



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO
FACOLTÀ DI SCIENZE E TECNOLOGIE

Tesi di laurea Triennale in Fisica

Sviluppo di un algoritmo di allineamento per i detector dell'esperimento FOOT

Gabriele Colombo

Relatore: Prof. Franco Ersilio Camera

Correlatore: Dr. Yunsheng Dong

Simulazioni utilizzate

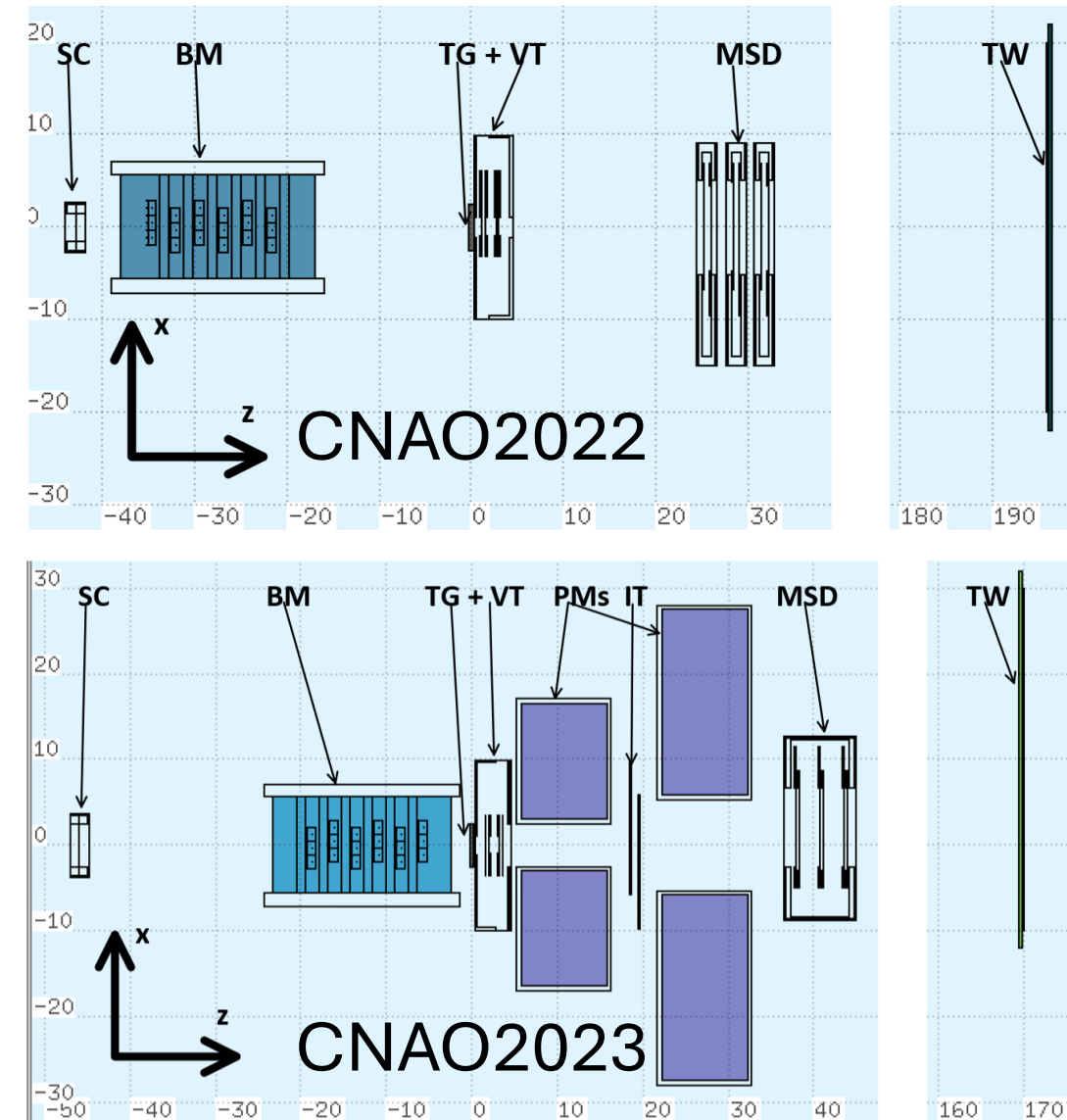
Master branch : March 2024

Only MC studies

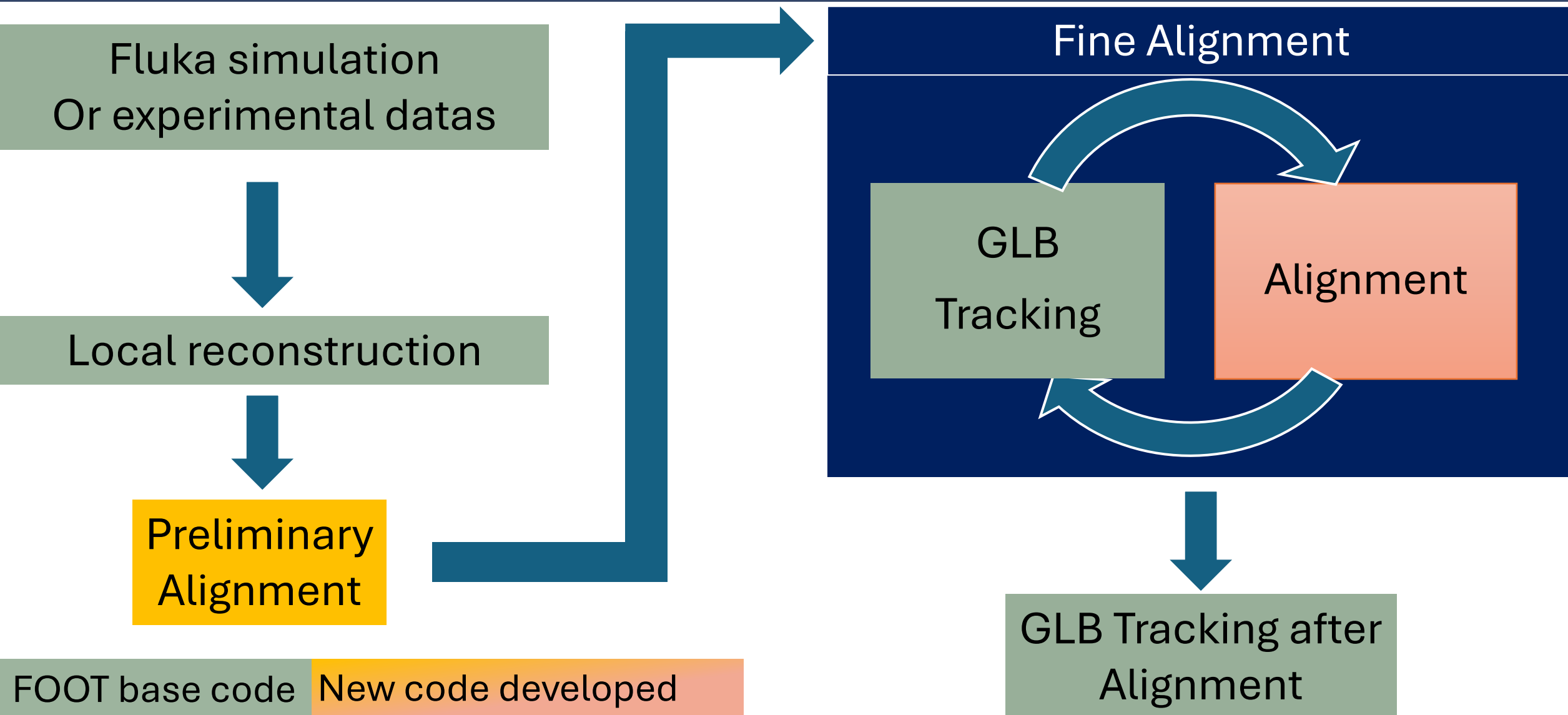
Alignment of each layer of VT, MSD, IT, TW

Correction of Shifts (No rotations for now)

Number of primary particles: 20000

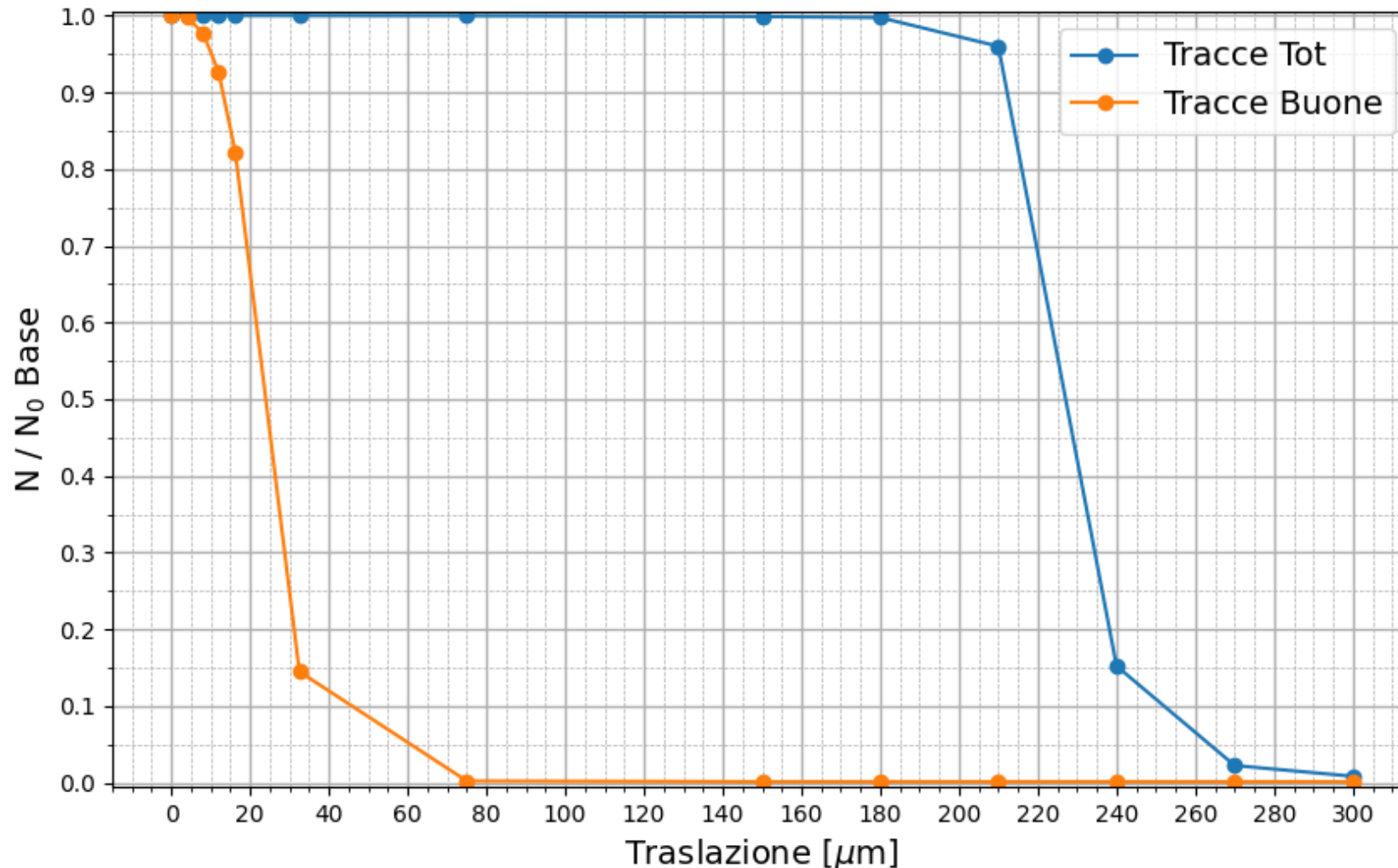


Struttura del codice di allineamento



Tracking vs Shift

Quality of tracking as a function of the shift of the first layer of the VT



Tracce buone: $\tilde{\chi}^2 \leq 2.5$
 $\tilde{\chi}^2$: “Reduced chi squared”

N : quantity obtained with shift
 N_0 Base: without shift

No GLB tracks with
shift $> 300 \mu\text{m}$

Preliminar alignment

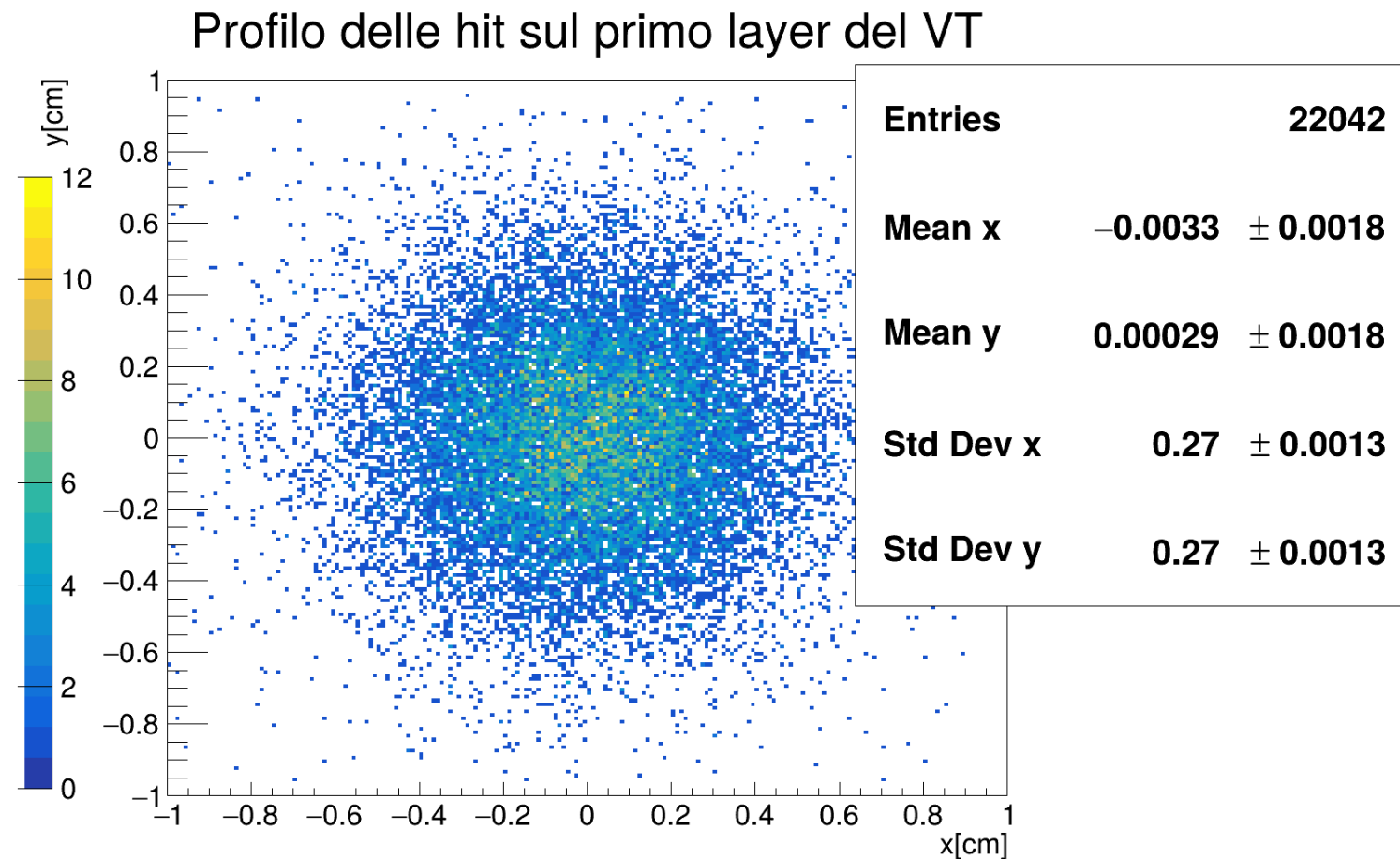
Profile of the hits on the layers

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_0 - \vec{r}$$

$\vec{r}_1$ Corrected position

$\vec{r}_0$ Initial position

$\vec{r}$ Mean position of the hits



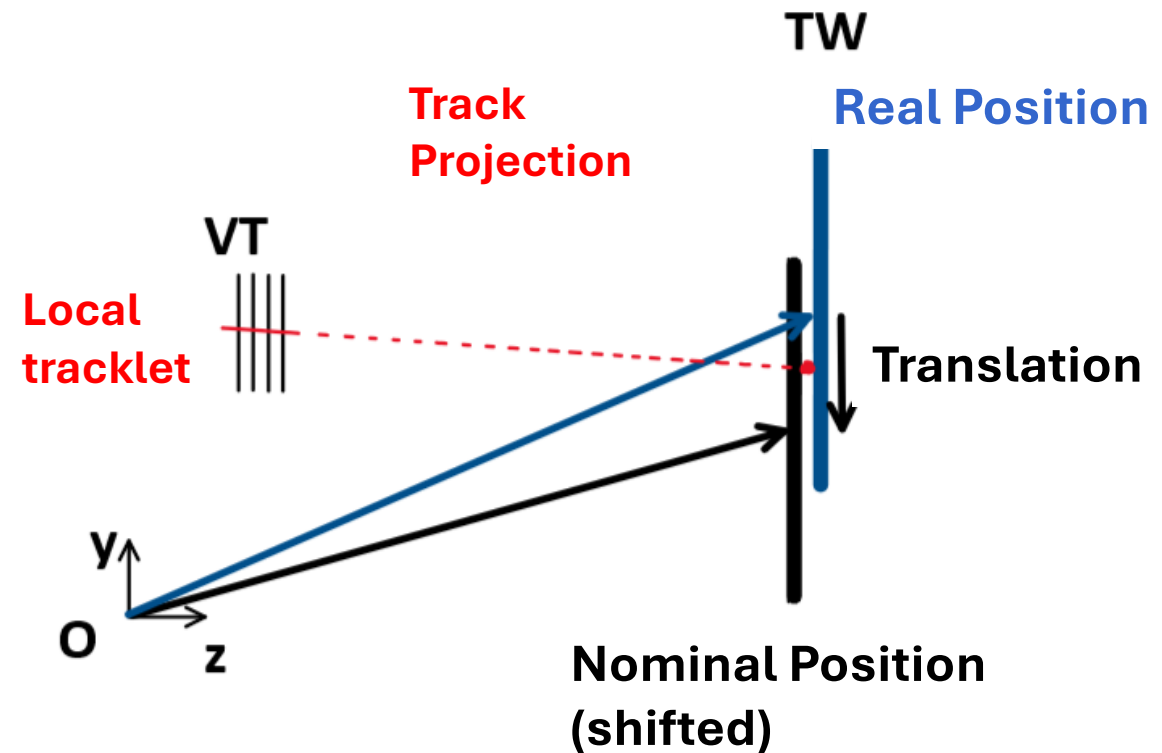
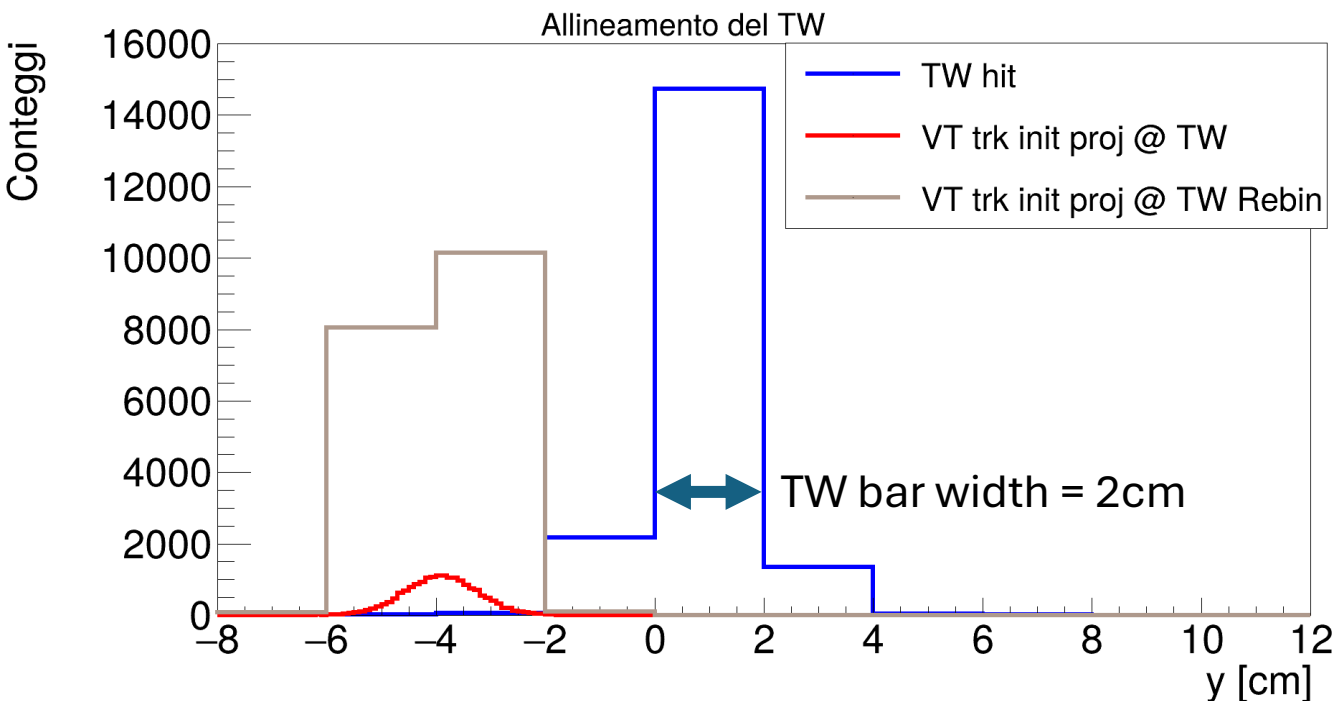
TW alignment wrt VT

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_0 - \vec{r}$$

$\vec{r}_1$ corrected position

$\vec{r}_0$ initial position

$\vec{r}$ translation applied to projections



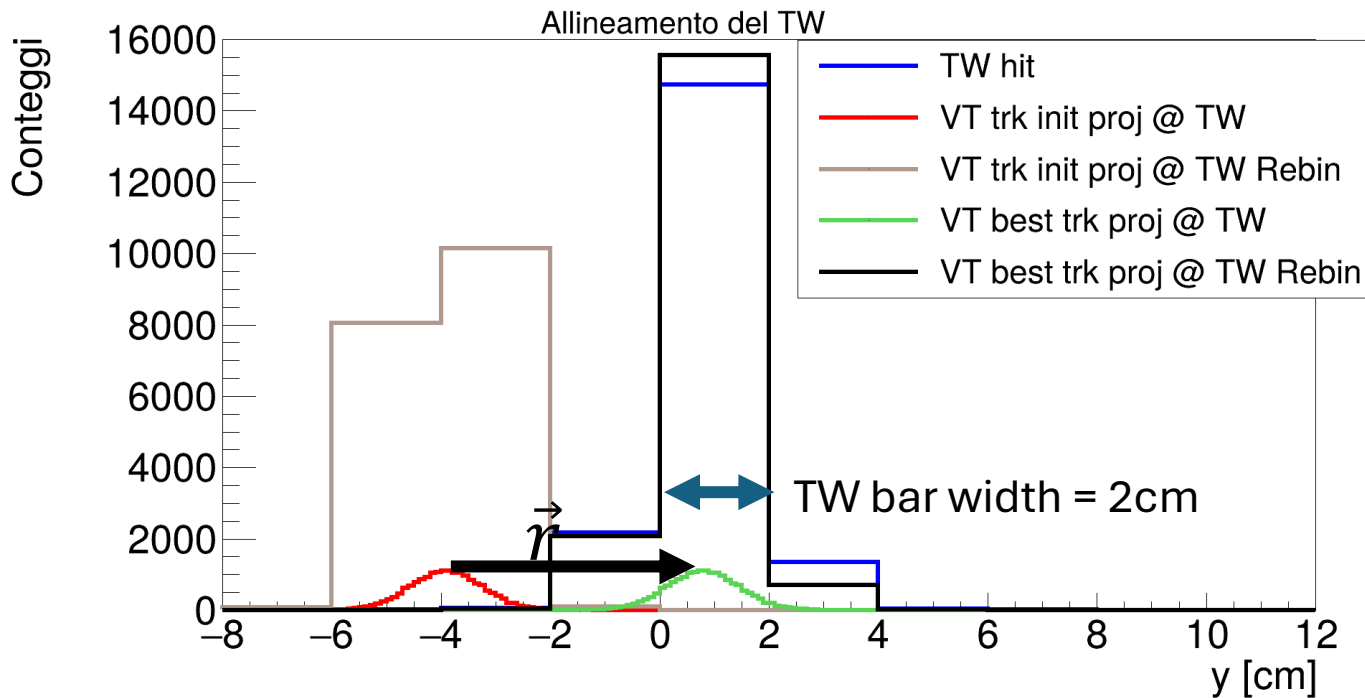
TW alignment wrt VT

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_0 - \vec{r}$$

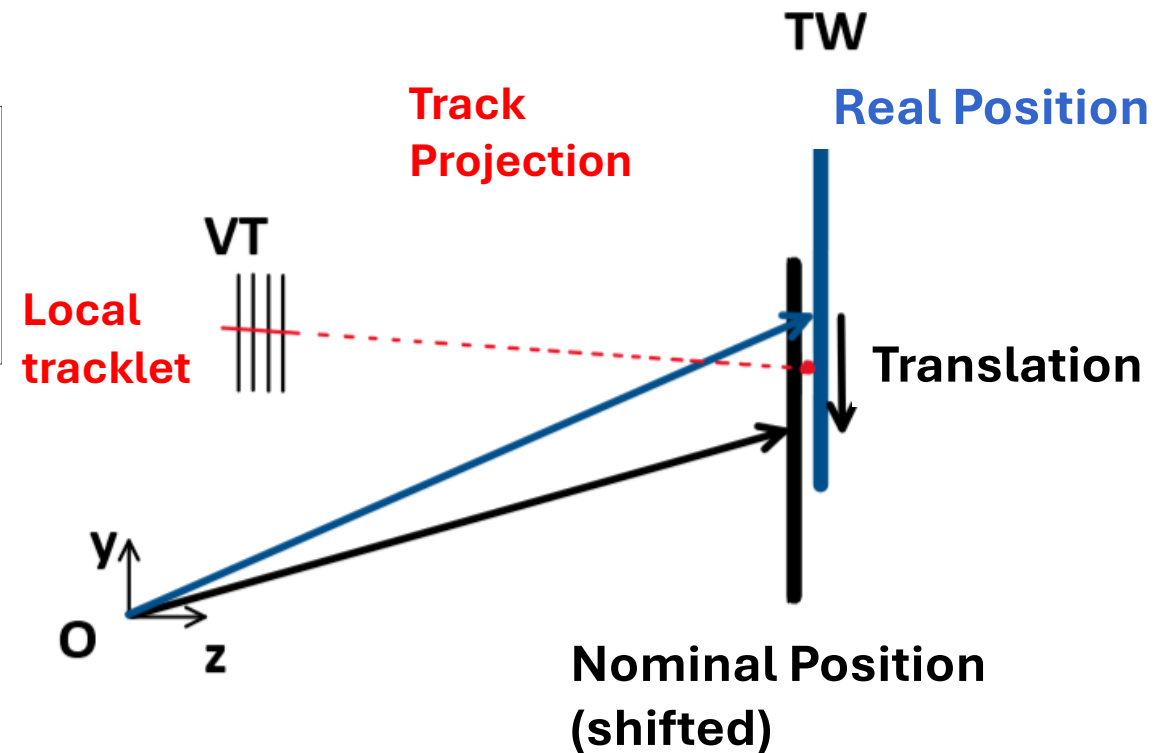
$\vec{r}_1$ corrected position

$\vec{r}_0$ initial position

$\vec{r}$ translation applied to projections



Resolution: ~mm



Risultati allineamento preliminare

Incertezze dopo l'allineamento preliminare

Detector	
VT	$20 \mu\text{m}$
IT	$30 \mu\text{m}$
MSD	$100 \mu\text{m}$
TW	$\sim\text{mm}$

GLB tracking, but with high reduced chi squared

Tracciamento dopo l'allineamento preliminare

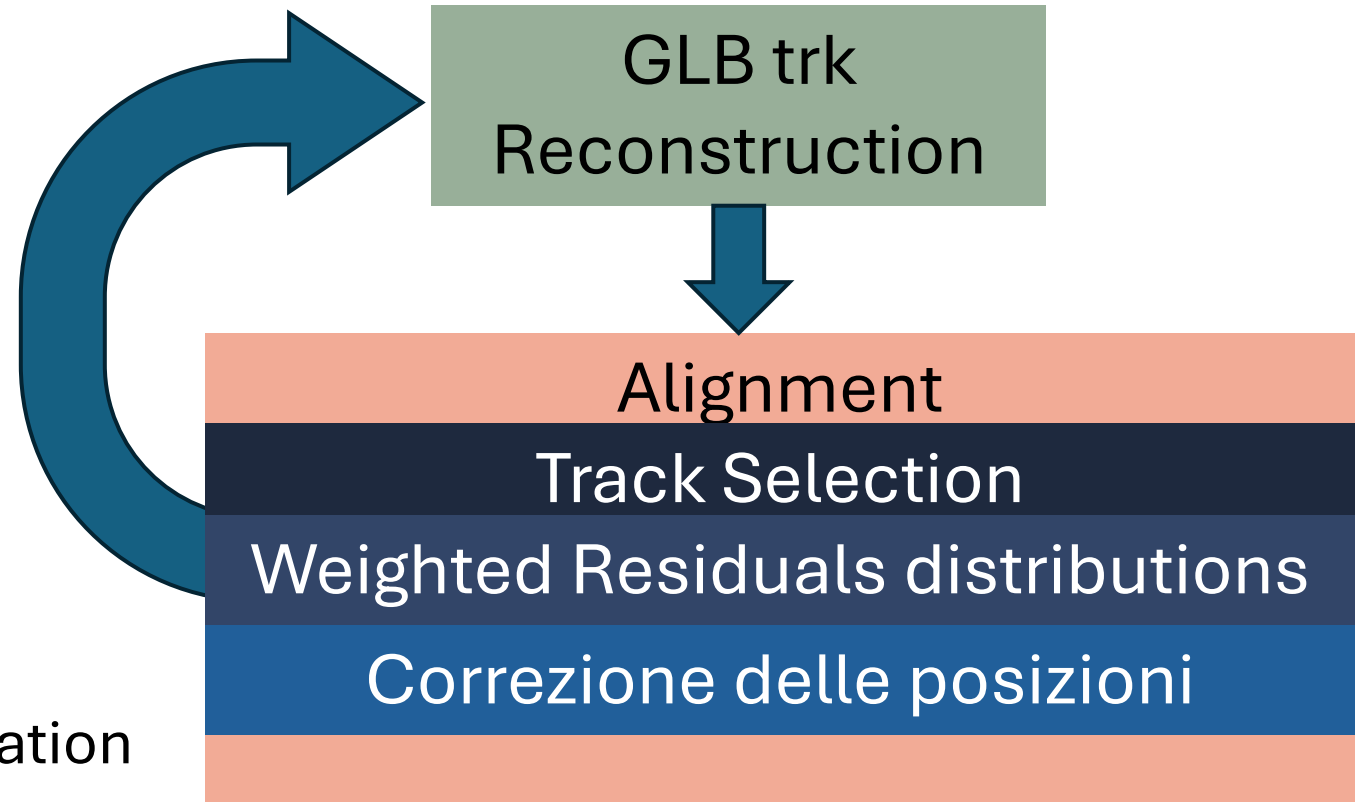
Campagna		$\tilde{\chi}^2$	tracce <i>buone</i>	tracce tot
CNAO2022_MC	Configurazioni traslate	12 ± 6	72 ± 143	20027 ± 5
	Geometria perfetta	2.1	16348	20033
CNAO2023_MC	Configurazioni traslate	18 ± 7	20 ± 35	18042 ± 9
	Geometria perfetta	2.2	14030	18049

Allineamento fine: Equazioni normali del χ^2

Correction on the x axis of the detector j:

$$\Delta x_j = - \frac{\sum_{i_{xj}} w_{i_{xj}} Res_{i_{xj}}}{\sum_{i_{xj}} w_{i_{xj}}}$$

- i : i-esimo hit of a track
- $Res_i = m_i - f_i(\mathbf{q}_k)$: Residual
- m_i : Measure
- $f_i(\mathbf{q}_k)$: Reconstructed
- $\mathbf{q}_k$: geometry parameters at previous iteration
- $w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$: Peso
- $\sigma_i^2 = \sigma_i(m)^2 + \sigma_i(f)^2$: uncertainty of the residual



Fonte: [Werner Klein DESY. Millepede-II Draft Manual.](#)

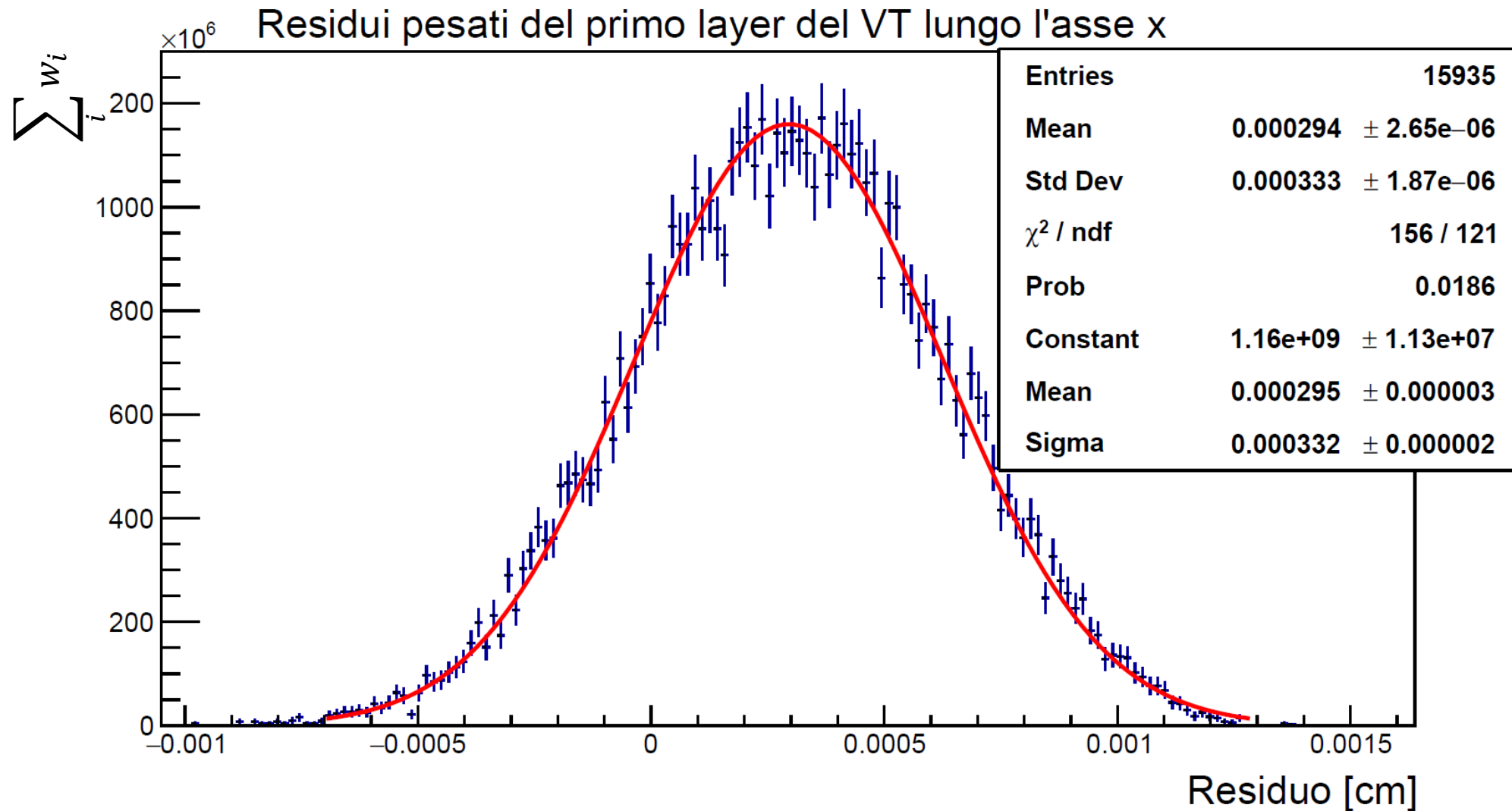
Example of a residuals distribution

Example:

Initial translation:
 $8.125\ \mu\text{m}$

Residual mean:
 $2.95\ \mu\text{m}$

Correction to apply



Fine alignment results

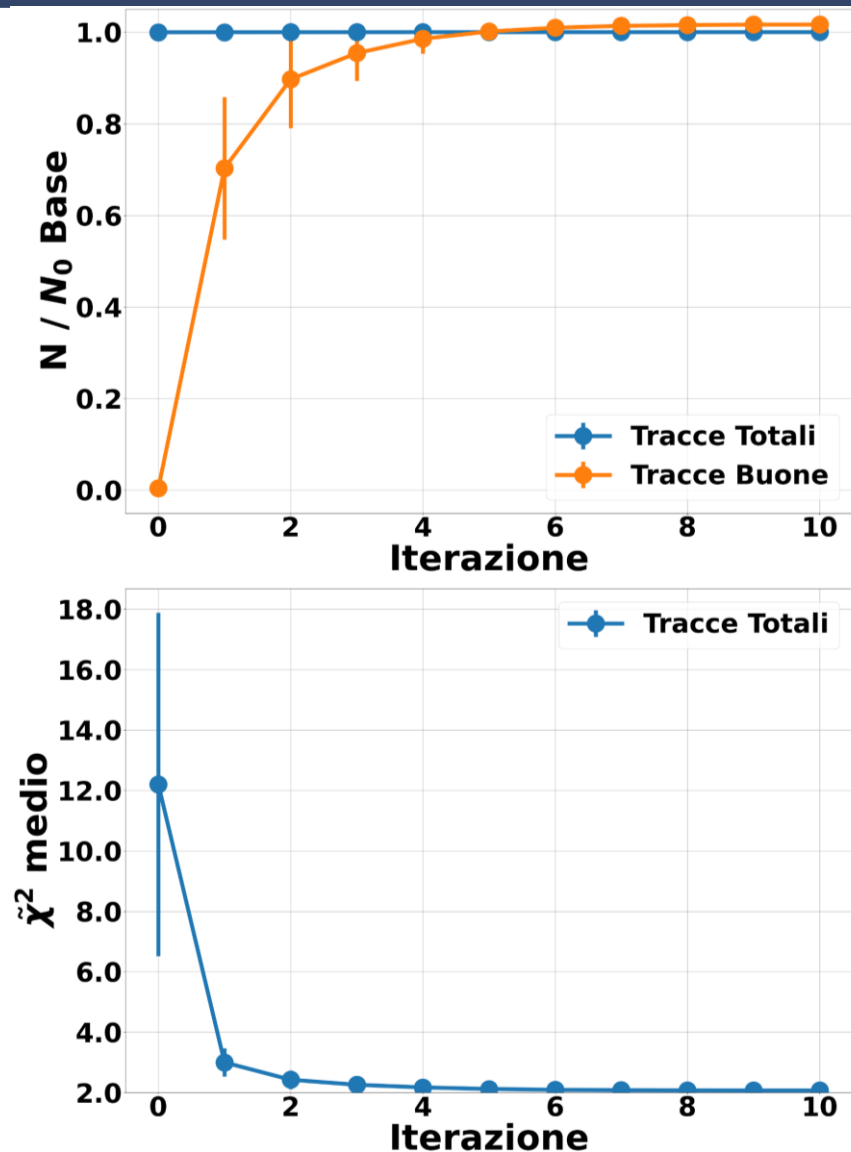
- Averages over different initial configurations
- Alignment of the layers of the detectors

Incertezze dopo l'allineamento preliminare e fine

Detector	Allineamento preliminare	Allineamento fine
VT	20 μm	10 μm
IT	30 μm	15 μm
MSD	100 μm	60 μm
TW	$\sim \text{mm}$	-

There are residual shifts after
few iterations

Improvement of the quality of the GLB tracks



Tracciamento dopo l'allineamento fine

Campagna		$\tilde{\chi}^2$	tracce <i>buone</i>
CNAO2022_MC	Configurazioni traslate	2.07 ± 0.02	16617 ± 47
	Geometria perfetta	2.1	16348
CNAO2023_MC	Configurazioni traslate	2.2 ± 0.3	13847 ± 996
	Geometria perfetta	2.2	14030

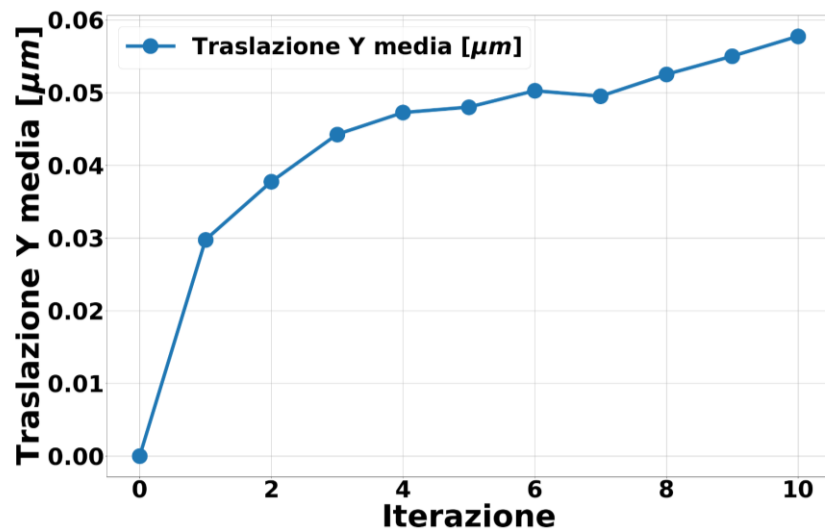
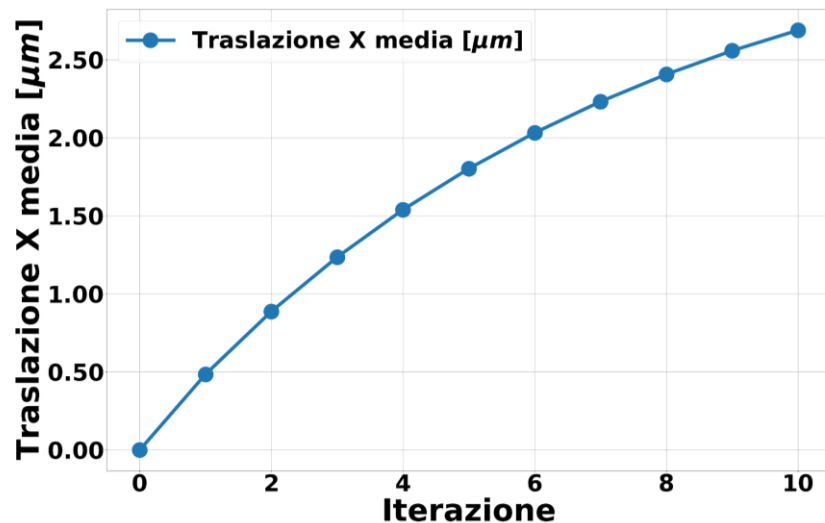
Quality of GLB tracking similar to that obtained with perfect geometry

Induced shifts

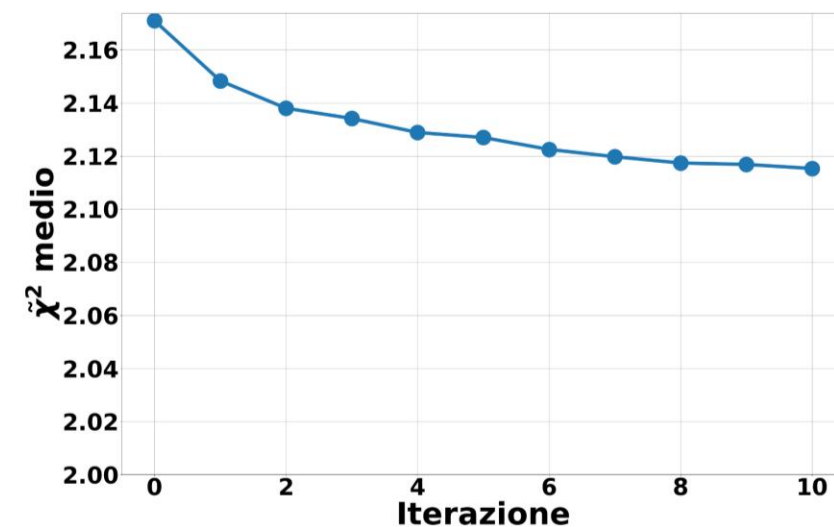
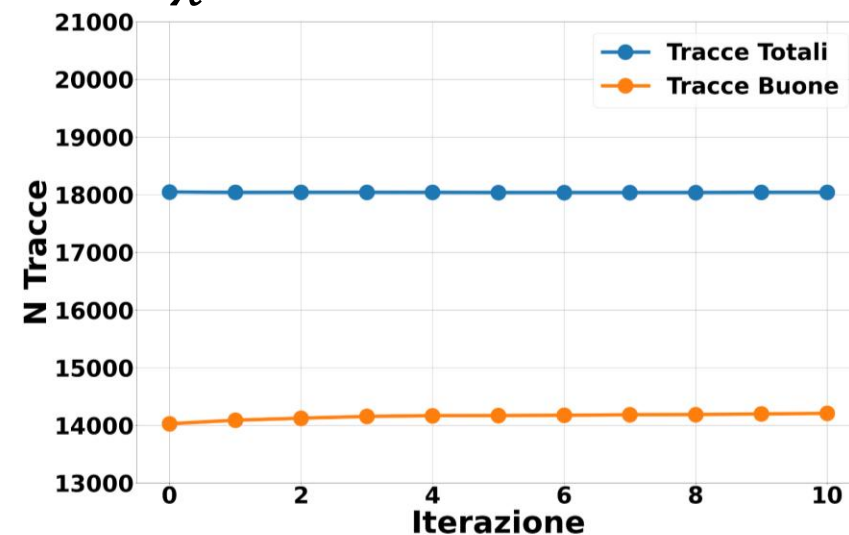
- Between layers
- Tilt of the tracks: shifts of VT introduce shifts of the MSD
- Induced translations on the perfect geometry
- Non convergence of the algorithm:

Translations induced on perfect geometry

Average translations on the VT



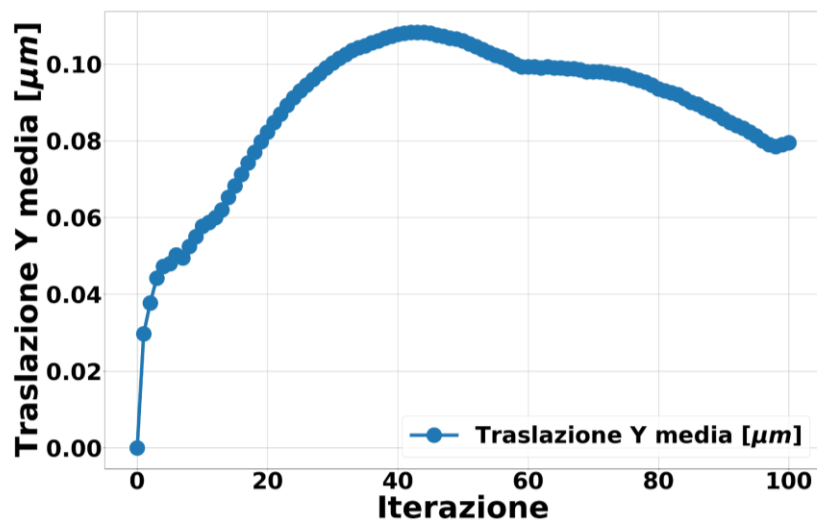
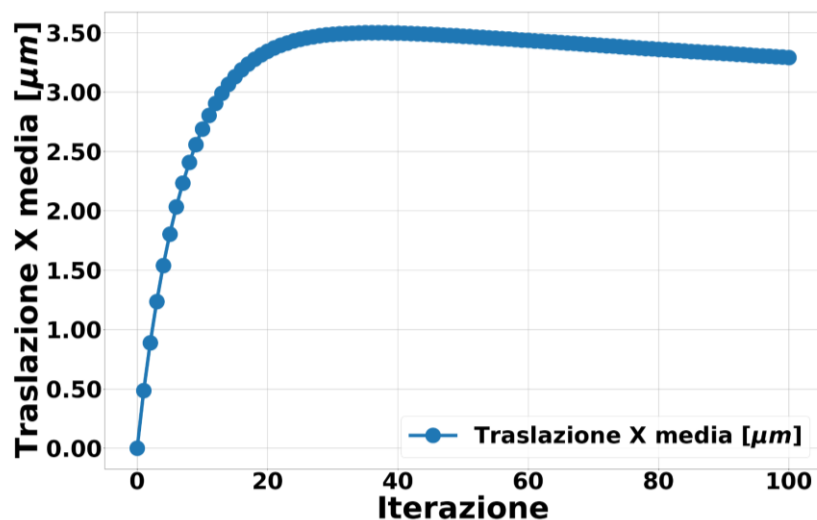
$\tilde{\chi}^2$ reduction



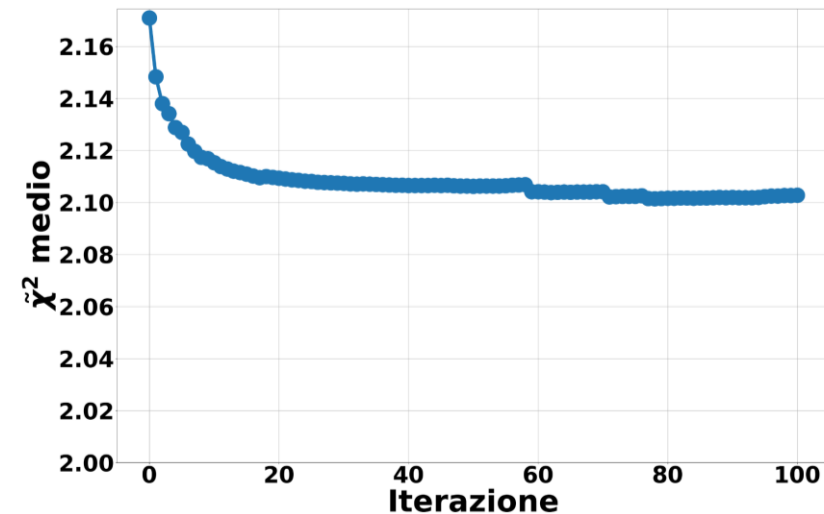
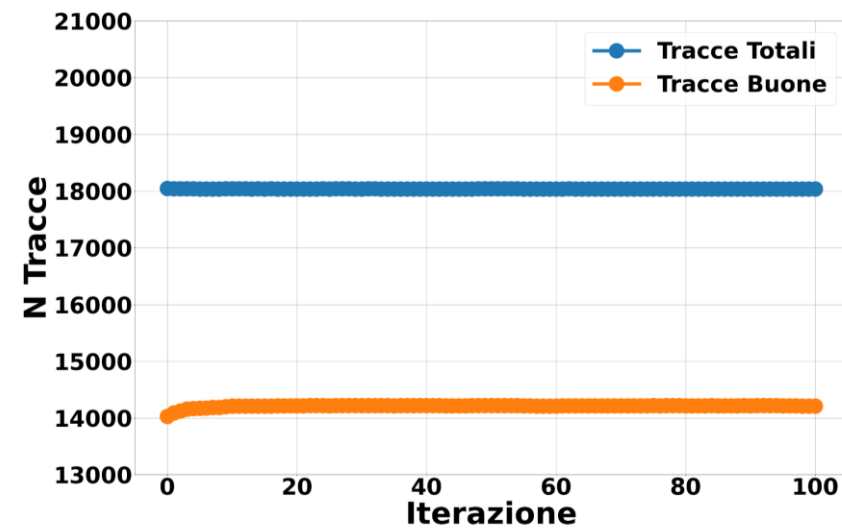
Campagna: CNAO2023

Translations induced on perfect geometry

Average translations on the VT



$\tilde{\chi}^2$ reduction

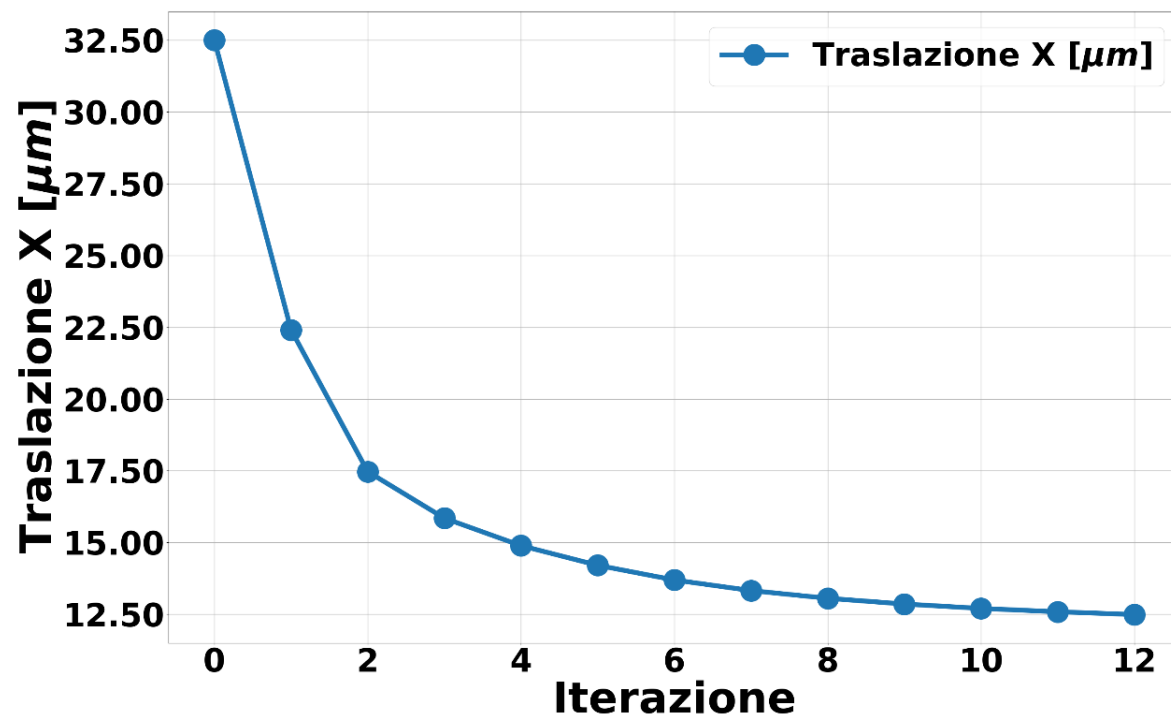


Campagna: CNAO2023

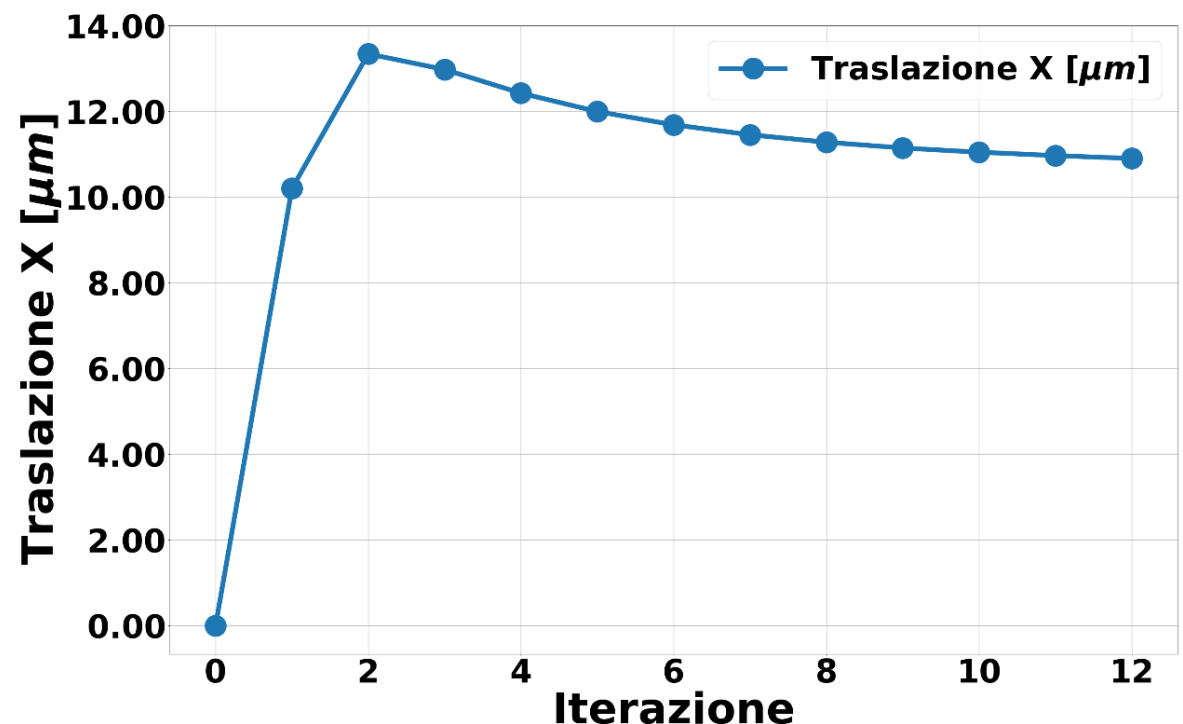
Translations induced between layers

Translations induced between VT Layers

Correction of the first shifted layer



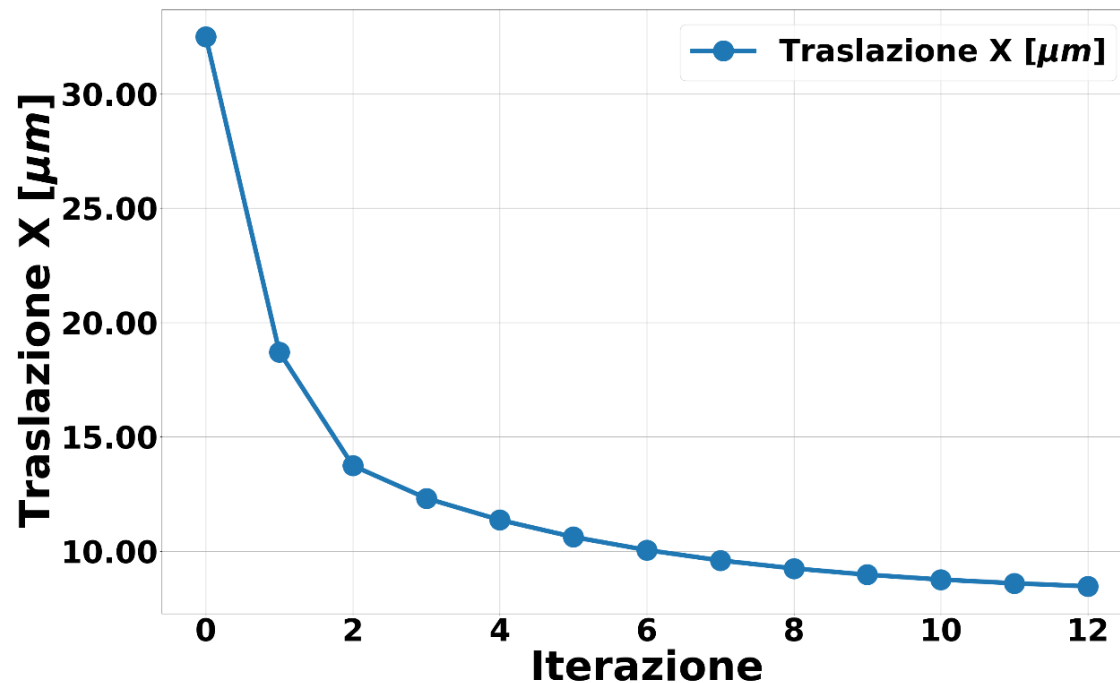
Induced translations on the second layer



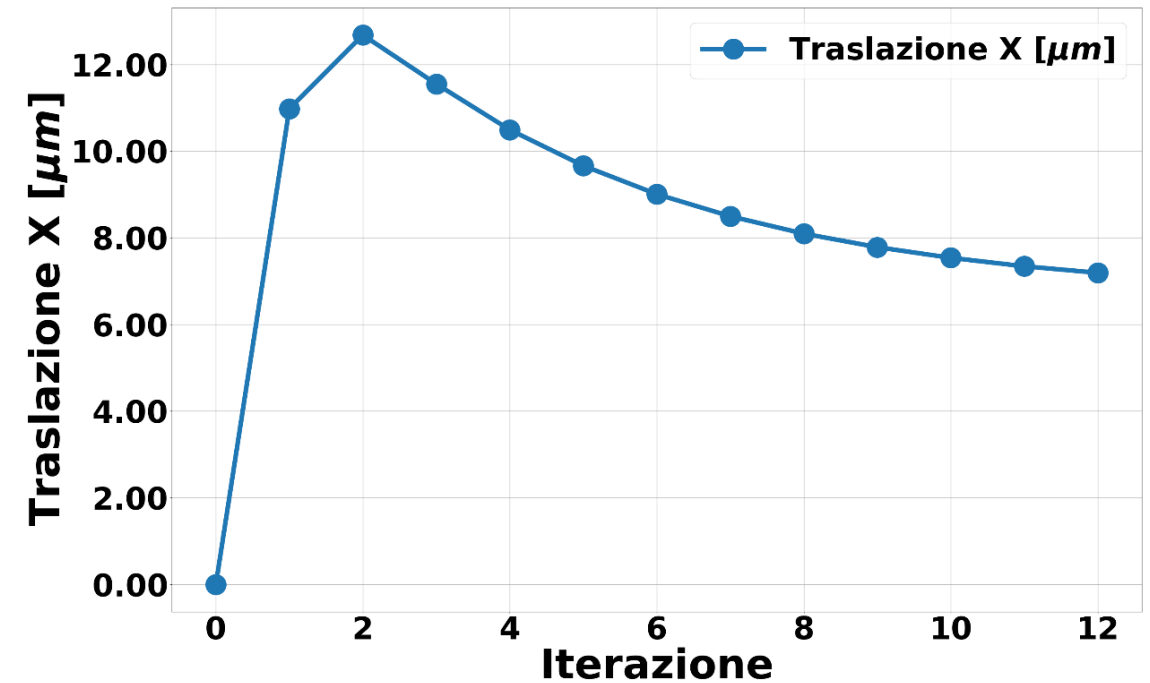
Translations induced between layers

- Translations induced between IT ladders

Correction of the first translation of VT



Translations induced on the third ladder

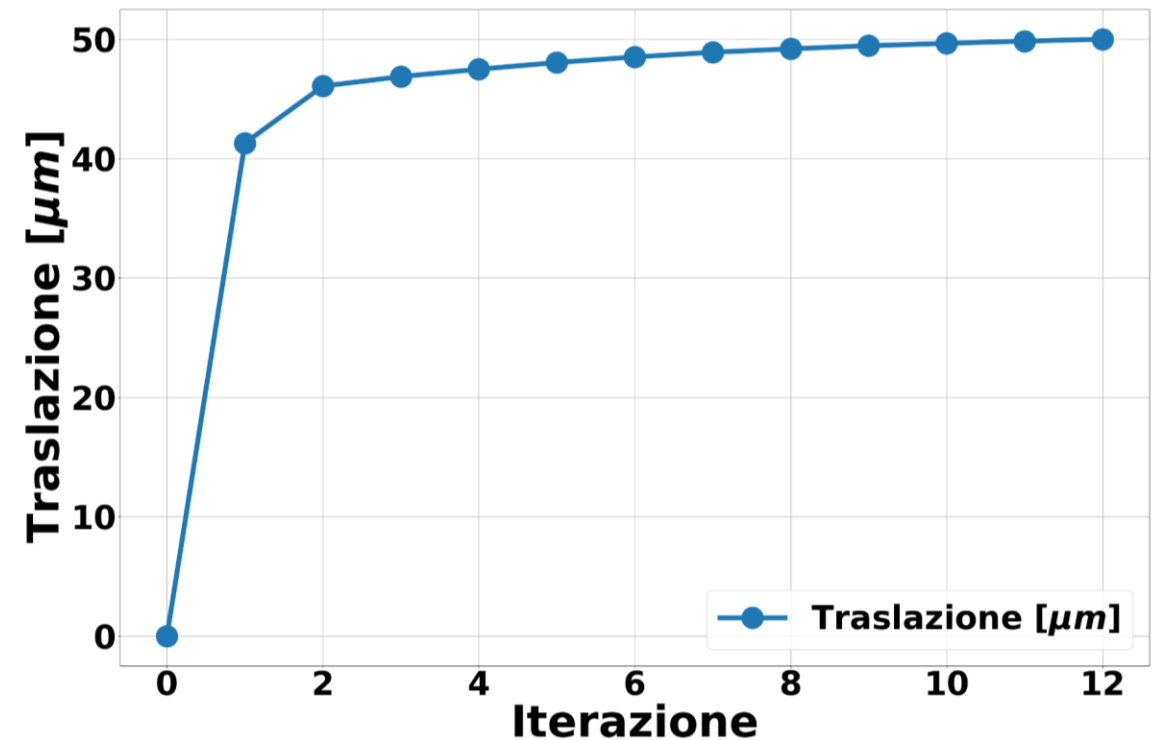
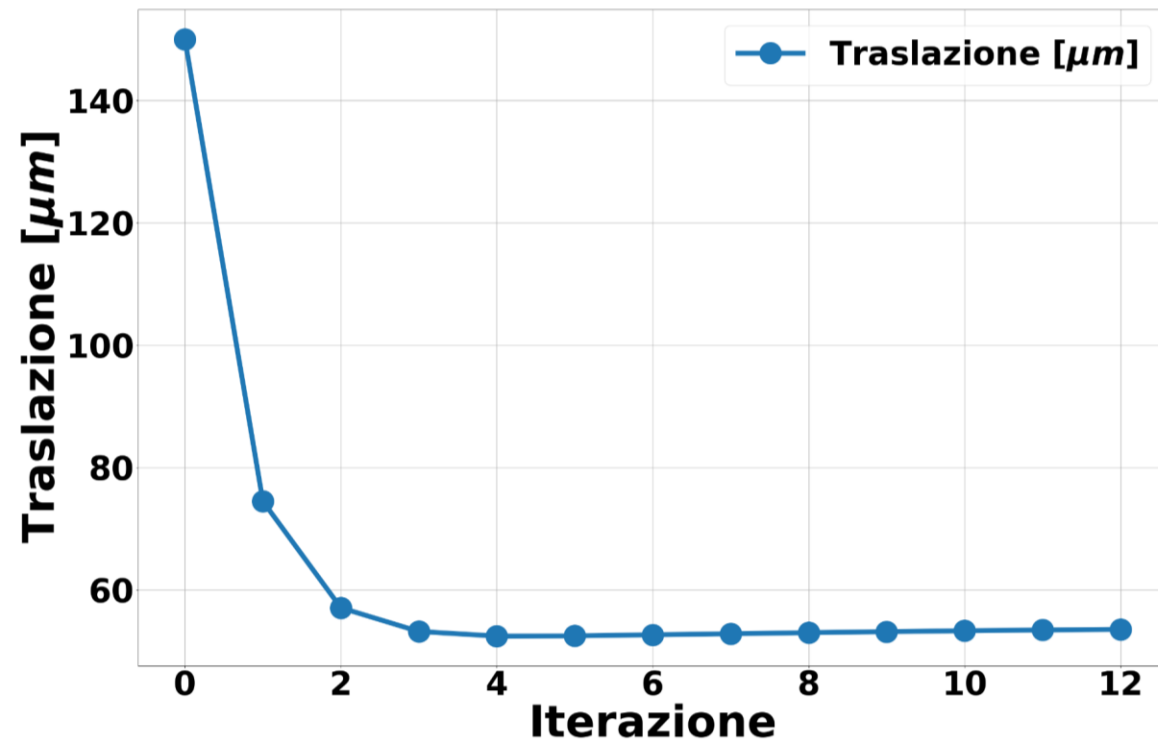


Campagna: CNAO2023, Traslazione iniziale della prima ladder dell'IT di 32.5 μm

Translations induced between layers

Induced translations between MSD layers

Correzione del primo layer del MSD traslato Traslazioni indotte sul terzo layer del MSD

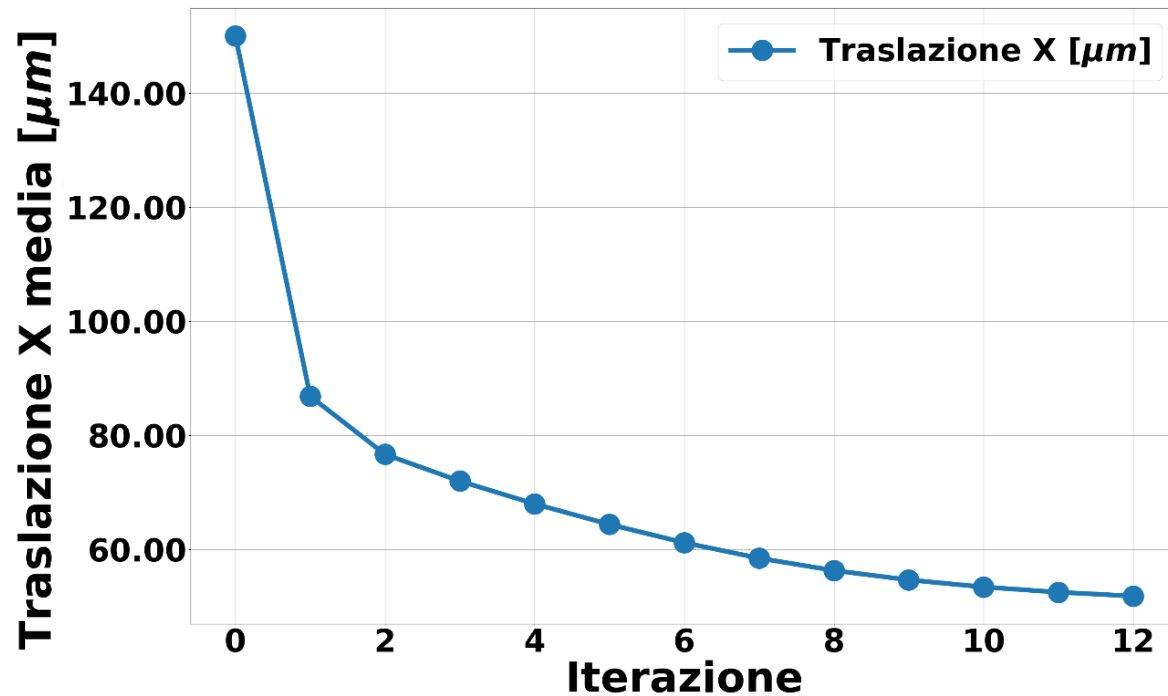


Campagna: CNAO2022, Traslazione iniziale del primo layer del MSD di 150 μm

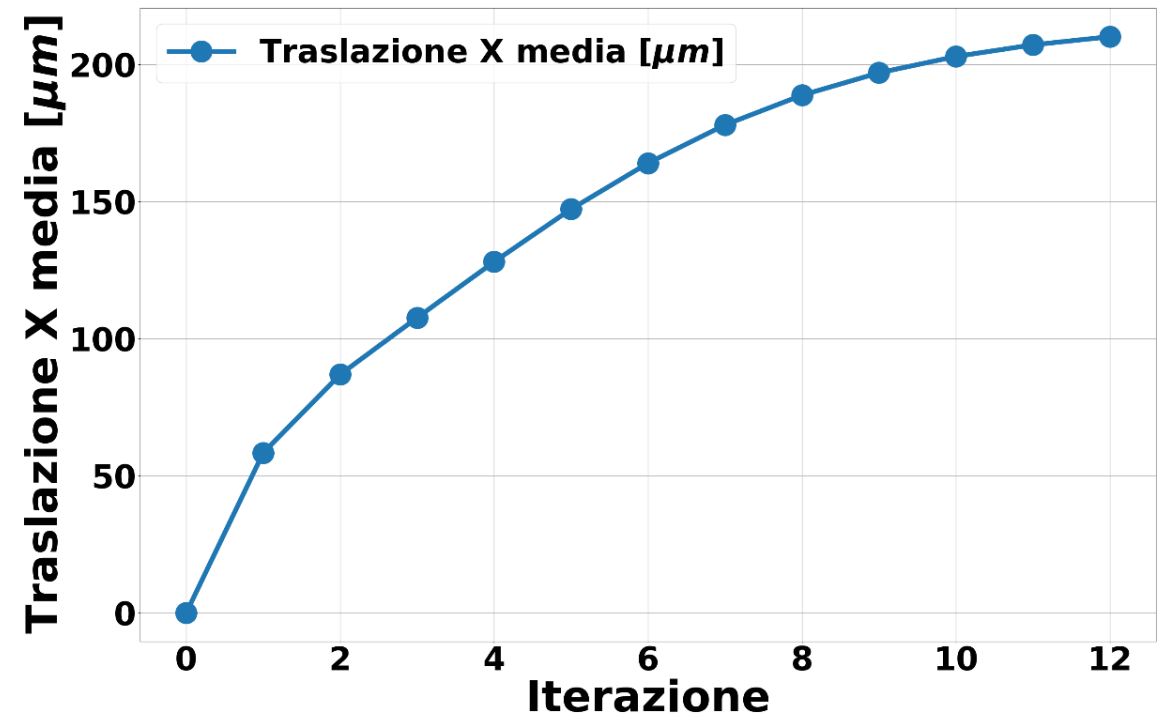
Translations induced between layers

- Tilt delle tracce

Correazione del primo layer del VT traslato



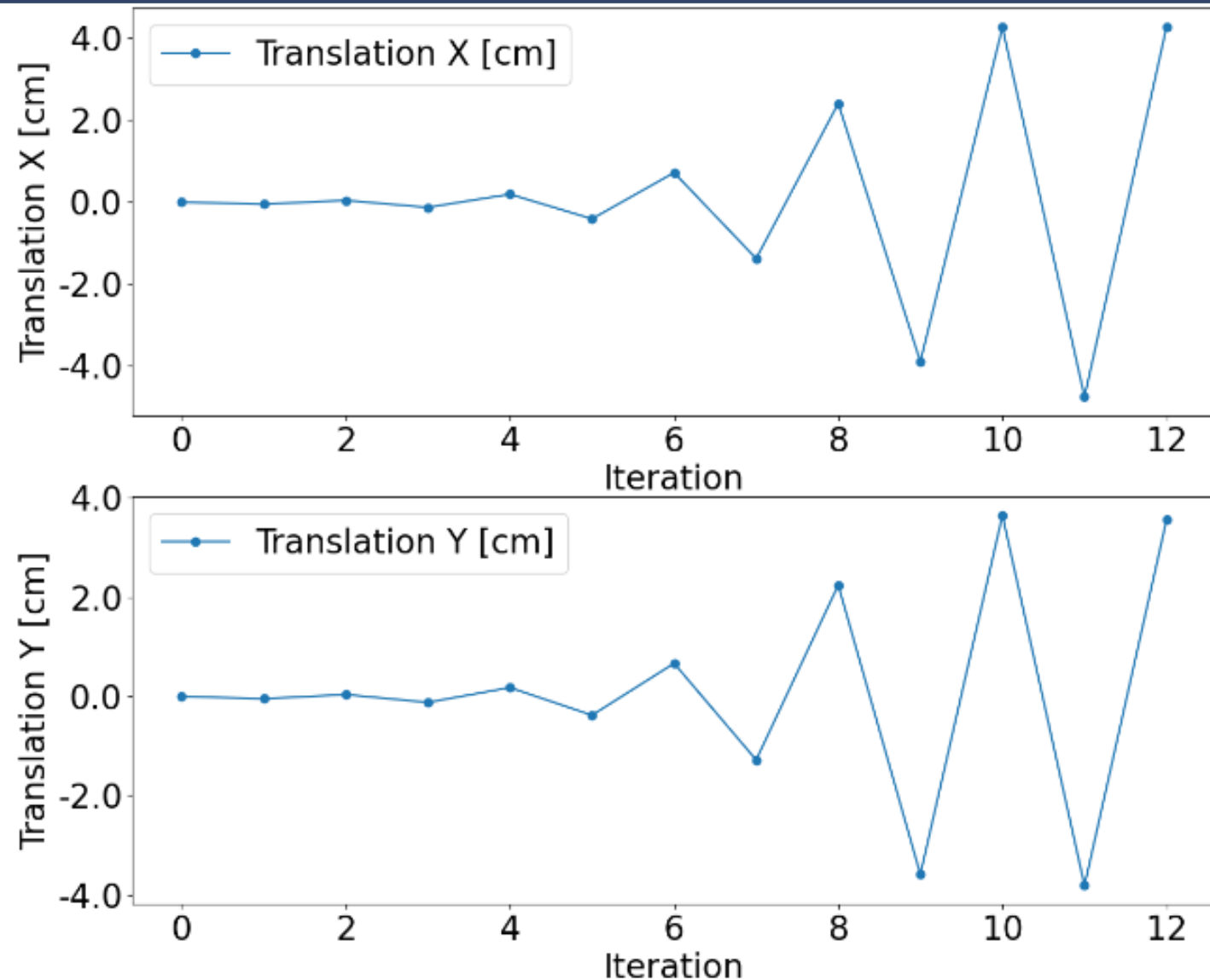
Traslazioni indotte sul MSD



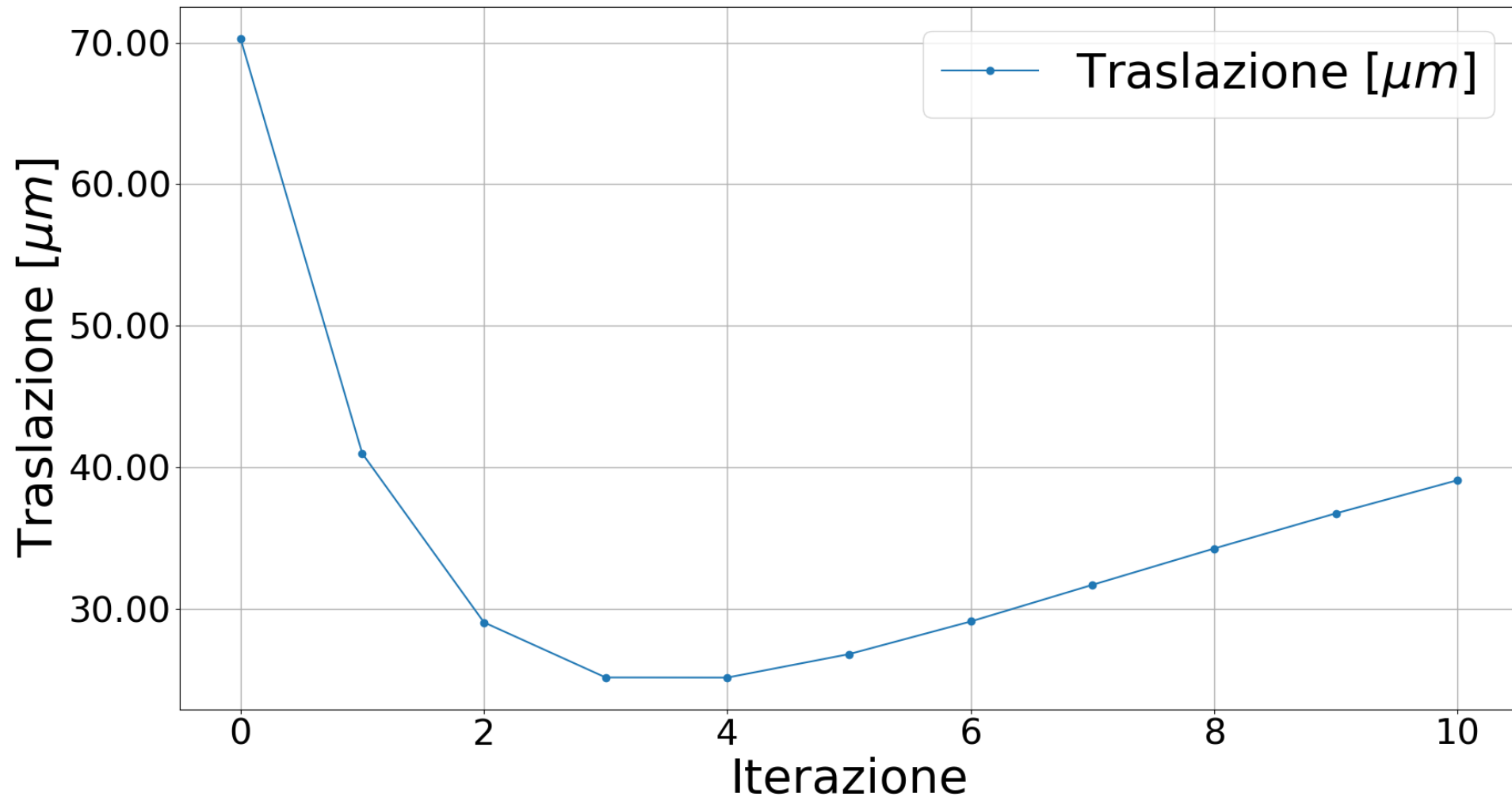
Campagna: CNAO2022, Traslazione iniziale del primo layer del VT di 150 μm

Non convergence for the TW

Campagna: CNAO2022, perfect initial geometry



Andamento non monotono per il MSD



Campagna: CNAO2022, da una delle 18 configurazioni iniziali usate

Conclusioni

- Allineamento via software dei detector dell'esperimento FOOT
- Allineamento preliminare basato sulle hit dei detector:
- Allineamento fine: correzione iterativa delle posizioni basato sui residui delle tracce

Conclusioni

- Allineamento via software dei detector dell'esperimento FOOT
- Allineamento preliminare basato sulle hit dei detector:
 - $\sigma(\text{VT}) = 20 \mu\text{m}$; $\sigma(\text{IT}) = 30 \mu\text{m}$; $\sigma(\text{MSD}) = 100 \mu\text{m}$; $\sigma(\text{TW}) \sim 1 \text{ mm}$
 - Necessario per la ricostruzione delle tracce
- Allineamento fine: correzione iterativa delle posizioni basato sui residui delle tracce

Conclusioni

- Allineamento via software dei detector dell'esperimento FOOT
- Allineamento preliminare basato sulle hit dei detector:
- Allineamento fine: correzione iterativa delle posizioni basato sui residui delle tracce
 - $\sigma(\text{VT}) = 10 \mu\text{m}$; $\sigma(\text{IT}) = 15 \mu\text{m}$; $\sigma(\text{MSD}) = 60 \mu\text{m}$
 - $\tilde{\chi}^2$ simile a quello ottenuto con la geometria corretta

Prospettive future

- Correzione delle rotazioni attorno all'asse z
 - Errori al primo ordine

Grazie dell'attenzione

Outline

- L'esperimento FOOT
 - Finalità
 - Setup Sperimentale
- Allineamento dei detector
 - Struttura del codice
 - Metodi di allineamento
- Analisi dei risultati
 - Allineamento dei detector
 - Miglioramento del tracciamento
 - Traslazioni indotte

Outline

- Equazioni normali del χ^2
- Peggioramento del tracciamento
- Correzione delle traslazioni
- Correzione delle rotazioni
- Analisi e obiettivi
- Allineamento preliminare
- Allineamento fine
- Ricostruzione delle quantità cinematiche
- Traslazioni indotte
- Software di SHOE
- Misure di FOOT

- Interazione radiazione-materia
- Parametri Biologici

Allineamento fine: Equazioni normali del χ^2

$$1. \chi^2(\mathbf{q}_k + \Delta\mathbf{q}_k) = \sum_i \frac{1}{\sigma_i^2} (f_i(\mathbf{q}_k + \Delta\mathbf{q}_k) - m_i)^2$$

- $\mathbf{q}_k$: vettore dei parametri alla k-esima iterazione
- $\Delta\mathbf{q}_k$: vettore delle correzioni dei parametri.
- m_i : misura i-esima
- Misura: valore di una coordinata (x o y) di una hit su un layer
- f_i : predizione della misura m_i
- σ_i : incertezza sul temine i-esimo

Allineamento fine: Equazioni normali del χ^2

$$1. \chi^2(\mathbf{q}_k + \Delta\mathbf{q}_k) = \sum_i \frac{1}{\sigma_i^2} (f_i(\mathbf{q}_k + \Delta\mathbf{q}_k) - m_i)^2$$

$$2. f_i(\mathbf{q}_k + \Delta\mathbf{q}_k) = f_i(\mathbf{q}_k) + \sum_j \frac{\partial f_i(\mathbf{q}_k)}{\partial q_j} \Delta q_j$$

- $\mathbf{q}_k$: vettore dei parametri alla k-esima iterazione
- $\Delta\mathbf{q}_k$: vettore delle correzioni dei parametri.
- m_i : misura i-esima
- Misura: valore di una coordinata (x o y) di una hit su un layer
- f_i : predizione della misura m_i
- σ_i : incertezza sul temine i-esimo

Allineamento fine: Equazioni normali del χ^2

$$1. \chi^2(\mathbf{q}_k + \Delta\mathbf{q}_k) = \sum_i \frac{1}{\sigma_i^2} (f_i(\mathbf{q}_k + \Delta\mathbf{q}_k) - m_i)^2$$

$$2. f_i(\mathbf{q}_k + \Delta\mathbf{q}_k) = f_i(\mathbf{q}_k) + \sum_j \frac{\partial f_i(\mathbf{q}_k)}{\partial q_j} \Delta q_j$$

- $\mathbf{q}_k$: vettore dei parametri alla k-esima iterazione

$$3. 0 = \frac{\partial \chi^2}{\partial \Delta q_n}$$

- $\Delta\mathbf{q}_k$: vettore delle correzioni dei parametri.
- m_i : misura i-esima
- Misura: valore di una coordinata (x o y) di una hit su un layer
- f_i : predizione della misura m_i
- σ_i : incertezza sul temine i-esimo

Allineamento fine: Equazioni normali del χ^2

$$1. \chi^2(\mathbf{q}_k + \Delta\mathbf{q}_k) = \sum_i \frac{1}{\sigma_i^2} (f_i(\mathbf{q}_k + \Delta\mathbf{q}_k) - m_i)^2$$

$$2. f_i(\mathbf{q}_k + \Delta\mathbf{q}_k) = f_i(\mathbf{q}_k) + \sum_j \frac{\partial f_i(\mathbf{q}_k)}{\partial q_j} \Delta q_j$$

- $\mathbf{q}_k$: vettore dei parametri alla k-esima iterazione

$$3. 0 = \frac{\partial \chi^2}{\partial \Delta q_n}$$

- $\Delta\mathbf{q}_k$: vettore delle correzioni dei parametri.

$$\mathbf{\Gamma} \Delta\mathbf{q}_k = \boldsymbol{\beta}$$

$$\Gamma_{nj} = \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial q_n} \frac{\partial f_i}{\partial q_j} \frac{1}{\sigma_i^2}$$

$$\beta_n = \sum_i \frac{r_i}{\sigma_i^2} \frac{\partial f_i}{\partial q_n}$$

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \Delta\mathbf{q}_k$$

- m_i : misura i-esima
- Misura: valore di una coordinata (x o y) di una hit su un layer
- f_i : predizione della misura m_i
- σ_i : incertezza sul termine i-esimo
- $r_i = m_i - f_i(\mathbf{q}_k)$: residuo i-esimo

Allineamento fine: Equazioni normali del χ^2

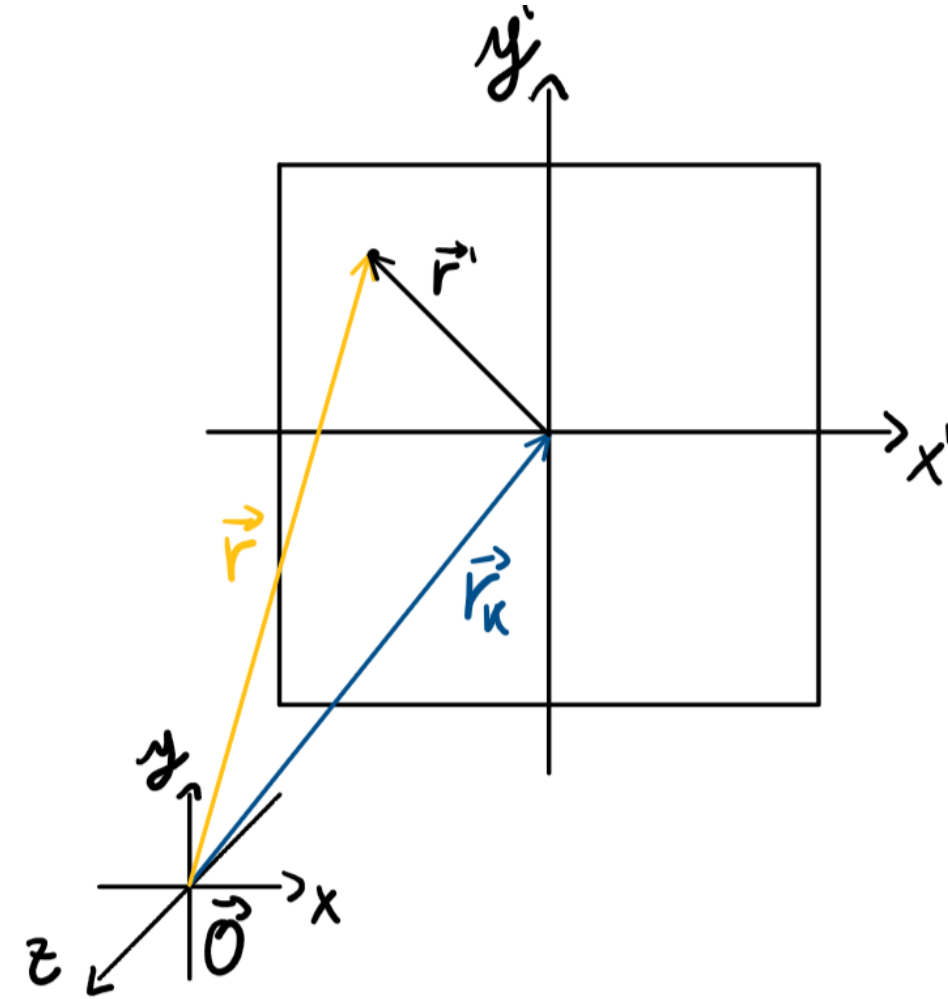
$$\chi^2(\vec{x}_k) = \sum_i \frac{(m_i - f_i(\vec{x}_{k-1}) - \sum_j \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \Big|_{\vec{x}_{k-1}} \Delta x_j)^2}{\sigma_i^2} = \sum_i \frac{(r_i - \sum_j \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \Big|_{\vec{x}_{k-1}} \Delta x_j)^2}{\sigma_i^2}$$

$$0 = \frac{\partial \chi^2}{\partial \Delta x_n} = 2 \sum_i \left[\frac{r_i - \sum_j \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \Delta x_j}{\sigma_i^2} \left(-\frac{\partial f_i}{\partial x_n} \right) \right]$$
$$\sum_j \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \frac{1}{\sigma_i^2} \Delta x_j = - \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \frac{r_i}{\sigma_i^2}$$

Correzione delle traslazioni

- Cambio di coordinate

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - x_k \\ y - y_k \end{pmatrix}$$



Correzione delle traslazioni

- Predizione delle misure

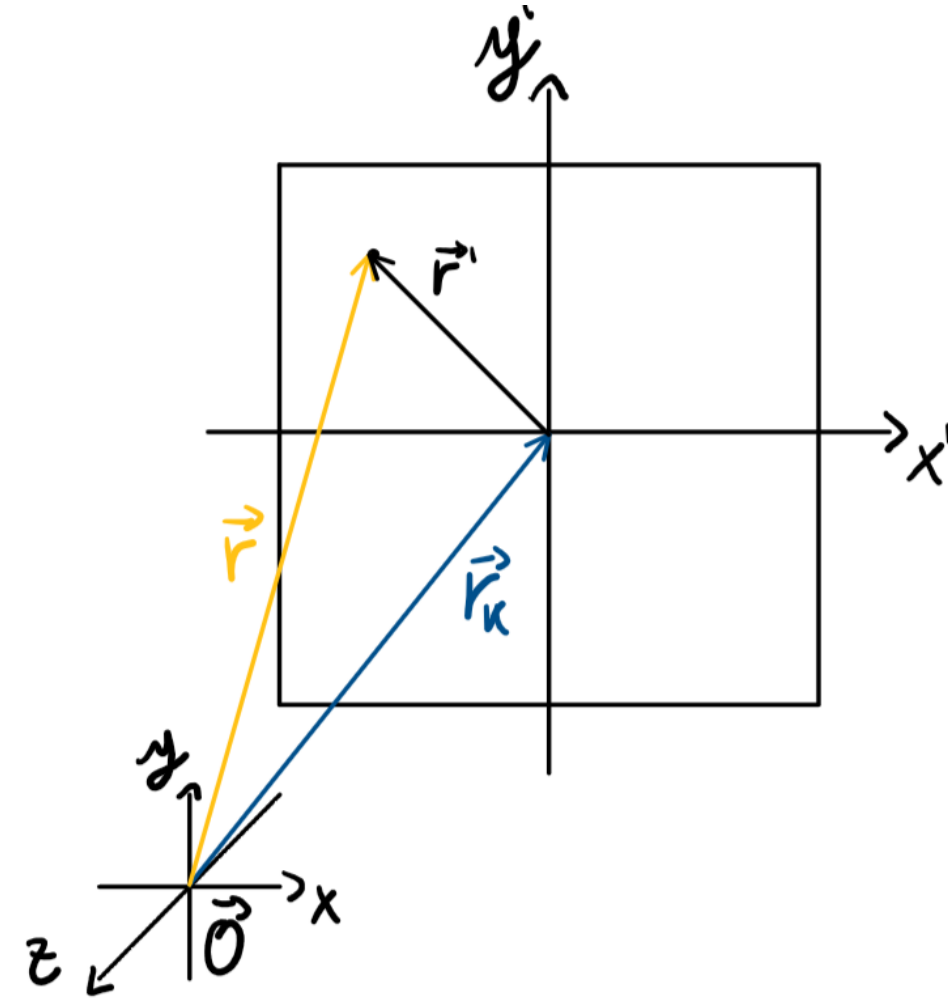
$$f_{ik}^x = (v_{ik}^x + S_{ik}^x(z_k - v_{ik}^z)) - x_k$$

$$f_{ik}^y = (v_{ik}^y + S_{ik}^y(z_k - v_{ik}^z)) - y_k$$

- Derivate parziali:

$$\frac{\partial f_{ik}^x}{\partial y_n} = 0 \quad \forall n \qquad \frac{\partial f_{ik}^x}{\partial x_n} = -\delta_{k,n}$$

$$\frac{\partial f_{ik}^y}{\partial x_n} = 0 \quad \forall n \qquad \frac{\partial f_{ik}^y}{\partial y_n} = -\delta_{k,n}$$

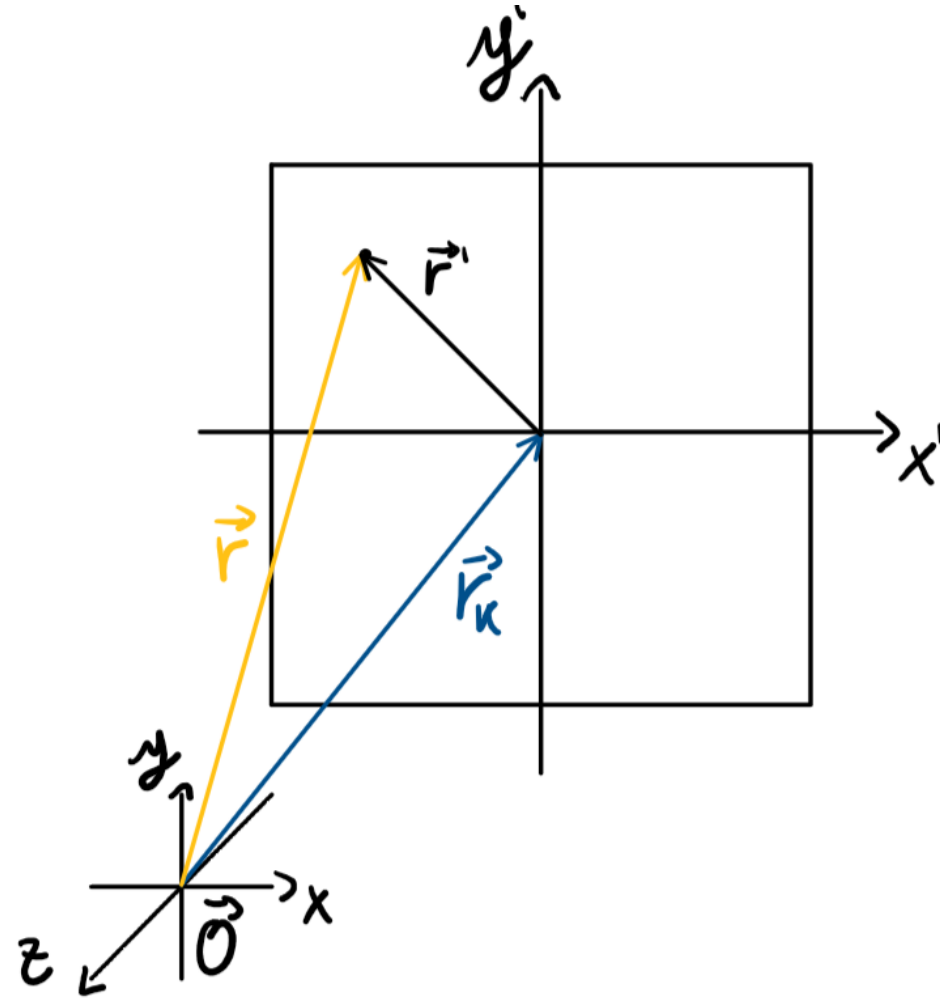


Correzione delle traslazioni

- Elementi di Γ e componenti di $\vec{\beta}$ per un layer

$$\Gamma_k = \begin{bmatrix} \sum_{i_x} \frac{1}{\sigma_{i_x}^2} & 0 \\ 0 & \sum_{i_y} \frac{1}{\sigma_{i_y}^2} \end{bmatrix}$$

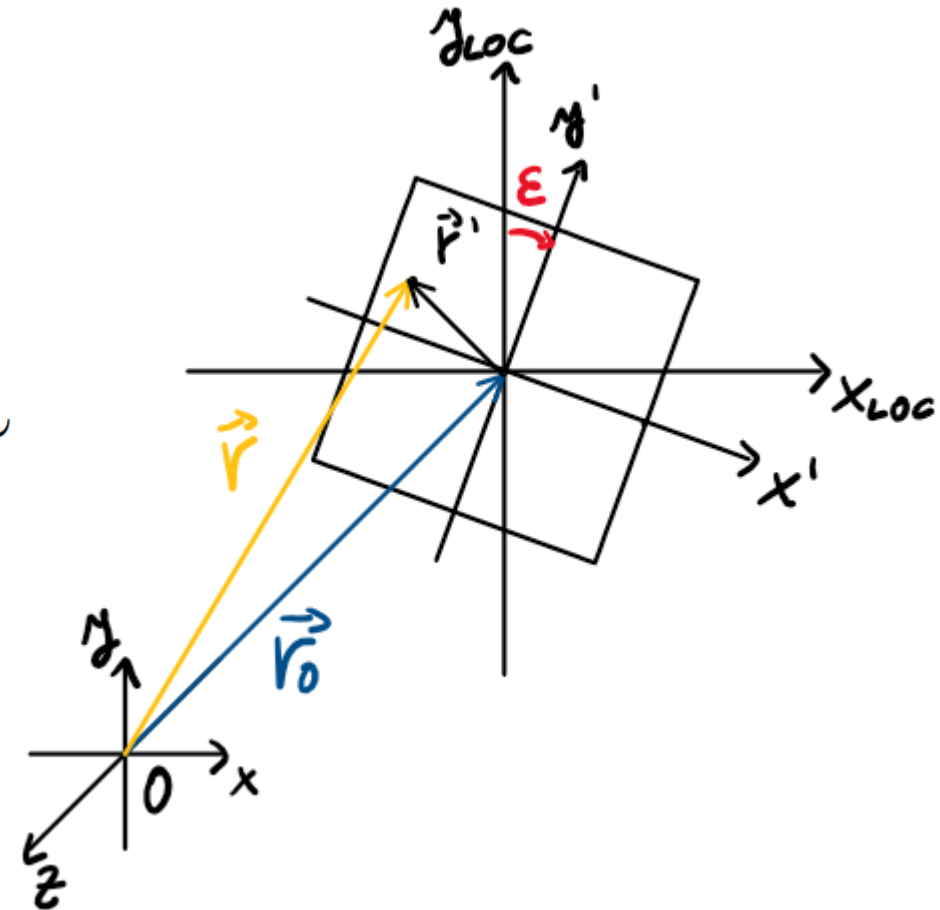
$$\vec{\beta}_k = \begin{pmatrix} -\sum_{i_x} \frac{r_{i_x}}{\sigma_{i_x}^2} \\ -\sum_{i_y} \frac{r_{i_y}}{\sigma_{i_y}^2} \end{pmatrix}$$



Correzione delle rotazioni attorno all'asse z

- Cambio di coordinate

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\epsilon) & -\sin(\epsilon) \\ \sin(\epsilon) & \cos(\epsilon) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} \sim$$
$$\sim \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon \\ \epsilon & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix}$$



Correzione delle rotazioni attorno all'asse z

- Predizione delle misure

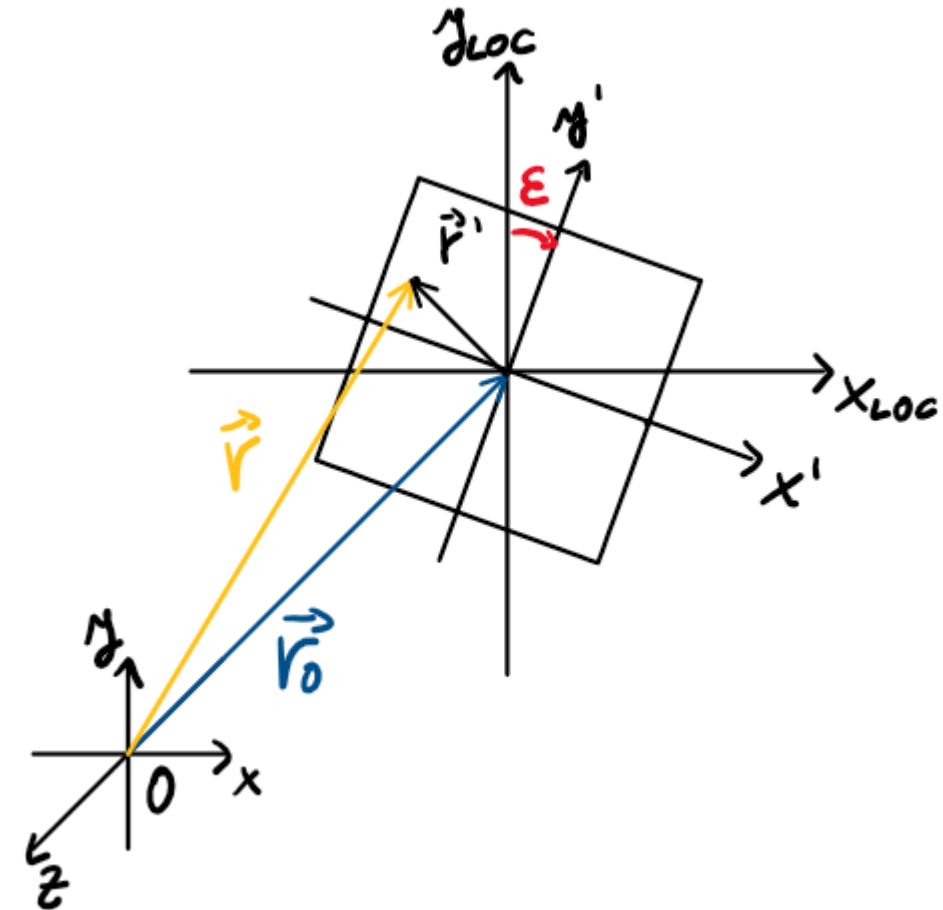
$$x_i = v_i^x + S_i^x(z_0 - v_i^z) \quad f_i^x = x_i - x_0 - \epsilon(y_i - y_0)$$

$$y_i = v_i^y + S_i^y(z_0 - v_i^z) \quad f_i^y = y_i - y_0 + \epsilon(x_i - x_0)$$

- Derivate parziali

$$\frac{\partial f_i^x}{\partial x_0} = -1 \quad \frac{\partial f_i^x}{\partial y_0} = \epsilon \quad \frac{\partial f_i^x}{\partial \epsilon} = -(y_i - y_0)$$

$$\frac{\partial f_i^y}{\partial x_0} = -\epsilon \quad \frac{\partial f_i^y}{\partial y_0} = -1 \quad \frac{\partial f_i^y}{\partial \epsilon} = x_i - x_0$$

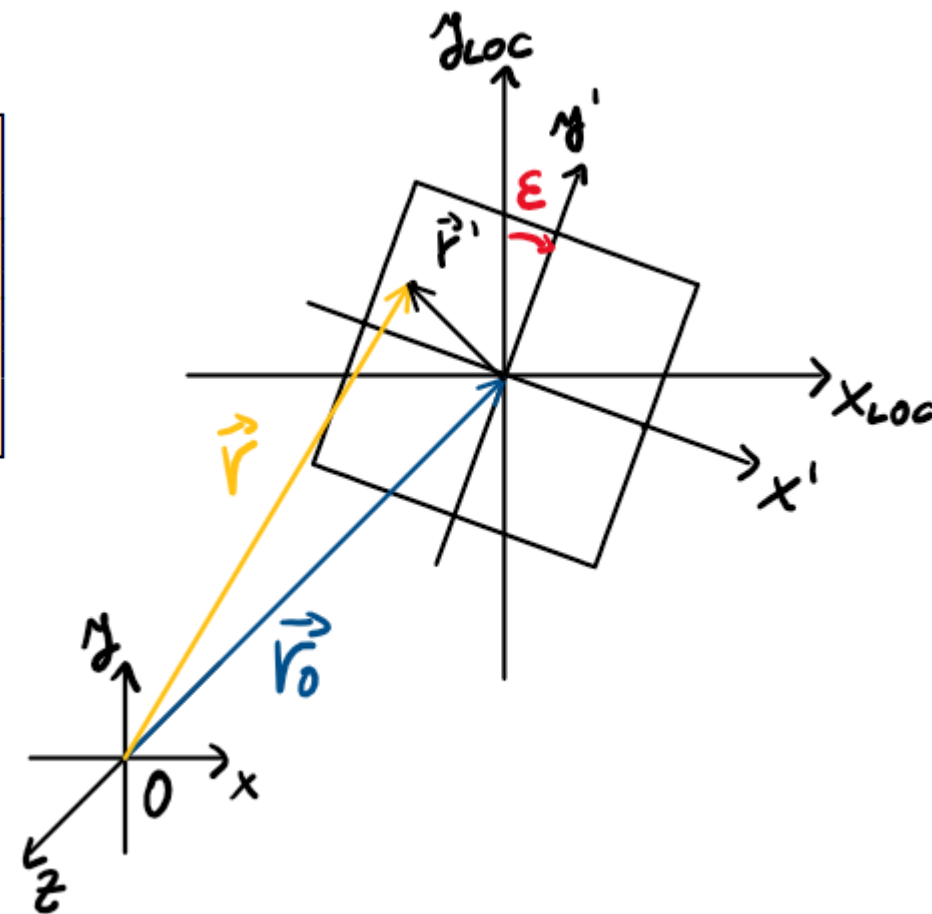


Correzione delle rotazioni attorno all'asse z

- Elementi di Γ e componenti di $\vec{\beta}$ per un layer

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \sum_{ix} \frac{1}{\sigma_{ix}^2} + \sum_{iy} \frac{\epsilon^2}{\sigma_{iy}^2} & -\sum_{ix} \frac{\epsilon}{\sigma_{ix}^2} + \sum_{iy} \frac{\epsilon}{\sigma_{iy}^2} & \sum_{ix} \frac{y_{ix}-y_0}{\sigma_{ix}^2} - \sum_{iy} \frac{x_{iy}-x_0}{\sigma_{iy}^2} \\ \vdots & \sum_{ix} \frac{\epsilon^2}{\sigma_{ix}^2} + \sum_{iy} \frac{1}{\sigma_{iy}^2} & -\sum_{ix} \frac{\epsilon(y_{ix}-y_0)}{\sigma_{ix}^2} - \sum_{iy} \frac{\epsilon(x_{iy}-x_0)}{\sigma_{iy}^2} \\ \dots & \dots & \sum_{ix} \frac{(y_{ix}-y_0)^2}{\sigma_{ix}^2} + \sum_{iy} \frac{(x_{iy}-x_0)^2}{\sigma_{iy}^2} \end{bmatrix}$$

$$\vec{\beta} = \begin{pmatrix} -\sum_{ix} \frac{r_{ix}}{\sigma_{ix}^2} - \sum_{iy} \frac{r_{iy}}{\sigma_{iy}^2} \epsilon \\ \sum_{ix} \frac{r_{ix}}{\sigma_{ix}^2} \epsilon - \sum_{iy} \frac{r_{iy}}{\sigma_{iy}^2} \\ -\sum_{ix} \frac{r_{ix}}{\sigma_{ix}^2} (y_{ix} - y_0) + \sum_{iy} \frac{r_{iy}}{\sigma_{iy}^2} (x_{iy} - x_0) \end{pmatrix}$$



Rotazioni attorno agli assi x e y

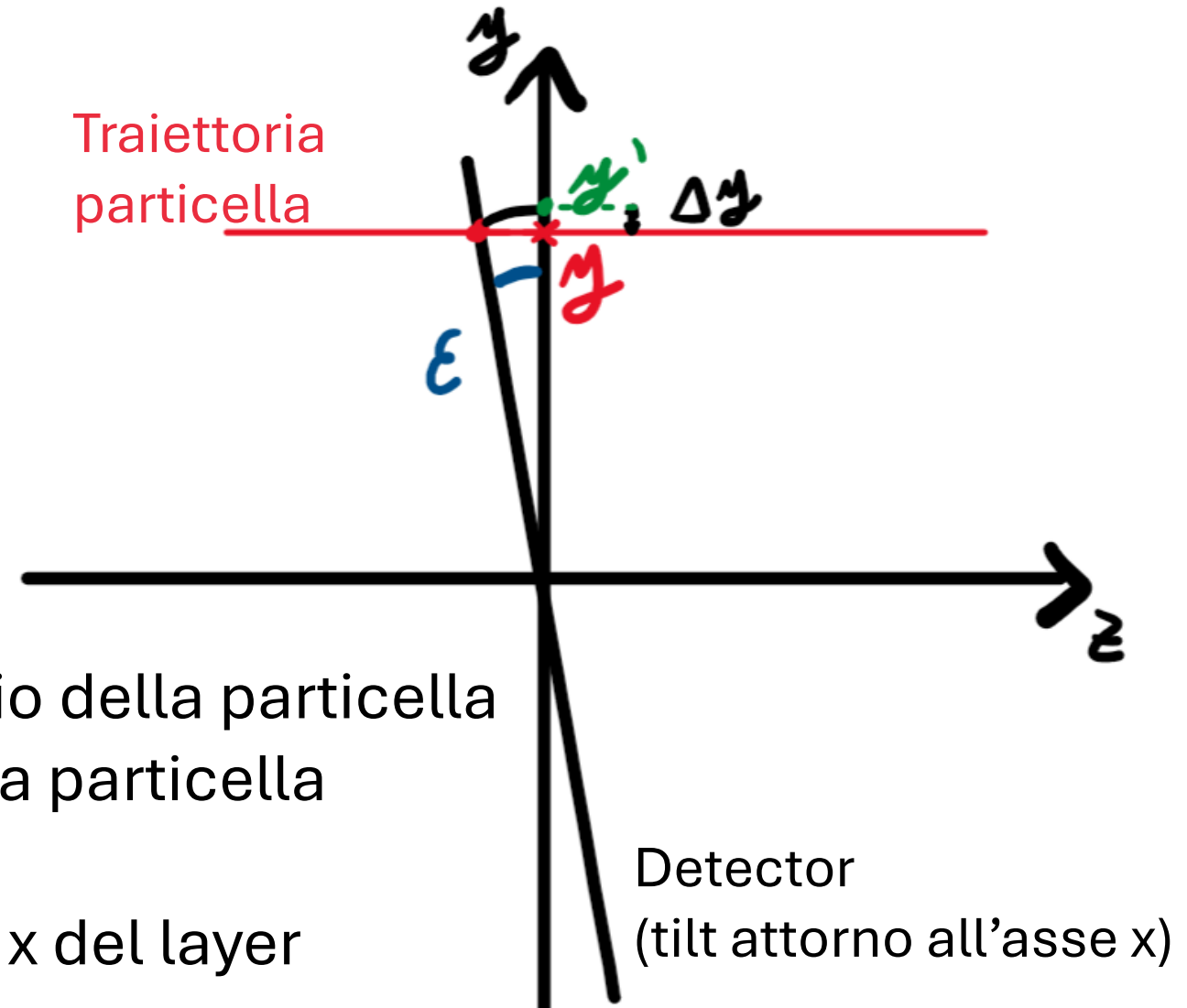
$$y = y' \cos(\epsilon) = y' \left[1 - \frac{\epsilon^2}{2} + O(\epsilon^4) \right]$$
$$\Delta y = y' - y = \frac{\epsilon^2}{2}$$

y' : coordinata ricostruita del passaggio della particella

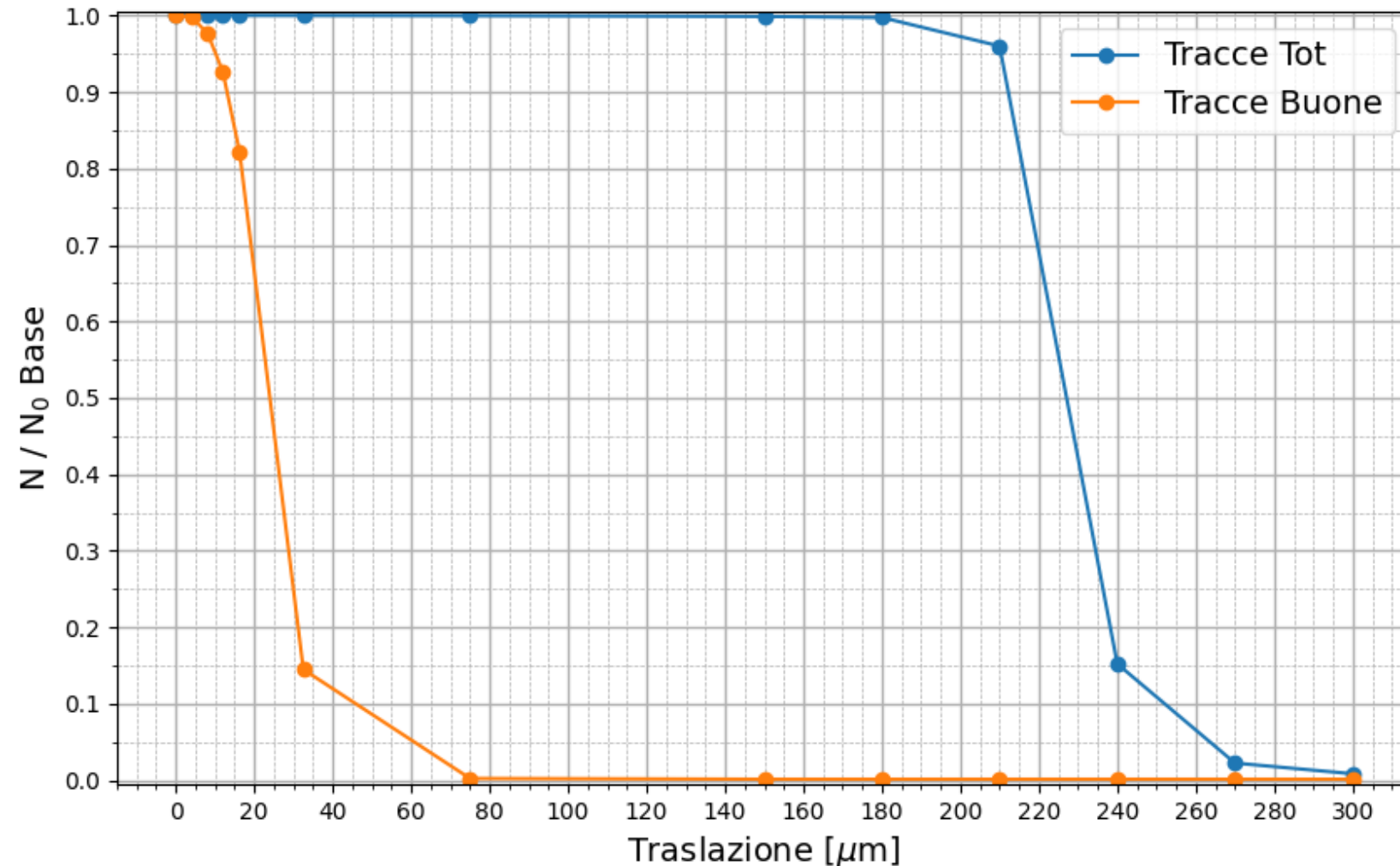
y : coordinata reale del passaggio della particella

$\Delta y = y' - y$: errore indotto dal tilt

ϵ : angolo di rotazione attorno all'asse x del layer



Traslazioni dei layer del Vertex Detector

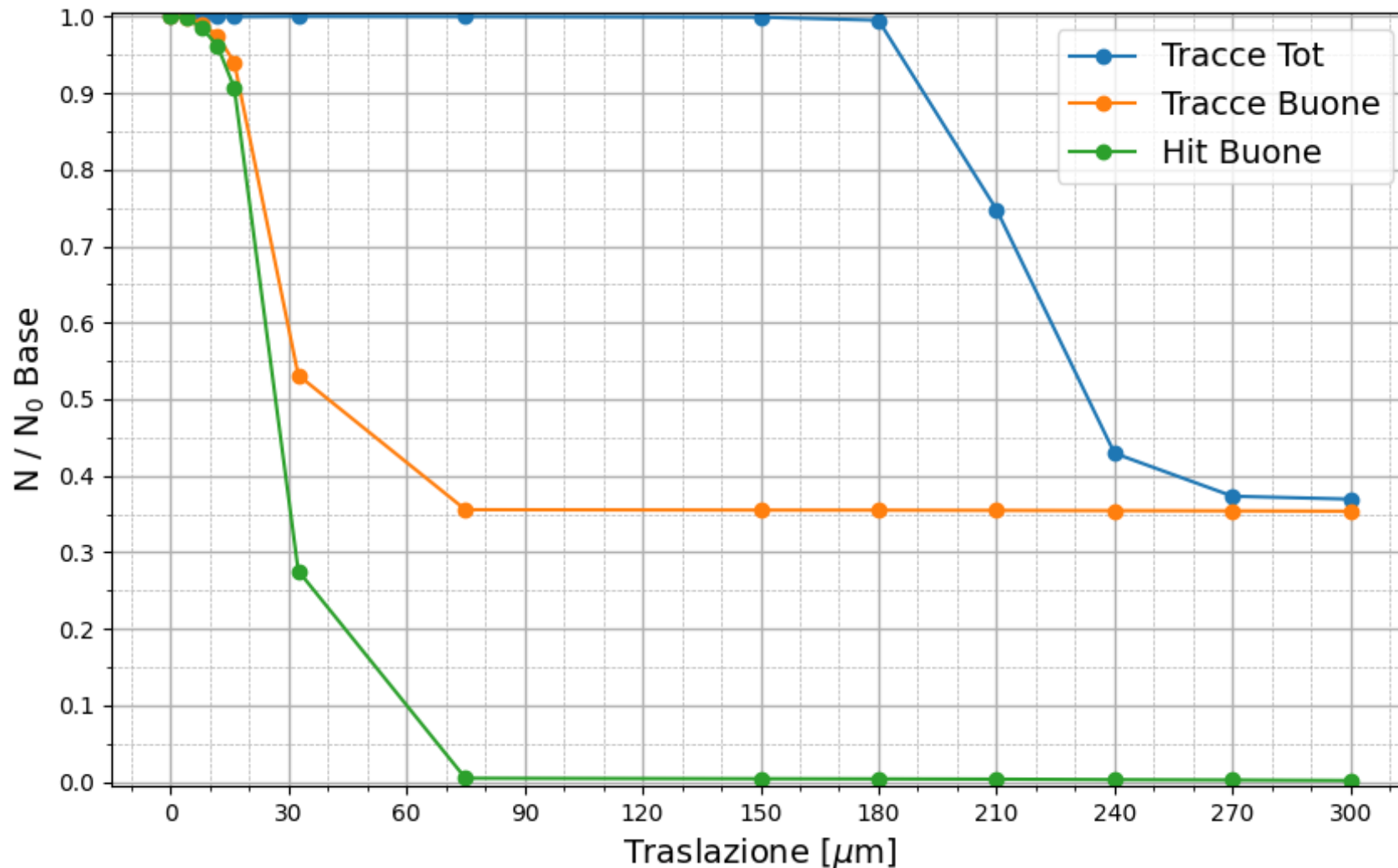


Tracce buone: $\tilde{\chi}^2 \leq 2.5$
 $\tilde{\chi}^2$: “Chi quadro ridotto”

N : Quantità ottenute
con la traslazione

$N_0 \text{ Base}$: Quantità ottenute
senza la traslazione

Traslazioni dei layer dell'Inner Tracker

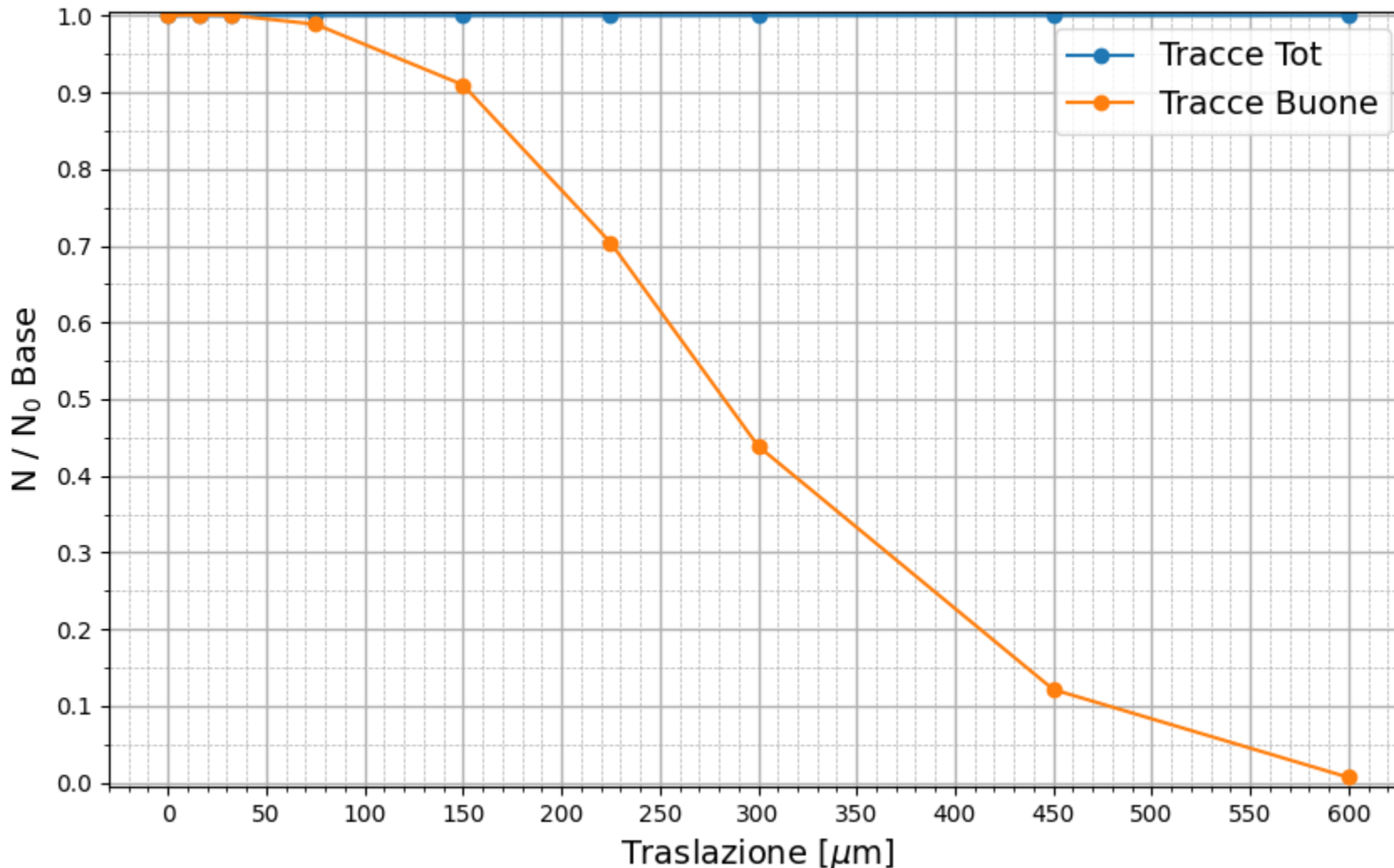


Tracce buone: $\tilde{\chi}^2 \leq 2.5$
 $\tilde{\chi}^2$: “Chi quadro ridotto”

N : Quantità ottenute
con la traslazione

$N_0 \text{ Base}$: Quantità ottenute
senza la traslazione

Traslazioni dei layer del Micro Strip Silicon Detector

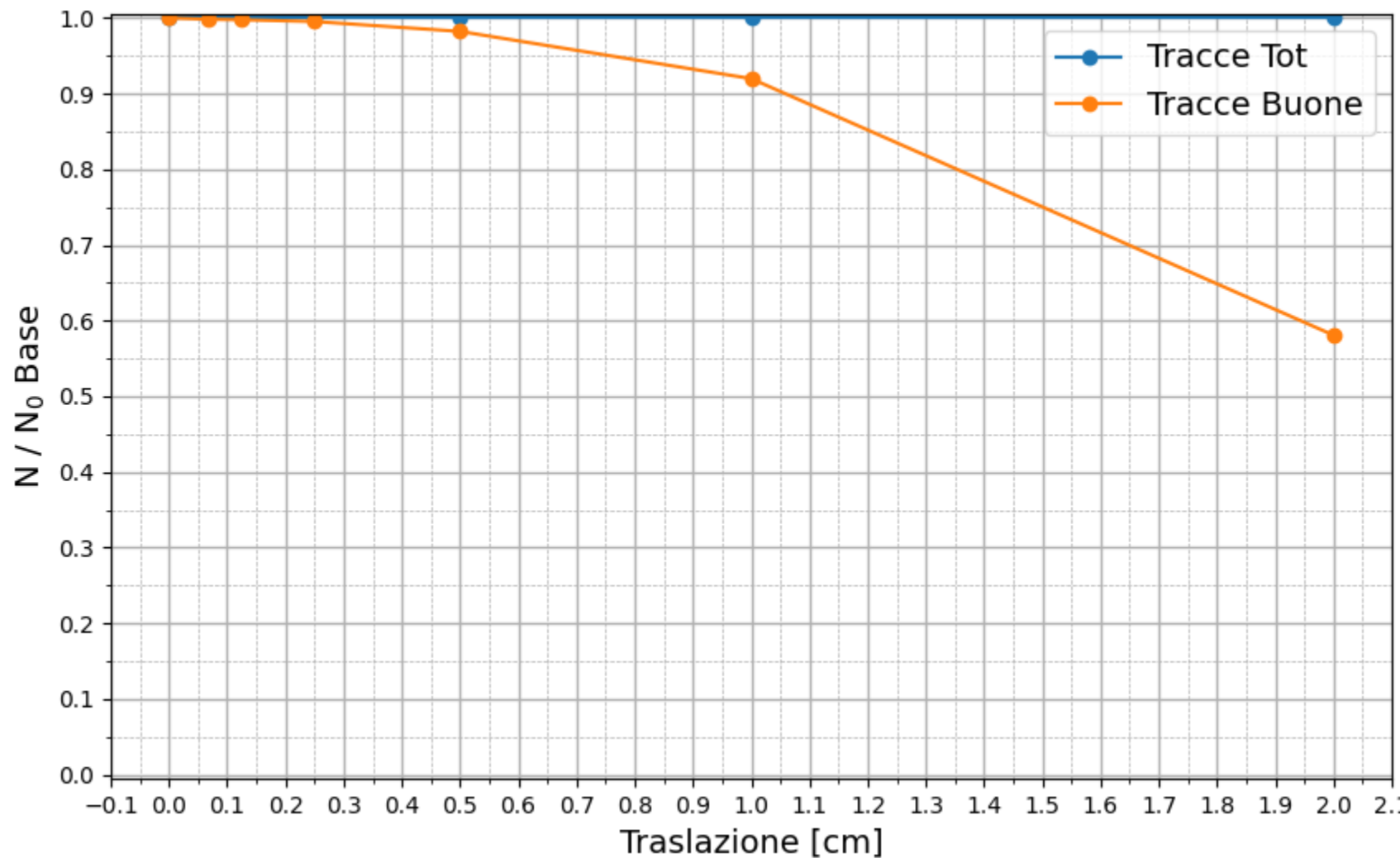


Tracce buone: $\tilde{\chi}^2 \leq 2.5$
 $\tilde{\chi}^2$: “Chi quadro ridotto”

N : Quantità ottenute
con la traslazione

$N_0 \text{ Base}$: Quantità ottenute
senza la traslazione

Traslazioni del Tof-Wall

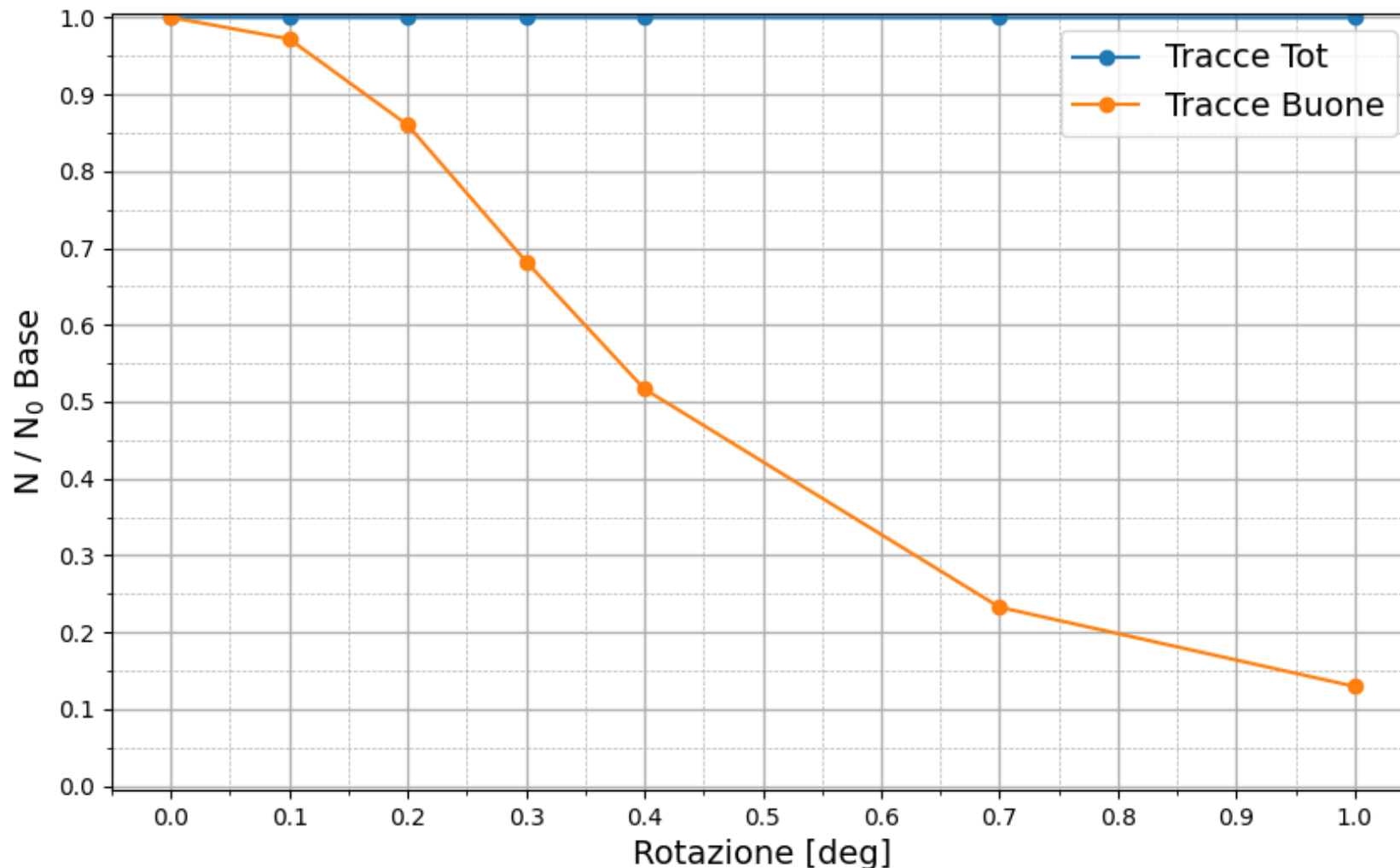


Tracce buone: $\tilde{\chi}^2 \leq 2.5$
 $\tilde{\chi}^2$: “Chi quadro ridotto”

N : Quantità ottenute
con la traslazione

$N_0 \text{ Base}$: Quantità ottenute
senza la traslazione

Rotazioni dei layer del VT attorno all'asse z



Tracce buone: $\tilde{\chi}^2 \leq 2.5$
 $\tilde{\chi}^2$: “Chi quadro ridotto”

N : Quantità ottenute
con la traslazione

$N_0 \text{ Base}$: Quantità ottenute
senza la traslazione

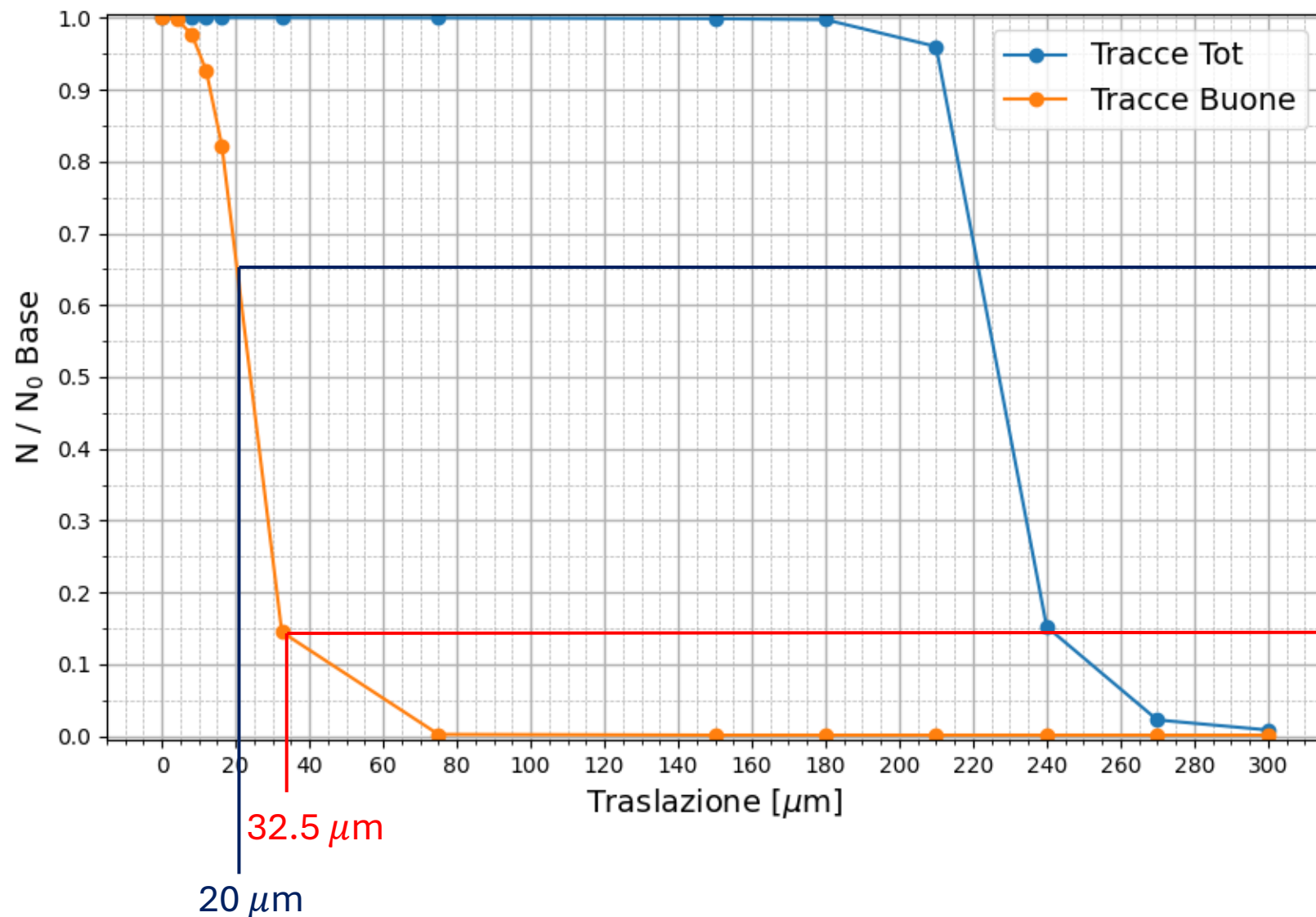
Analisi svolte

- Allineamento preliminare:
 - Ricostruzione locale con la geometria corretta
 - Analisi degli errori commessi
- Allineamento fine:
 - Medie su 18 configurazioni iniziali
 - Analisi della qualità del tracciamento e delle traslazioni

Studio sul numero di eventi

Studio del numero di eventi				
nev [$\times 10^3$]	Traslazione del primo layer del VT [μm]			
	8.125	16.25	32.5	75
	Correzioni alla prima iterazione [μm]			
5	2.99	6.19	12.3	32.4
10	2.95	6.14	10.9	30.5
20	2.94	6.16	10.1	28.7
50	2.95	6.16	10.1	26.3
100	2.96	6.19	10.1	35.6
nev [$\times 10^3$]	Traslazione del primo layer del VT [μm]			
	8.125	16.25	32.5	75
	Traslazioni indotte sul secondo layer [μm]			
5	3.67	6.59	12.3	29.3
10	3.66	6.56	11.0	28.2
20	3.66	6.56	10.3	27.3
50	3.68	6.58	10.4	25.6
100	3.68	6.58	10.4	23.5

Obiettivi di allineamento: primo layer del VT



Tracce buone: $\tilde{\chi}^2 \leq 2.5$
 $\tilde{\chi}^2$: “Chi quadro ridotto”

N : Quantità ottenute
con la traslazione

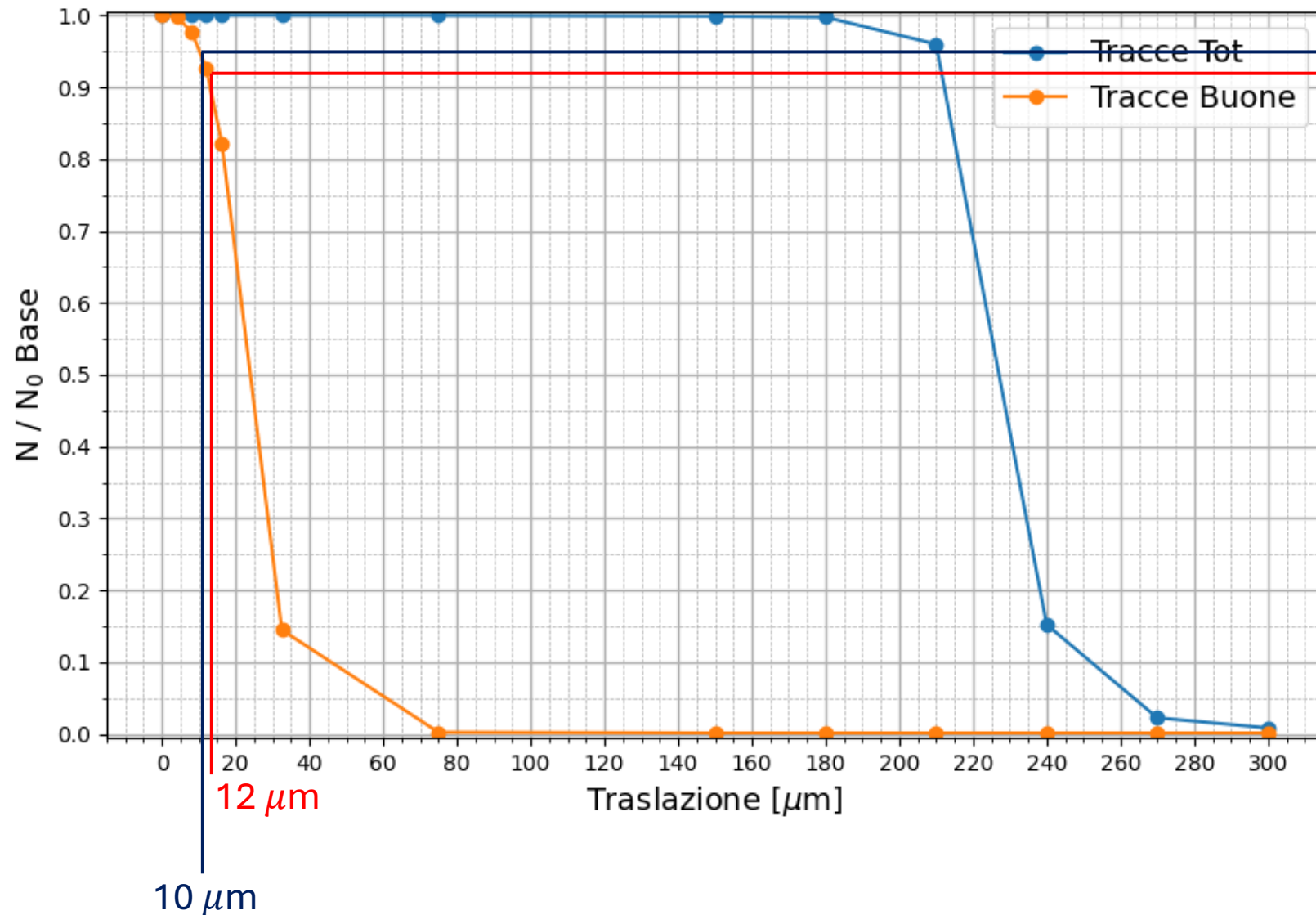
$N_0 \text{ Base}$: Quantità ottenute
senza la traslazione

Risultato dell'allineamento
Preliminare

Obiettivo dell'allineamento
Preliminare

Campagna: CNAO2022

Obiettivi di allineamento: primo layer del VT



Risultato dell'allineamento fine

Obiettivo dell'allineamento fine

Tracce buone: $\tilde{\chi}^2 \leq 2.5$
 $\tilde{\chi}^2$: "Chi quadro ridotto"

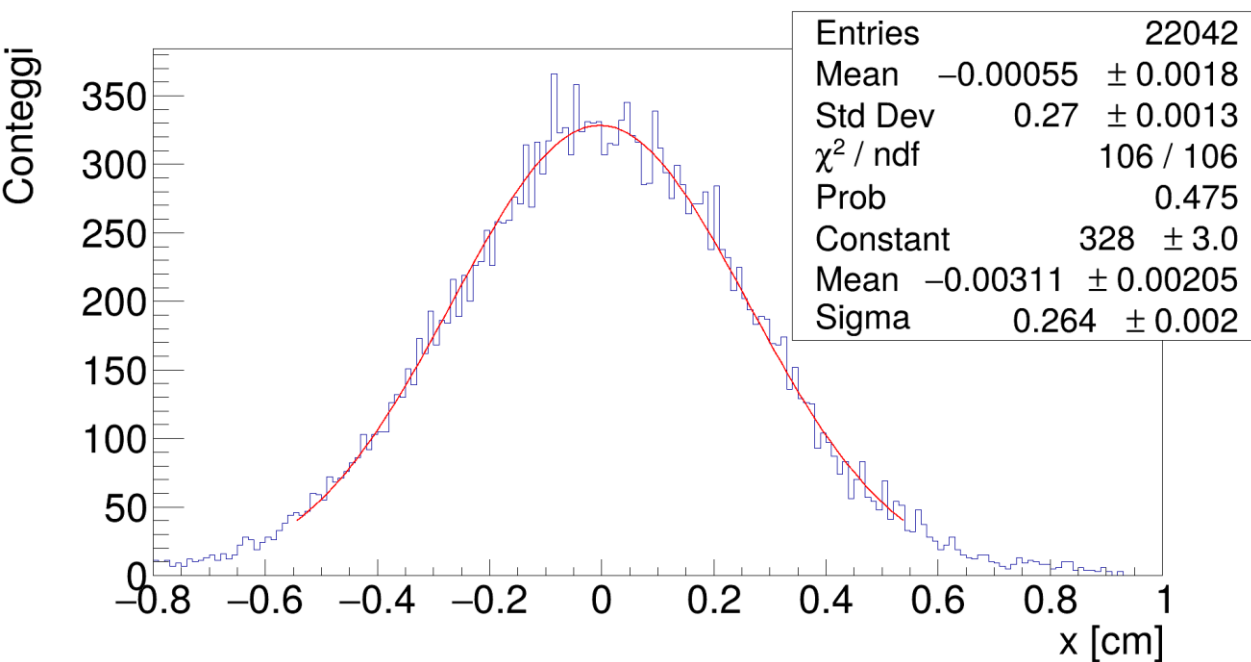
N : Quantità ottenute
con la traslazione

$N_0 \text{ Base}$: Quantità ottenute
senza la traslazione

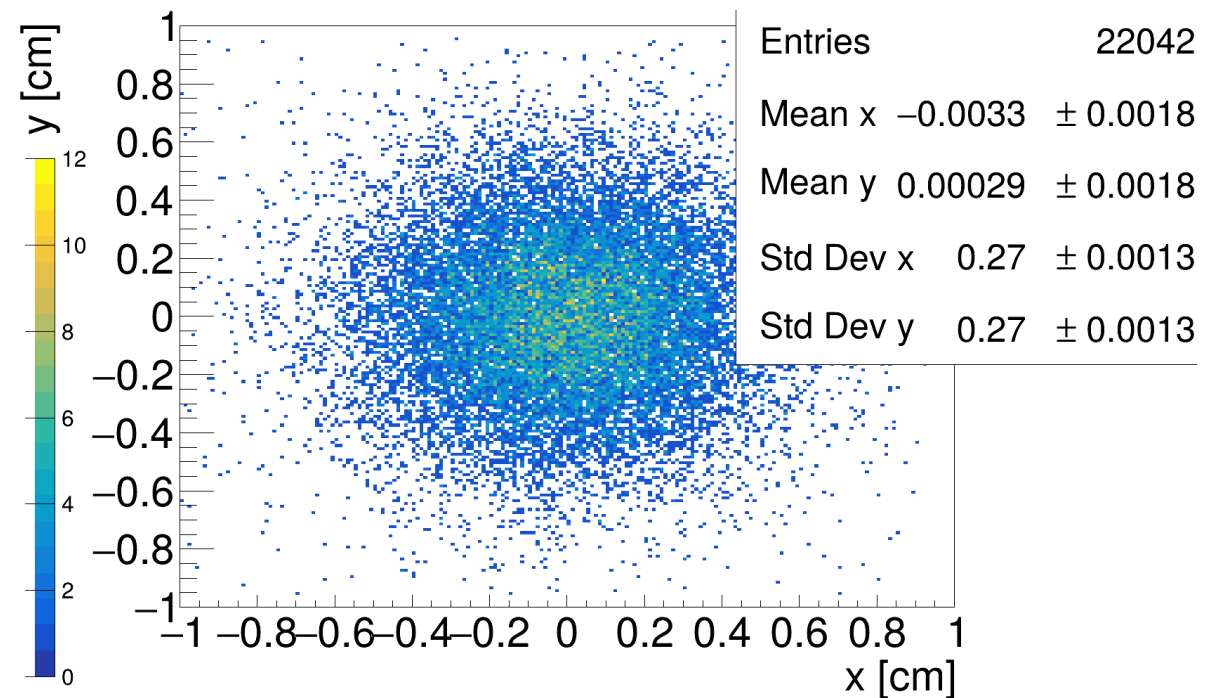
Campagna: CNAO2022

Allineamento preliminare del VT

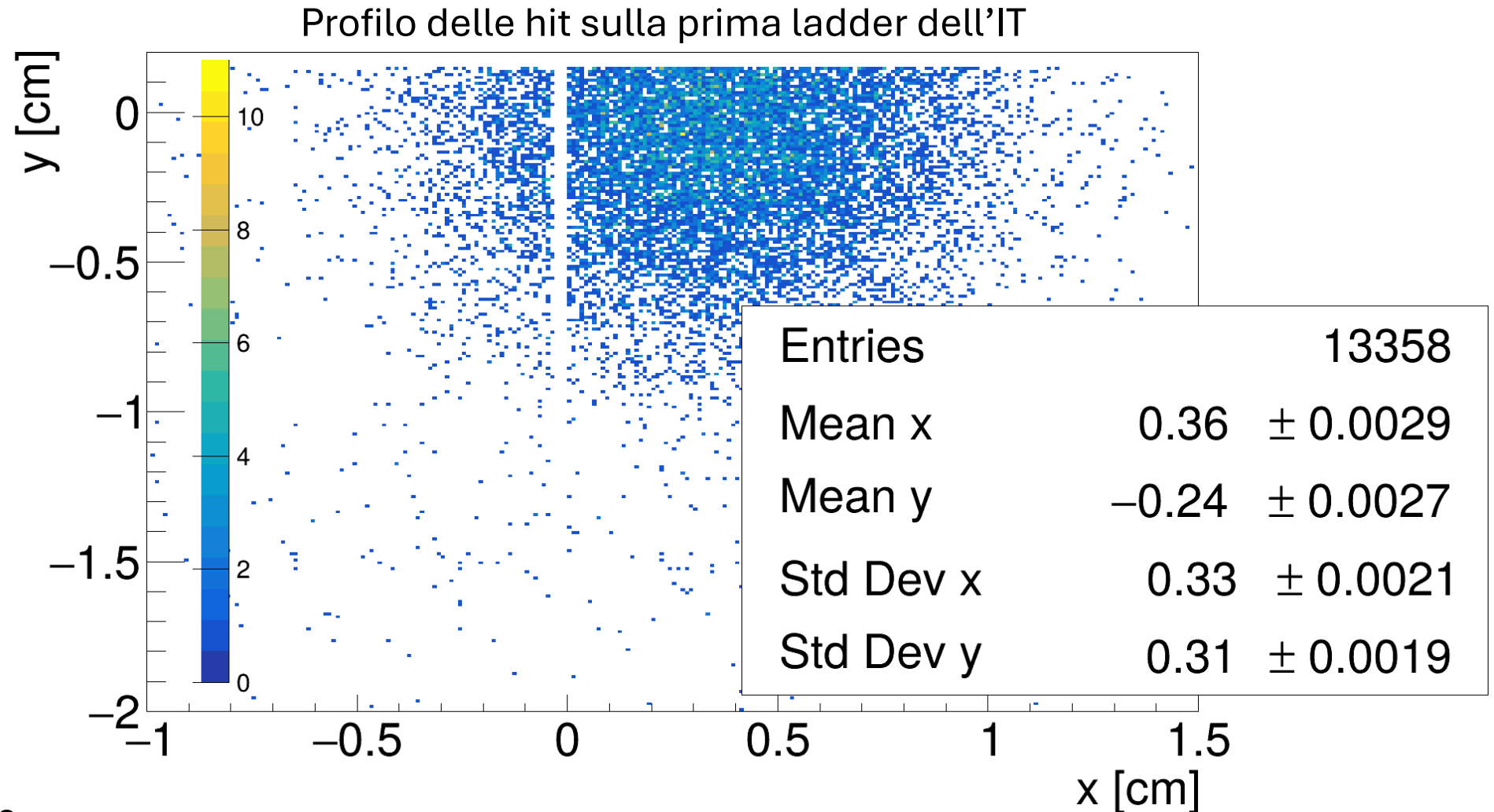
Coordinata x delle hit sul primo layer del VT



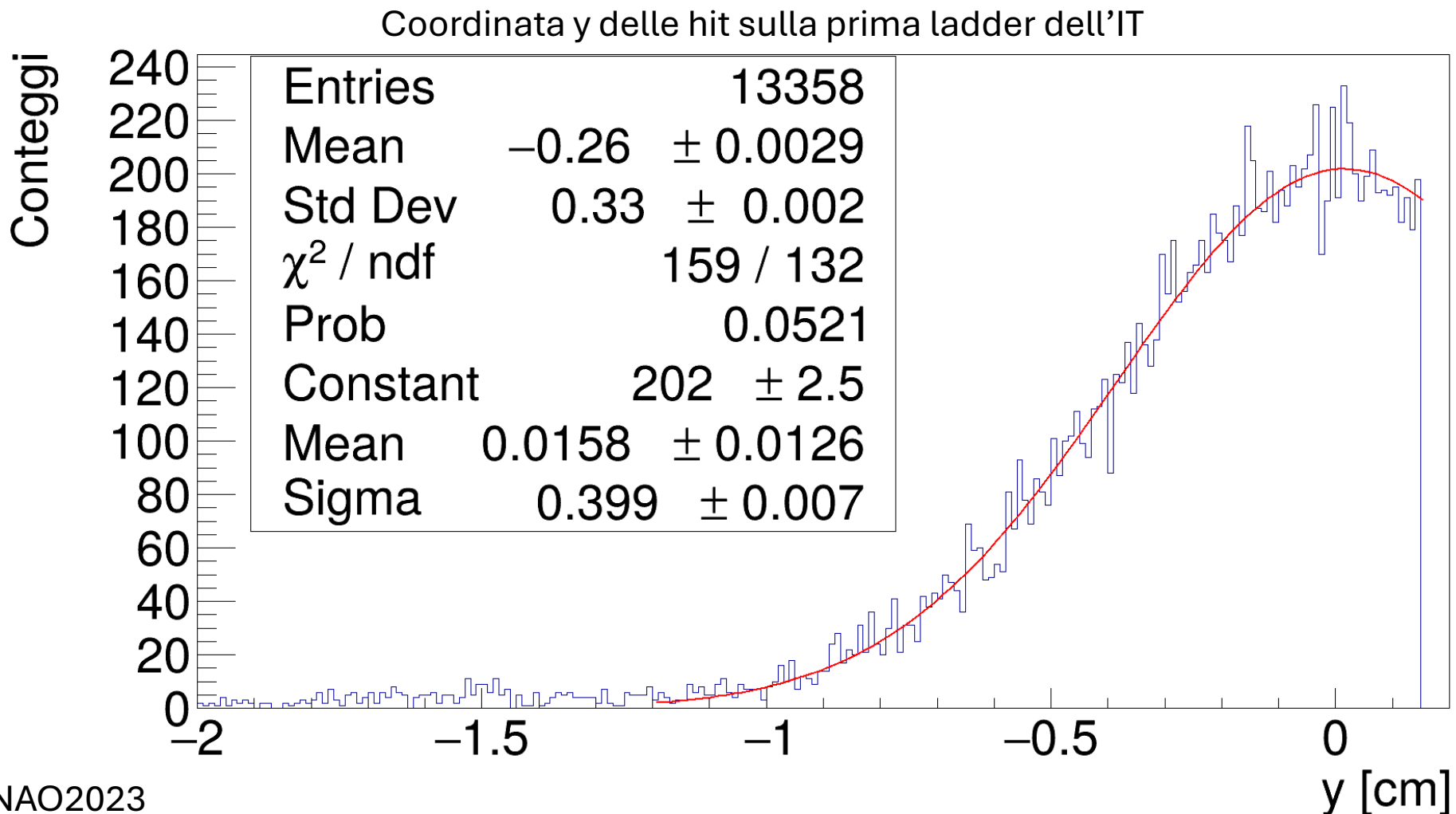
Profilo delle hit sul primo layer del VT



Allineamento preliminare dell' IT

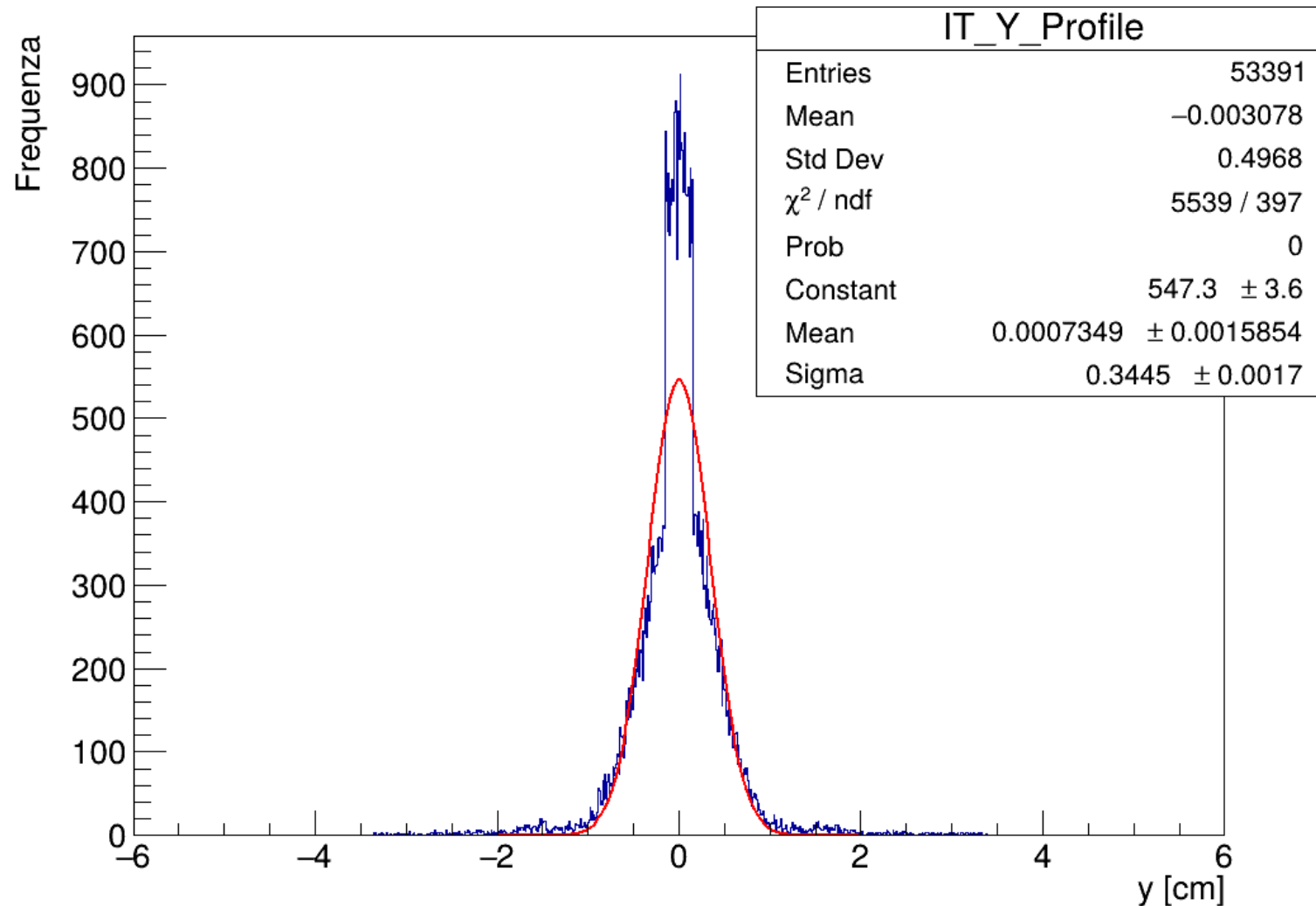


Allineamento preliminare dell'IT

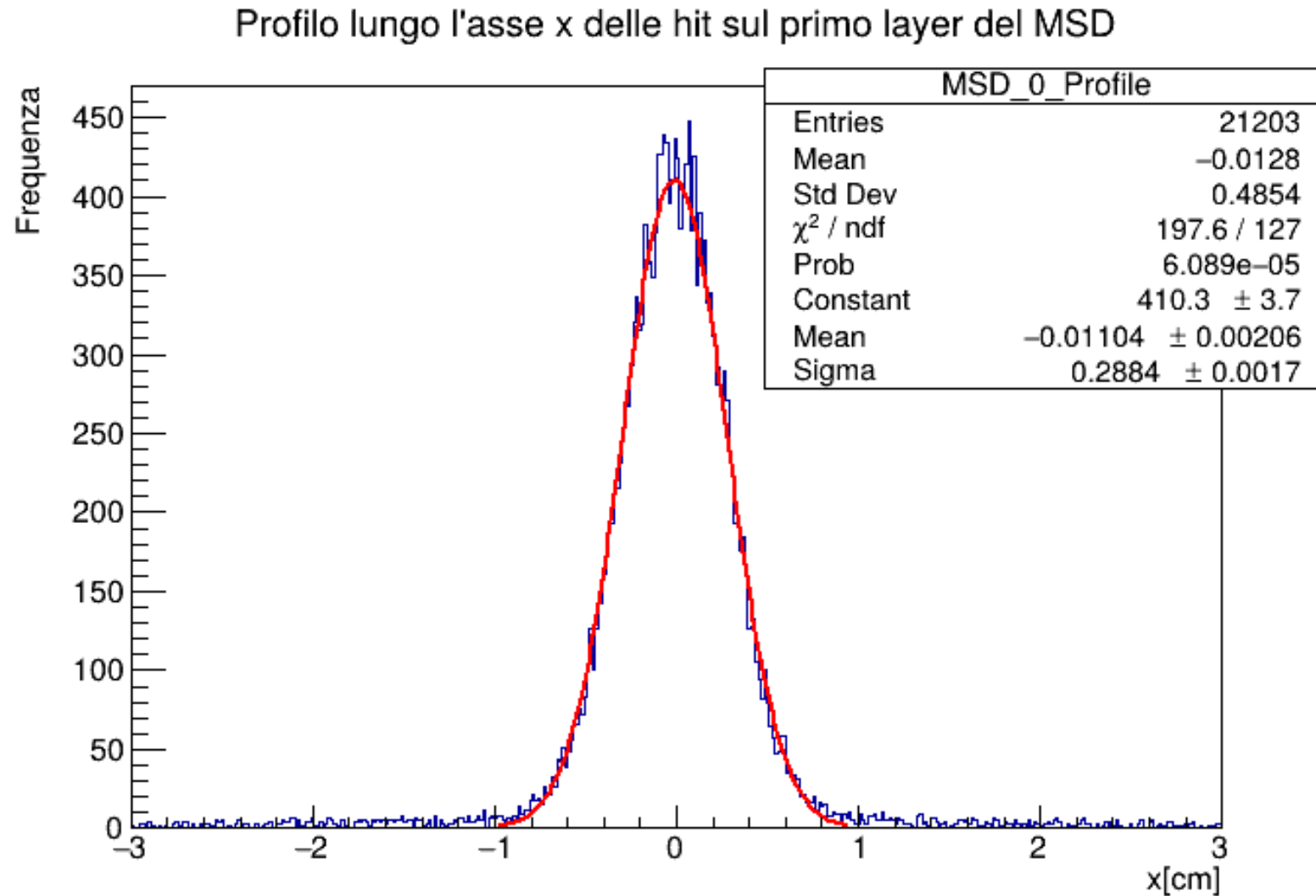


Allineamento preliminare dell'IT

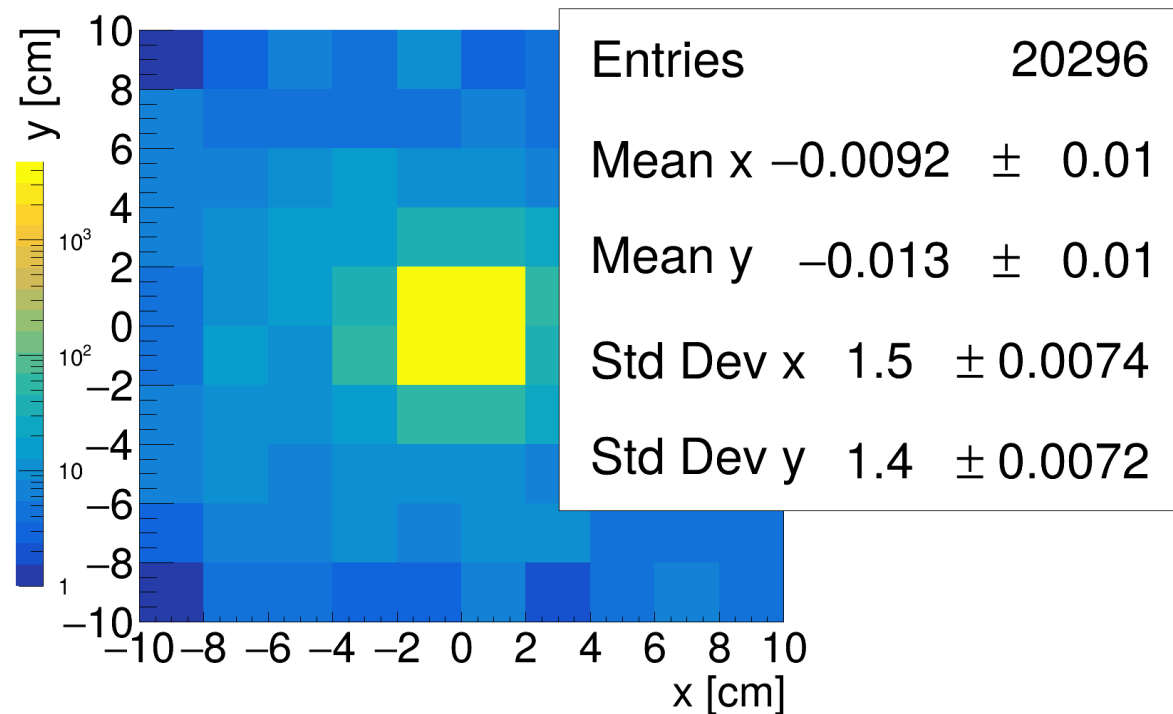
Profilo lungo l'asse y delle hit sull'IT



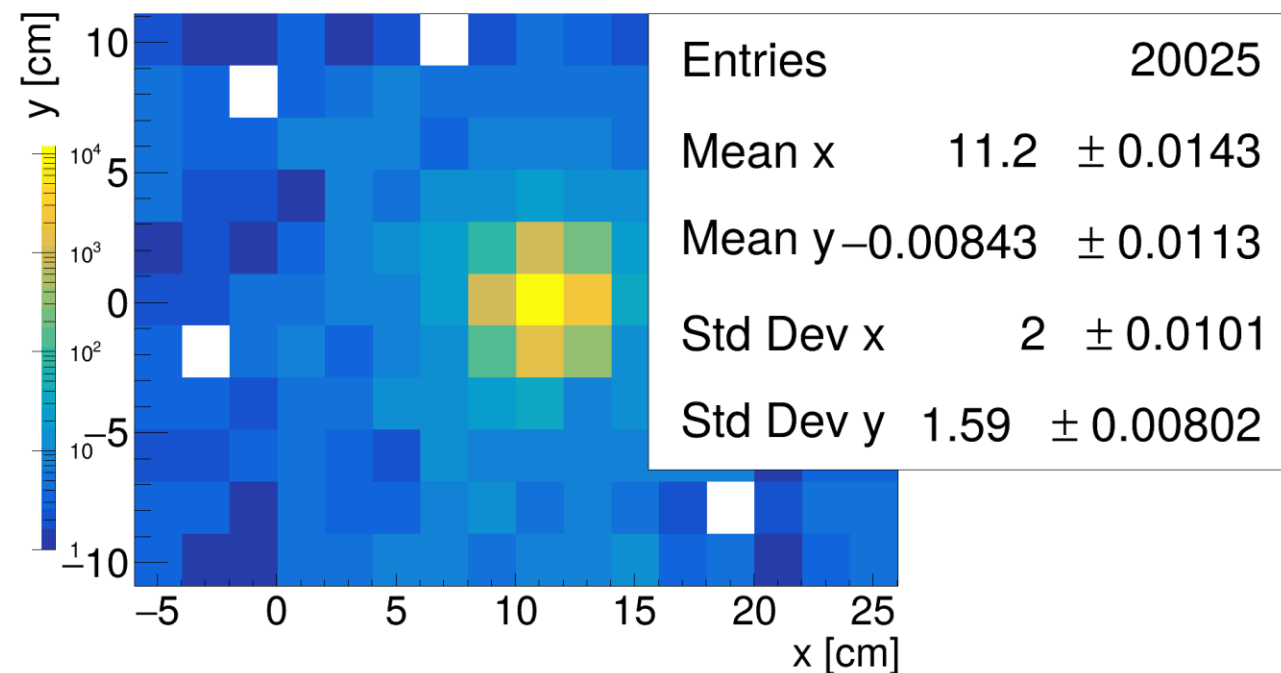
Allineamento preliminare del MSD



Profilo del fascio sul TW



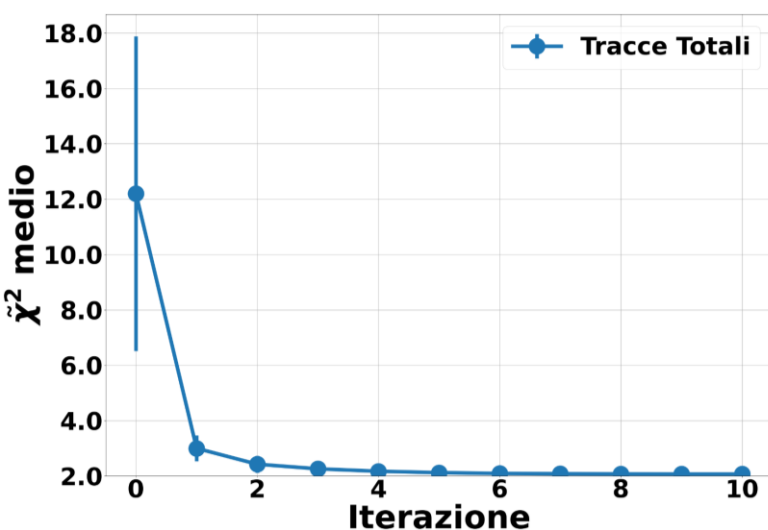
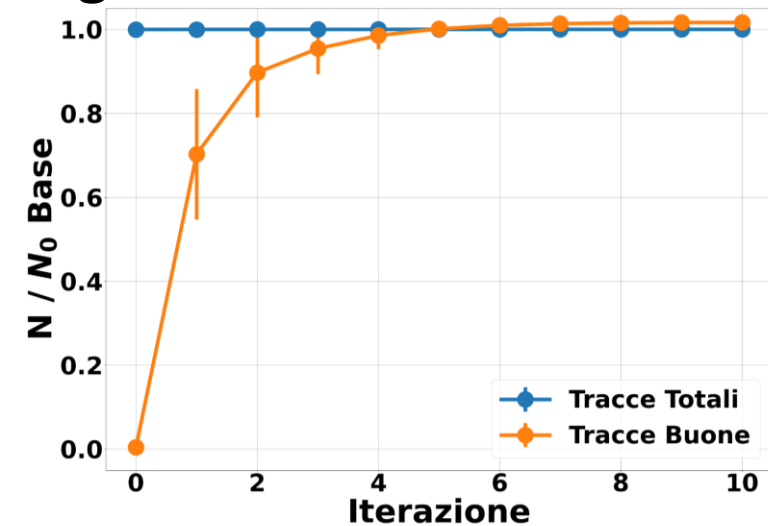
CNAO2022_MC



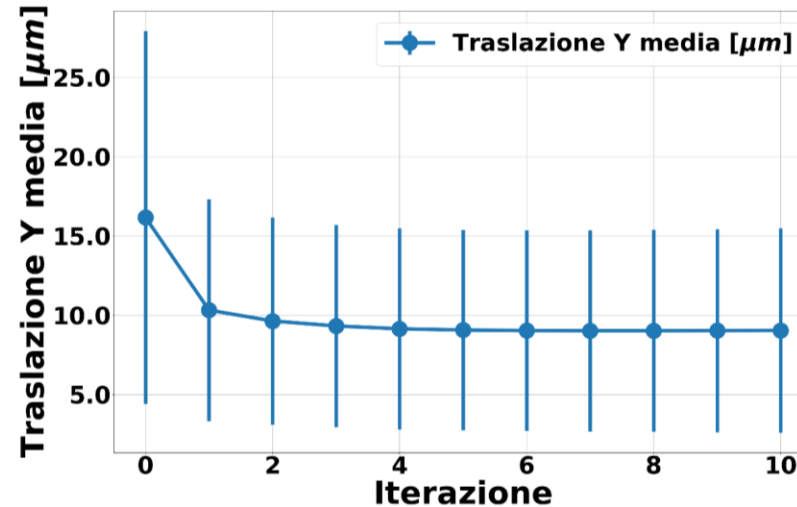
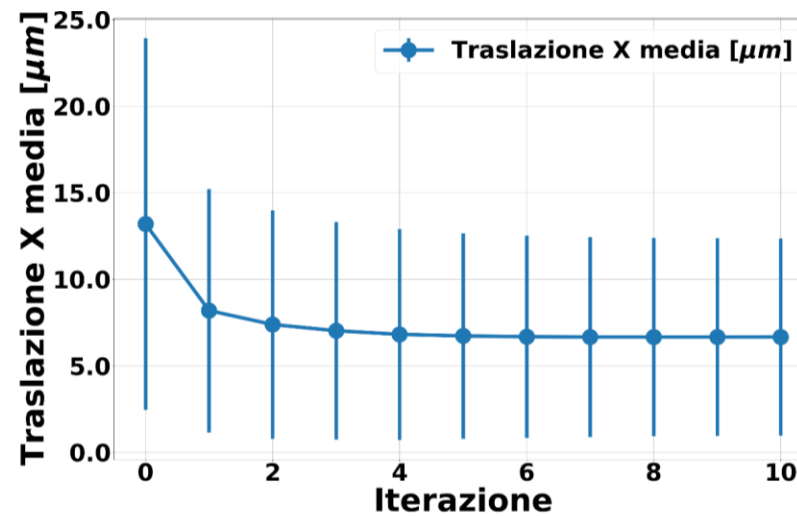
CNAO2023_MC

Allineamento fine per CNAO2022

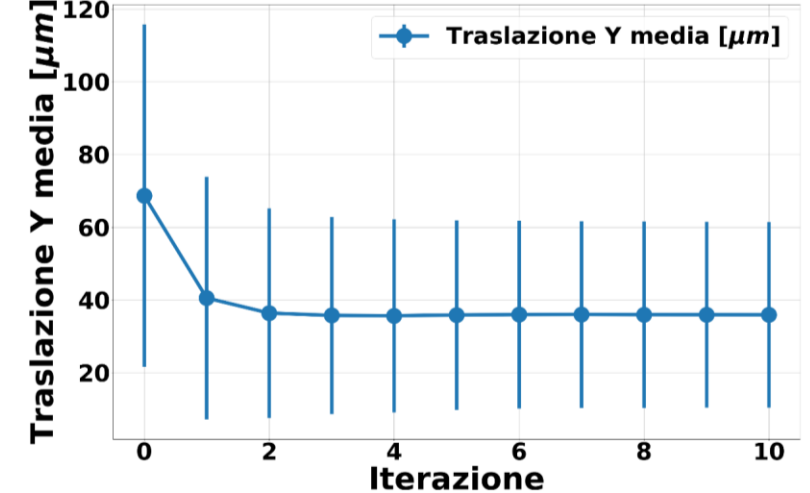
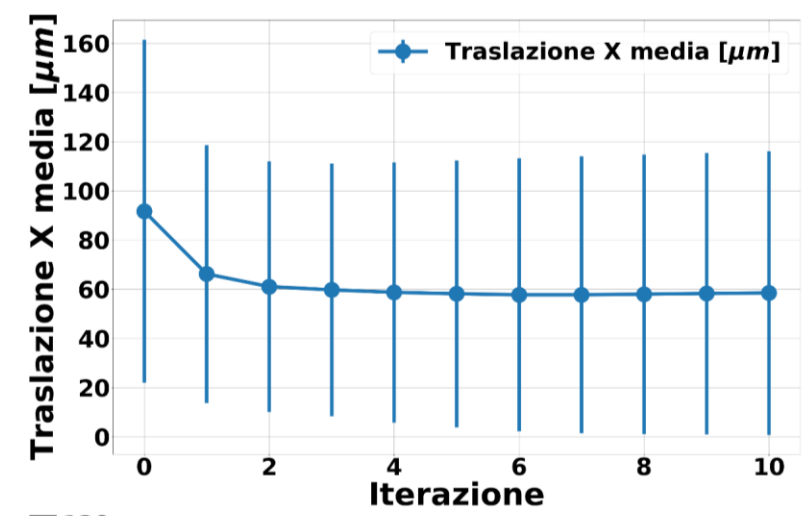
Miglioramento del tracciamento



Allineamento del VT

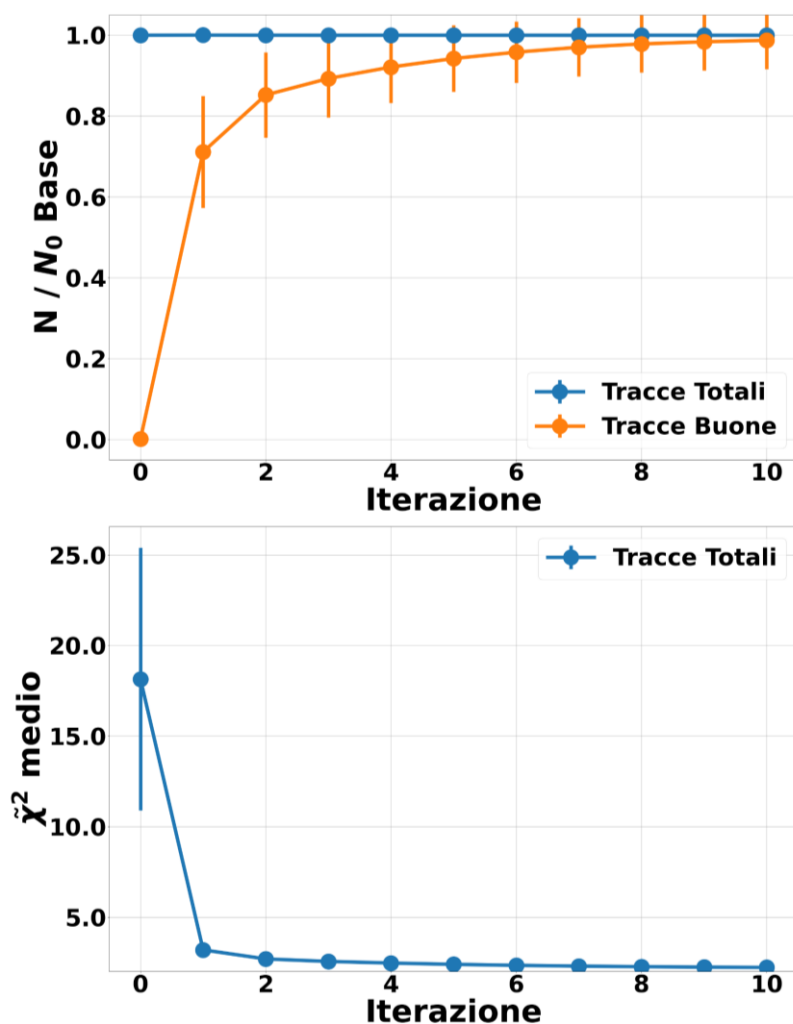


Allineamento del MSD

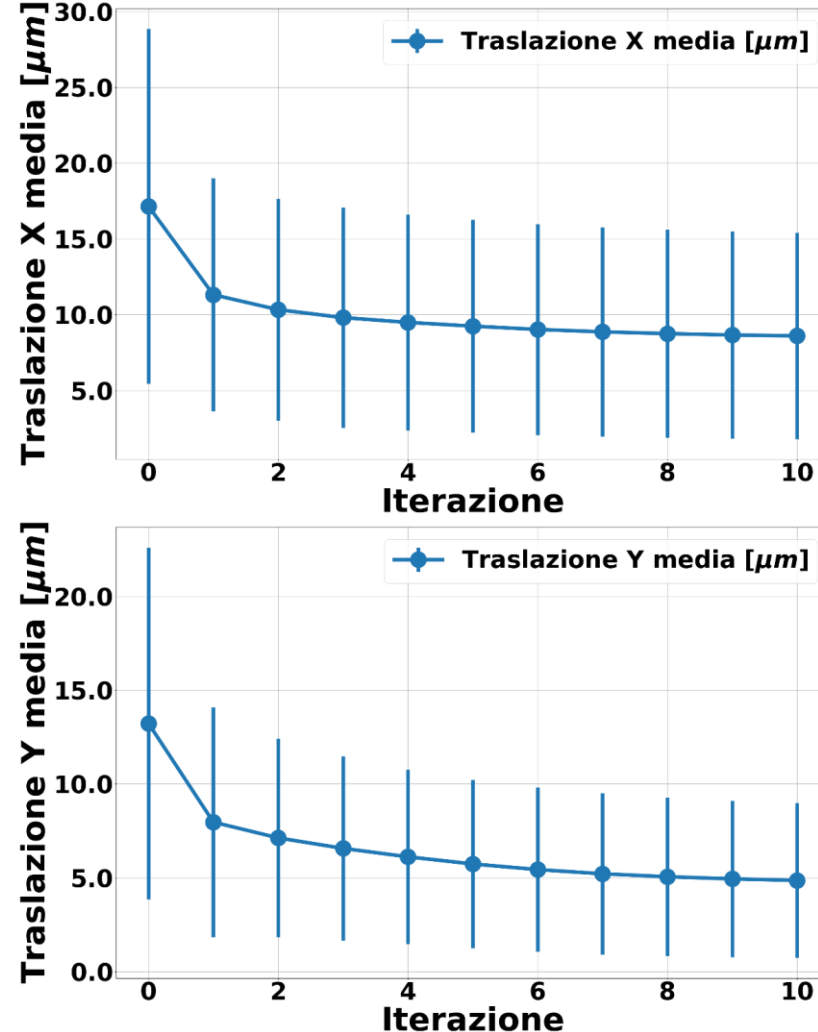


Allineamento fine per CNAO2023

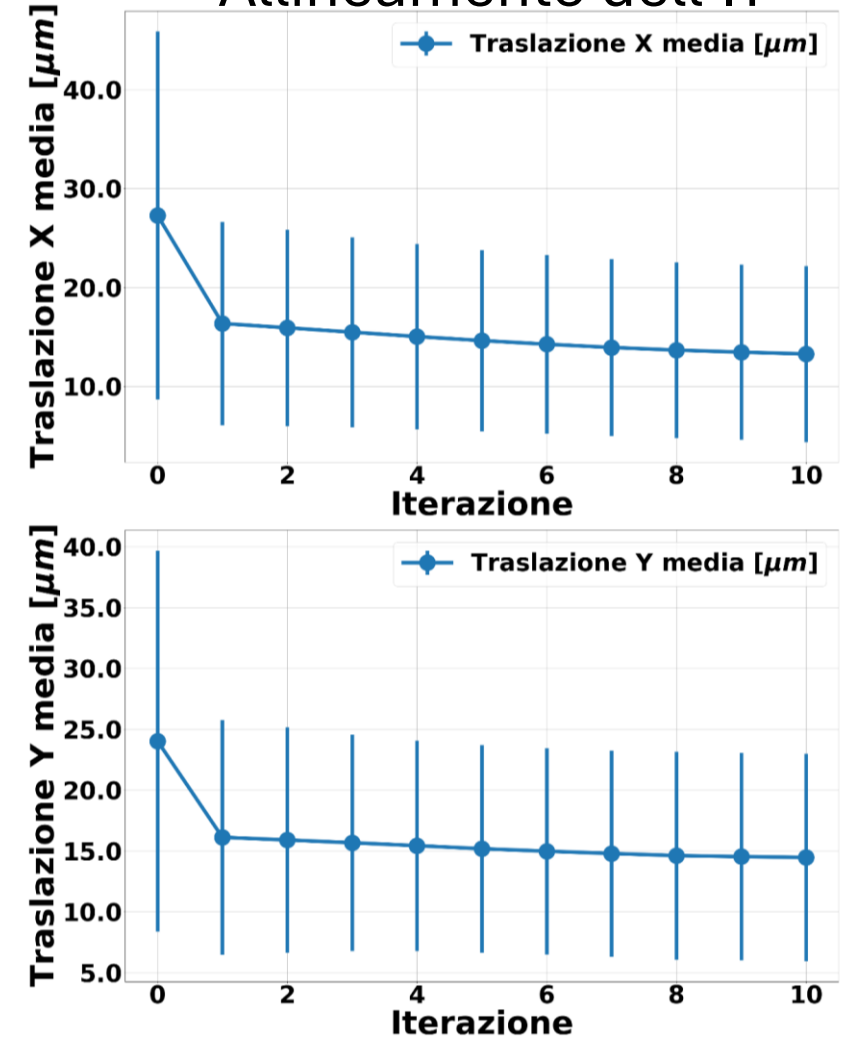
Miglioramento del tracciamento



Allineamento del VT

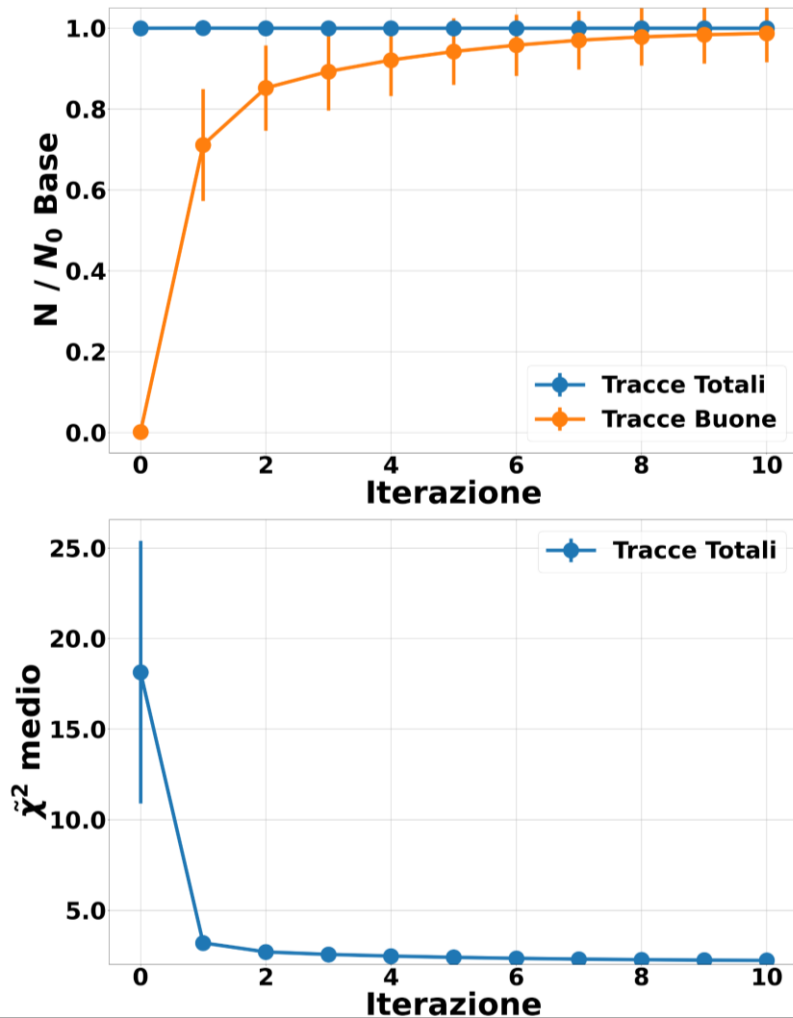


Allineamento dell'IT

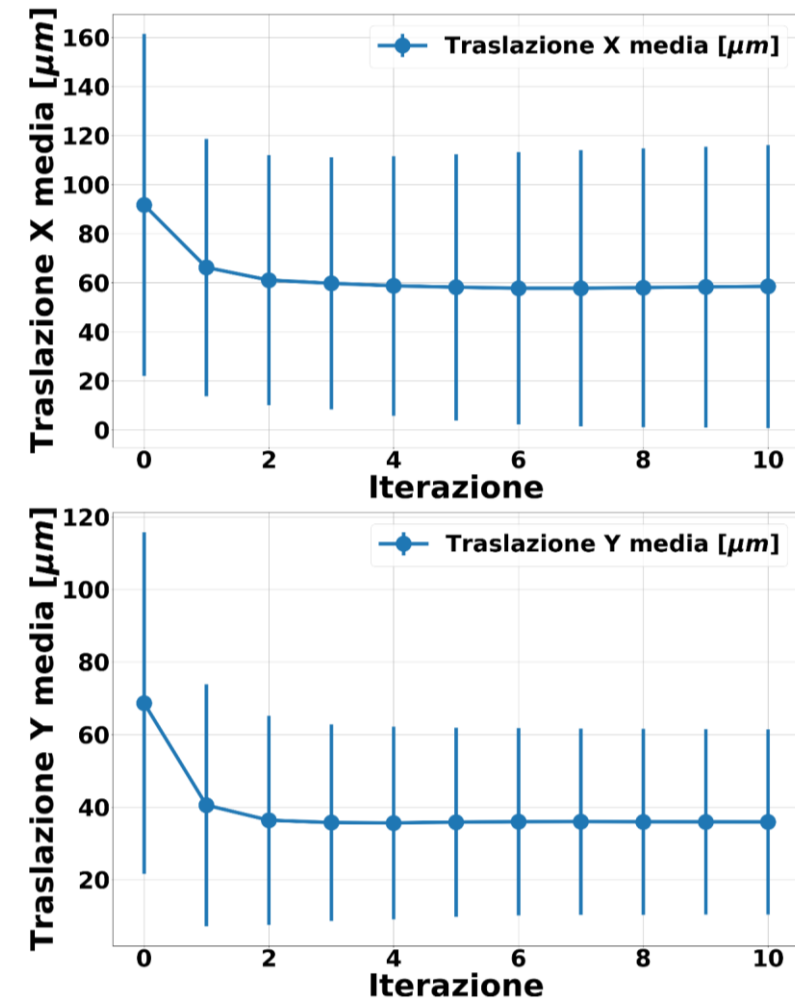


Allineamento fine per CNAO2023

Miglioramento del tracciamento

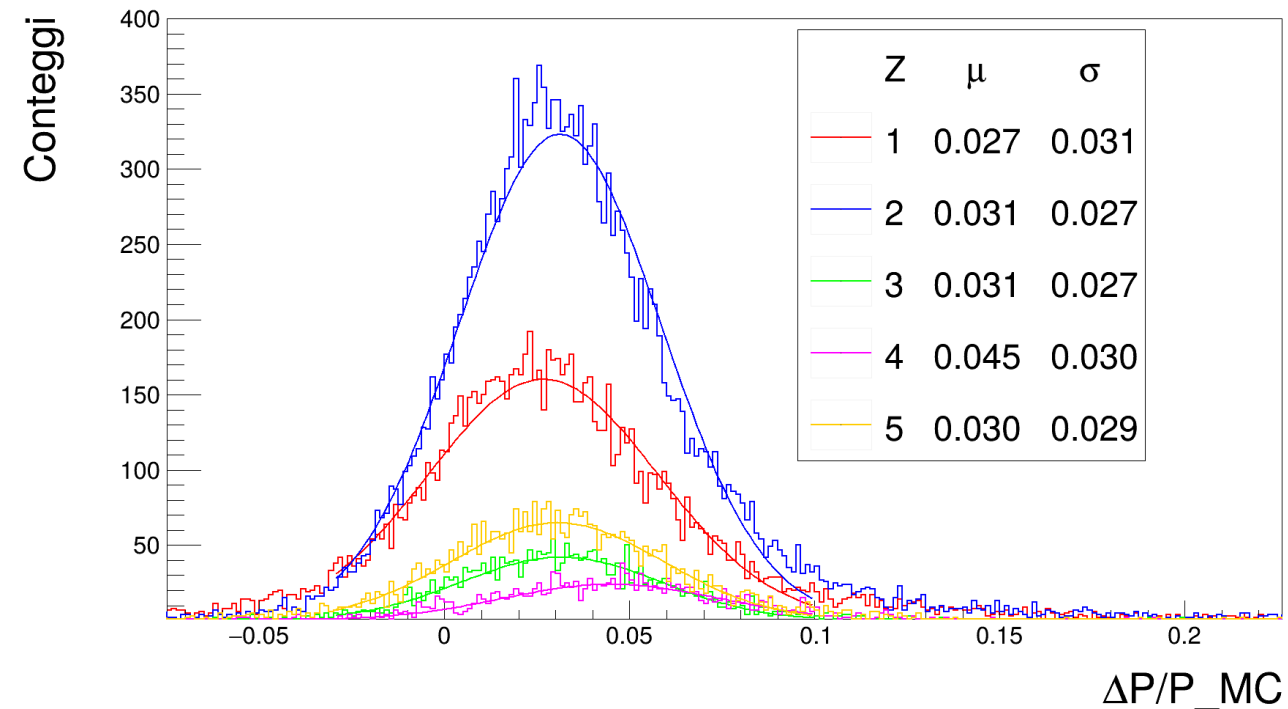


Allineamento del MSD



Ricostruzione del modulo della quantità di moto

Errore relativo del modulo della quantità di moto

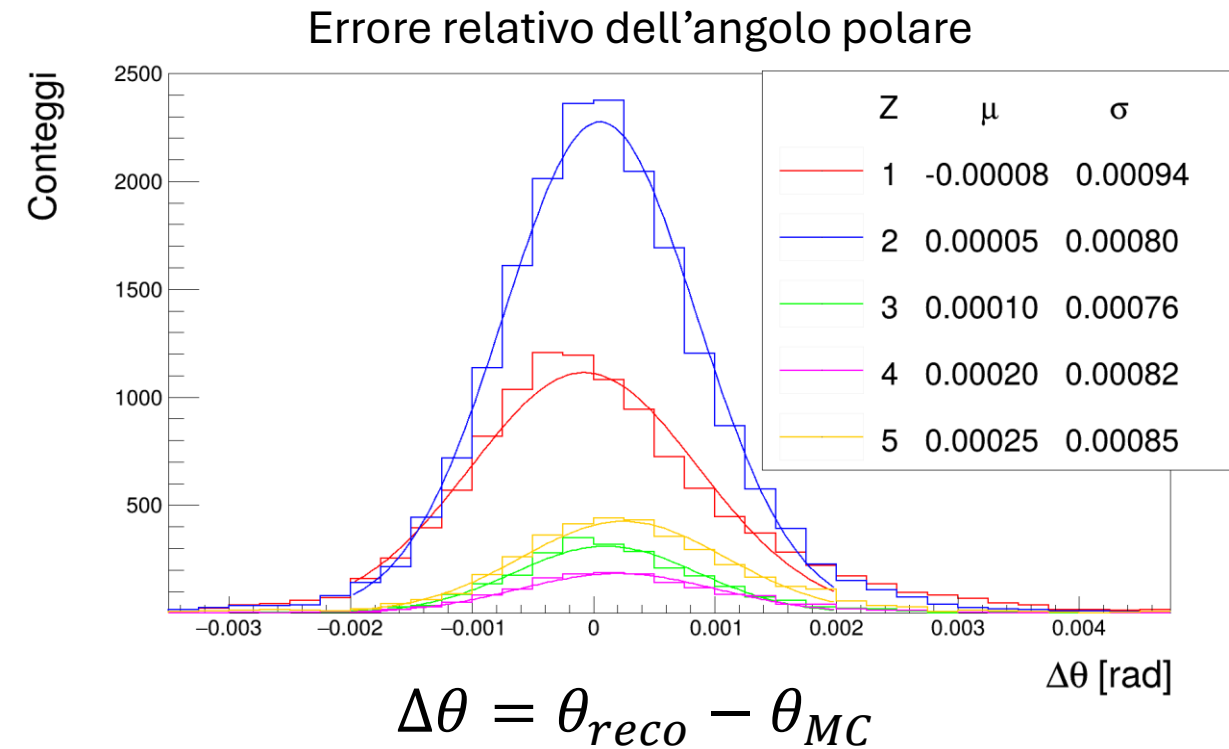


$$\Delta P = P_{reco} - P_{MC}$$

Modulo della quantità di moto

Z	Base		Pre allineamento fine		Post allineamento fine	
	μ_{base}	σ_{base}	μ_{pre}	σ_{pre}	μ_{post}	σ_{post}
1	0.028	0.031	0.041	0.032	0.027	0.031
2	0.032	0.027	0.048	0.027	0.031	0.027
3	0.033	0.027	0.051	0.027	0.031	0.027
4	0.047	0.029	0.062	0.029	0.045	0.030
5	0.032	0.028	0.048	0.029	0.030	0.029

Ricostruzione dell'angolo polare



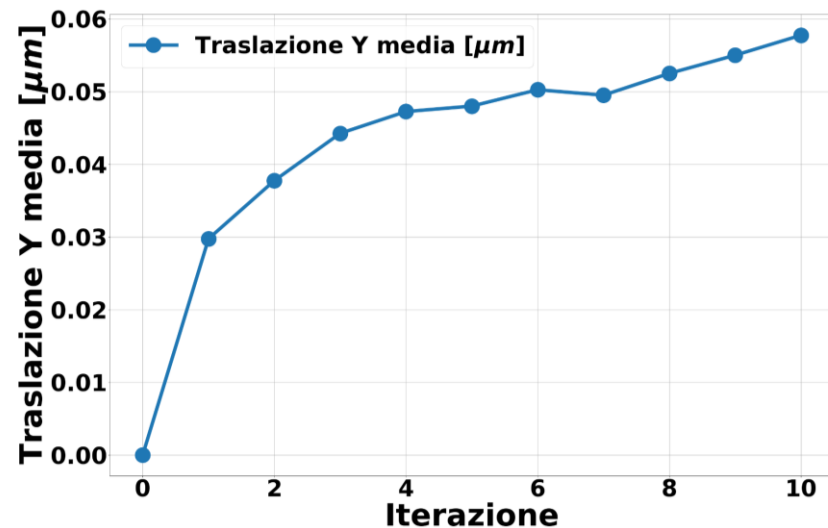
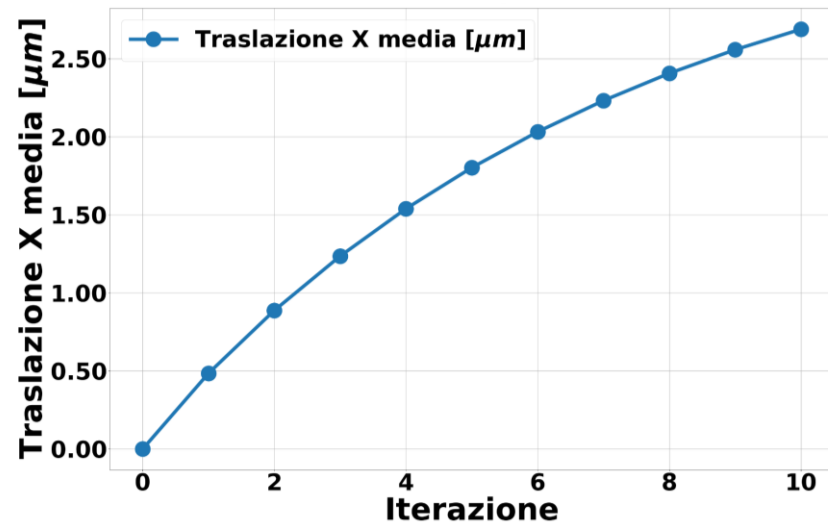
Z	Angolo polare della quantità di moto [10^{-4} rad]					
	Base		Pre allineamento fine		Post allineamento fine	
	μ_{base}	σ_{base}	μ_{pre}	σ_{pre}	μ_{post}	σ_{post}
1	-0.8	9.4	-0.8	11.2	-0.8	9.4
2	0.5	7.9	0.6	9.4	0.5	8.0
3	1.0	7.5	1.0	8.7	1.0	7.6
4	2.0	8.3	2.0	8.9	2.0	8.2
5	2.4	8.4	2.8	9.9	2.5	8.5

Traslazioni indotte

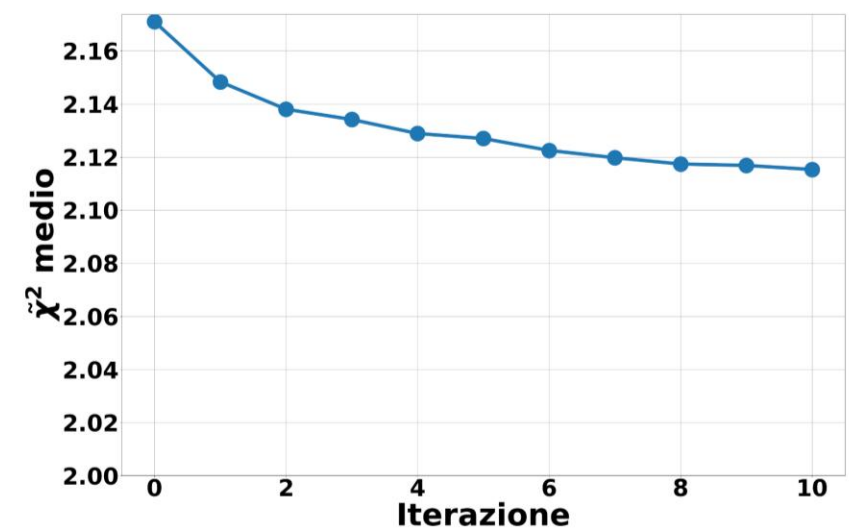
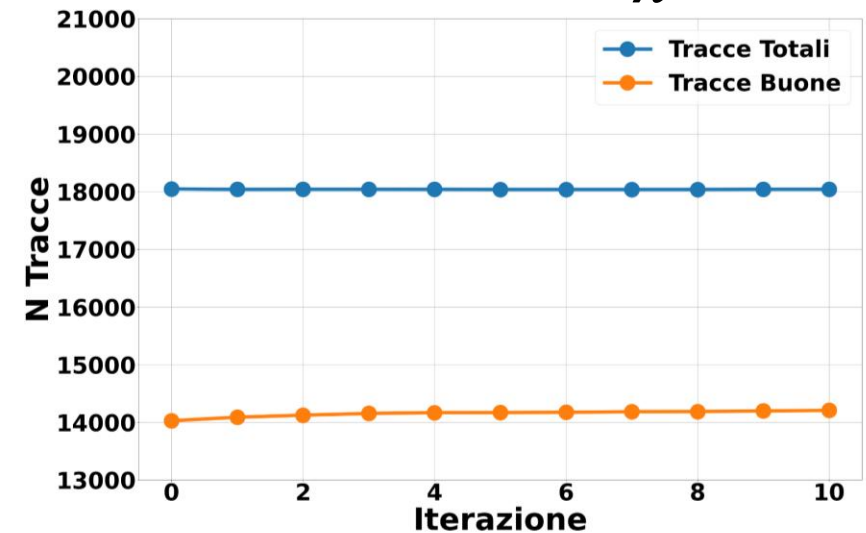
- Induzione di traslazioni tra layer
- Tilt delle tracce: traslazioni sul VT introducono traslazioni sul MSD
- Introduzione di traslazioni sulla geometria corretta
- Non convergenza dell'algoritmo:
 - Aumento lineare delle traslazioni dopo alcune decine di iterazioni applicate alla geometria corretta

Traslazioni introdotte sulla geometria corretta

Ampiezza media delle traslazioni sul VT



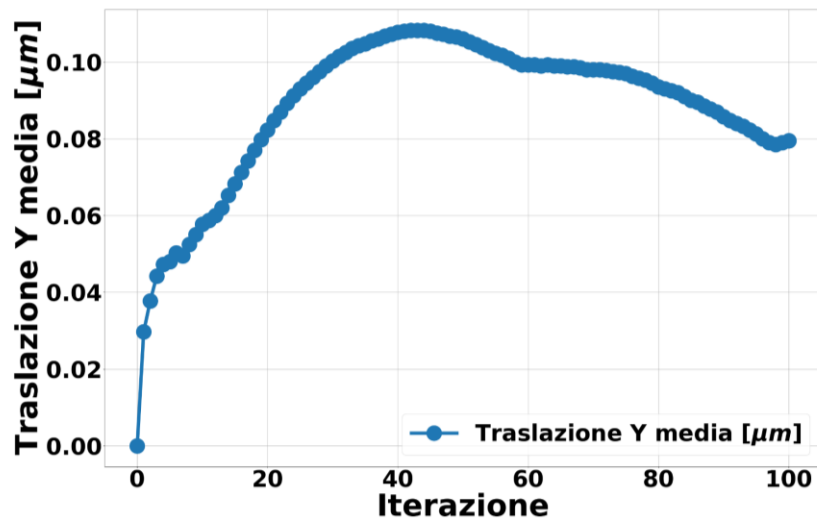
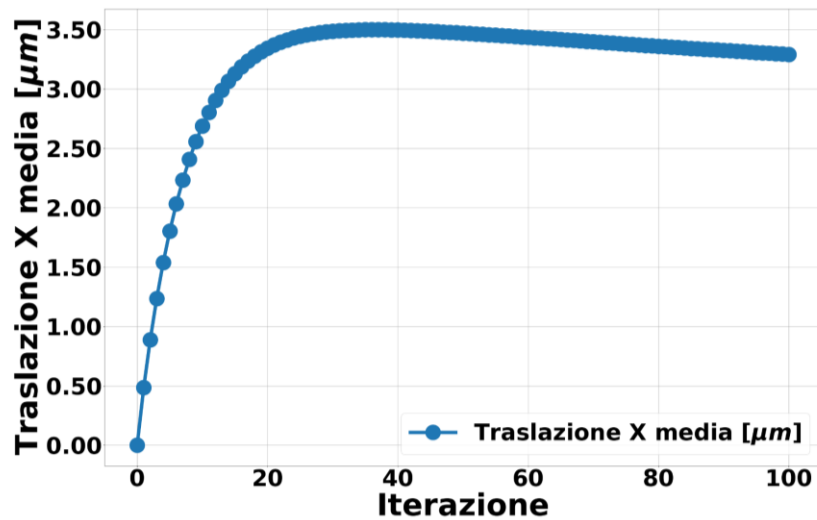
Diminuzione del $\tilde{\chi}^2$



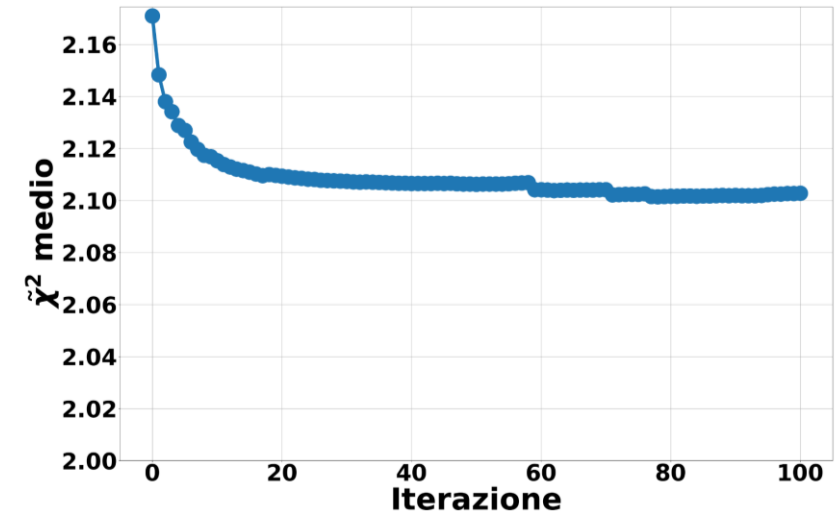
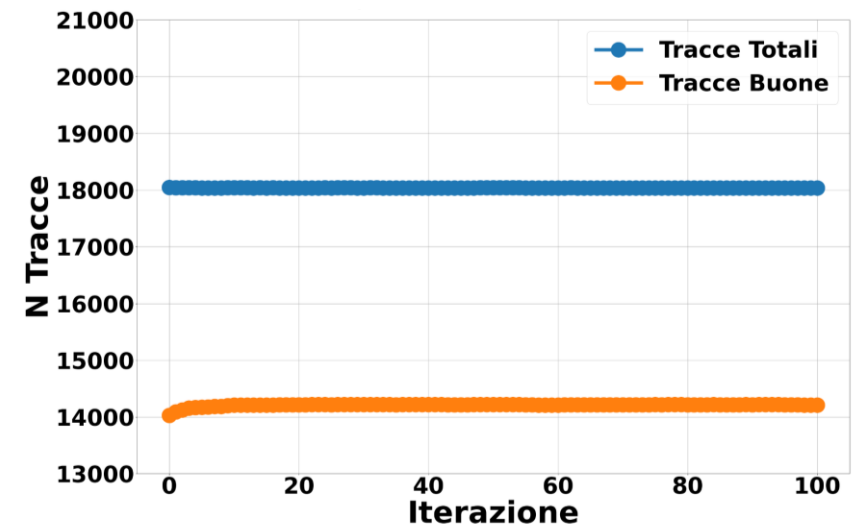
Campagna: CNAO2023

Traslazioni introdotte sulla geometria corretta

Ampiezza media delle traslazioni sul VT



Diminuzione del $\tilde{\chi}^2$

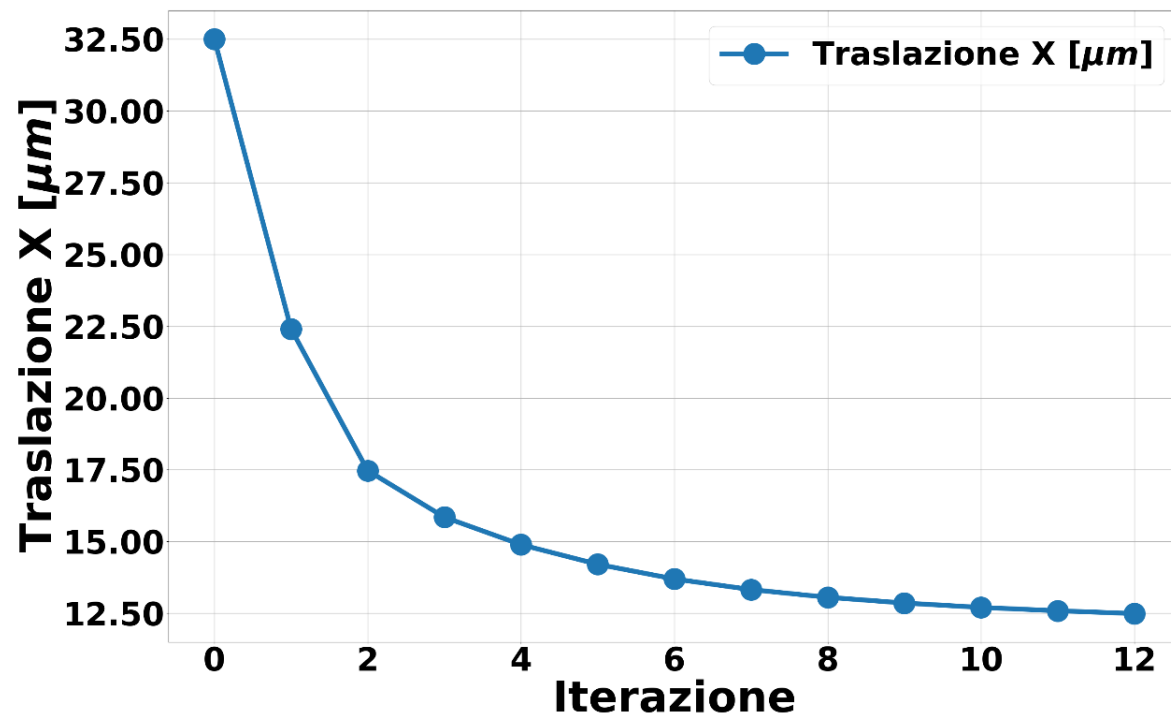


Campagna: CNAO2023

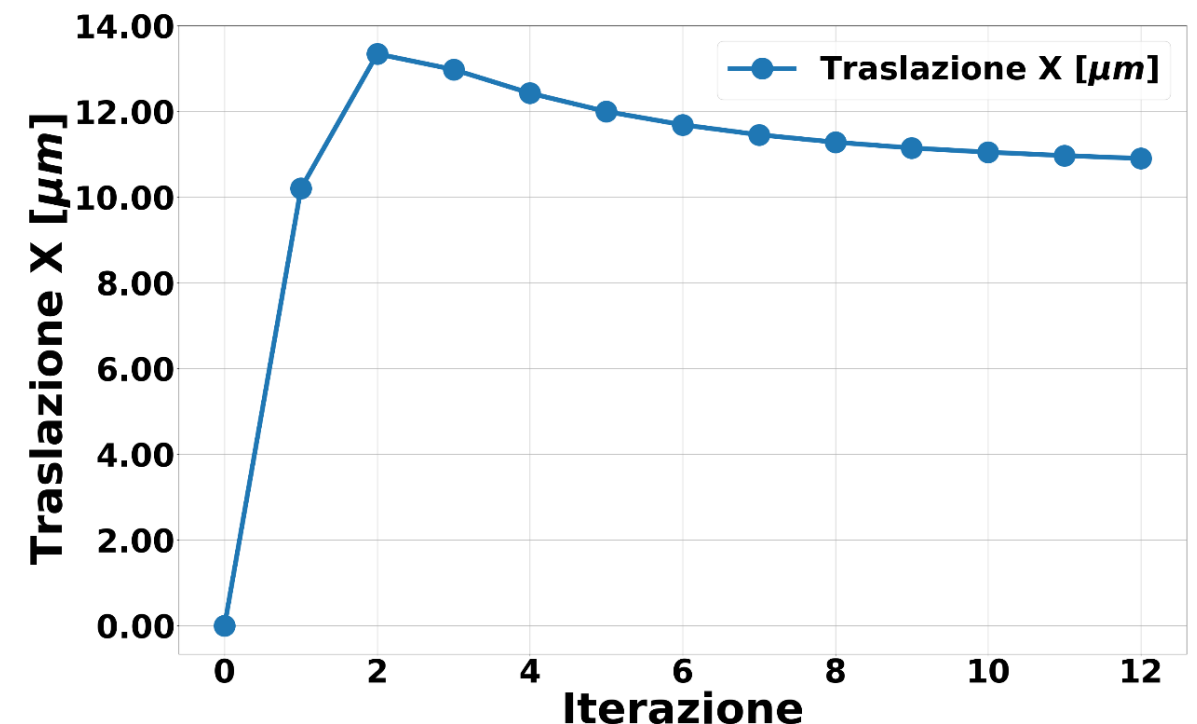
Traslazioni spurie indotte tra layer

Induzione di traslazioni tra layer del VT

Correzione del primo layer del VT traslato



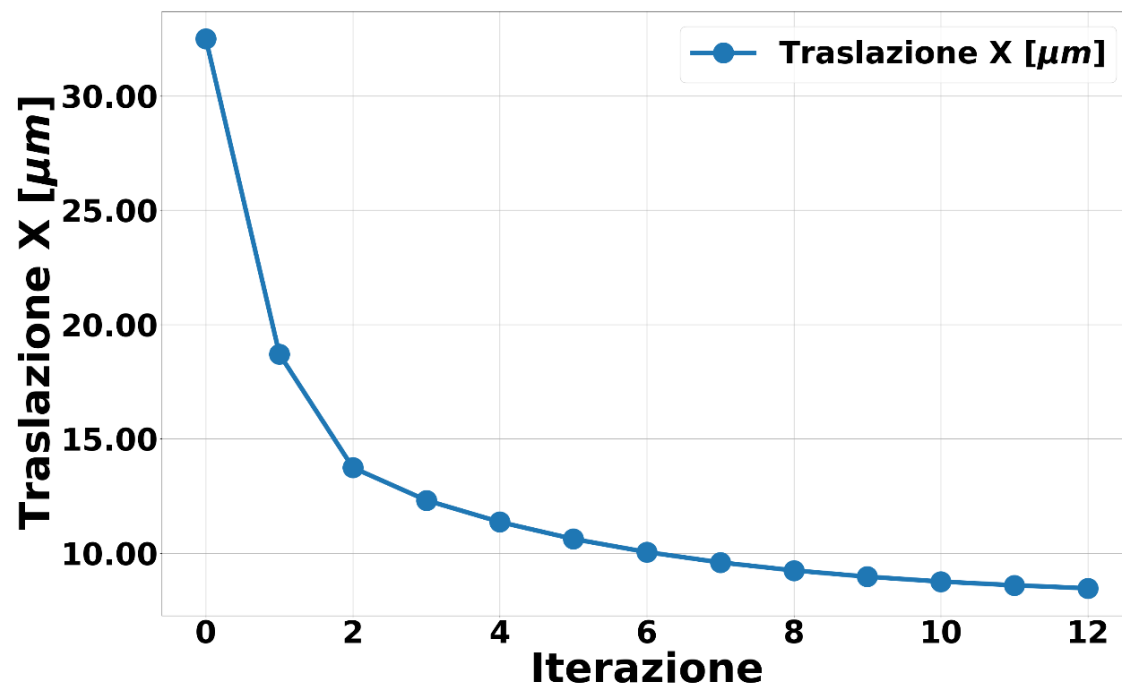
Traslazioni indotte sul secondo layer del VT



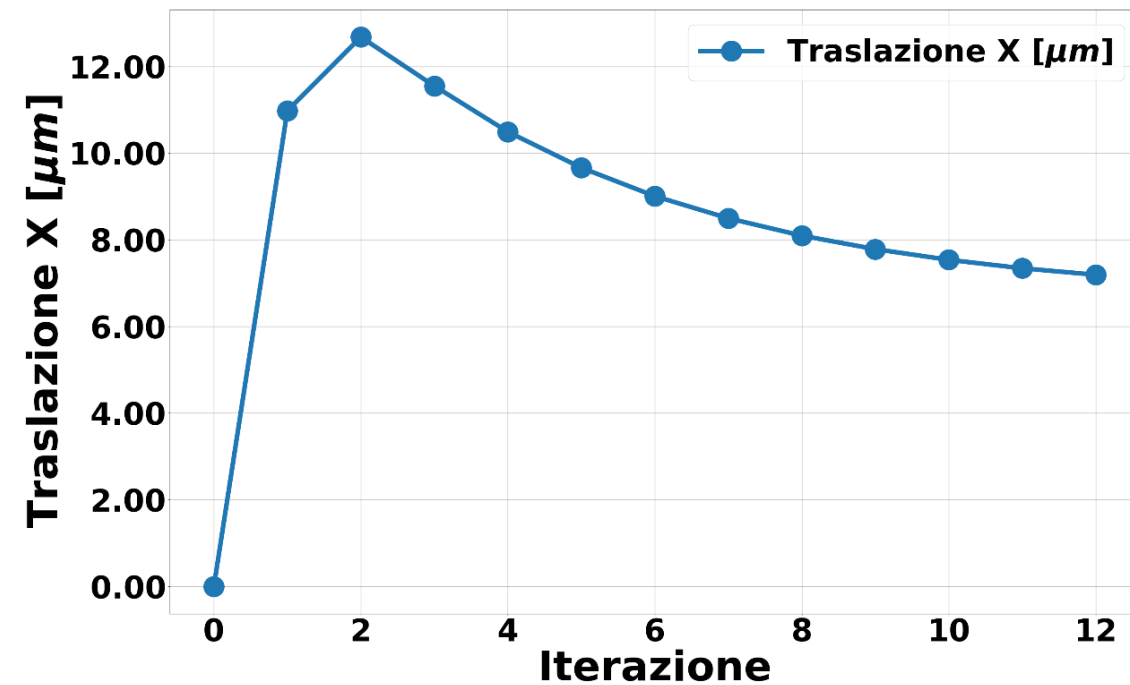
Traslazioni spurie indotte tra layer

- Induzione di traslazioni tra ladder consecutive dell'IT

Correzione della prima ladder dell'IT traslata



Traslazioni indotte sulla terza ladder dell'IT

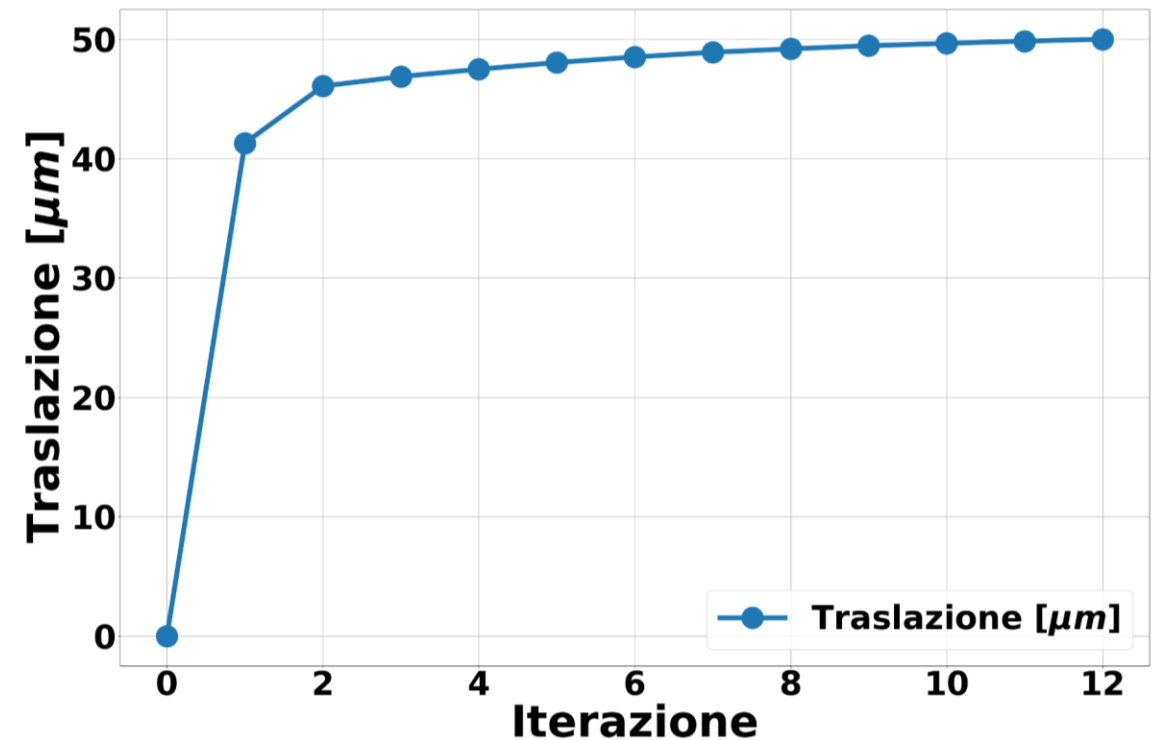
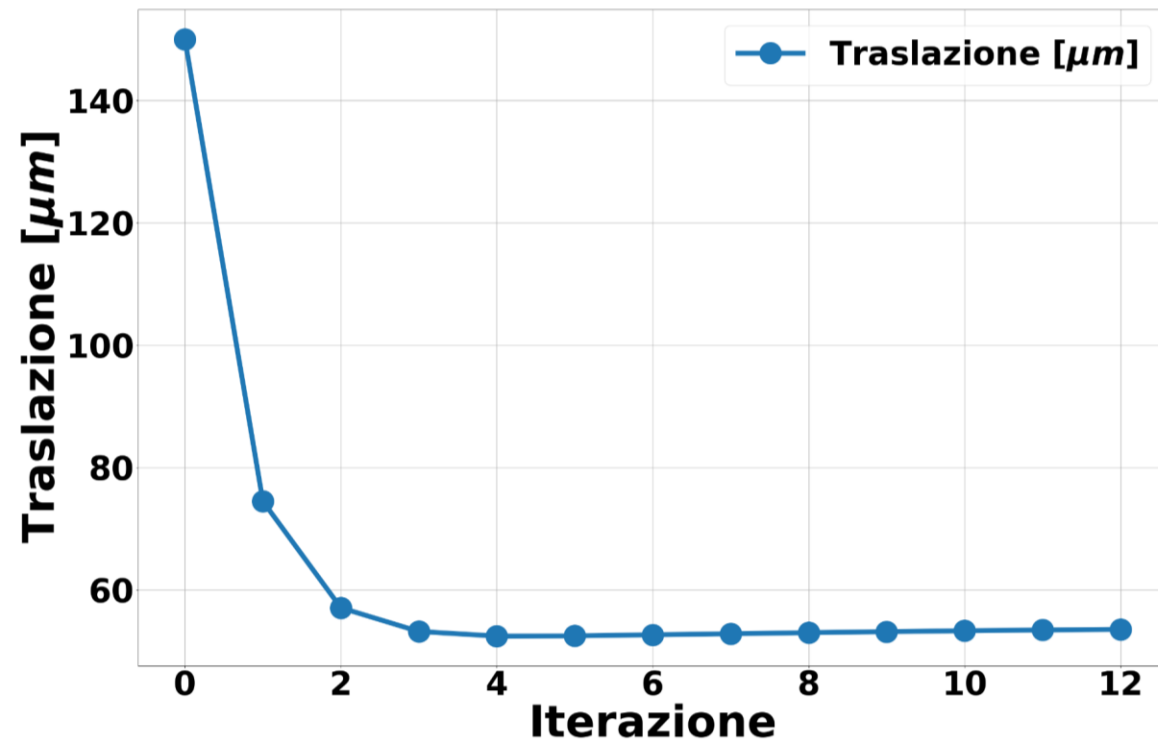


Campagna: CNAO2023, Traslazione iniziale della prima ladder dell'IT di 32.5 μm

Traslazioni spurie indotte tra layer

Induzione di traslazioni tra layer del MSD

Correzione del primo layer del MSD traslato Traslazioni indotte sul secondo layer del MSD

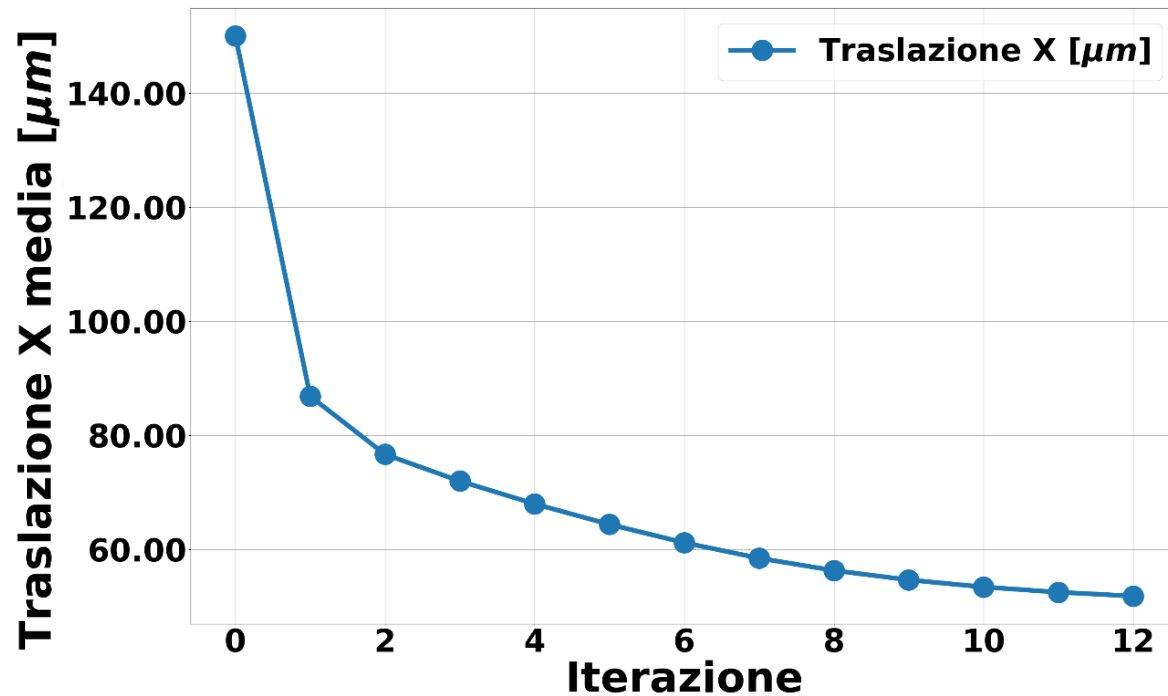


Campagna: CNAO2022, Traslazione iniziale del primo layer del MSD di 150 μm

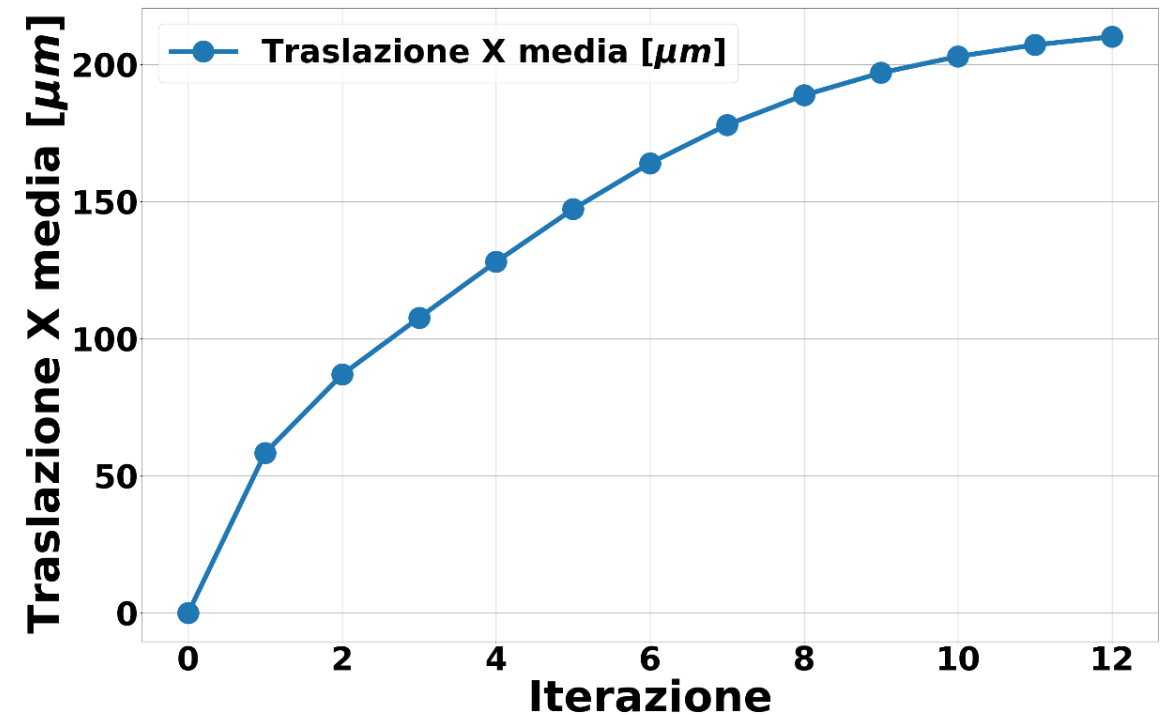
Traslazioni spurie indotte tra layer

- Tilt delle tracce

Correzione del primo layer del VT traslato



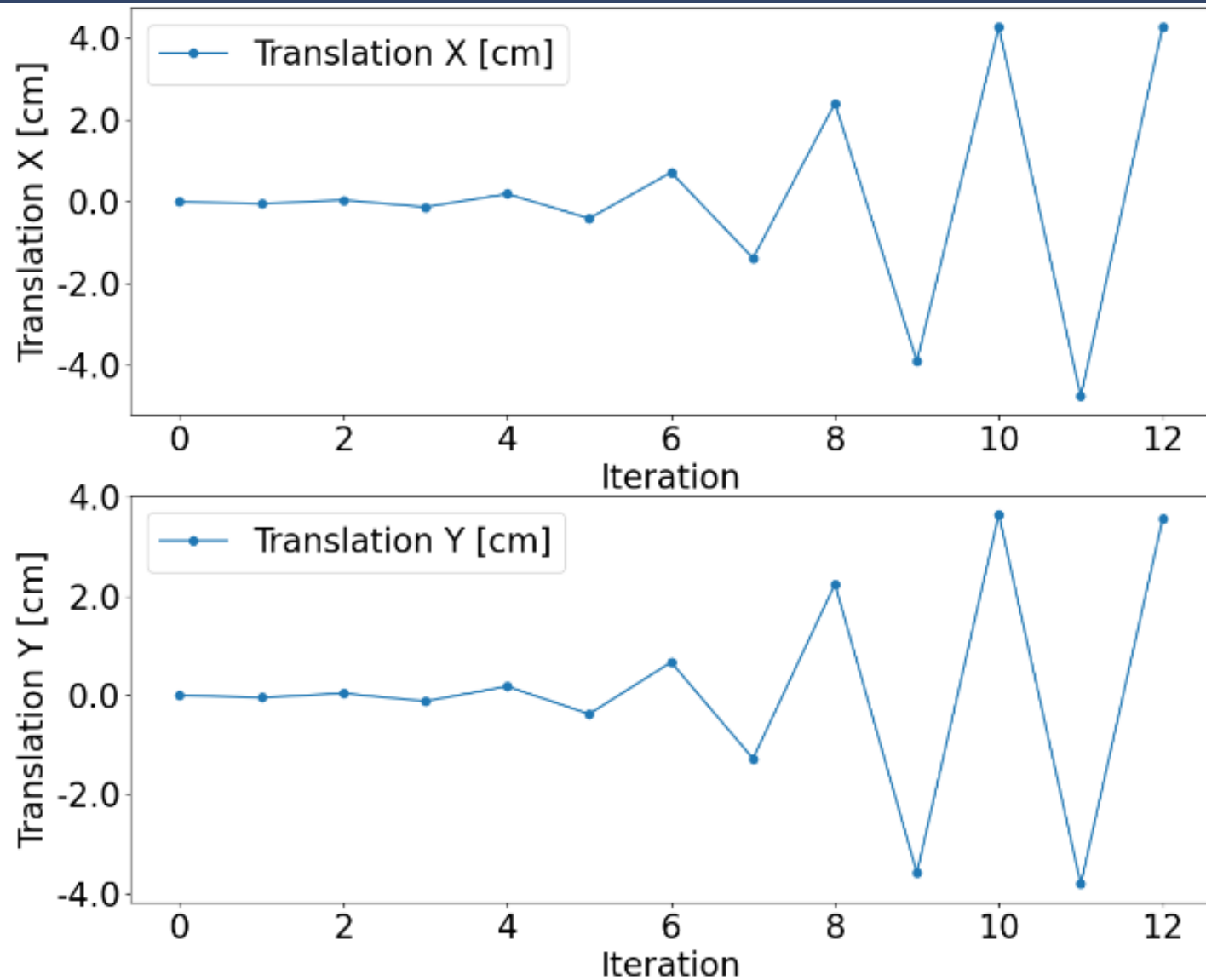
Traslazioni indotte sul MSD



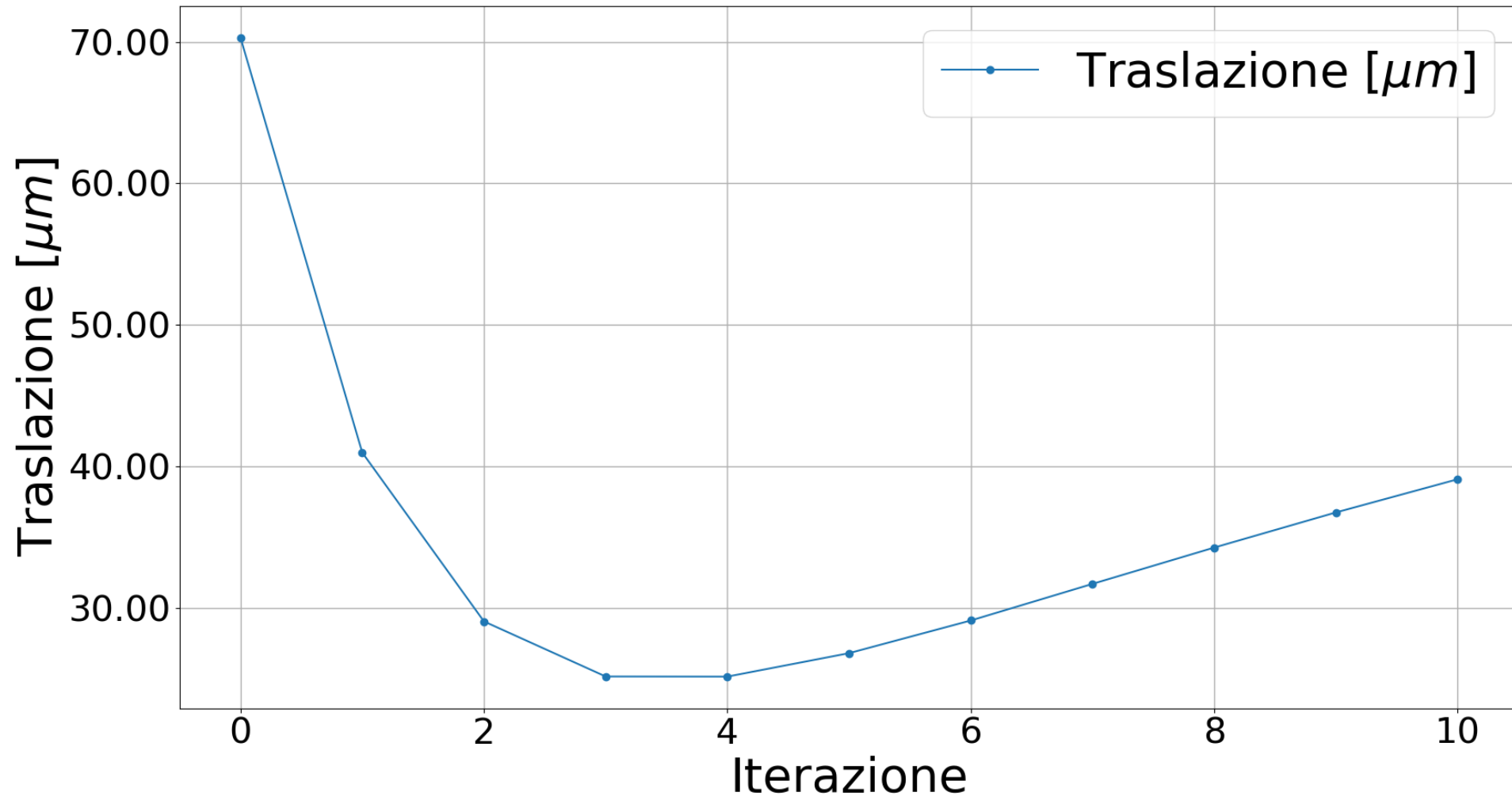
Campagna: CNAO2022, Traslazione iniziale del primo layer del VT di $150\ \mu\text{m}$

Non convergenza per il TW

Campagna: CNAO2022, Geometria iniziale perfetta



Andamento non monotono per il MSD



Campagna: CNAO2022, da una delle 18 configurazioni iniziali usate

Interazione radiazione-materia

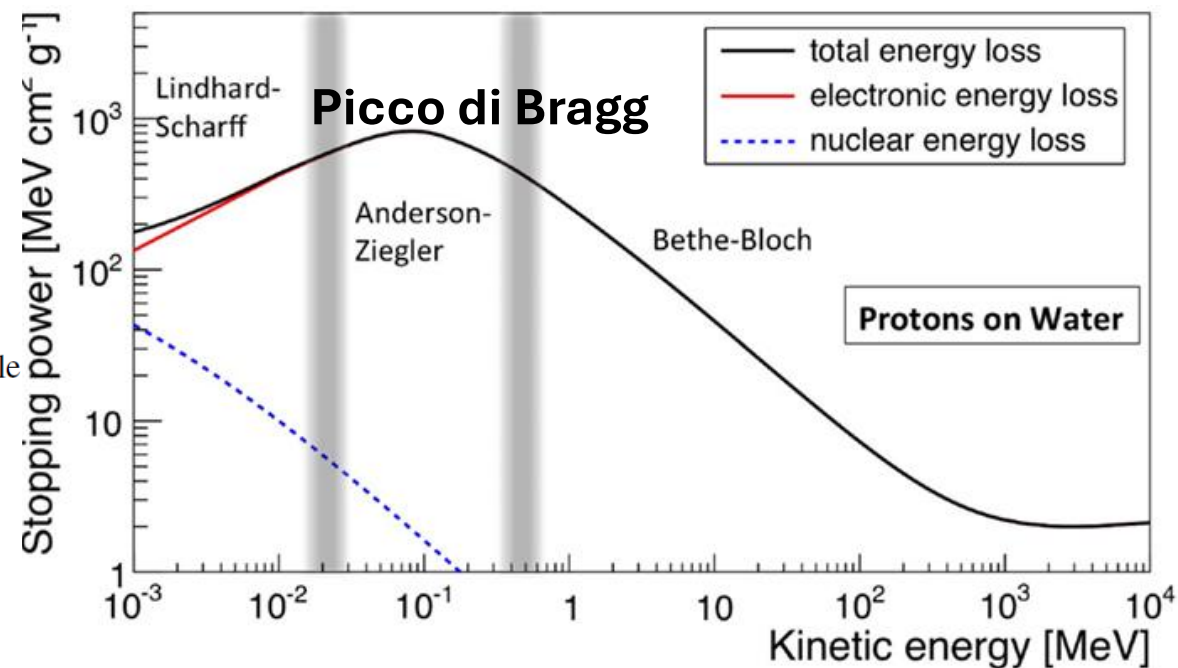
- Interazione elettromagnetica:
 - Urto anelastici con gli elettroni
 - Urto anelastici coi nuclei
 - Urto elastici coi nuclei
- Interazione debole e forte:
 - Urto elastici
 - Frammentazione del proiettile e/o del target

Picco di Bragg

$$\langle S \rangle = \left\langle -\frac{dE}{dx} \right\rangle = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{Z} \right]$$

- r_e il raggio classico dell'elettrone
- m_e la massa dell'elettrone
- I il potenziale di eccitazione medio
- Z, A il numero atomico e il numero di massa del materiale assorbente
- ρ la densità del materiale assorbente
- z la carica della particella incidente in unità di carica elementari e
- v la velocità della particella incidente
- δ la correzione di densità rilevante ad alte energie, tiene conto della polarizzazione del materiale ad opera della radiazione incidente
- C la correzione di shell, rilevante a basse energie
- $W_{\max}$ è la massima energia trasferibile in un urto, data da:

$$W_{\max} = \frac{2m_e c^2 \eta^2}{1 + 2s\sqrt{1 + \eta^2} + s^2}$$



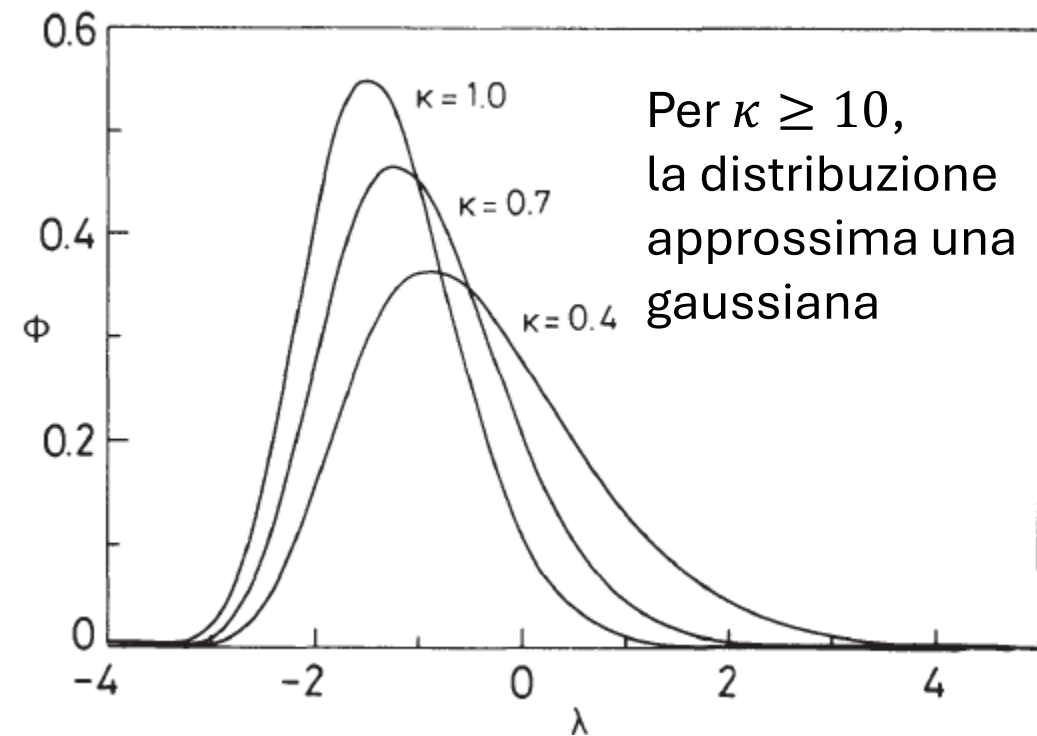
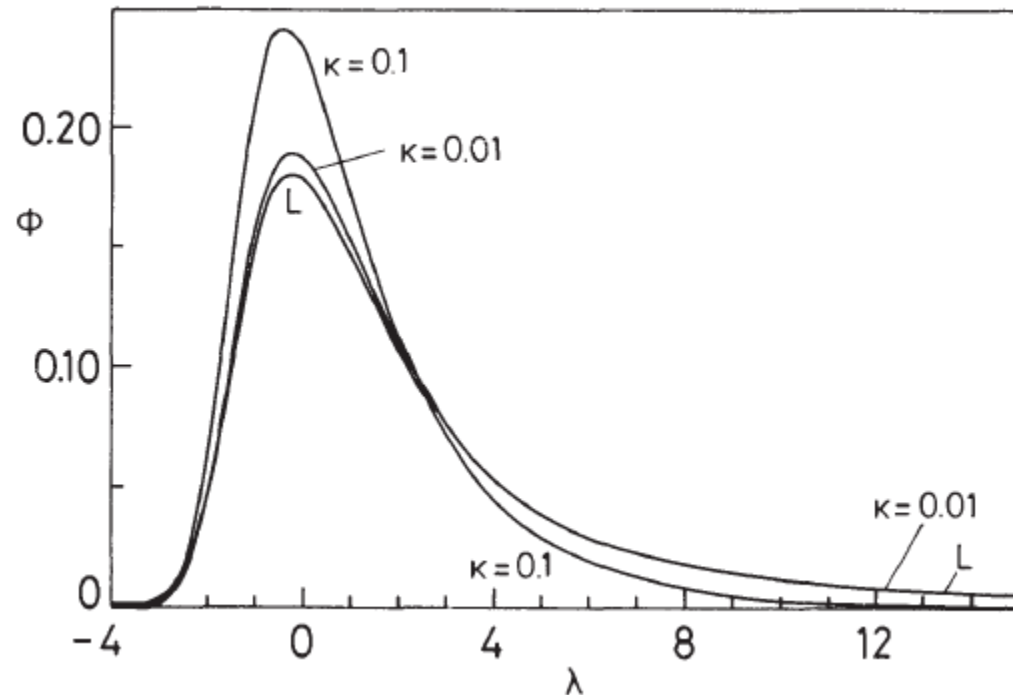
Energy Straggling

- Distribuzione di Vavilov al variare di

$$\kappa = \frac{\bar{\Delta}}{W_{\max}}$$

$\bar{\Delta}$: Energia media persa
in un singolo urto

$W_{\max}$: Massima energia persa
in un singolo urto



Multiple Coulomb Scattering

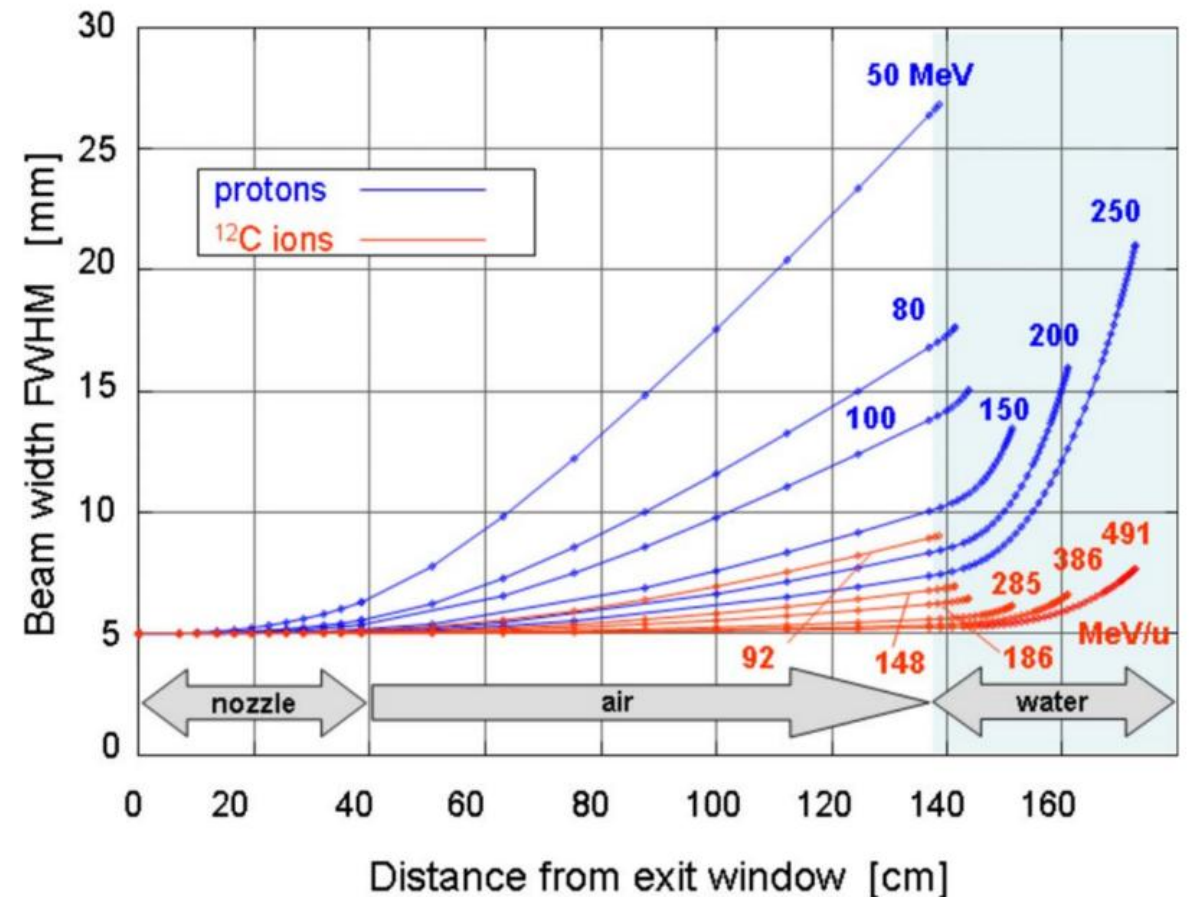
- Numero elevato di urti
- Perdita di energia trascurabile

- Formula di Highland:

$$F(\theta, x) = \frac{1}{\pi\sigma_\theta} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma_\theta^2}}$$

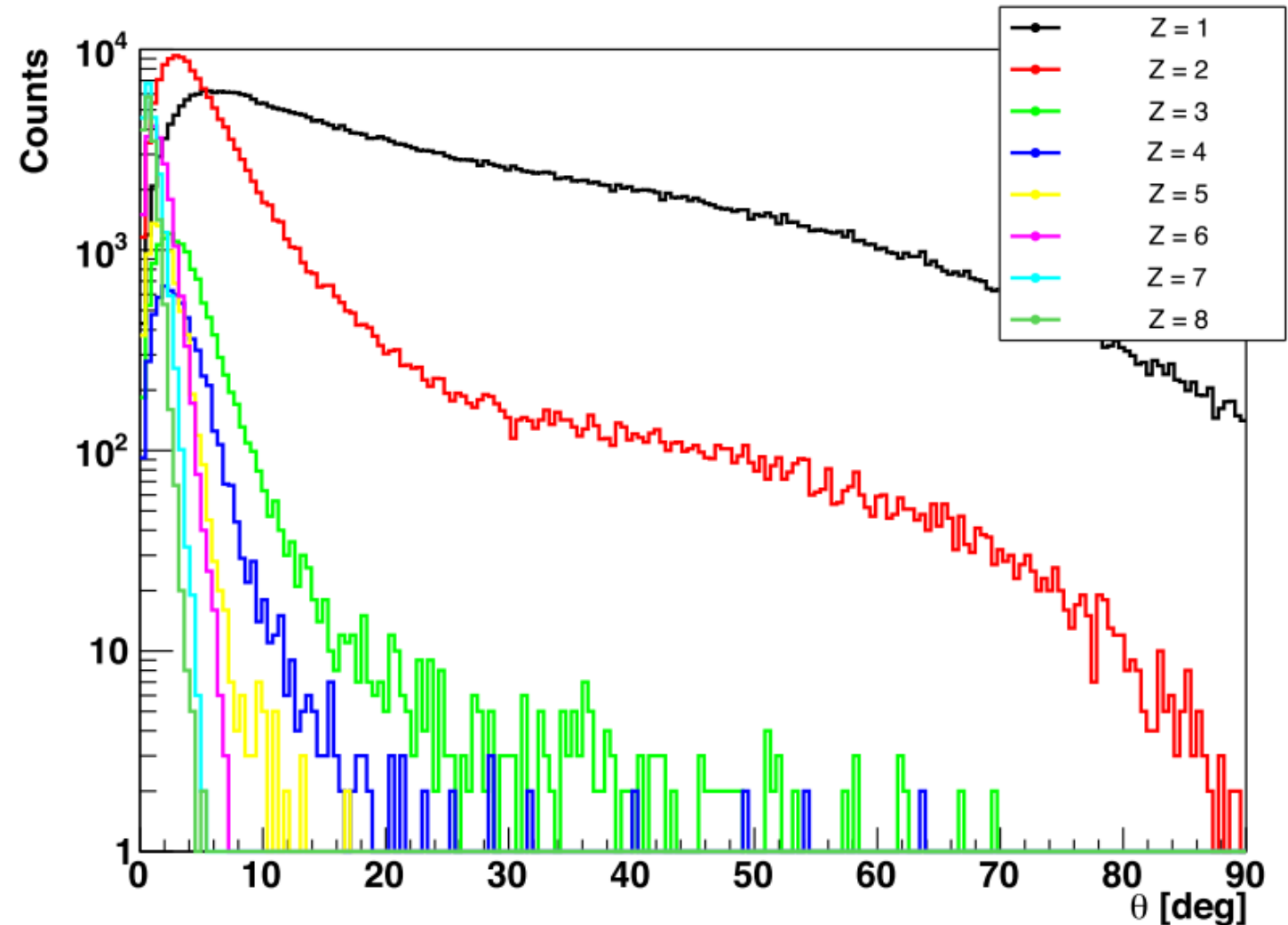
$$\sigma_\theta = \frac{13.6\text{MeV}}{pv} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[1 + 0.0038 \ln\left(\frac{x}{X_0}\right) \right]$$

$$X_0 = \frac{A}{4\alpha N_A Z^2 r_e^2 \ln\left(183Z^{-\frac{1}{3}}\right)}$$

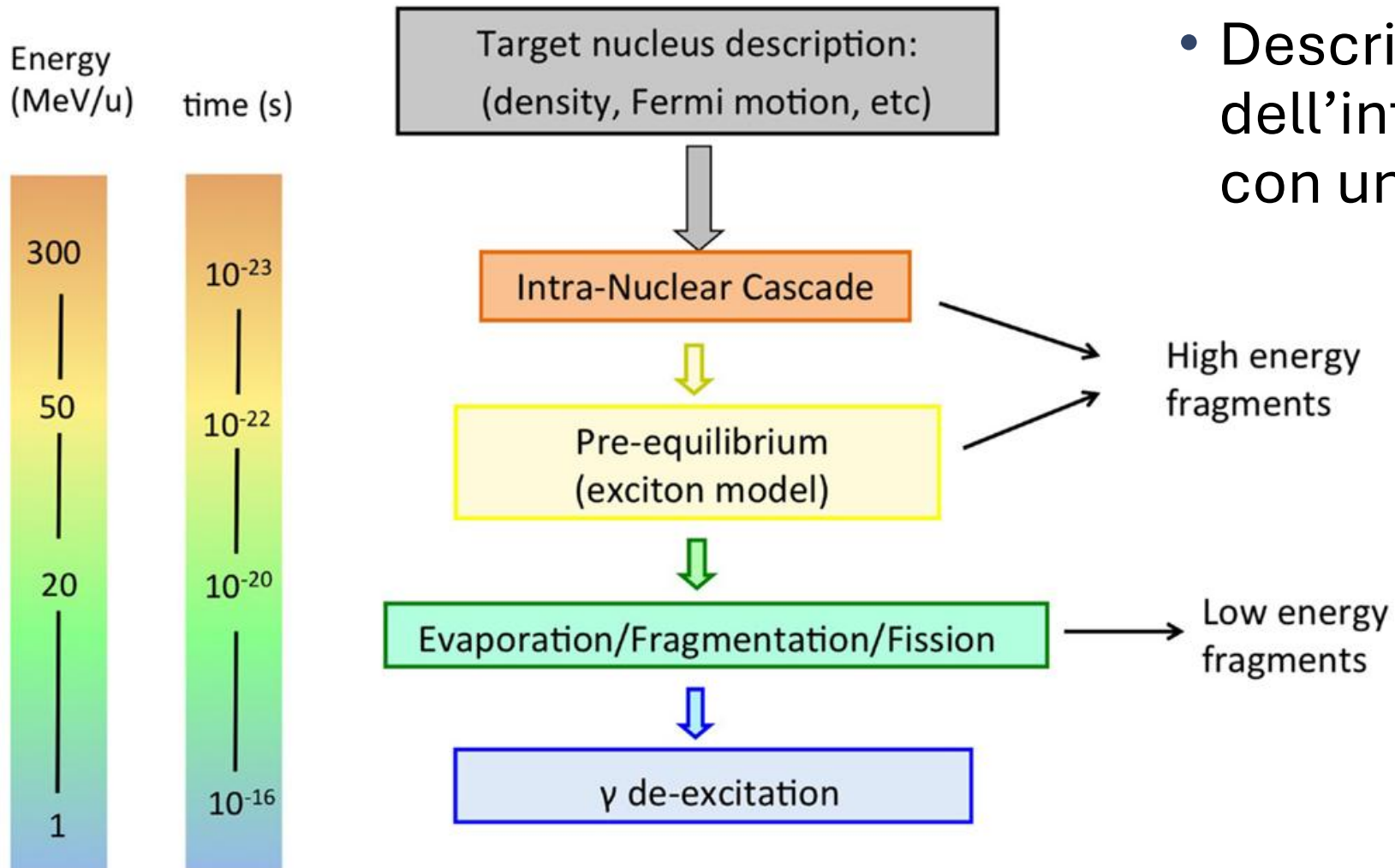


Distribuzione angolare degli ioni

- I frammenti più pesanti ($Z \geq 3$) sono emessi principalmente ad angoli inferiori a 10°



Interazioni nucleari



- Descrizione fenomenologica dell'interazione di un nucleone con un nucleo

Parametri Biologici

- Dose: quantifica l'energia depositata localmente per unità di massa

$$D := \frac{dE}{dm}$$
$$[Gy] = \frac{[J]}{[kg]}$$

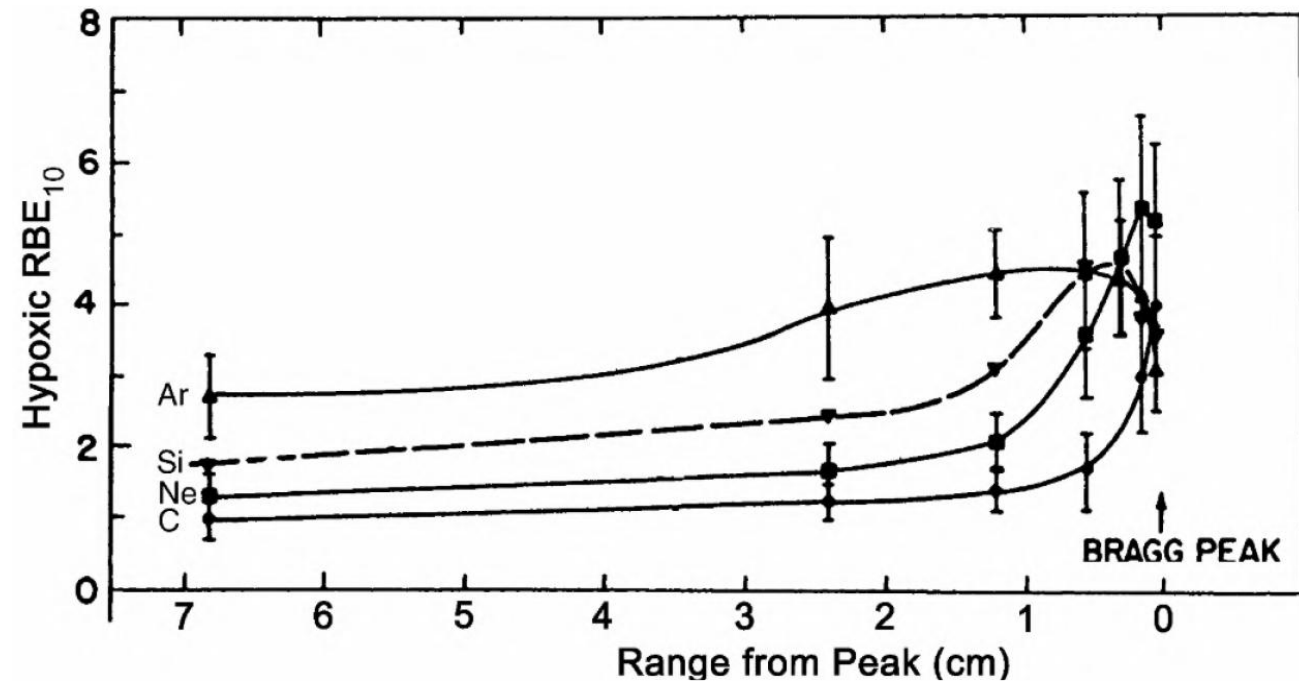
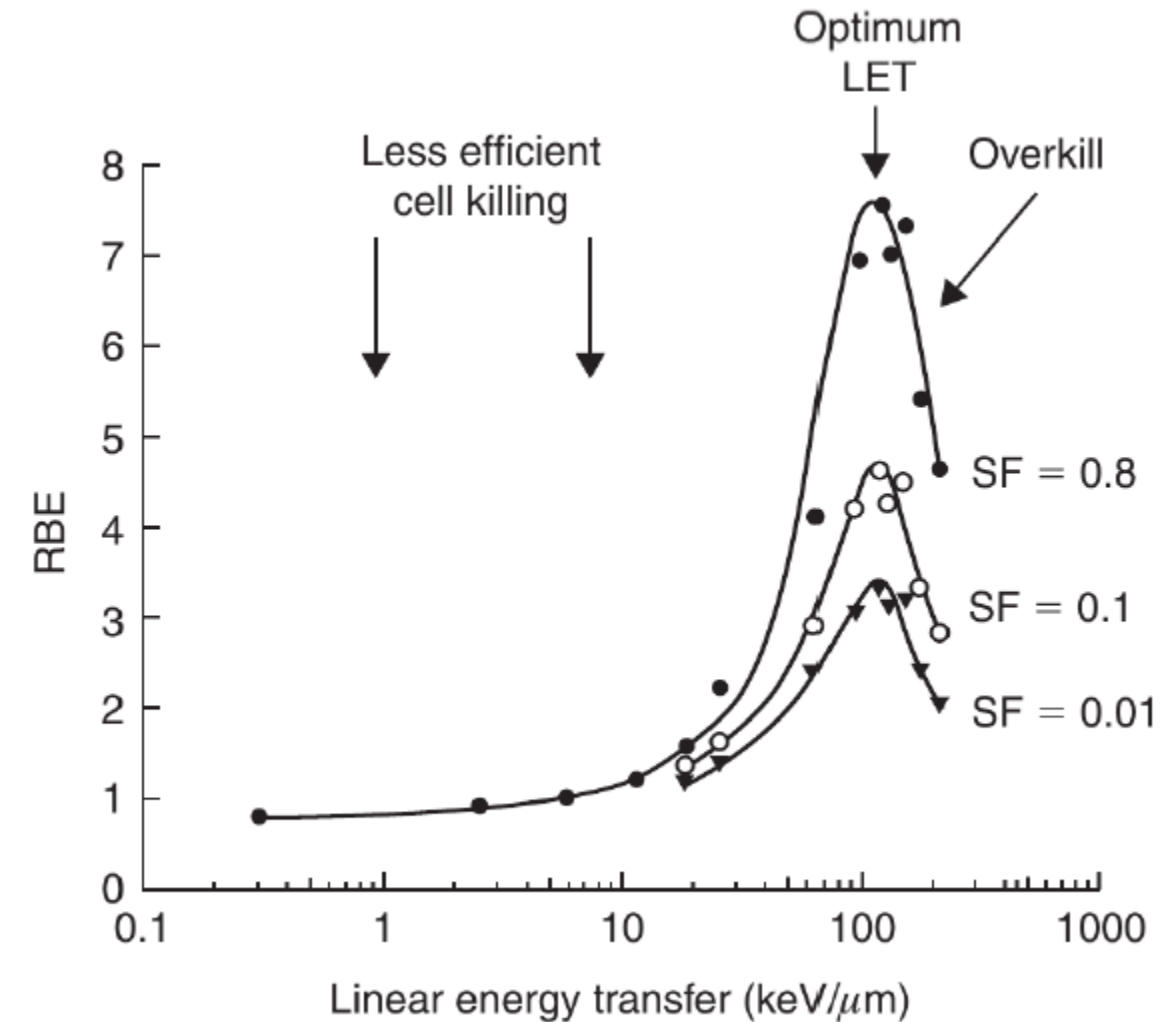
- Linear Energy Transfer: quantifica l'energia depositata localmente per unità di lunghezza.

$$LET_{\Delta} := \left. \frac{dE}{dx} \right|_{\Delta}$$

- Relative Biological Effectiveness: quantifica l'efficienza nell'uccisione delle cellule di una radiazione rispetto a una di test

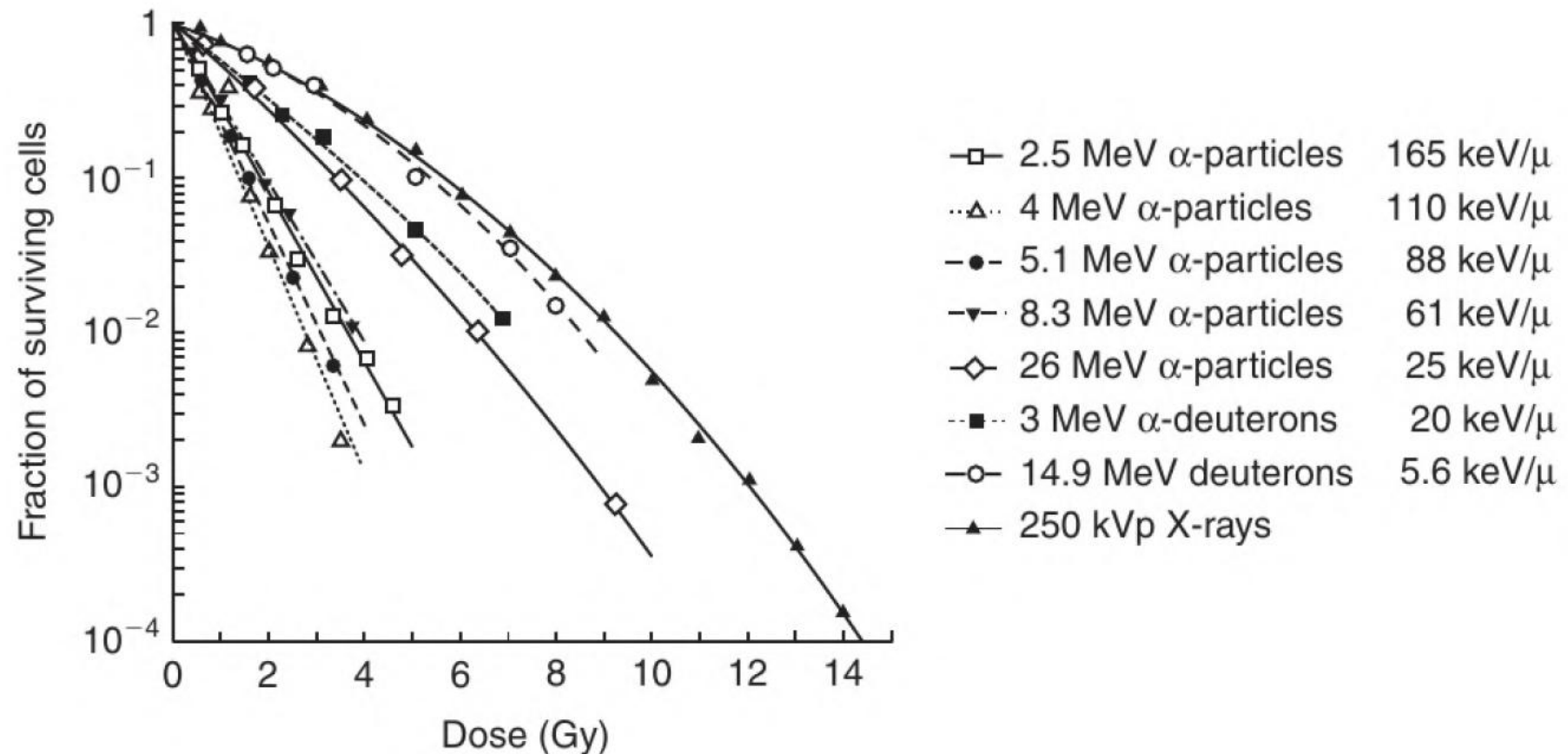
$$RBE := \left. \frac{D_{ref}}{D_{test}} \right|_{iso}$$

Maggiore efficacia degli ioni



Curve di sopravvivenza

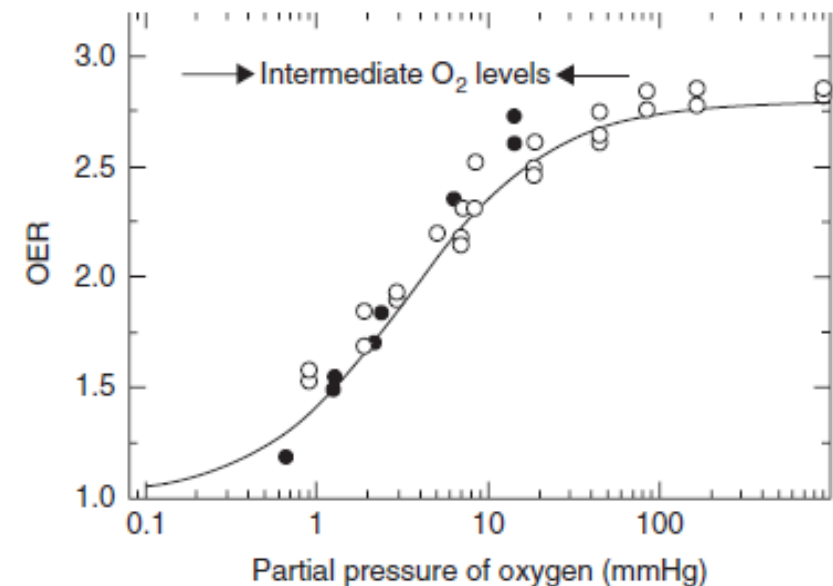
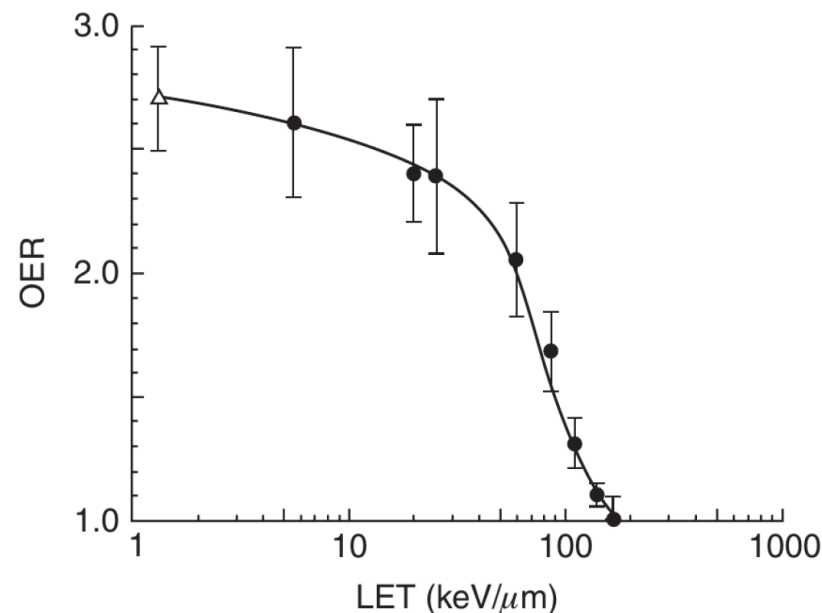
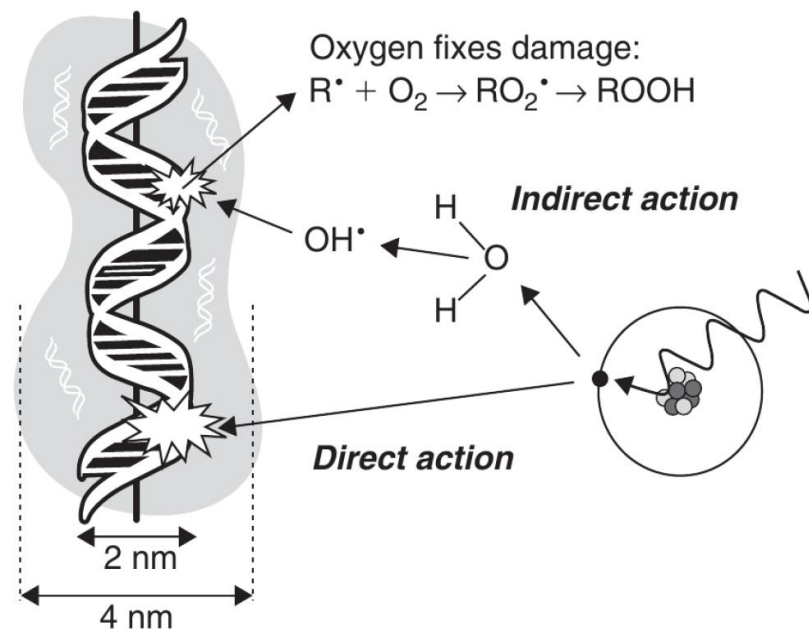
- Linear-quadratic model: $S(D) = e^{-\alpha D - \beta D^2}$
 - S: Frazione di cellule superstiti
 - D: dose depositata



Oxygen Enhancement Ratio

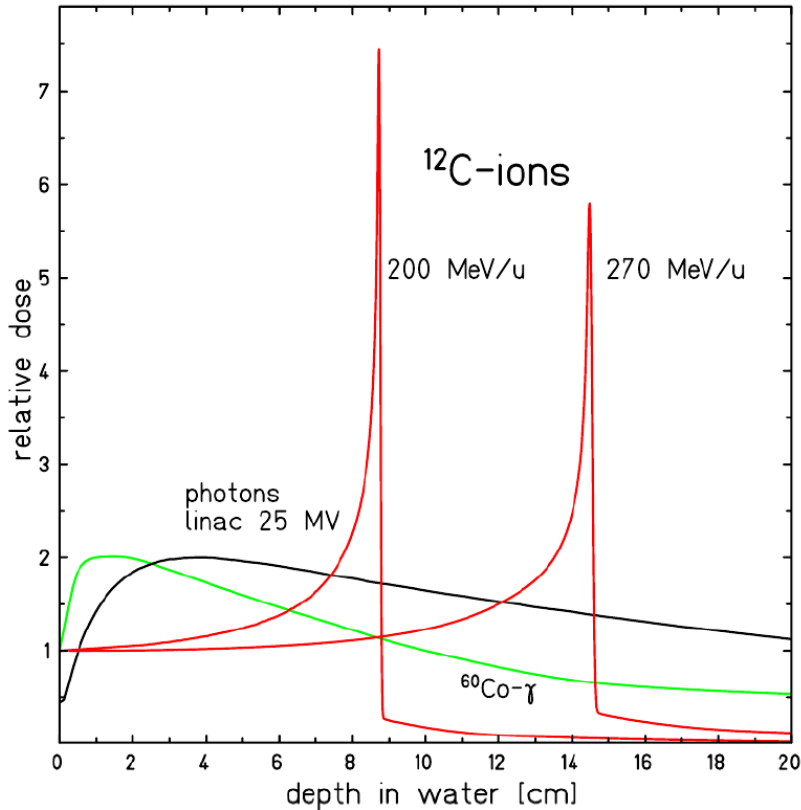
$$OER := \frac{D_{hyp}}{D_{air}} \Big|_{iso}$$

- La presenza di O_2 porta alla formazione di strutture stabili (ROOH) $\longrightarrow$ cambiamenti chimici permanenti
- OER elevato per radiazioni a basso LET
- I tumori sono tipicamente in condizioni di ipossia

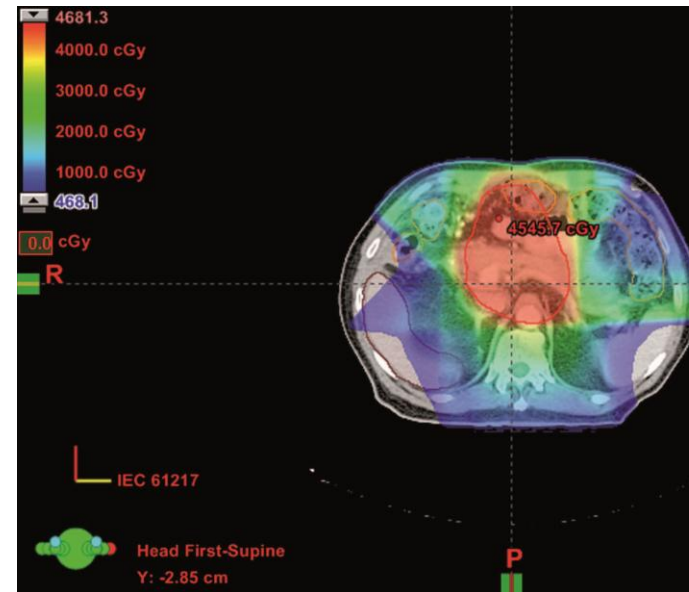


Profili della deposizione di energia

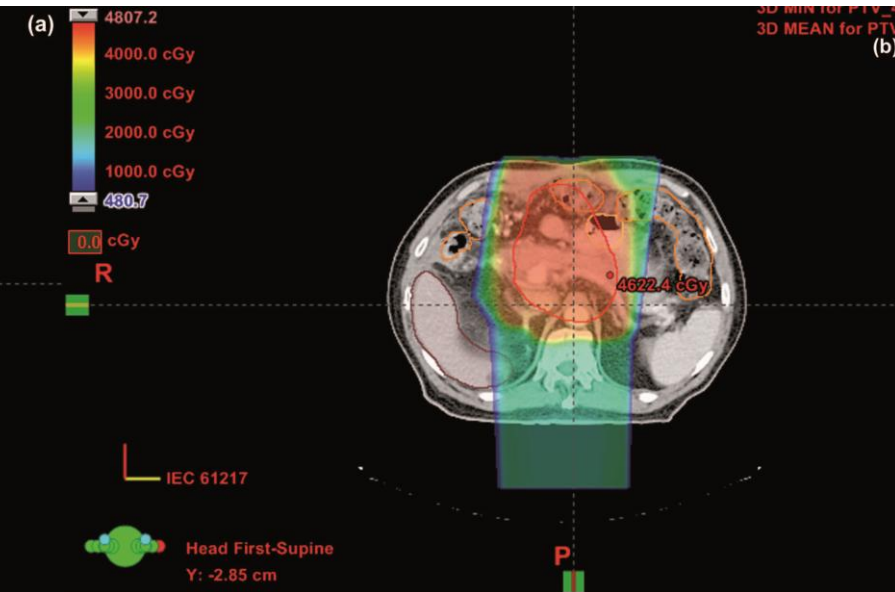
- L'adroterapia offre maggior controllo sul volume di deposizione



- Fotoni

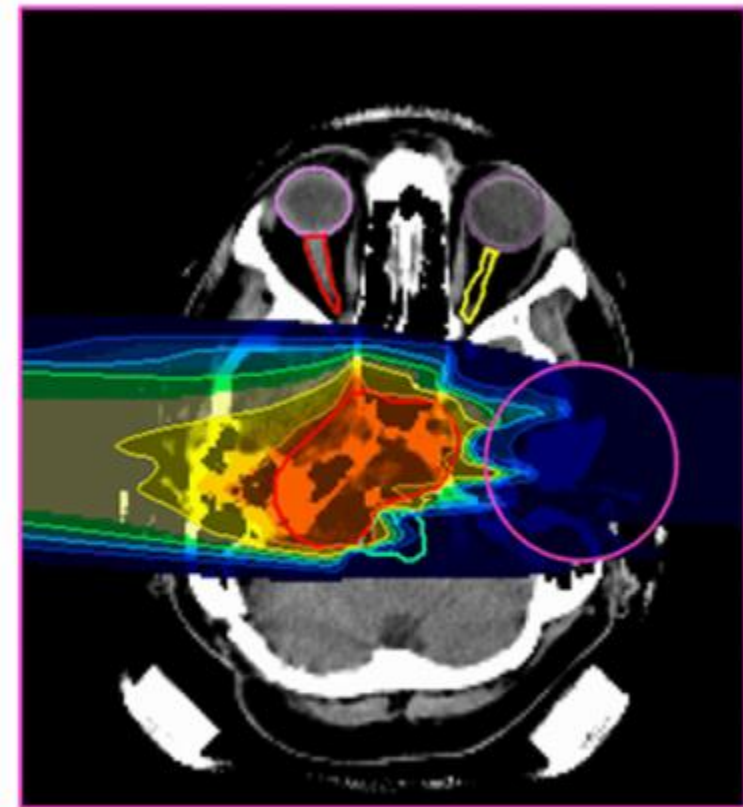
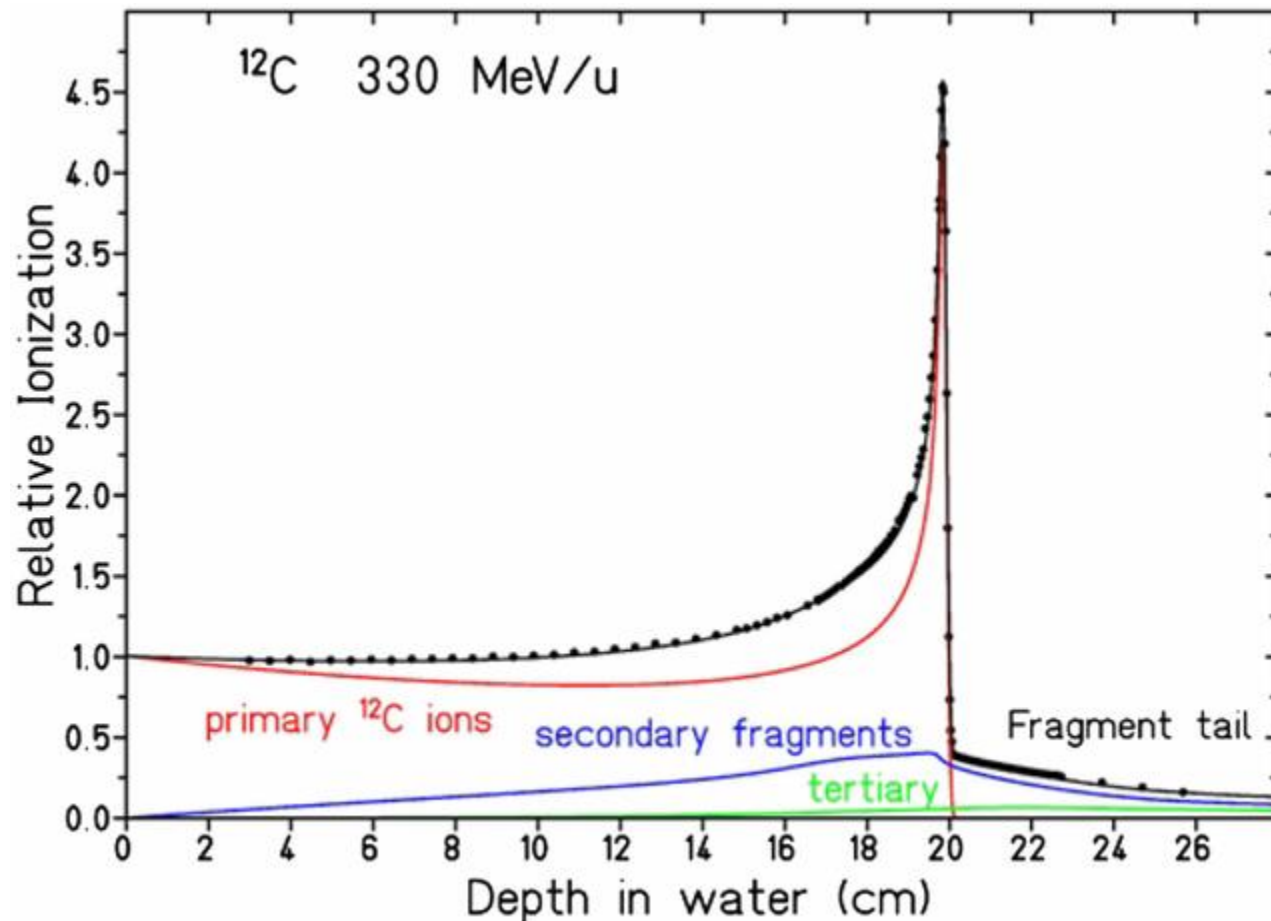


- Adroni



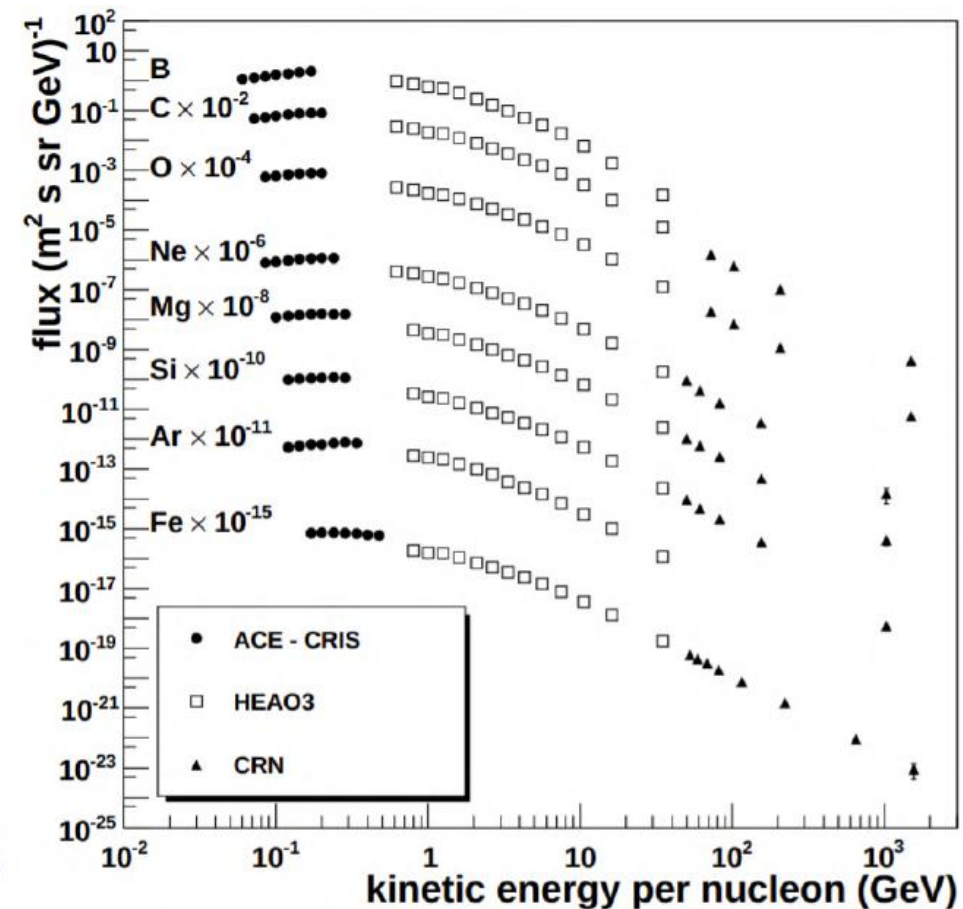
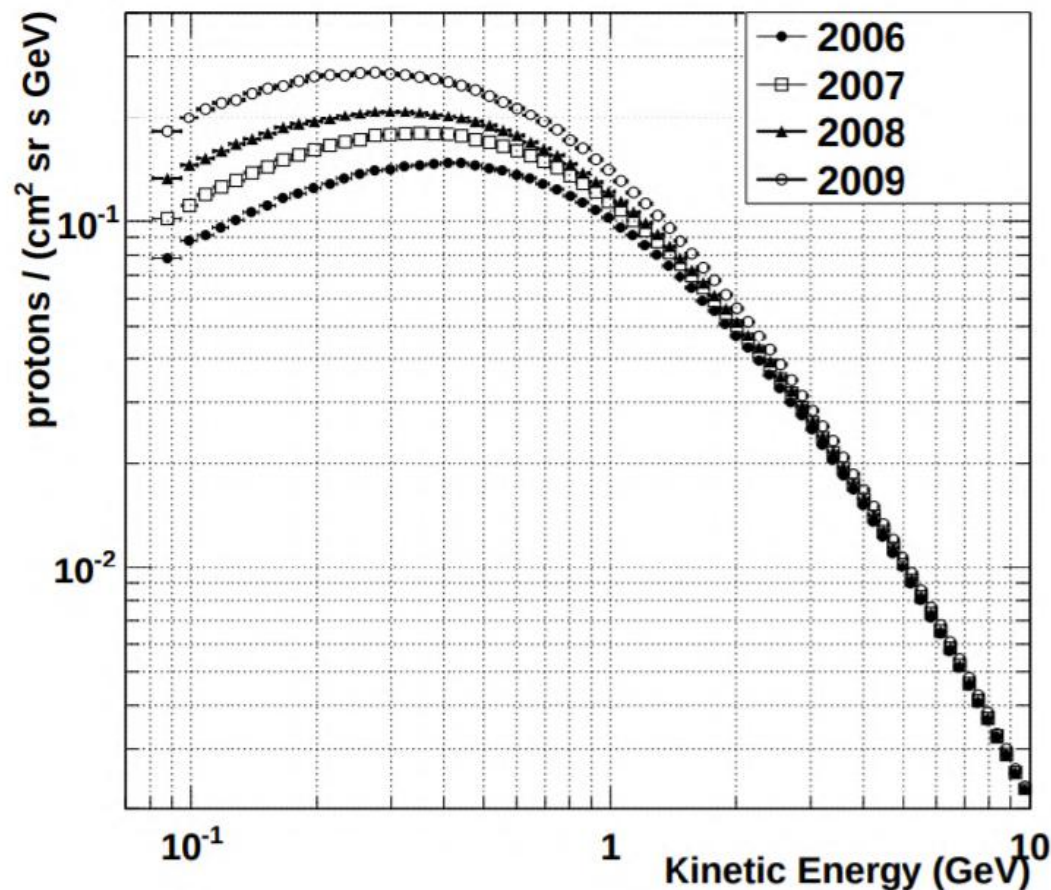
Coda dei frammenti oltre il picco

- I frammenti del target hanno Z minore, viaggiano più a lungo dei primari prima di essere fermati



Spettri di energia della radiazione cosmica

Picco degli spettri della Galactic cosmic radiation (GCR): ~ 800 MeV/u



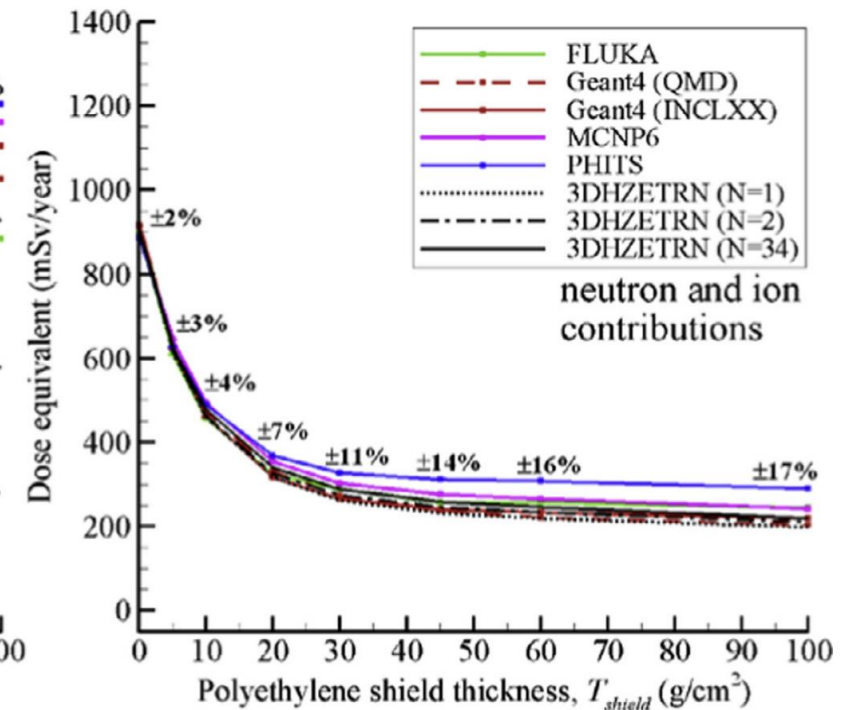
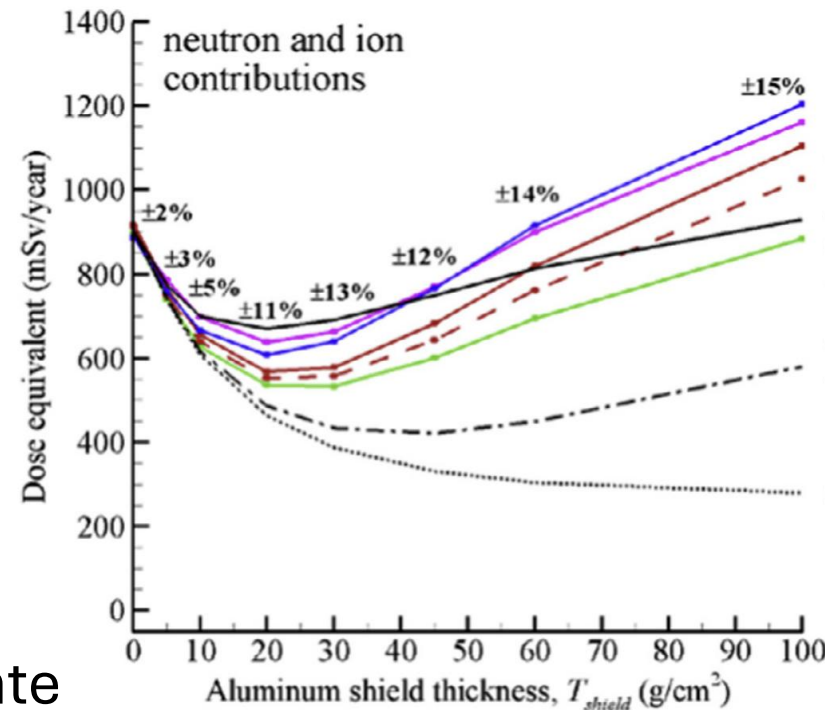
Materiali di schermatura

Build-up di particelle leggere
(protoni)



Aumento della dose equivalente

Sv “Sievert” [J/Kg]



Slaba TC et al. **Optimal shielding thickness for galactic cosmic ray environments.**
Life Sci Space Res (Amst). 2017 Feb;12:1-15. doi: 10.1016/j.lssr.2016.12.003.
Epub 2016 Dec 27. PMID: 28212703.

Simulazioni MC con FLUKA

- Charged particle transport: interazione elettromagnetica degli ioni con la materia (MCS, Bethe Bloch)
- Interazione adrone-nucleo: PEANUT (PreEquilibrium Approach to Nuclear Thermalization):
 - $E < 3\text{-}5 \text{ GeV/u}$
 - Generalized Intra-Nuclear Cascade (GINC) (gas di fermi, interazioni a 2 corpi)
 - Fase di pre-equilibrio
- Interazione nucleo-nucleo:
 - Boltzmann Master Equations (BME) $E < 100\text{-}120 \text{ MeV/u}$ (interazioni a 2 corpi, termalizzazione)
 - Relativistic Quantum Molecular Dynamics (rQMD) $100\text{-}120\text{MeV/u} < E < 5 \text{ GeV/u}$ (Pacchetti d'onda gaussiani, minimizzazione di $H_{\text{nucleone-nucleone}}$)

Output di FLUKA

- Blocco delle particelle
 - Carica, massa, quantità di moto alla nascita e alla morte ...
- Blocco dei detector
 - Informazioni locali delle misure eseguite dai detector (eg: per il VT, la posizione dei cluster accesi)
- Blocco dei crossing:
 - Informazioni sulle particelle al loro passaggio da una regione all'altra della geometria di FLUKA.

Filtro Kalman

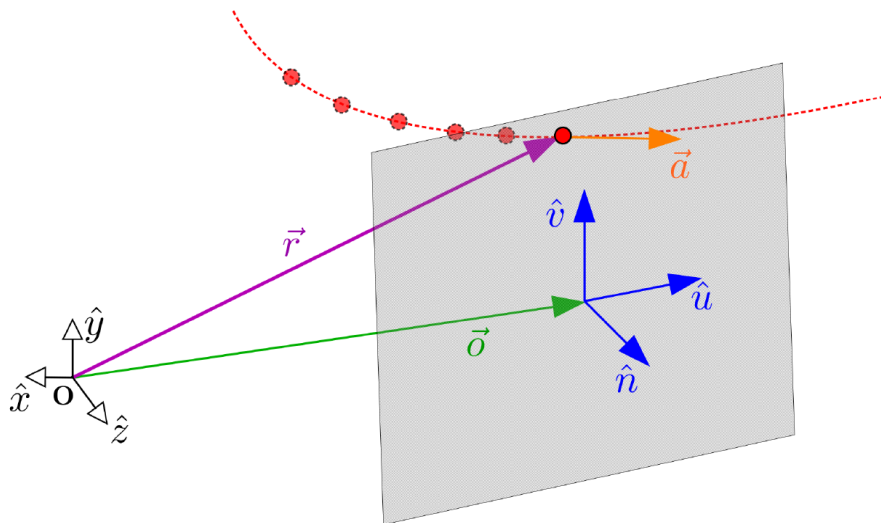
$$\mathbf{x} := \left(\frac{q}{p}, u', v', u, v \right)$$

$$u' := \frac{\vec{a} \cdot \hat{u}}{\vec{a} \cdot \hat{n}}$$

$$v' := \frac{\vec{a} \cdot \hat{v}}{\vec{a} \cdot \hat{n}}$$

$$u := (\vec{r} - \vec{o}) \cdot \hat{u}$$

$$v := (\vec{r} - \vec{o}) \cdot \hat{v}$$



- Predizione

$$\tilde{\vec{x}}_k = f(\vec{x}_{k-1})$$

$$\tilde{C}_k = J_{k-1|k} C_{k-1} J_{k-1|k}^T + N_{k-1|k}$$

$$J_{k-1|k} := \left. \frac{\partial f(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \right|_{\vec{x}=\vec{x}_{k-1}}$$

- Aggiornamento

$$\tilde{\vec{r}}_k := \vec{m}_k - H_k \tilde{\vec{x}}_k$$

$$K_k := \tilde{C} H_k^T \left(H_k \tilde{C}_k H_k^T + V_k \right)^{-1}$$

$$\vec{x}_k = \tilde{\vec{x}}_k + K_k \tilde{\vec{r}}_k = (\mathbb{I} - K_k H_k) \tilde{\vec{x}}_k + K_k \vec{m}_k$$

$$C_k = (\mathbb{I} - K_k H_k) \tilde{C}_k$$

$$\chi_k^2 = \tilde{\vec{r}}_k^T (V_k - H_k C_k H_k^T)^{-1} \tilde{\vec{r}}_k$$

$$n_{d.o.f.} = \sum_k (\dim(\vec{m}_k)) - n_{par}$$

Filtro Kalman modificato

- Definizioni

$$\vec{m} = \vec{f}(\vec{x}, \vec{a}) + \vec{\epsilon} = \vec{f}(\tilde{\vec{x}}, \tilde{\vec{a}}) + A(\vec{x} - \tilde{\vec{x}}) + H(\vec{a} - \tilde{\vec{a}}) + \vec{\epsilon} = \vec{c} + A\vec{x} + H\vec{a} + \vec{\epsilon}$$
$$\vec{c} := \vec{f}(\tilde{\vec{x}}, \tilde{\vec{a}}) - A\tilde{\vec{x}} - H\tilde{\vec{a}}$$

$$A = \left. \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{x}} \right|_{\{\tilde{\vec{x}}, \tilde{\vec{a}}\}}$$

$$H = \left. \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{a}} \right|_{\{\tilde{\vec{x}}, \tilde{\vec{a}}\}}$$

- Aggiornamento

$$W := (V + H\tilde{C}H^T + A\tilde{E}A^T)^{-1}$$

$$\vec{x} = \tilde{\vec{x}} + \tilde{C}H^TW(\vec{m} - \vec{f}(\tilde{\vec{x}}, \tilde{\vec{a}}))$$

$$C = \tilde{C} - \tilde{C}H^TW H\tilde{C}$$

$$\vec{a} = \tilde{\vec{a}} + \tilde{E}A^TW(\vec{m} - \vec{f}(\tilde{\vec{x}}, \tilde{\vec{a}}))$$

$$E = \tilde{E} - \tilde{E}A^TW A\tilde{E}$$

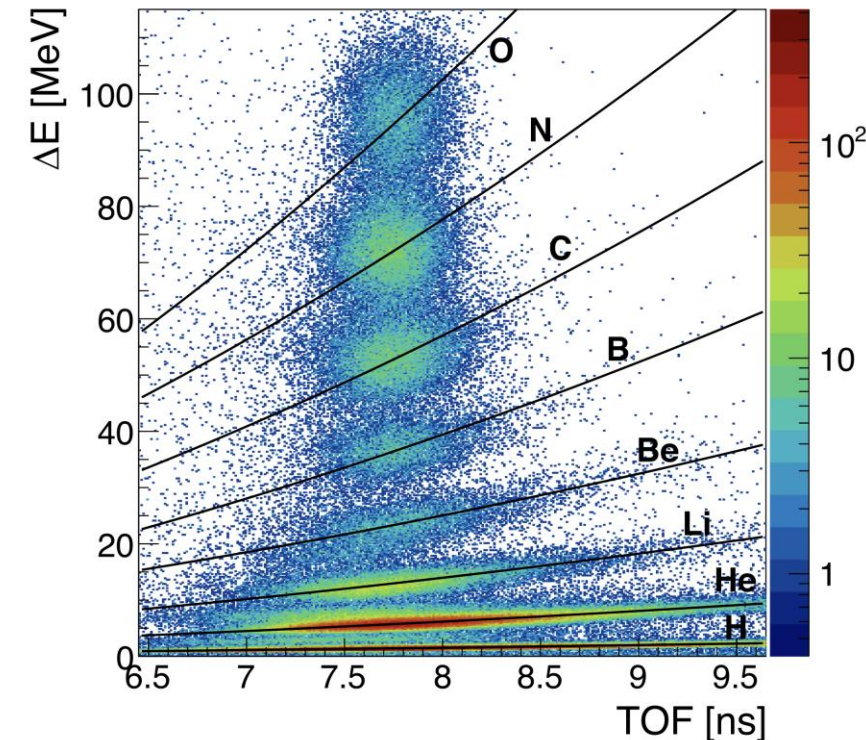
Misure eseguite in FOOT

- SC & TW: Time Of Flight TOF
- TW: perdita di energia per ionizzazione $\Delta E \propto z^2 f(\beta)$
- CA: Energia cinetica E_{kin}
- (VT e MSD: perdita di energia per ionizzazione)

Identificazione della carica

- Tracciamento:
 - Quantità di moto $\vec{p}$
 - Lunghezza della traiettoria L

- Velocità $\beta = \frac{L}{c TOF}$



Identificazione della massa

- **Momento e velocità**

$$A_1 = \frac{m}{u} = \frac{1}{u} \frac{p\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}$$

- Energia cinetica e velocità

$$A_2 = \frac{m}{u} = \frac{E_{kin}}{u} \frac{1 + \sqrt{1 + \gamma^2 \beta^2}}{\gamma^2 \beta^2}$$

- Energia cinetica e momento

$$A_3 = \frac{m}{u} = \frac{E_{kin}^2 - p^2}{2E_{kin}}$$

Identificazione della massa

$$A_1 = \frac{m}{u} = \frac{1}{u} \frac{p\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} \quad A_2 = \frac{m}{u} = \frac{E_{kin}}{u} \frac{1 + \sqrt{1 + \gamma^2\beta^2}}{\gamma^2\beta^2} \quad A_3 = \frac{m}{u} = \frac{E_{kin}^2 - p^2}{2E_{kin}}$$

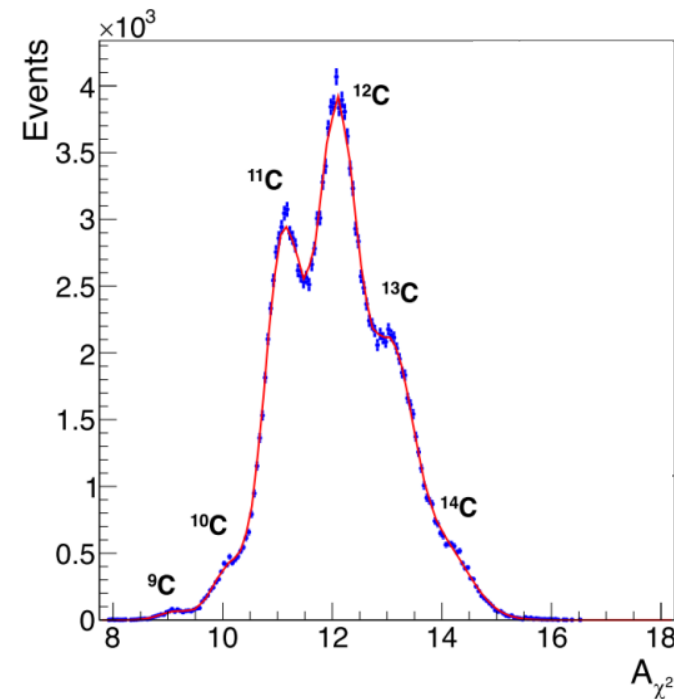
- Minimizzazione del χ^2

$$\chi^2 = f(\vec{x}) + A^T (CC^T)^{-1} A \quad C = \begin{bmatrix} \frac{\partial A_1}{\partial TOF} \cdot \sigma(TOF) & \frac{\partial A_1}{\partial p} \cdot \sigma p & 0 \\ \frac{\partial A_2}{\partial TOF} \cdot \sigma(TOF) & 0 & \frac{\partial A_2}{\partial E_{kin}} \cdot \sigma E_{kin} \\ 0 & \frac{\partial A_2}{\partial p} \cdot \sigma p & \frac{\partial A_3}{\partial E_{kin}} \cdot \sigma E_{kin} \end{bmatrix}$$

$$f(\vec{x}) = \frac{(TOF - \overline{TOF})^2}{\sigma^2(TOF)} + \frac{(p - \overline{p})^2}{\sigma^2(p)} + \frac{(E_{kin} - \overline{E_{kin}})^2}{\sigma^2(E_{kin})}$$

- Metodo di Lagrangiana aumentata

$$\mathcal{L}(\vec{x}, \bar{\lambda}, \mu) = f(\vec{x}) + \sum_{i=1}^3 \lambda_i c_i(\vec{x}) + \frac{1}{2\mu} \sum_{i=1}^3 c_i^2(\vec{x})$$



L'esperimento FOOT

- Misure di sezioni d'urto di frammentazione nucleare
- Adroterapia:
 - ^4He , ^{12}C , ^{16}O su tessuto umano equivalente
 - 100-450 MeV/u
- Radioprotezione:
 - ^4He , ^{12}C , ^{16}O su tessuto umano equivalente
 - 800 MeV/u

$$\frac{d^2\sigma}{dEd\Omega}$$



Codici di simulazione Monte Carlo



Adroterapia

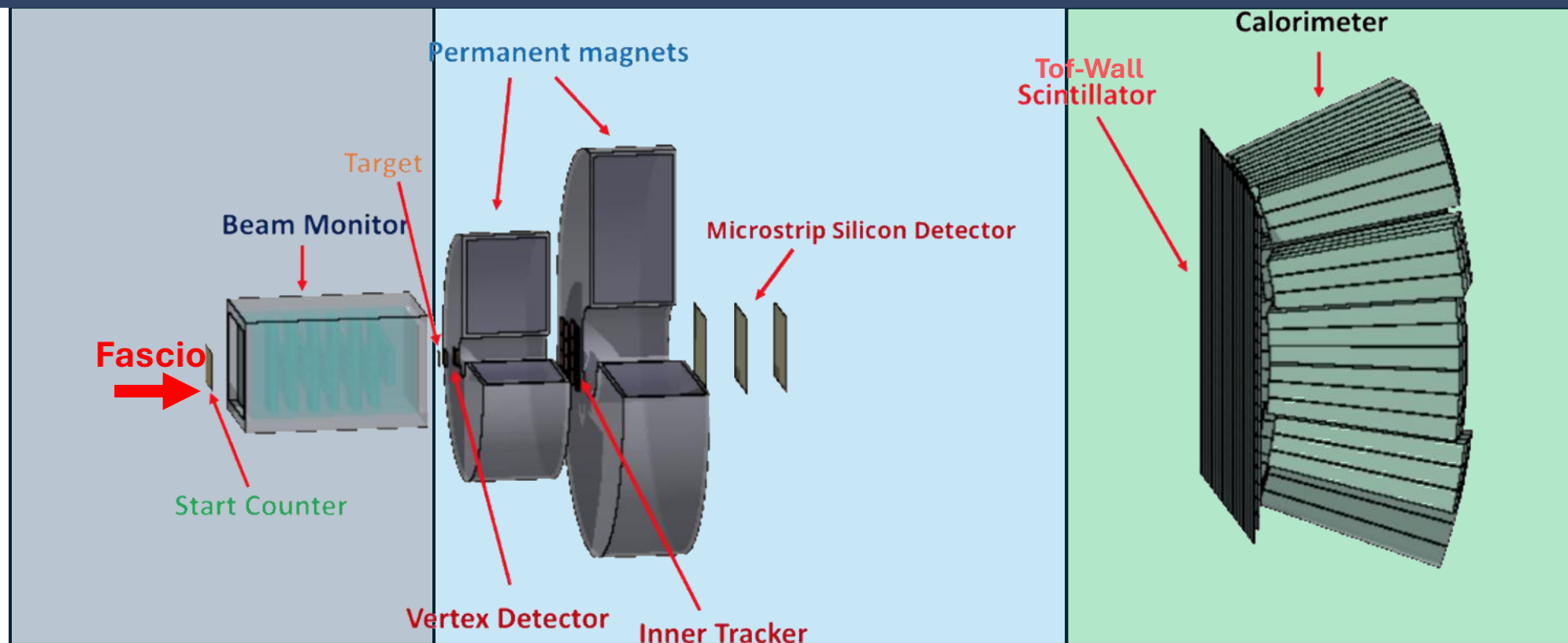


Radioprotezione
Spaziale

Battistoni G. et al, Frontiers in Physics 2021, **Measuring the Impact of Nuclear Interaction in Particle Therapy and in Radio Protection in Space: the FOOT Experiment**

Spettrometro elettronico

$$Z \geq 3, \quad \theta \leq 10^\circ$$



Regione pre target

- Start counter : trigger & TOF
- Beam monitor: direzione e posizione del fascio (Risoluzione: $\sim \text{mrad}$, $\sim 100 \mu\text{m}$)

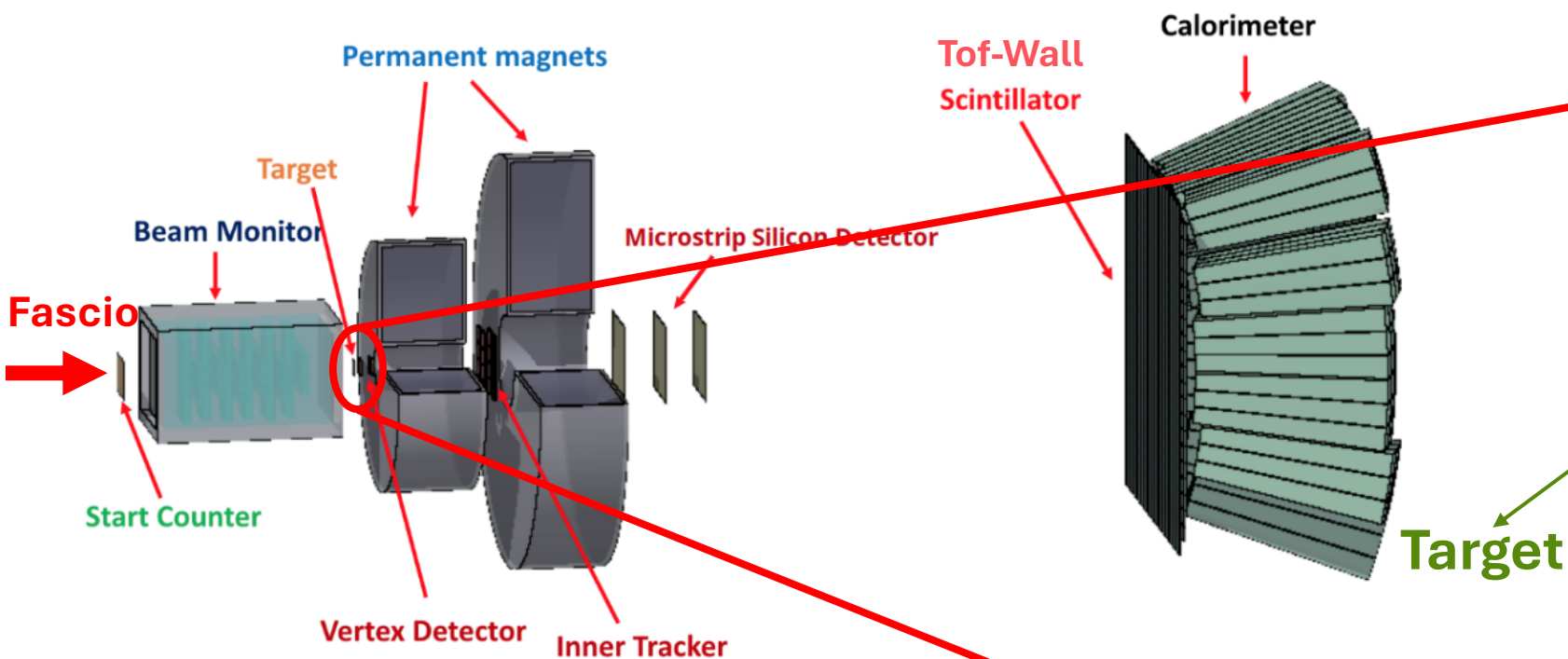
Spettrometro magnetico: tracciamento

- Vertex detector (Pitch $20.7 \mu\text{m}$)
- Inner Tracker (Pitch $20.7 \mu\text{m}$)
- Microstrip Silicon Detector (Pitch $150 \mu\text{m}$)
- Magneti permanenti

Regione downstream

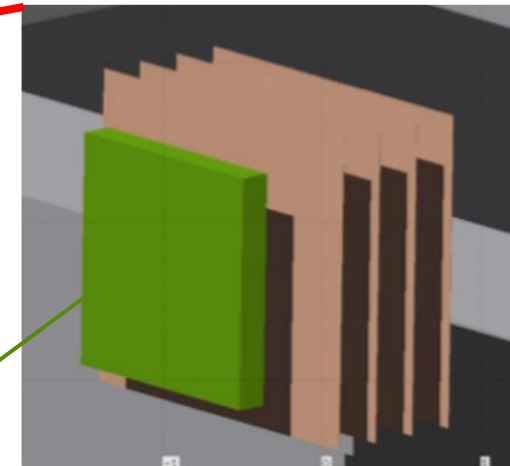
- Tof-Wall: tracciamento, TOF & dE/dx (Pitch 2 cm)
- Calorimetro: E_{kin}

Spettrometro elettronico

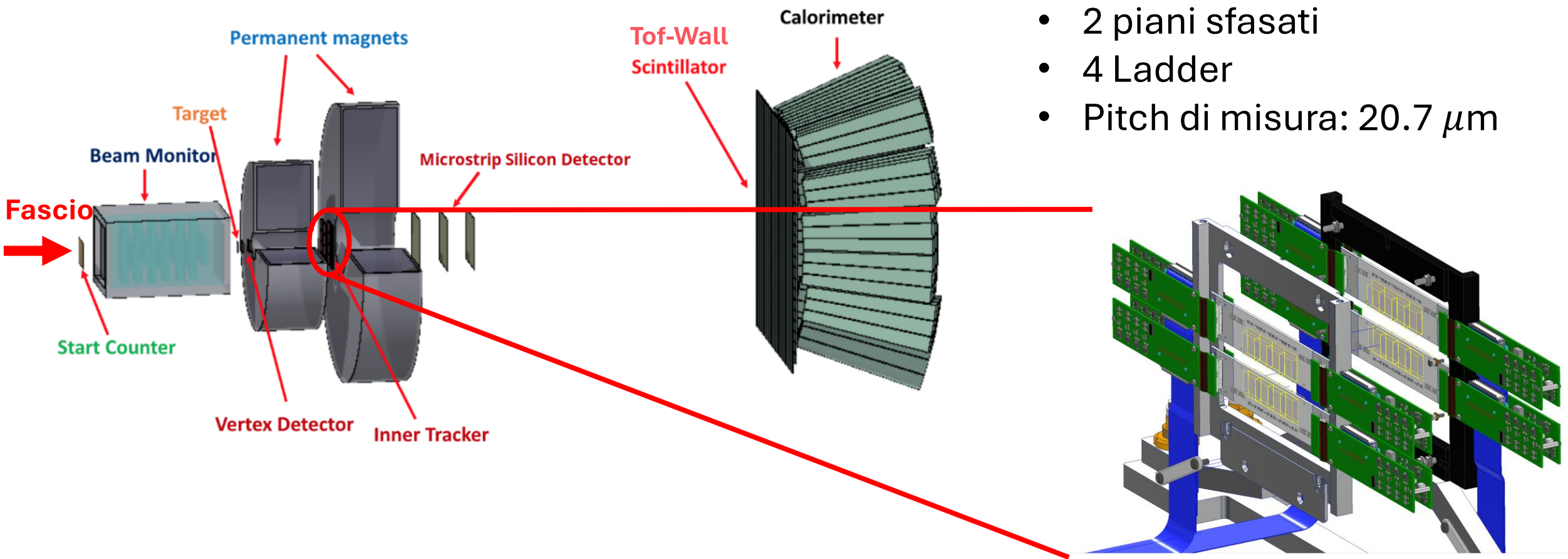


Vertex Detector:

- 4 Layer di Pixel di silicio
- Pitch di misura: $20.7 \mu\text{m}$



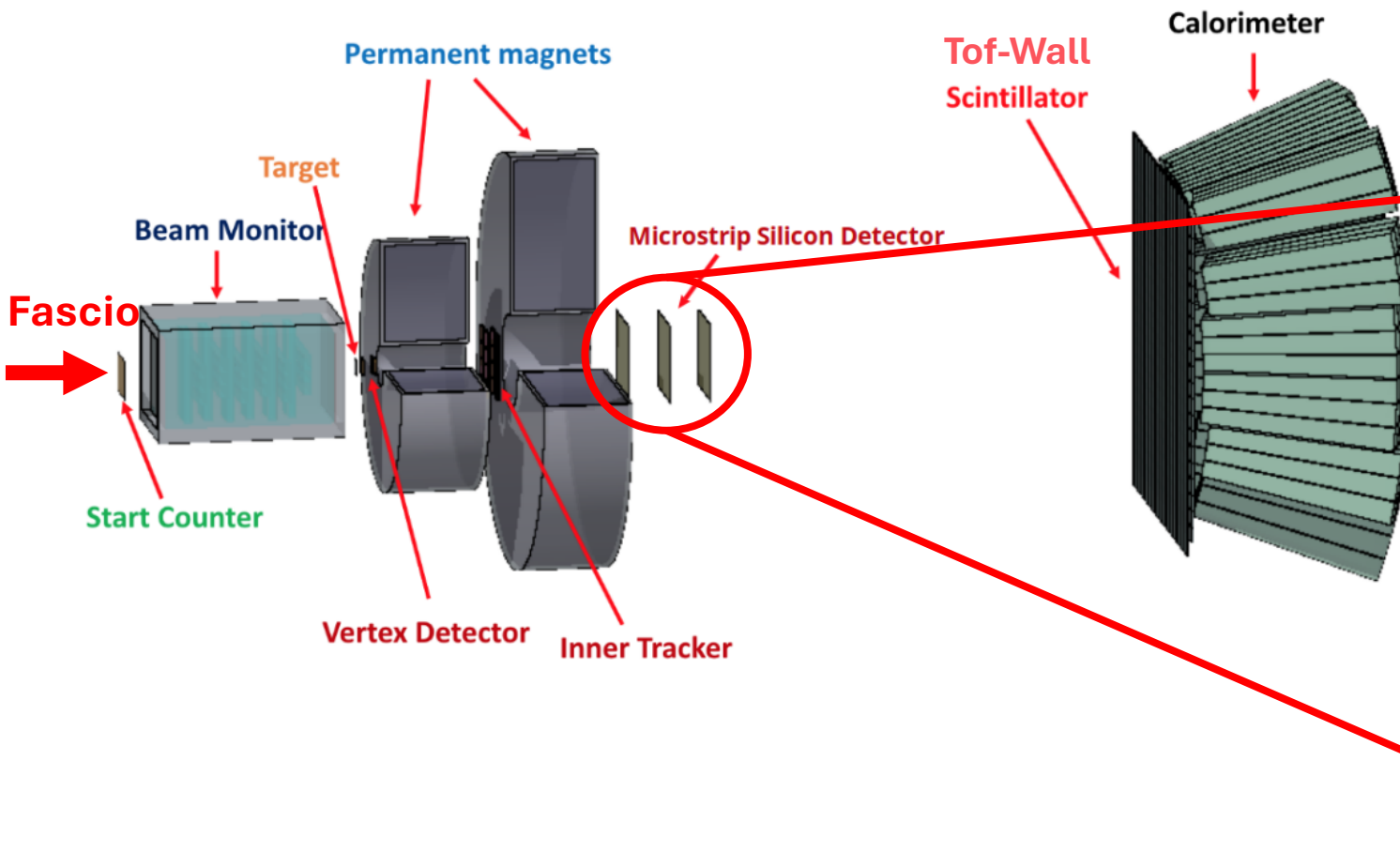
Spettrometro elettronico



Inner Tracker:

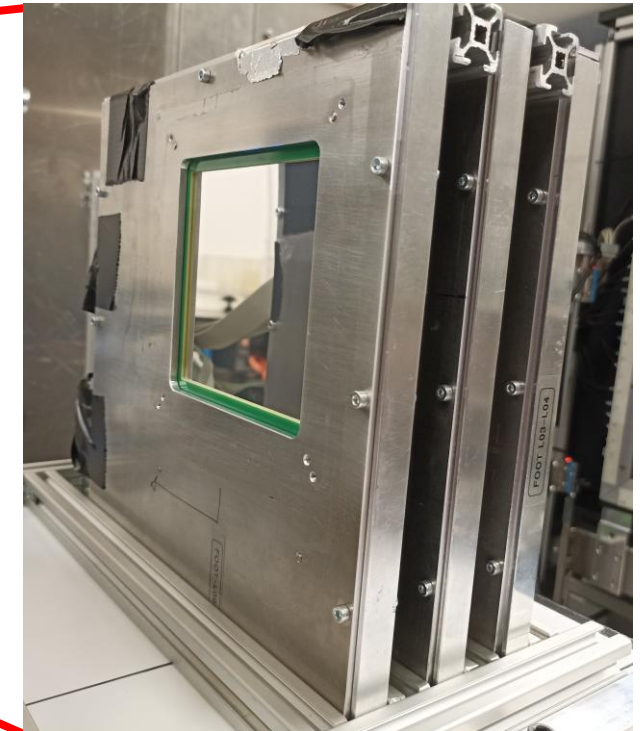
- 32 sensori a Pixel di silicio
- 2 piani sfasati
- 4 Ladder
- Pitch di misura: $20.7 \mu\text{m}$

Spettrometro elettronico

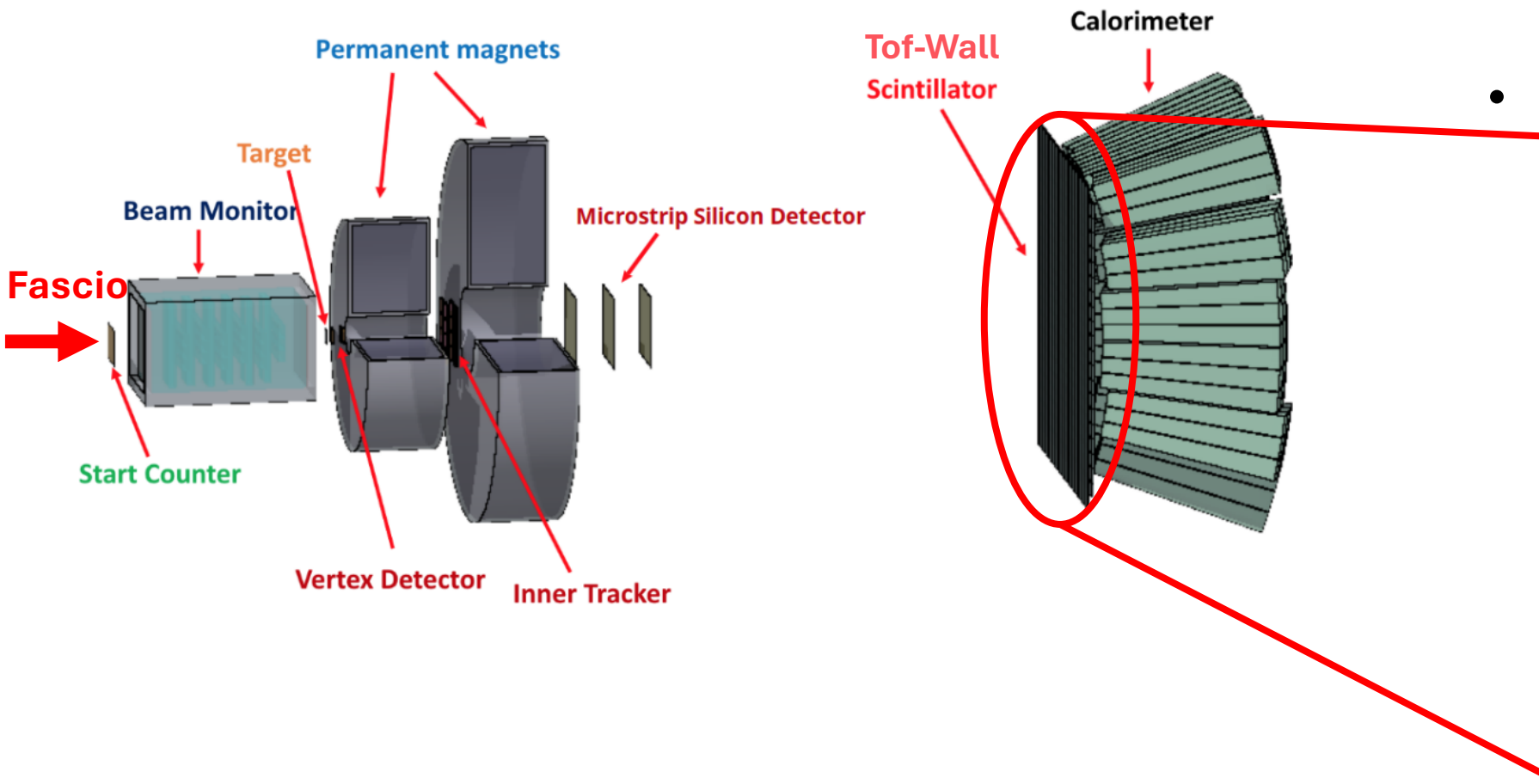


Microstrip Silicon detector:

- 3 piani di 2 layer di microstrip
- Pitch di misura: $150\ \mu\text{m}$
- Pitch delle microstrip: $50\ \mu\text{m}$

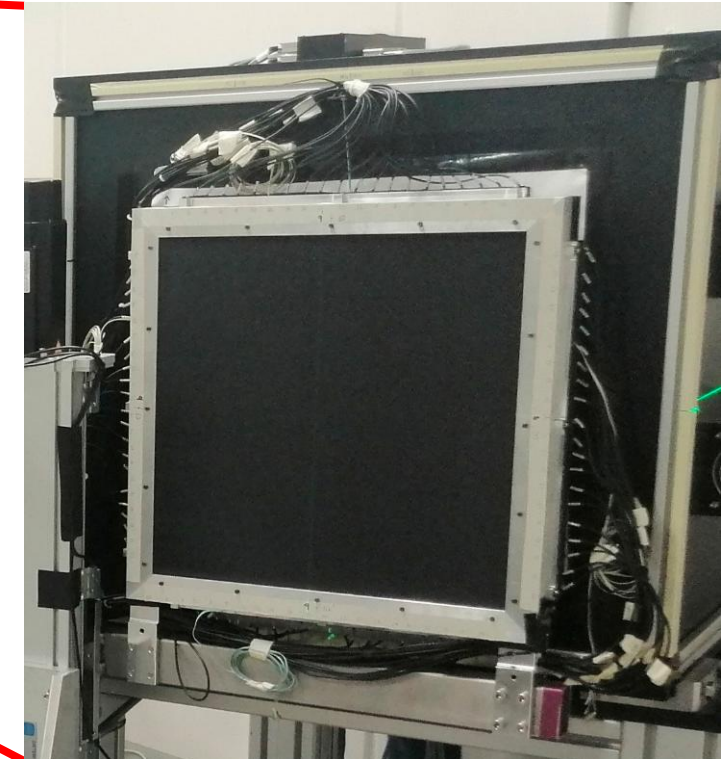


Spettrometro elettronico



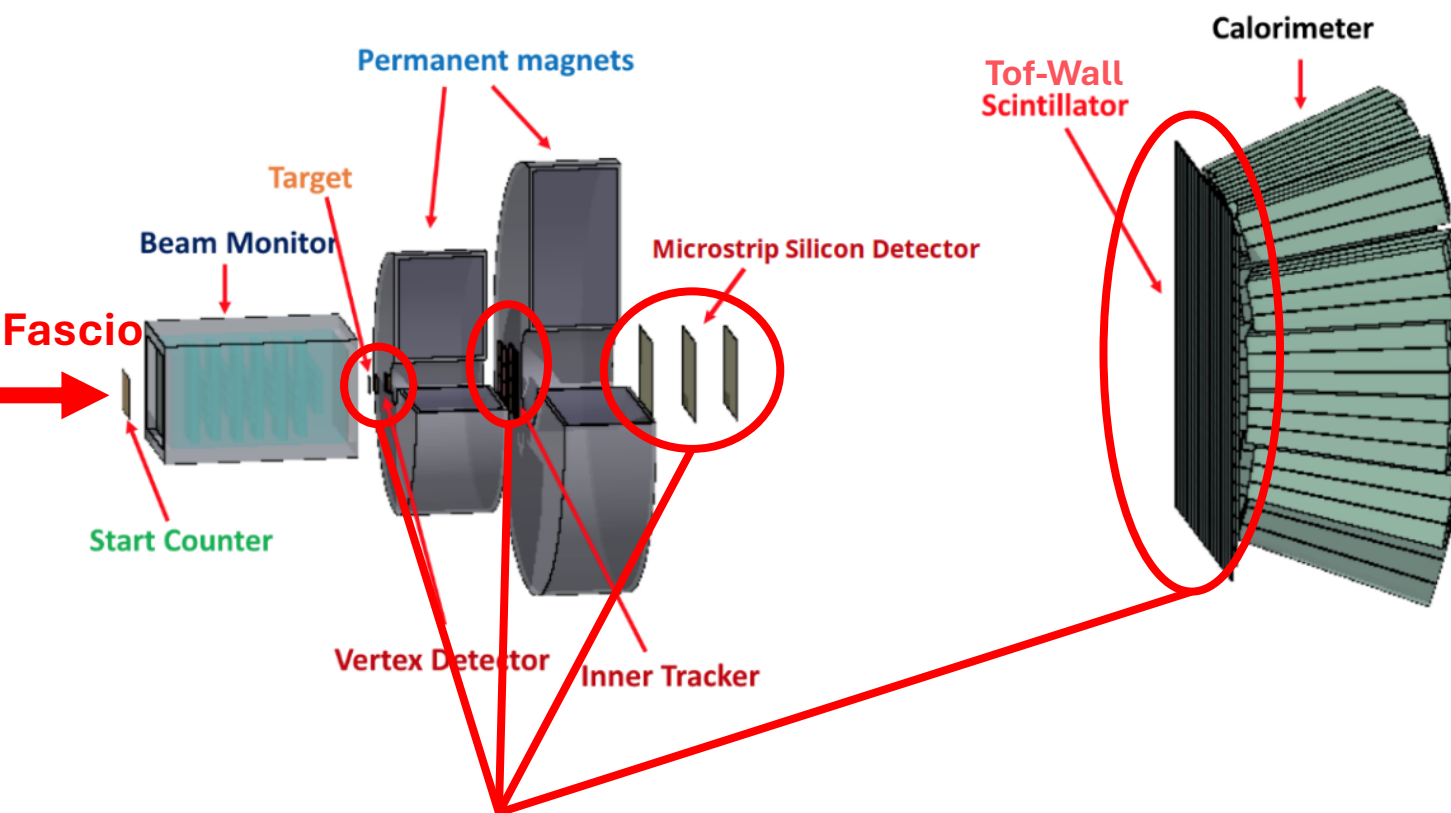
Tof-Wall:

- 2 layer di barre di scintillatore plastico
- Pitch di misura: 2 cm



Motivazione del lavoro di tesi

Montato ad ogni presa dati con incertezze di $\sim$ mm



Tracciatori: VT; IT; MSD; TW

Scopo del lavoro di tesi

- Allineamento dei tracciatori



- Tracciamento

- Allineamento preliminare
 - $\sim$ minuti
 - Condizioni iniziali allineamento fine
- Allineamento fine
 - $\sim$ ore
 - Ottimizzazione dei parametri di geometria per la ricostruzione delle tracce

Ricostruzione locale

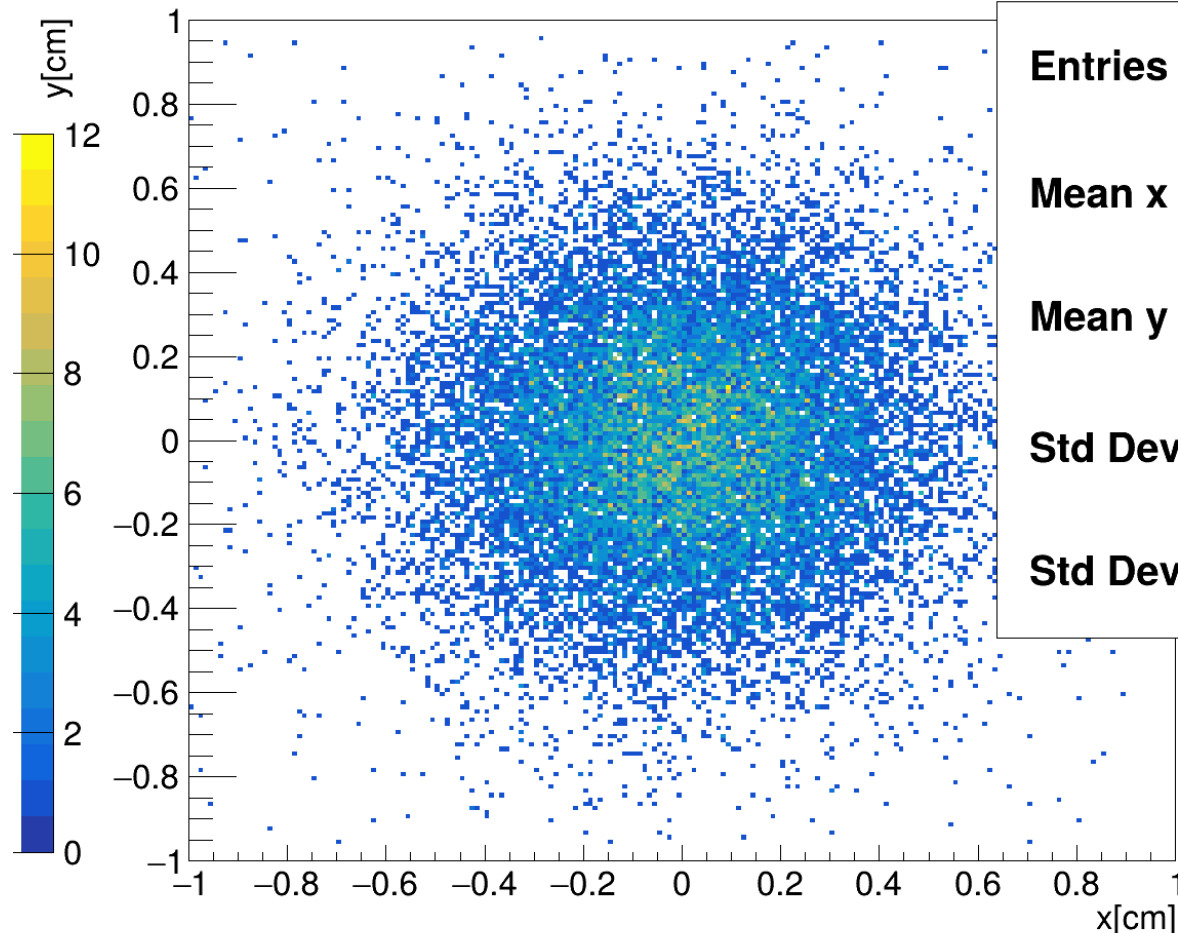
Simulazione FLUKA
(o Dati sperimentali)



Ricostruzione Locale:
ricostruzione di hit
(posizione di cluster di
pixel accesi) e tracklets
locali

Codice di FOOT

Profilo delle hit sul primo layer del VT



Entries	22042	
Mean x	-0.0033	± 0.0018
Mean y	0.00029	± 0.0018
Std Dev x	0.27	± 0.0013
Std Dev y	0.27	± 0.0013