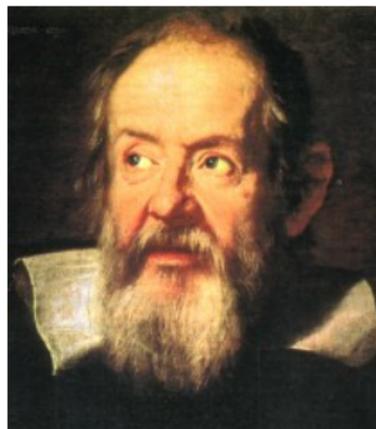


# La misura e il metodo scientifico

International Cosmic Day 2024

Sandro Gonzi

Università degli Studi di Firenze e INFN





# Sommario

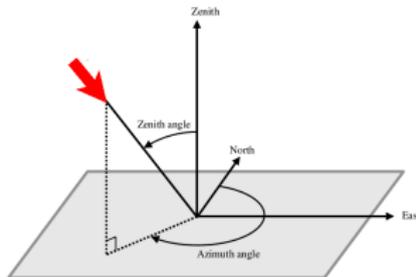


- 1 Introduzione
- 2 Schematizzazione
- 3 Misura
- 4 Analisi dati
- 5 Formulazione di leggi
- 6 Previsione di nuovi fenomeni
- 7 Verifica sperimentale delle previsioni



- 1 Introduzione
- 2 Schematizzazione
- 3 Misura
- 4 Analisi dati
- 5 Formulazione di leggi
- 6 Previsione di nuovi fenomeni
- 7 Verifica sperimentale delle previsioni

Durante l'**International Cosmic Day** studieremo la Fisica dei raggi cosmici. In particolare, valuteremo la **dipendenza dell'arrivo dei muoni atmosferici rispetto all'angolo di zenit**.



Tramite un **esperimento** che verrà condotto in un giorno, dovrete:

- 1 **formulare un'ipotesi:** pensate che il numero di particelle che formano lo sciame atmosferico arrivando dall'orizzonte sia lo stesso di quello proveniente dallo *zenit*?
- 2 **fare una misura:** individuare e misurare una grandezza per cui sia possibile rispondere alla domanda con uno strumento già costruito;
- 3 **analizzare i dati:** scrivere tabelle e creare grafici;
- 4 **trarre conclusioni:** concludere con delle osservazioni riguardanti tutta la procedura.

## Osservazione

In pratica, applicherete il **metodo scientifico** proposto da Galileo Galilei!

La **Fisica** si occupa di descrivere e interpretare i fenomeni naturali usando il *metodo scientifico*, le cui basi furono poste da Galileo Galilei.

Le fasi di applicazione del metodo scientifico sono:

- 1 **schematizzazione** del fenomeno studiato;
- 2 **misura** di grandezze fisiche ad esso associate;
- 3 **analisi** dei **dati** raccolti;
- 4 formulazione di **leggi** che governano il fenomeno;
- 5 **previsione** di nuovi fenomeni che avvengono in condizioni diverse;
- 6 **verifica sperimentale** delle previsioni secondo le leggi ricavate.

Il metodo scientifico si è rivelato essere uno strumento formidabile per studiare i fenomeni naturali. Difficoltà: quando non si riesce ad individuare una priorità tra molte cause concorrenti a determinare l'evoluzione di un fenomeno (es: fenomeni biologici).

## Obiettivo

Cercheremo di eseguire la misura richiesta seguendo le fasi del metodo scientifico.



- 1 Introduzione
- 2 Schematizzazione**
- 3 Misura
- 4 Analisi dati
- 5 Formulazione di leggi
- 6 Previsione di nuovi fenomeni
- 7 Verifica sperimentale delle previsioni



## Schematizzazione

Studio del fenomeno naturale (complesso) e sua sostituzione con un *modello* semplificato  
⇒ definizione di correlazioni quantitative tra gli enti fisici essenziali, a cui si aggiungono via via complicazioni accessorie.

L'apparato sperimentale costruito nei laboratori della [Sezione di Firenze dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare \(INFN\)](#) effettua **conteggi** di muoni che lo attraversano.

- Fissato un certo intervallo di tempo  $\Delta t$ , potremmo quindi pensare di misurare il numero di **muoni rivelati**  $\Delta N$

## Osservazione

Alcune misure potrebbero richiedere tempi di acquisizione diversi dalle altre e i risultati dei conteggi registrati dallo stesso strumento non sarebbero direttamente confrontabili.

Si decide allora di misurare:

- **tasso di incidenza** (o *rate*):  $F = \frac{\Delta N}{\Delta t}$

- Analisi dimensionale:  $[F] = [L^0 M^0 T^{-1}]$

- Unità di misura nel SI:  $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$

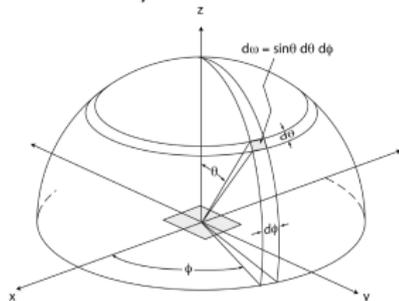
In realtà si eseguono misure riguardanti la Fisica dei raggi cosmici in ogni angolo del mondo e nello spazio, in condizioni sperimentali differenti.

Si vogliono confrontare i grafici del **tasso di incidenza** tenendo conto di:

- rivelatori di dimensioni e forma diverse;
- particelle generiche, non necessariamente muoni (es: protoni, positroni, nuclei);
- particelle a diverse energie;
- diverse direzioni di arrivo in angolo di *zenit*  $\theta$  e angolo di *azimut*  $\varphi$ .

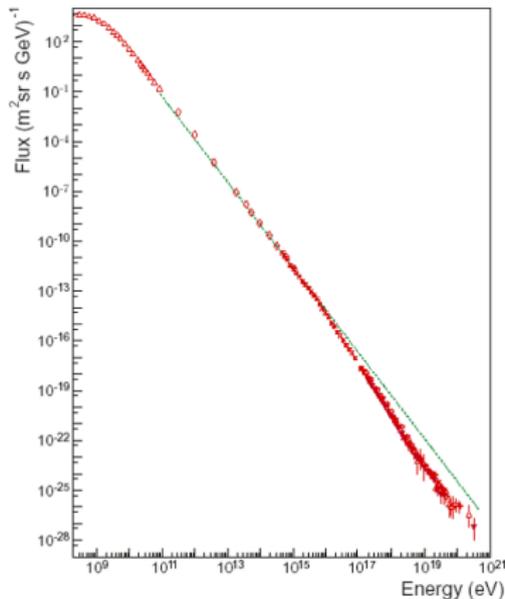
Serve una grandezza diversa, che tenga conto di:

- 1 tasso di incidenza  $F = \frac{\Delta N}{\Delta t} \rightarrow s^{-1}$
  - 2 superficie del rivelatore  $\Delta S \rightarrow m^2$
  - 3 efficienza di rivelazione  $\varepsilon \rightarrow$  adimensionale
  - 4 energia delle particelle incidenti  $\Delta E \rightarrow GeV$
  - 5 angolo solido di arrivo  $\Delta \Omega = \sin \theta \Delta \theta \Delta \varphi \rightarrow sr$
- **flusso**:  $\phi(E, \theta, \varphi) = \frac{\Delta N}{\varepsilon \cdot \Delta E \cdot \Delta S \cdot \Delta t \cdot \Delta \Omega}$



- Analisi dimensionale:  $[\phi(E, \theta, \varphi)] = [L^{-4} M^{-1} T^1]$
- Unità di misura:  $1 \text{ GeV}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$  (nel SI:  $1 \text{ m}^{-4} \text{ kg}^{-1} \text{ s sr}^{-1}$ )

La grandezza **flusso**  $\phi(E, \theta, \varphi)$  è usualmente riportata, in funzione dell'energia  $E$ , nei grafici delle pubblicazioni dei risultati di tutte le collaborazioni.



Si osserva che i grafici sono costruiti per intervalli (*bins*) di energia e che ad ogni *bin* è associata una **barra di errore** orizzontale in  $E$  e verticale in  $\phi(E, \theta, \varphi)$ .

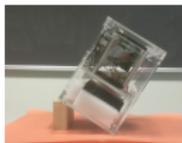
Tutto ciò è molto complicato ma in fondo esula dalle esigenze della misura da fare.

Non vogliamo fare un grafico cumulativo coi dati raccolti dai vostri colleghi ma confrontare con loro l'**andamento qualitativo** dei singoli grafici riguardanti la **dipendenza dell'arrivo dei muoni atmosferici rispetto all'angolo di zenit**.

Quali grandezze definite per  $\phi(E, \theta, \varphi)$  possiamo scartare per semplificare la trattazione?

- 1 tasso di incidenza  $F$
- 2 superficie del rivelatore  $\Delta S \rightarrow$  rimane sempre la stessa
- 3 efficienza di rivelazione  $\epsilon \rightarrow$  rimane sempre la stessa
- 4 energia delle particelle incidenti  $\Delta E \rightarrow$  non siamo in grado di misurarla
- 5 angolo solido di arrivo  $\Delta \Omega \rightarrow$  non siamo in grado di misurarlo. Però:
  - si fissa un angolo di *azimut*  $\varphi$  e si varia l'angolo di *zenit*  $\theta$

L'apparato sperimentale dovrà avere quindi le caratteristiche di un **telescopio** per poter fissare una direzione di misura  $\theta$ .



Dovrete quindi misurare il **tasso di incidenza**  $F$  di muoni rivelati dall'apparato sperimentale a disposizione in funzione dell'**angolo di zenit**  $\theta$ , cioè una  $F(\theta)$ .



# Sommario



- 1 Introduzione
- 2 Schematizzazione
- 3 Misura**
- 4 Analisi dati
- 5 Formulazione di leggi
- 6 Previsione di nuovi fenomeni
- 7 Verifica sperimentale delle previsioni



# Definizione operativa della grandezza da misurare



## Misura

Insieme di procedure e convenzioni che associano un numero e un'unità di misura ad ogni ente fisico essenziale del processo di schematizzazione  $\Rightarrow$  definizione operativa di una grandezza fisica (tramite regole precise e universali).

È necessario **quantificare** (esprimere tramite numeri) le grandezze coinvolte nel fenomeno:

- definizione operativa*: si deve specificare come la grandezza può essere *misurata*;
- riproducibilità*: la misurazione eseguita sulla stessa grandezza e nelle stesse condizioni deve fornire lo stesso numero (entro gli errori sperimentali) indipendentemente dallo sperimentatore.

## Misurazione

- Misura **diretta**: eseguita tramite confronto tra grandezze omogenee (ad es. fra lunghezze e lunghezze).
- Misura **indiretta**: ricavata tramite misura di grandezze diverse da quella in esame ma il cui valore è legato da leggi note a quella in esame.

## Definizione operativa

Fissato  $\theta$ , l'operazione che va compiuta per misurare il **tasso di incidenza**  $F(\theta)$  è una misura *indiretta* data dal rapporto di due misure *dirette* ( $\Delta N$  e  $\Delta t$ ).

A ogni misura è associata un'**incertezza**: ripetendo più volte la misura, si ottengono per lo più risultati diversi.

Ragioni per cui una misura è affetta da errori:

- limiti e deficienze strumentali*: precisione intrinseca dello strumento, "mancanze" dell'operatore (es: letture fatte male, interpolazioni);
- metodi di misurazione errati* (es: uso di una legge fuori dalla sua regione di validità);
- cause accidentali* (es: misure ripetute di una grandezza nelle stesse condizioni).

Gli errori vengono classificati in due categorie:

- **errori sistematici**: danno effetti sempre nello stesso verso (si possono individuare e valutare). Una misura affetta da bassi errori sistematici si dice **accurata**.
- **errori casuali**: dovuti a cause poco controllabili, agiscono con effetti non prevedibili (seguono però leggi note). Una misura affetta da bassi errori casuali si dice **precisa**.

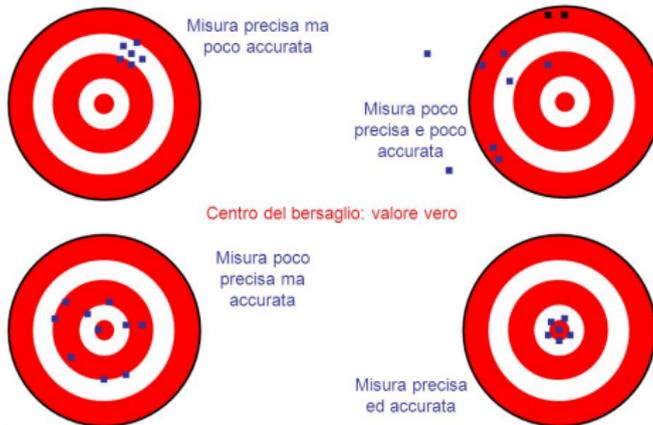
Ogni **misura sperimentale** deve dare sempre come risultato un numero, con un errore, in opportune unità di misura:  $v \pm \varepsilon_v$

con  $v \rightarrow$  valore misurato;  $\varepsilon_v \rightarrow$  errore assoluto e  $\varepsilon_v^{rel} = \frac{\varepsilon_v}{v} \rightarrow$  errore relativo.

Esempio:  $\ell = (52.5 \pm 0.2) \text{ cm} \Rightarrow v = 52.5 \text{ cm}$ ,  $\varepsilon_v = 0.2 \text{ cm}$  e  $\varepsilon_v^{rel} = \frac{0.2 \text{ cm}}{52.5 \text{ cm}} \approx 0.4\%$ .

Tanto più l'errore relativo è piccolo, tanto migliore è la misura effettuata.

- La **precisione** delle misure è data dal livello di vicinanza di una misurazione con l'altra e da quanto le misure risultano quindi raggruppate. Questo non significa che le varie misure siano necessariamente vicine al valore atteso.
- L'**accuratezza** ha a che vedere con il livello di vicinanza delle misure rispetto al valore atteso.



Possono esserci misure precise ma non accurate, misure non precise ma accurate, misure non precise e non accurate, misure precise e accurate.

Dovremo riportare il risultato di una misura *indiretta*  $F$  (data dal rapporto di due misure *dirette*  $\Delta N$  e  $\Delta t$ ) al variare dell'angolo  $\theta$  e valutare correttamente gli **errori**.

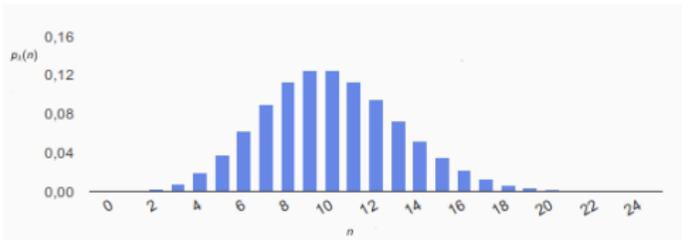
- 1 L'**errore** su  $F$  è dato da una formula che coinvolge:
    - errore su  $\Delta N$ :  $\varepsilon_{\Delta N}$  (numero di conteggi - errore casuale o *statistico*)
    - errore su  $\Delta t$ :  $\varepsilon_{\Delta t}$  (sensibilità dello strumento di misura)
  - 2 L'**errore** su  $\theta$  è di due tipi:
    - errore sul posizionamento:  $\varepsilon_{\theta}^a$  (sensibilità dello strumento di misura)
    - errore di accettazione:  $\varepsilon_{\theta}^b$  (apertura del telescopio - errore sistematico)
- Gli errori  $\varepsilon_{\theta}^a$  e  $\varepsilon_{\theta}^b$  andranno valutati insieme per dare un unico errore su  $\theta$ :  $\varepsilon_{\theta}$

Valuteremo separatamente i contributi dei singoli errori.

Per il momento, possiamo solo valutare gli **errori di sensibilità degli strumenti di misura**:

- $\varepsilon_{\Delta t} = 10 \mu\text{s}$
- $\varepsilon_{\theta}^a = 0.5^{\circ}$

La **distribuzione di Poisson** descrive i risultati di esperimenti in cui si contano eventi in un tempo fissato che capitano a caso ma con una media temporale definita.



Si definisce:

- $n$  - numero di eventi misurati in un intervallo di tempo definito
- $\lambda$  - numero medio atteso di conteggi nell'intervallo di tempo considerato

Poisson Distribution Applet/Calculator

La **probabilità**  $p_{\lambda}(n)$  di osservare  $n$  eventi nell'intervallo di tempo considerato è dato da:

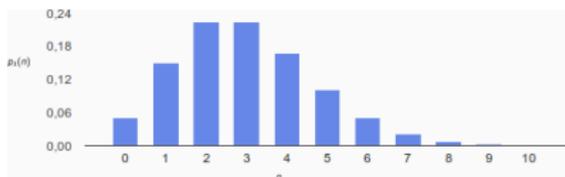
$$p_{\lambda}(n) = \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!}$$

Esempio: in  $t = 5$  s ci aspettiamo di contare 10 eventi ( $\lambda = 10$ ) e ne contiamo invece 7 ( $n = 7$ ). La probabilità che questo accada è  $p_{10}(7) = \frac{10^7 e^{-10}}{7!} = 0.09 \equiv 9.0\%$

Ci si aspetta che il numero di raggi cosmici che colpiscono una data superficie in un dato intervallo temporale segua la distribuzione di Poisson.

Si può dimostrare che se ripetiamo l'esperimento di conteggio **molte volte**:

- il numero medio di conteggi atteso è proprio il *valor medio*  $\bar{n} = \lambda$
- l'indice di dispersione con cui le misure si discostano dal numero medio di conteggi atteso è dato dalla *deviazione standard*  $\sigma_n = \sqrt{\lambda}$



$$\lambda = 3 \rightarrow \sqrt{\lambda} = 1.73$$



$$\lambda = 10 \rightarrow \sqrt{\lambda} = 3.16$$

Spesso però non è possibile ripetere l'esperimento di conteggio ma ci si deve accontentare di una misura singola. Si può dimostrare che:

- Se facciamo un esperimento di conteggio **una volta** e otteniamo il risultato  $\Delta N$ , allora la miglior stima per il conteggio medio atteso è  $\lambda^{\text{best}} = \Delta N$  con  $\varepsilon_{\lambda}^{\text{best}} = \sqrt{\Delta N}$ , cioè misureremo  $\Delta N \pm \sqrt{\Delta N}$

● l'**errore assoluto aumenta** aumentando i conteggi:  $\varepsilon_{\Delta N} = \sqrt{\Delta N}$

● l'**errore relativo diminuisce** aumentando i conteggi:  $\varepsilon_{\Delta N}^{\text{rel}} = \frac{\sqrt{\Delta N}}{\Delta N} = \frac{1}{\sqrt{\Delta N}}$

## Esperimento

Puntiamo il rivelatore verticalmente ( $\theta = 0$ ), acquisiamo il numero di conteggi  $\Delta N$  in un fissato intervallo di tempo  $\Delta t$  e analizziamo i dati.

Svolgiamo adesso i seguenti esercizi:

- 1 ripetiamo l'esperimento **molte volte** (es:  $\Delta t = 1$  min). La Fisica dei raggi cosmici è correttamente descritta dalla statistica di Poisson?
- 2 eseguiamo lo stesso esperimento **una sola volta** a intervalli di tempo diversi (es:  $\Delta t_1 = 1$  min e  $\Delta t_2 = 5$  min) e calcoliamo il tasso di incidenza. I due risultati sono compatibili entro gli errori?
- 3 calcolo del **flusso verticale dei muoni (indipendente dall'energia)**  $\Phi(\theta, \varphi)$ , noti il tasso di incidenza e le caratteristiche costruttive e di funzionamento del rivelatore:

$$\Phi(\theta, \varphi) = \frac{\Delta N}{\varepsilon \cdot \Delta S \cdot \Delta t \cdot \Delta \Omega}$$

(non si tratta del flusso  $\phi(E, \theta, \varphi)$ : provate a farne l'**analisi dimensionale**). Si ponga:

- $\varepsilon = 1$  (efficienza di rivelazione massima)
- $G = \Delta S \cdot \Delta \Omega = 18.8 \text{ cm}^2 \text{ sr}$  (**fattore geometrico** del rivelatore)

Per svolgere questi esercizi è sufficiente conoscere l'errore statistico sui conteggi  $\Delta N$  ( $\varepsilon_{\Delta N} = \sqrt{\Delta N}$ ) e l'errore di sensibilità sugli intervalli di tempo  $\Delta t$  ( $\varepsilon_{\Delta t} = 10 \mu\text{s}$ ). Non è necessario conoscere l'errore su  $\theta$  ( $\varepsilon_{\theta}$ ).



# Fine della prima giornata

## Riassunto



Oggi abbiamo:

- ripassato il metodo scientifico introdotto da Galileo Galilei;
- compreso che l'esperimento da eseguire ne è una diretta applicazione;
- compreso qual è la grandezza fondamentale misurata nella Fisica dei raggi cosmici;
- proposto una semplificazione del problema;
- compreso che ogni misura effettuata comporta inevitabilmente la presenza di errori (statistici e/o sistematici);
- verificato sperimentalmente l'andamento di una particolare distribuzione degli errori statistici (distribuzione di Poisson);
- eseguito una prima misura del tasso di incidenza verticale dei muoni sul rivelatore.

Domani continueremo lo svolgimento dell'esperimento proposto, continuando a seguire lo schema del metodo scientifico.



# Inizio della seconda giornata

## Riassunto



Ieri abbiamo:

- ripassato il metodo scientifico introdotto da Galileo Galilei;
- compreso che l'esperimento da eseguire ne è una diretta applicazione;
- compreso qual è la grandezza fondamentale misurata nella Fisica dei raggi cosmici;
- proposto una semplificazione del problema;
- compreso che ogni misura effettuata comporta inevitabilmente la presenza di errori (statistici e/o sistematici);
- verificato sperimentalmente l'andamento di una particolare distribuzione degli errori statistici (distribuzione di Poisson);
- eseguito una prima misura del tasso di incidenza verticale dei muoni sul rivelatore.

Oggi continueremo lo svolgimento dell'esperimento proposto, continuando a seguire lo schema del metodo scientifico.

## Esperimento

Ci è richiesto di valutare la **dipendenza dell'arrivo dei muoni atmosferici rispetto all'angolo di *zenit***.

Abbiamo stabilito che:

- dovremo misurare il tasso di incidenza  $F$  di muoni rivelati dall'apparato sperimentale a disposizione in funzione dell'angolo di *zenit*  $\theta$ , cioè una  $F(\theta)$ ;
- fissato  $\theta$ , la misura di  $F(\theta)$  è una misura *indiretta* data dal rapporto di due misure *dirette* ( $\Delta N$  e  $\Delta t$ );
- alle misure sono associati errori di misura che si propagheranno al risultato;
- fissato  $\theta$ , è sufficiente fare una sola misura di conteggi (per la statistica di Poisson).

## Procedura

- Orientiamo il rivelatore ad un angolo di *azimut*  $\varphi$  fisso per tutta la durata delle misure;
- ci dividiamo in gruppi ed effettuiamo una singola misura di conteggi  $\Delta N$  per una durata  $\Delta t$  agli angoli  $\theta$ , dove  $\Delta t$  e  $\theta$  sono *scelti in maniera ragionata* (idee?);
- alle misure dirette  $\theta$ ,  $\Delta N$ ,  $\Delta t$  associamo gli errori assoluti  $\varepsilon_\theta$ ,  $\varepsilon_{\Delta N}$ ,  $\varepsilon_{\Delta t}$ .

Abbiamo precedentemente osservato che l'**errore** su  $\theta$  è di due tipi:

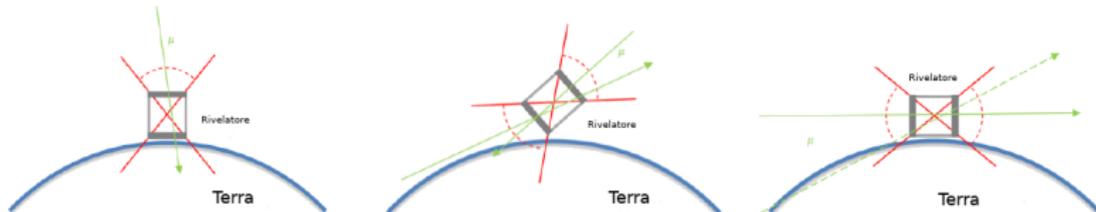
- errore sul posizionamento:  $\varepsilon_{\theta}^a = 0.5^\circ$  (sensibilità dello strumento)
- errore di accettazione:  $\varepsilon_{\theta}^b$  (apertura del telescopio - errore sistematico)

È possibile valutare l'errore di accettazione dovuto all'apertura del telescopio in base a:

- **considerazioni geometriche**: potremmo considerare un errore  $\varepsilon_{\theta}^b \approx 30^\circ$ ;
- **considerazioni statistiche** applicate a **simulazioni** ripetute dell'esperimento: possiamo realisticamente abbassare il valore a  $\varepsilon_{\theta}^b = 15^\circ$ .

Osserviamo che  $\varepsilon_{\theta}^b \gg \varepsilon_{\theta}^a \Rightarrow \varepsilon_{\theta}^a$  può essere trascurato rispetto a  $\varepsilon_{\theta}^b$  (cioè  $\varepsilon_{\theta} \approx \varepsilon_{\theta}^b = 15^\circ$ )

Oltre un certo angolo limite  $\theta^{\text{lim}}$  l'apparato sperimentale è sufficientemente inclinato da rivelare anche i muoni atmosferici che lo oltrepassano dal retro, senza distinguerli.



Si ha un errore sistematico sui conteggi che non è possibile eliminare e aumenta con  $\theta$ .



- 1 Introduzione
- 2 Schematizzazione
- 3 Misura
- 4 Analisi dati**
- 5 Formulazione di leggi
- 6 Previsione di nuovi fenomeni
- 7 Verifica sperimentale delle previsioni

## Analisi dati

Osservazione sperimentale di correlazioni quantitative tra i valori numerici delle misure delle grandezze fisiche coinvolte nel fenomeno  $\Rightarrow$  costruzione di tabelle e grafici, scrittura di formule matematiche.

Durante la raccolta dei dati conviene costruire subito le tabelle con le grandezze fisiche coinvolte, così da rendersi conto immediatamente se c'è qualcosa che non torna:

| $\theta$   | $\varepsilon_\theta$ | $\varepsilon_\theta^{\text{rel}}$ | $\Delta N$ | $\varepsilon_{\Delta N}$ | $\varepsilon_{\Delta N}^{\text{rel}}$ | $\Delta t$ | $\varepsilon_{\Delta t}$ | $\varepsilon_{\Delta t}^{\text{rel}}$ | $F(\theta)$ | $\varepsilon_{F(\theta)}$ | $\varepsilon_{F(\theta)}^{\text{rel}}$ |
|------------|----------------------|-----------------------------------|------------|--------------------------|---------------------------------------|------------|--------------------------|---------------------------------------|-------------|---------------------------|--|
| $0^\circ$  | ...                  | ...                               | ...        | ...                      | ...                                   | ...        | ...                      | ...                                   | ...         | ...                       | ...                                    |
| $30^\circ$ | ...                  | ...                               | ...        | ...                      | ...                                   | ...        | ...                      | ...                                   | ...         | ...                       | ...                                    |

Per ogni  $\theta$  va calcolato il risultato della misura indiretta  $F(\theta)$  e dell'errore  $\varepsilon_{F(\theta)}$ :

- $F(\theta) = \frac{\Delta N}{\Delta t}$
- $\varepsilon_{F(\theta)} = F(\theta) \cdot \varepsilon_{F(\theta)}^{\text{rel}}$

Secondo la **teoria degli errori**, la formula per calcolare l'errore  $\varepsilon_{F(\theta)}^{\text{rel}}$  è data da:

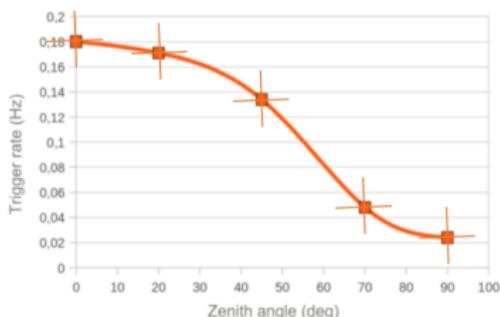
$$\varepsilon_{F(\theta)}^{\text{rel}} = \sqrt{(\varepsilon_{\Delta N}^{\text{rel}})^2 + (\varepsilon_{\Delta t}^{\text{rel}})^2} \simeq \varepsilon_{\Delta N}^{\text{rel}} \quad \text{dato che} \quad \varepsilon_{\Delta t}^{\text{rel}} \ll \varepsilon_{\Delta N}^{\text{rel}}$$

Ricordatevi di arrotondare ad una cifra significativa gli errori (e successivamente il risultato)!

Data la tabella precedente, è possibile costruire il grafico di  $F(\theta)$ :

| $\theta$   | $\varepsilon_\theta$ | $\varepsilon_\theta^{\text{rel}}$ | $\Delta N$ | $\varepsilon_{\Delta N}$ | $\varepsilon_{\Delta N}^{\text{rel}}$ | $\Delta t$ | $\varepsilon_{\Delta t}$ | $\varepsilon_{\Delta t}^{\text{rel}}$ | $F(\theta)$ | $\varepsilon_{F(\theta)}$ | $\varepsilon_{F(\theta)}^{\text{rel}}$ |
|------------|----------------------|-----------------------------------|------------|--------------------------|---------------------------------------|------------|--------------------------|---------------------------------------|-------------|---------------------------|--|
| $0^\circ$  | ...                  | ...                               | ...        | ...                      | ...                                   | ...        | ...                      | ...                                   | ...         | ...                       | ...                                    |
| $30^\circ$ | ...                  | ...                               | ...        | ...                      | ...                                   | ...        | ...                      | ...                                   | ...         | ...                       | ...                                    |

Per ogni misura si disegna il **punto** associato alla coppia  $(\theta, F(\theta))$  e le **barre di errore** orizzontale  $\varepsilon_\theta$  e verticale  $\varepsilon_{F(\theta)}$ , centrate sul punto.



## Attenzione

Stiamo riportando sul piano cartesiano una serie di punti e non il grafico di una funzione matematica  $\Rightarrow$  per ora non ha molto senso collegarli con una linea continua.



# Sommario



- 1 Introduzione
- 2 Schematizzazione
- 3 Misura
- 4 Analisi dati
- 5 Formulazione di leggi**
- 6 Previsione di nuovi fenomeni
- 7 Verifica sperimentale delle previsioni

## Formulazione di leggi

Riorganizzazione dei risultati delle osservazioni nella forma di **leggi** che governano il fenomeno  $\Rightarrow$  relazioni matematiche fra le grandezze coinvolte nel fenomeno.

Dall'analisi dei dati raccolti si osserva che:

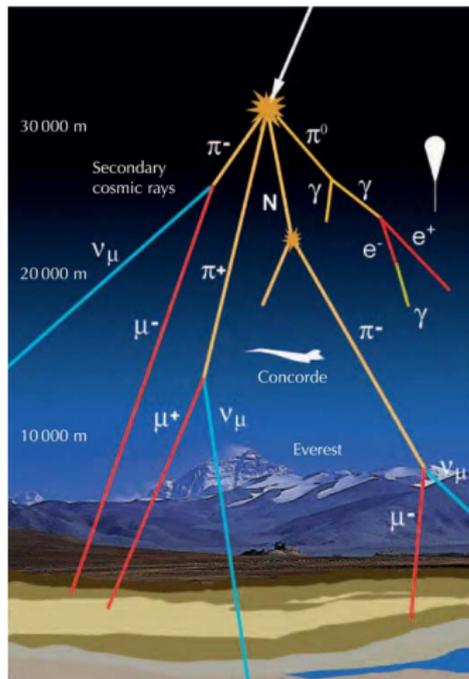
- esiste una **dipendenza dell'arrivo dei muoni atmosferici rispetto all'angolo di zenit  $\theta$** ;
- fissato l'angolo di *azimut*  $\varphi$ , il **tasso di incidenza  $F(\theta)$**  è massimo per  $\theta = 0^\circ$  e minimo per  $\theta = 90^\circ$

Questa dipendenza ci suggerisce una legge che leghi l'andamento di  $F(\theta)$  a  $\cos \theta$ .  
L'esperienza ci suggerisce di proporre una **legge empirica** del tipo:

$$F(\theta) = A \cos^2 \theta$$

$A$  è una costante, avente le stesse dimensioni fisiche di  $F(\theta)$ , da determinare sperimentalmente con una procedura di *interpolazione* dei dati.

In realtà non è banale provare a dare una **giustificazione teorica** alla **legge empirica** proposta. Possiamo provare a giustificarne l'utilizzo in base alla Fisica dei raggi cosmici.



- I raggi cosmici **primari** che penetrano negli strati superiori dell'atmosfera generano i **pioni**  $\pi^\pm$  che a loro volta decadono immediatamente in **muoni**  $\mu^\pm$  e **neutrini (o antineutrini) muonici**  $\nu_\mu$  ( $\bar{\nu}_\mu$ ):

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

Ciò avviene *in media* ad una altezza di **15 km**
- I muoni successivamente decadono in **elettroni**  $e^\pm$ , in **neutrini (o antineutrini) muonici**  $\nu_\mu$  ( $\bar{\nu}_\mu$ ) e in **neutrini (o antineutrini) elettronici**  $\nu_e$  ( $\bar{\nu}_e$ )

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

La *vita media* dei muoni è  $\tau = 2.2 \mu\text{s}$

## Osservazione

La velocità dei muoni è molto alta (*in media*  $v = 0.9992 \cdot c$ , cioè  $v \simeq c$  con  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

Secondo la **cinematica classica**:

- lo spazio  $s$  percorso in atmosfera durante la loro *vita media*  $\tau$  sarebbe  
 $s = v \cdot \tau \simeq 660$  m
- Come fanno ad arrivare a terra percorrendo **15 km** di atmosfera se decadono entro **660 m** dalla loro formazione?

Stiamo sbagliando a usare la cinematica classica al posto della **cinematica relativistica**

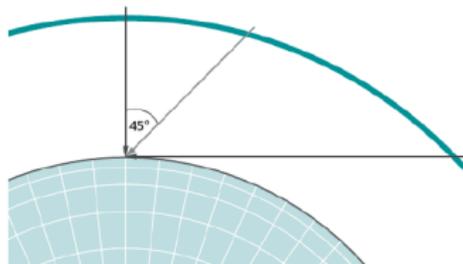
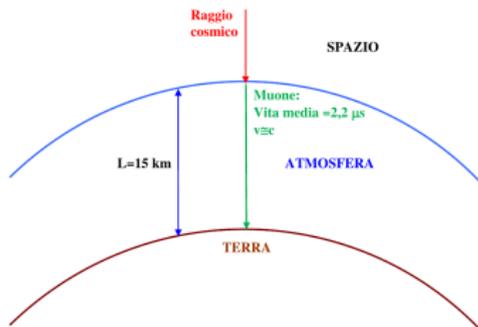
- per una particella ultrarelativistica ( $v \simeq c$ ) si definisce il **fattore di Lorentz**  
 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ . In questo caso:  $\gamma \simeq 25$
- la vita media del muone vale  $\tau = 2.2 \mu\text{s}$  se *misurata in un sistema di riferimento solidale* ("a bordo") col muone stesso;
- lo stesso fenomeno misurato a terra risente del fenomeno della **dilatazione dei tempi**: si ha  $\tau' = \gamma \cdot \tau = 55 \mu\text{s} \Rightarrow s' = v \cdot \tau' \simeq 16$  km
- in maniera analoga un osservatore solidale col muone misurerebbe una **contrazione delle lunghezze**, cioè per lui l'atmosfera avrebbe uno spessore  $s'' = \frac{s}{\gamma} \simeq 600$  m

I muoni prodotti dai raggi cosmici in atmosfera arrivano quindi effettivamente a terra.

# Giustificazione della dipendenza di $F(\theta)$ dall'angolo di *zenit* $\theta$

## Osservazione sperimentale

Circa la metà dei muoni prodotti dai raggi cosmici in atmosfera arriva a terra.



Ad alti angoli di rivelazione  $\theta$  (e bassi valori di  $\cos\theta$ ):

- i muoni devono percorrere una distanza maggiore per arrivare sul rivelatore (circa 400 km per  $\theta = 90^\circ$ )  $\Rightarrow$  ne arriva di meno (la maggior parte decade nel tragitto).

## Attenzione

Stiamo facendo ragionamenti *in media* sul comportamento di un alto numero di muoni che si formano a diverse quote con diverse energie e velocità.



# Sommario



- 1 Introduzione
- 2 Schematizzazione
- 3 Misura
- 4 Analisi dati
- 5 Formulazione di leggi
- 6 Previsione di nuovi fenomeni**
- 7 Verifica sperimentale delle previsioni



## Previsione di nuovi fenomeni

Previsione di nuovi fenomeni  $\Rightarrow$  calcolo del risultato atteso quando il fenomeno si svolge in condizioni diverse.

Si può ripetere l'esperimento a diverse **latitudini** e **longitudini**:

confrontate adesso i vostri risultati con quelli dei vostri colleghi di tutto il mondo!

**L'andamento qualitativo** di  $F(\theta)$  è lo stesso?

L'esperimento è **riproducibile**?

Ripetendo l'esperimento **con lo stesso strumento** si osservano comunque risultati diversi:

- ad altezze diverse: il risultato dipende dalla quota (rispetto al **livello del mare**);
- all'interno o in prossimità di **montagne**: il flusso dei muoni viene attenuato per assorbimento  $\rightarrow$  tecnica della radiografia muonica;
- al variare delle **condizioni atmosferiche** (l'atmosfera è un gas con densità variabile a seconda della pressione e della temperatura). Si ha anche un effetto **giorno/notte**;
- al variare della posizione della Terra rispetto al Sole  $\rightarrow$  **modulazioni stagionali**;
- al variare dell'angolo di **azimut**  $\varphi$ : i raggi cosmici sono per lo più composti da particelle di carica positiva e si muovono principalmente da Ovest verso Est a causa del campo magnetico terrestre  $\rightarrow$  **effetto Est-Ovest**.



# Sommario



- 1 Introduzione
- 2 Schematizzazione
- 3 Misura
- 4 Analisi dati
- 5 Formulazione di leggi
- 6 Previsione di nuovi fenomeni
- 7 Verifica sperimentale delle previsioni**



## Verifica sperimentale

Verifica sperimentale delle previsioni  $\Rightarrow$  controllo (tramite misurazione dei risultati) che nelle nuove condizioni il fenomeno si comporti come previsto dalle leggi.

Tenendo conto dei risultati ottenuti in diverse condizioni sperimentali, alcuni studi suggeriscono di proporre una diversa **legge empirica** del tipo:

$$F(\theta) = B \cos^n \theta$$

$B$  (che ha le stesse dimensioni di  $F(\theta)$ ) e  $n$  (adimensionale, tiene conto degli effetti correttivi) sono due costanti da determinare sperimentalmente con una procedura di *interpolazione* dei dati. Si osserva ovunque che  $n \simeq 2$ .

## Osservazione

In Fisica una teoria non è **mai** definitiva: può essere sostituita o modificata, qualora emergano nuovi aspetti non ancora considerati o esperimenti i cui risultati la contraddicano.



# Fine della seconda giornata

## Riassunto

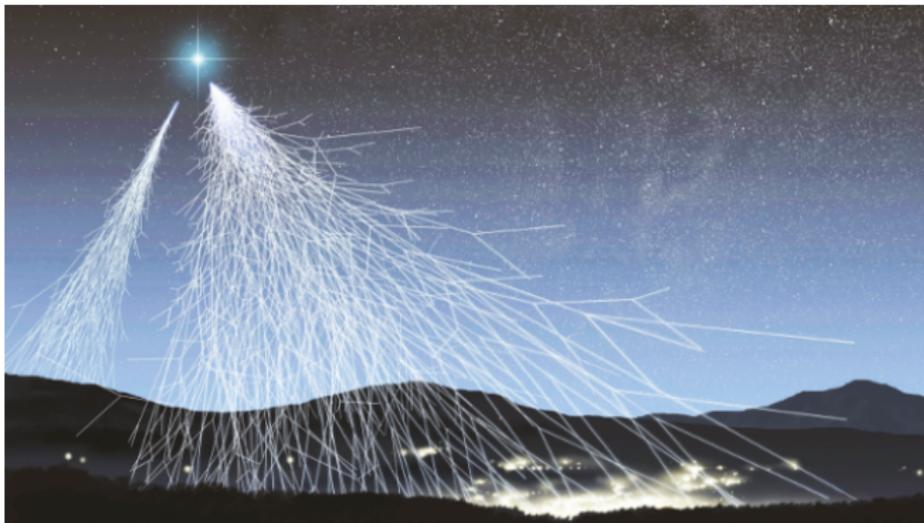


Oggi abbiamo:

- imparato a condurre una misura in Fisica;
- imparato a costruire tabelle e grafici facendo conti e trattando gli errori sperimentali;
- imparato a ragionare sulle leggi fisiche empiriche proposte;
- appreso le basi di Fisica relativistica usate nella Fisica dei raggi cosmici;
- imparato a comunicare i risultati di un esperimento a colleghi di tutto il mondo per verificare la riproducibilità di un esperimento;
- compreso che il metodo scientifico dà la possibilità di mettere in discussione una legge fisica e di riformularla ogni volta che i risultati di un esperimento mostrano i limiti della teoria accreditata.

Per concludere, dovrete scrivere una relazione dettagliata sull'attività svolta!

...grazie per l'attenzione!





# Slides aggiuntive

La scoperta della legge di gravitazione universale è un modello di riferimento per il **metodo scientifico moderno**.

I principali passi in cui la scoperta si articolò furono:

- 1 ipotesi circa il moto dei pianeti → **Niccolò Copernico** (1473-1543):
  - la Terra ruota attorno al proprio asse una volta al giorno;
  - la Terra ruota attorno al Sole;
  - le stelle sono molto più lontane dalla Terra rispetto al Sole e ai pianeti;
- 2 misure sperimentali delle posizioni di pianeti e Sole → **Tycho Brahe** (1546-1601):
  - misurò con precisione per venti anni le posizioni del Sole e dei pianeti;
- 3 analisi dati e formulazione delle leggi empiriche → **Giovanni Keplero** (1571-1630):
  - con la matematica e i dati di Brahe determinò le orbite della Terra e di Marte;
  - formulò le sue conclusioni in tre brevi enunciati dette *leggi*;
- 4 elaborazione di una teoria generale → **Isaac Newton** (1642-1727):
  - introdusse le leggi del moto e la legge di gravitazione universale;
  - realizzò una teoria generale che unificava le leggi astronomiche di Keplero e l'esperienza terrestre.

**Newton:** “se sono riuscito a vedere più lontano degli altri è perché sono salito sulle spalle dei giganti.”

Una **cifra significativa** nel numero che rappresenta una grandezza è una cifra che non sia uno zero iniziale o finale; gli zeri finali contano però se seguono il punto decimale.

*Cifra meno significativa*: la più a destra tra le cifre significative.

Esempi:

0.2547 (4 cifre significative), 345 600 (4 cifre significative),  $3.4560 \cdot 10^5$  (5 cifre significative).

Per calcolare i risultati delle grandezze *indirette* e i rispettivi errori si usa la calcolatrice.

## Attenzione

- non presentare come risultato tutti i valori riportati dal *display* di una calcolatrice!
- dopo il numero riportate **sempre** la corretta unità di misura.

Regole da seguire per scrivere correttamente un risultato numerico:

- 1 prima si arrotondano gli **errori** (ad una sola cifra significativa: solo nel caso in cui la cifra sia 1 si può aggiungere una seconda cifra. Es:  $0.243 \rightarrow 0.2$  ma  $0.143 \rightarrow 0.14$ );
- 2 dopo si arrotondano i **risultati dei conti** (l'ultima cifra significativa deve essere nella stessa posizione decimale dell'errore).

Esempi:

- $v = (6051.78 \pm 0.02385) \text{ m/s} \rightarrow$  **sbagliato!** (troppe cifre nell'errore)
- $v = (6051.78 \pm 30) \text{ m/s} \rightarrow$  **sbagliato!** (errore giusto, troppe cifre nel risultato)
- $v = (6050 \pm 30) \text{ m/s} \rightarrow$  **corretto!**

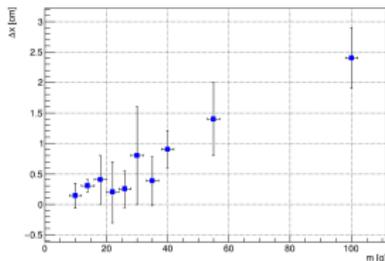
La procedura richiede di effettuare una singola misura di conteggi  $\Delta N$  per una durata  $\Delta t$  agli angoli  $\theta$ , dove  $\Delta t$  e  $\theta$  sono *scelti in maniera ragionata*.

Scelta dei valori di  $\theta$ :

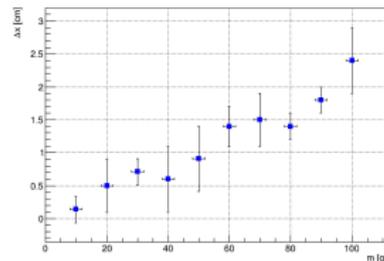
- dobbiamo far variare  $\theta$  tra il valore minimo di  $0^\circ$  e il valore massimo di  $90^\circ$ ;
- ha poco senso fare misure ad angoli a caso oppure in una regione angolare limitata: si cerca di fare in modo tale che i punti del grafico siano separati ad intervalli regolari;
- vista la strumentazione a disposizione, si può fare una serie di misure ai valori  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ .

## Attenzione

Avere i punti il più possibilmente equidistanziati in un grafico permette di avere risultati più affidabili durante la procedura di *interpolazione*.



Esempio di presa dati sbagliata: punti ammassati



Esempio di presa dati corretta: punti equidistanti

La procedura richiede di effettuare una singola misura di conteggi  $\Delta N$  per una durata  $\Delta t$  agli angoli  $\theta$ , dove  $\Delta t$  e  $\theta$  sono *scelti in maniera ragionata*.

Scelta dei valori di  $\Delta t$ :

- una scelta possibile è quella di effettuare le misure, agli angoli scelti in precedenza, in modo tale che abbiano **circa** lo stesso errore relativo  $\varepsilon_{\Delta N}^{\text{rel}}(\theta = 0^\circ)$  ottenuto dalla miglior misura (quella in cui  $\varepsilon_{\Delta N}^{\text{rel}}$  è più piccolo) fatta con lo strumento puntato verticalmente;
- l'errore relativo all'angolo  $\theta$  vale  $\varepsilon_{\Delta N}^{\text{rel}}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\Delta N}}$  e quindi dipende **solo** da  $\Delta N$ ;
- fissato l'angolo  $\theta$  si stima il tempo  $\Delta t$  necessario a raccogliere **circa** il numero di eventi fissato  $\Delta N$  (per ottenere l'errore relativo  $\varepsilon_{\Delta N}^{\text{rel}}(\theta) \approx \varepsilon_{\Delta N}^{\text{rel}}(\theta = 0^\circ)$  deciso a priori) tramite una **misura preliminare** breve del tasso di incidenza  $F(\theta)$ ;
- successivamente si effettua la **misura definitiva** lunga per il **tempo stimato**  $\Delta t$ .

## Attenzione

Data la natura aleatoria del processo, alla fine della misura definitiva lunga nel tempo stimato  $\Delta t$  non otterremo **esattamente** ma otterremo **circa** il numero fissato  $\Delta N$ .

# Strategia di misura: scelta di $\Delta t$

## Esempio

- con lo strumento puntato verticalmente si è misurato  $\Delta N = 50$  in  $\Delta t = 300$  s, ottenendo  $\varepsilon_{\Delta N}^{rel}(\theta = 0^\circ) = \frac{1}{\sqrt{50}} = 0.14$ ;
- per  $\theta = 45^\circ$  vorremmo avere una misura con un errore percentuale  $\varepsilon_{\Delta N}^{rel}(\theta = 45^\circ) \simeq \varepsilon_{\Delta N}^{rel}(\theta = 0^\circ) = 0.14$  ma non sappiamo per quanto tempo dovremo tenere acceso lo strumento per fare la misura (e rivelare quindi **circa** 50 muoni);
- si decide di fare quindi una **misura preliminare** ad un tempo inferiore per avere una **stima** del tasso di incidenza  $F(\theta = 45^\circ)$ :
  - con lo strumento puntato a  $\theta = 45^\circ$  si misura  $\Delta N = 10$  in  $\Delta t = 120$  s, ottenendo  $F(\theta = 45^\circ) = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{10}{120 \text{ s}} = 0.08 \text{ s}^{-1}$ ;
  - volendo misurare **circa**  $\Delta N' = 50$ , si ricava il tempo di misura  $\Delta t'$  invertendo la precedente formula:  $\Delta t' = \frac{\Delta N'}{F(\theta=45^\circ)} = \frac{50}{0.08 \text{ s}^{-1}} = 600 \text{ s}$
- si effettua la **misura definitiva** con lo strumento puntato a  $\theta = 45^\circ$  ottenendo  $\Delta N = 55$  in  $\Delta t = 600$  s e  $\varepsilon_{\Delta N}^{rel}(\theta = 45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{55}} = 0.13$  che è vicino al valore  $\varepsilon_{\Delta N}^{rel}(\theta = 0^\circ) = 0.14$  atteso.
  - Osserviamo che se avessimo preso per buona la misura preliminare avremmo ottenuto  $\varepsilon_{\Delta N}^{rel}(\theta = 45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{10}} = 0.3$  che è più del doppio (e quindi la misura è peggiore) di quanto ottenuto con la misura definitiva.