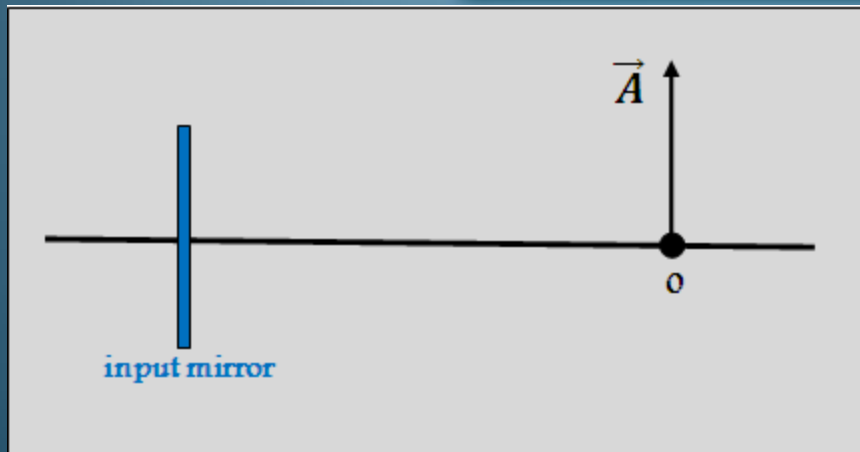
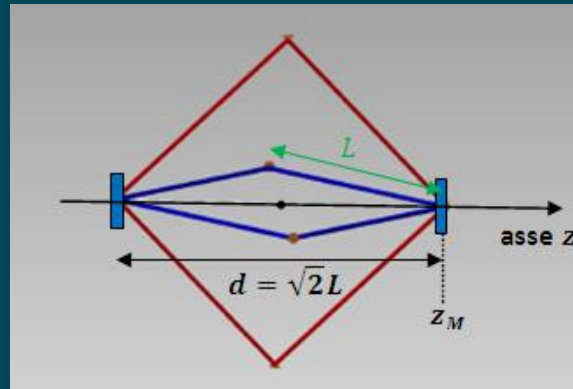
$$\Theta = 10^{-9}$$



$$P_{in} > 220mW$$

Le 4 incognite: Θ_x, Θ_y, X, Y

La nostra idea è di rapportare l'informazione sul disallineamento dell'asse della cavità al centro di questo, essendo interessati alle variazioni del vettore area:

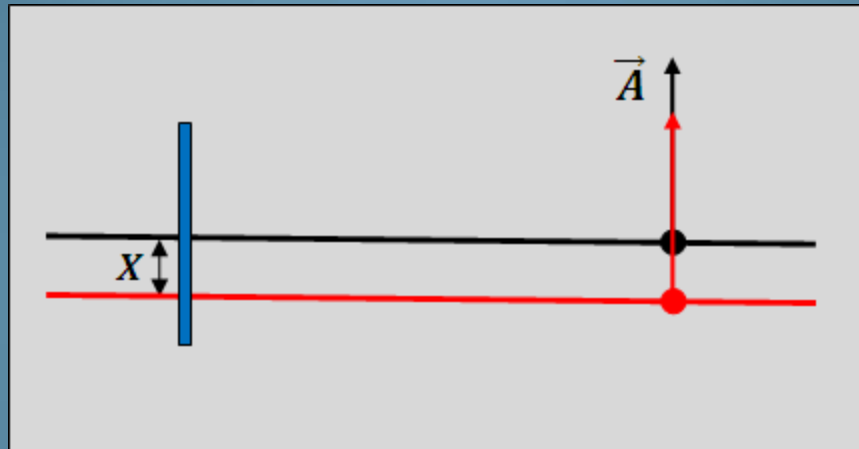


$$\Delta\nu = S \vec{A} \cdot \vec{\Omega}$$

Frequenza Sagnac

Le 4 incognite: Θ_x, Θ_y, X, Y - Pura traslazione

CASO $X \neq 0, Y \neq 0, \Theta_x = \Theta_y = 0$

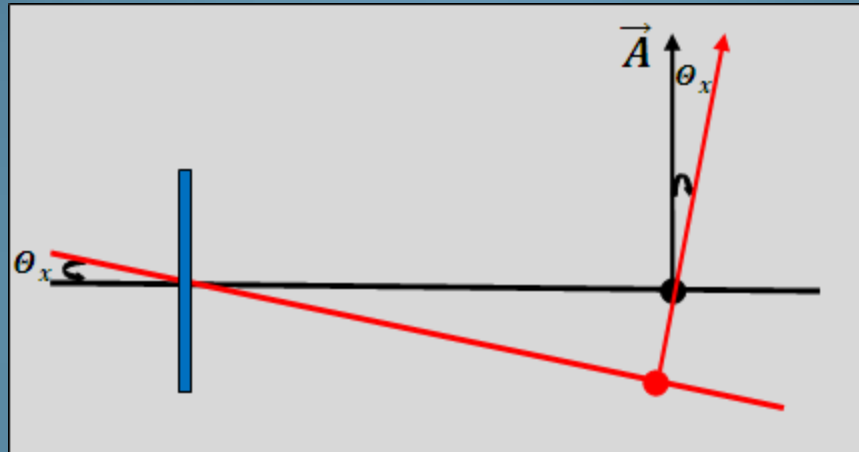


Essendo il vettore area non soggetto ad alcun effetto di tilting, questo caso è di non interesse

Le 4 incognite: Θ_x, Θ_y, X, Y - Puro tilting

(1/2)

CASO $X = Y = 0, \Theta_x \neq 0, \Theta_y \neq 0$



La potenza accoppiata ai primi modi ($l+m=0,1,2$) è una funzione analitica di Θ_x e Θ_y :

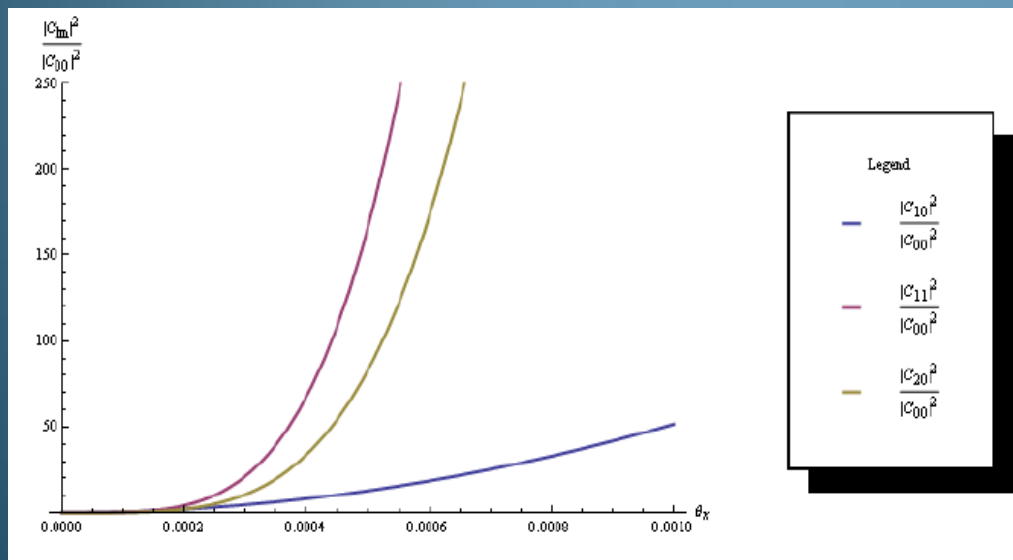
$$\frac{|C_{lm}|^2}{|C_{00}|^2} = \frac{1}{2^{l+m} l! m!} \left(\frac{\Theta_x}{2}\right)^{2l} \left(\frac{\Theta_y}{2}\right)^{2m} \left| H_l \left(-i \sqrt{\frac{2\pi}{\lambda} \frac{R\sqrt{d}}{\sqrt{2R-d}}} \left(1 - \frac{\Theta_x^2}{3}\right)\right) \times H_m \left(-i \sqrt{\frac{2\pi}{\lambda} \frac{R\sqrt{d}}{\sqrt{2R-d}}} \left(1 - \frac{\Theta_y^2}{3}\right)\right) \right|^2$$

Le 4 incognite: Θ_x, Θ_y, X, Y - Puro tilting

(2/2)

$ C_{lm} ^2/ C_{00} ^2$	$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$
$m = 0$	1	$5.16 \cdot 10^7 \theta_x^2$	$1.33 \cdot 10^{15} \theta_x^4$
$m = 1$	$5.16 \cdot 10^7 \theta_y^2$	$2.66 \cdot 10^{15} \theta_x^2 \theta_y^2$	
$m = 2$	$1.33 \cdot 10^{15} \theta_y^4$		

Coefficienti di accoppiamento come frazione della potenza laser esterna

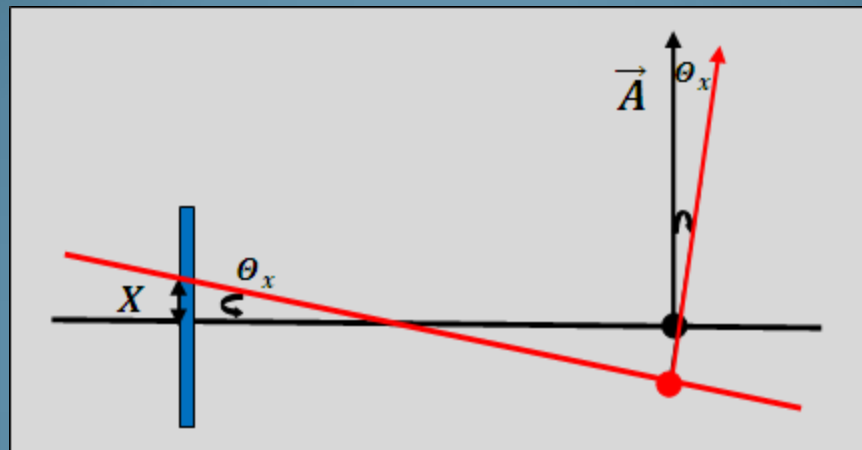


Andamento dei coefficienti al variare del tilt per i primi modi superiori

Le 4 incognite: Θ_x, Θ_y, X, Y - Tilting&Traslazione

(1/3)

CASO $X \neq 0, Y \neq 0, \Theta_x \neq 0, \Theta_y \neq 0$



La traslazione non cambia il tilting subito dal vettore area, ma la potenza accoppiata ai modi superiori (indice di disallineamento) vi dipende

Le 4 incognite: Θ_x, Θ_y, X, Y - Tilting&Traslazione

(2/3)

$ C_{lm} ^2/ C_{00} ^2$	$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$
$m = 0$	1	$5.16 \cdot 10^7 \theta_x^2 +$ $-3.44 \cdot 10^7 \theta_x^4 +$ $-1.72 \cdot 10^7 X \theta_x +$ $+1.91 \cdot 10^6 X^2 +$ $+1.27 \cdot 10^6 X^2 \theta_y^2$	$1.33 \cdot 10^{15} \theta_x^4 +$ $-8.87 \cdot 10^{14} X \theta_x^3 +$ $+2.47 \cdot 10^{14} X^2 \theta_x^2 +$ $-3.29 \cdot 10^{13} X^3 \theta_x +$ $+1.83 \cdot 10^{12} X^4$
$m = 1$	$5.16 \cdot 10^7 \theta_y^2 +$ $-3.44 \cdot 10^7 \theta_y^4 +$ $-1.72 \cdot 10^7 Y \theta_y +$ $+1.91 \cdot 10^6 Y^2 +$ $+1.27 \cdot 10^6 Y^2 \theta_x^2$	$2.66 \cdot 10^{15} \theta_x^2 \theta_y^2 +$ $+2.96 \cdot 10^{14} XY \theta_x \theta_y +$ $-8.87 \cdot 10^{14} (Y \theta_x^2 \theta_y + X \theta_x \theta_y^2) +$ $+9.86 \cdot 10^{13} (Y^2 \theta_x^2 + X^2 \theta_y^2) +$ $-3.29 \cdot 10^{13} (XY^2 \theta_x + X^2 Y \theta_y) +$ $+3.65 \cdot 10^{12} X^2 Y^2$	
$m = 2$	$1.33 \cdot 10^{15} \theta_y^4 +$ $-8.87 \cdot 10^{14} Y \theta_y^3 +$ $+2.47 \cdot 10^{14} Y^2 \theta_y^2 +$ $-3.29 \cdot 10^{13} Y^3 \theta_y +$ $+1.83 \cdot 10^{12} Y^4$		

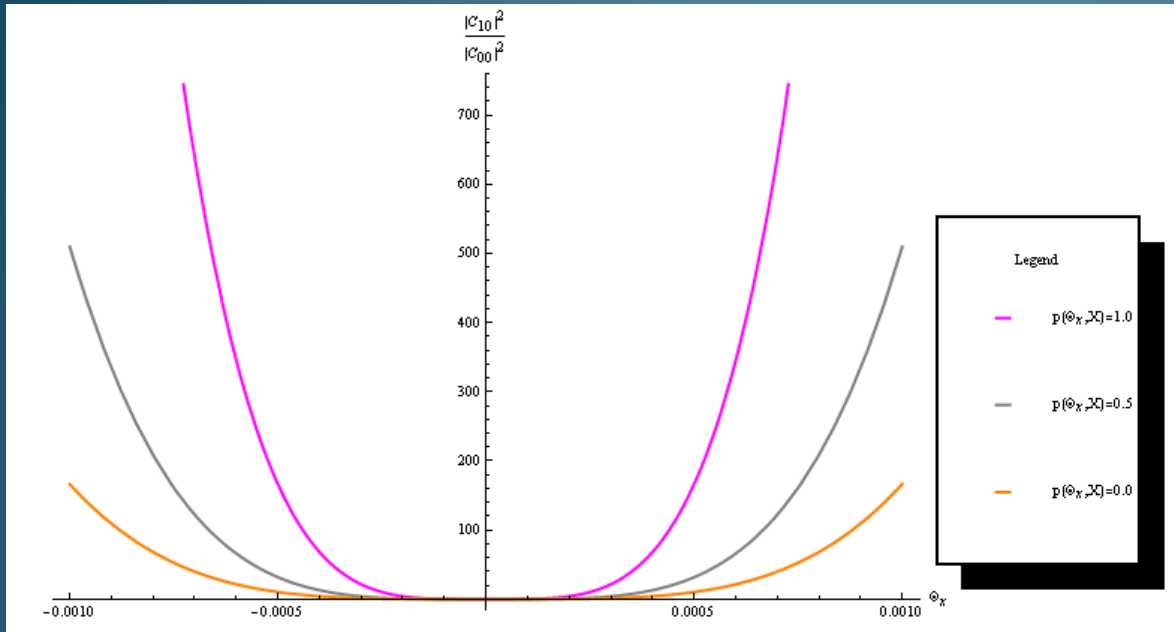
$$0 \leq X \leq d \tan \Theta_x$$



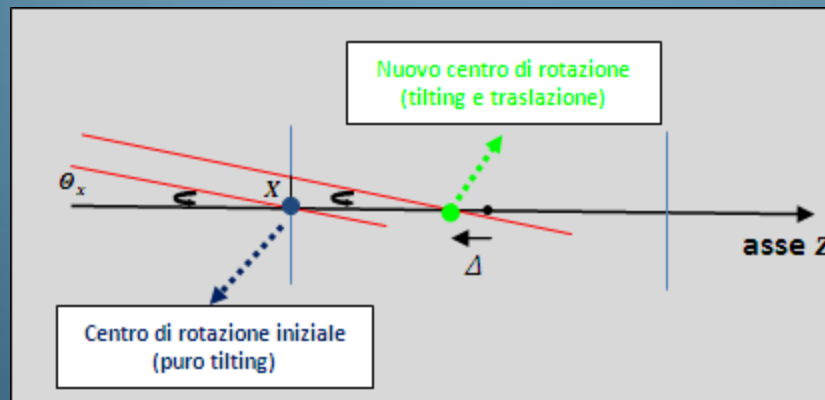
E' necessaria l'informazione su entrambi i gradi di liberta

Le 4 incognite: Θ_x, Θ_y, X, Y - Tilting & Traslazione

(3/3)

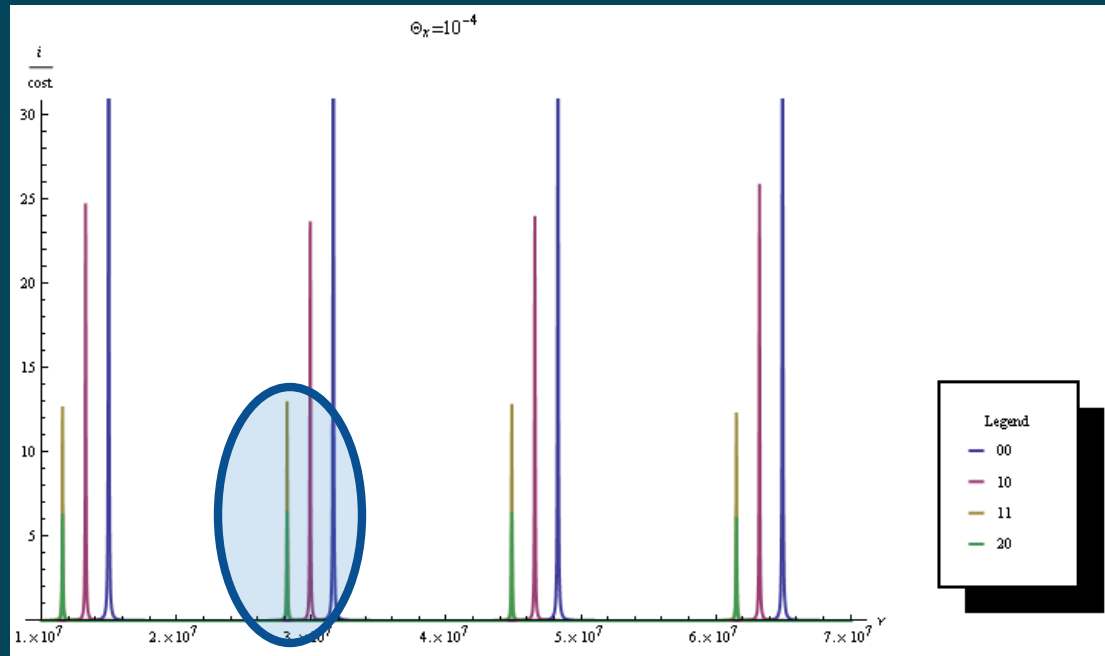


Andamento del coefficiente di accoppiamento 10 in funzione del tilt, all'aumentare della traslazione



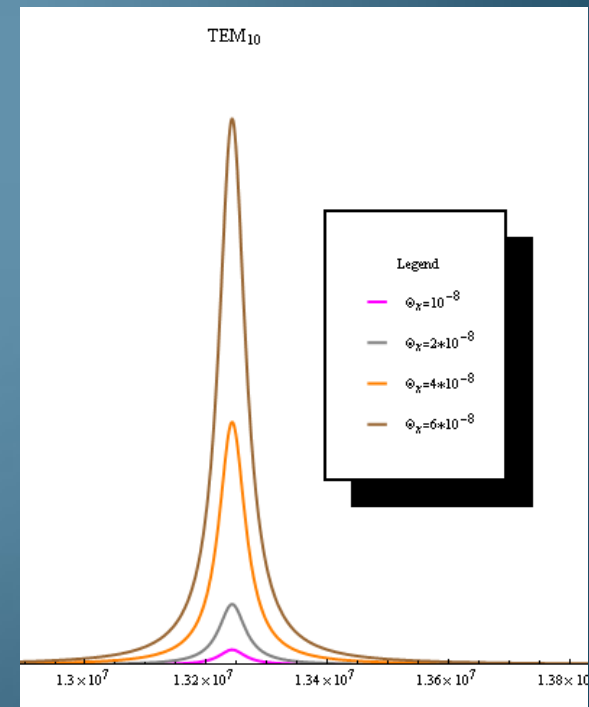
$$\Delta = p(\Theta_x, X) \frac{d}{2}$$

La misura: profilo di Airy (segnale 1DIM)

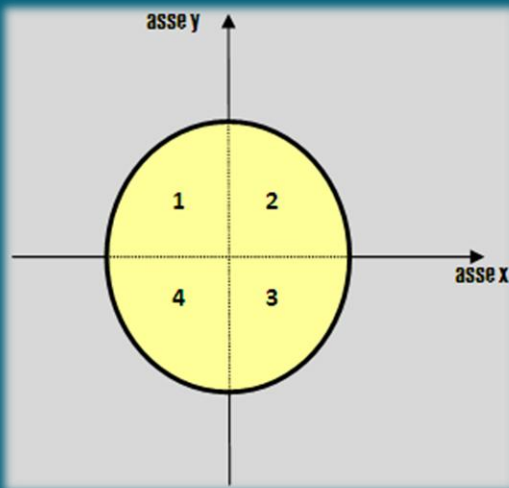


INDETERMINAZIONE
SULL'ASSE

Andamento del coefficiente di accoppiamento 10 in funzione del tilt, all'aumentare della traslazione



Fotodiodo a quadrante (segnale 2DIM)



$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = \int_D |E(x, y, z_M)|^2 dx dy$$

con

$$E(x, y, z_M) = \sum_{l,m} C_{l,m} E_{l,m}(x, y, z_M)$$

INCOGNITE

Θ_x, Θ_y
 X, Y

CASO $l+m=1$

$$E(x, y, z_M) = C_{10} E_{10} + C_{01} E_{01}$$



$$\begin{aligned} |E(x, y, z_M)|^2 &= C_1(\Theta_x, X, \lambda, R, d) x^2 \exp[-(x^2 + y^2) a(\lambda, R, d)] + \\ &C_2(\Theta_x, \Theta_y, X, Y, \lambda, R, d) xy \exp[-(x^2 + y^2) a(\lambda, R, d)] + \\ &C_3(\Theta_y, Y, \lambda, R, d) y^2 \exp[-(x^2 + y^2) a(\lambda, R, d)] \end{aligned}$$

I PROSSIMI OBIETTIVI

- Studiare l'utilizzo dei segnali 1DIM e/o 2DIM per ottenere informazioni sul disallineamento angolare e posizionale

- Utilizzo del software



- Ideare il design completo di un possibile esperimento di misura
 - Misura indipendente della traslazione?

Fine

Grazie per l'attenzione!