

Entropia: una via d'accesso alla meccanica quantistica?

Luca Girlanda

Università del Salento & INFN Lecce

ἔν τροπή

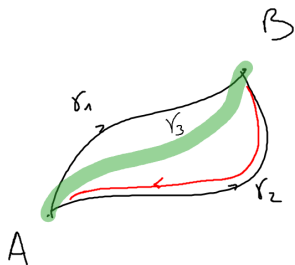


“If one looks for a name that would characterize S , then—in analogy to the way one says that the quantity U is the *heat- and work-content* of the body—one could say that the quantity S is the *transformation content* [*Verwandlungsinhalt* in the original German] of the body. I consider it better, however, to extract the names for such scientifically important quantities from the classical languages, so that they can be applied without change in all modern languages; therefore, I propose to name the quantity S the *entropy* [*Entropie* in German] after the Greek word η τροπή, the transformation. I have intentionally constructed the word *entropy* [*Entropie*] to be as similar as possible to the word *energy* [*Energie* in German] because the two quantities, which are to be known by these words, are so nearly related in their physical significance that a certain similarity in the naming seems appropriate.”

$$S(B) - S(A) = \int_{\text{rev}} \frac{\delta Q}{T}$$

Seconda Legge

$$I = \oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$



- ▶ T è la temperatura dei “bagni termici”
- ▶ includiamo nel sistema un gas perfetto in contatto con gli stessi bagni termici con $(\delta Q)_g = -\delta Q \implies I + I_g = 0$
- ▶ per il gas perfetto, dalla prima legge, $I_g = nR \log V_f/V_i$
- ▶ se per assurdo $I > 0$ (quindi $I_g < 0$) potremmo riportare il gas nello stato iniziale facendolo espandere a spese della sola sorgente a $T = T_i = T_f$

Entropia come funzione di stato

$$S(B) = S(A) + \int_A^B \frac{\delta Q}{T}_{\text{rev}}$$

- ▶ sembra tutto molto oggettivo e univoco (a meno di una costante additiva)
- ▶ vi è però una soggettività *nascosta*
- ▶ nascosta nella definizione di *stato*

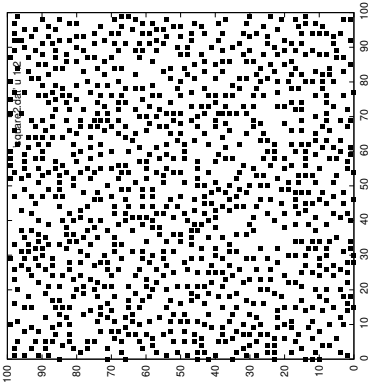
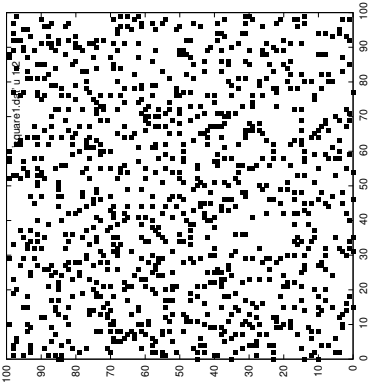
Entropia microscopica

$$S = k \cdot \log W$$

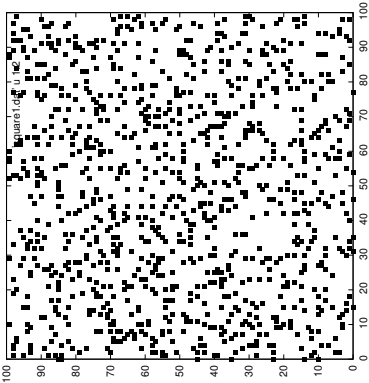
- ▶ microstati (“complezioni”):
specificare lo stato $\epsilon_i = 1, 2, \dots, \Lambda$ per ogni particella i
- ▶ distribuzione: specificare il numero di particelle w_λ nello stato λ
- ▶ “permutabilità” \mathcal{W} : numero di complezioni di una data distribuzione
 \sim **probabilità** della distribuzione



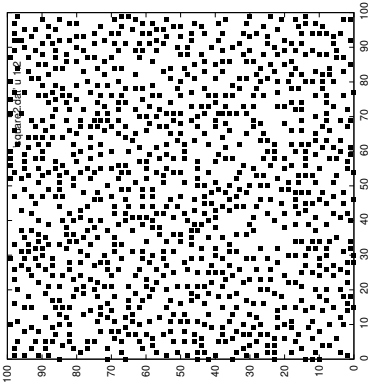
Ma cos'è il disordine?



Ma cos'è il disordine?



$$S = \log \mathcal{W} \sim 3245$$



$$S = \log \mathcal{W} \sim 358$$

Entropia e informazione

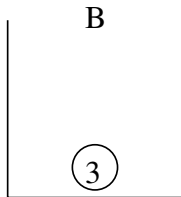
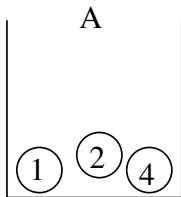


- ▶ Shannon fonda la teoria dell'informazione
- ▶ disordine quantificato come *informazione mancante*
- ▶ ad un evento con probabilità p_n è associata la *sorpresa* $-\log p_n$ additiva per eventi indipendenti
- ▶ entropia come *sorpresa media* di una distribuzione
 - quanto si impara da un evento
 - quanto si ignorava prima

Entropia soggettiva?

- ▶ L'entropia non è tanto una proprietà del sistema, ma una quantità che *determina lo stato*
- ▶ Una quantità che *presiede* al sistema tramite un principio variazionale, come la Lagrangiana nella meccanica
- ▶ Ad essere soggettivo è lo *stato termodinamico*, definito attraverso parametri macroscopici
- ▶ i parametri macroscopici sono come *parametri di controllo*, le nostre leve per imporre cambiamenti

Molteplicità



▶ stati macroscopici

(N_A, N_B)

$(4, 0)$

$(3, 1)$

$(2, 2)$

...

▶ stati microscopici

$(A; B) = (\{\dots\}; \{\dots\})$

$(\{1, 2, 3, 4\}; \emptyset)$

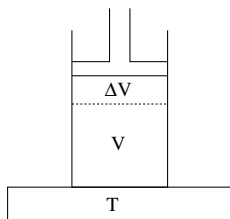
$(\{1, 2, 3\}; \{4\})$

$(\{1, 2, 4\}; \{3\})$

La seconda legge

- ▶ i sistemi macroscopici isolati evolvono verso stati di molteplicità maggiore, $\Delta S \geq 0$

$$S = k \log W$$



$$W \propto V^N$$

$$\Delta S = k \log \left(1 + \frac{\Delta V}{V} \right)^N$$

$$\Delta S = k \log \left(1 + \frac{q}{NkT} \right)^N \sim \frac{q}{T}$$

Il ruolo delle velocità

- ▶ trasformazioni a V costante solo dalla temperatura

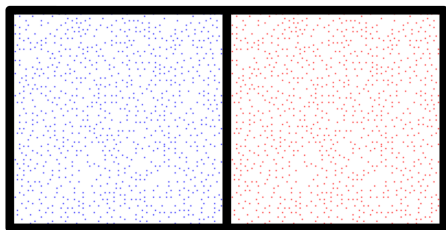
$$\left\langle \frac{1}{2}mv^2 \right\rangle = \frac{3}{2}kT$$

$$\Delta S = k \log \left(1 + \frac{\Delta T}{T} \right)^{\frac{3}{2}N} \sim \frac{3}{2}Nk \frac{\Delta T}{T}$$

$$\Delta S = \frac{q}{T}$$

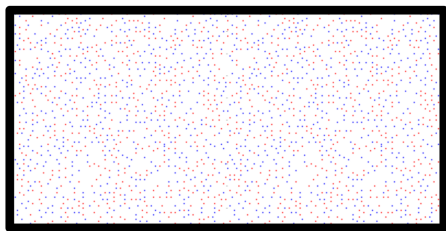
Soggettività e indistinguibilità

- ▶ Entropia di mescolamento e paradosso di Gibbs



Soggettività e indistinguibilità

- ▶ Entropia di mescolamento e paradosso di Gibbs

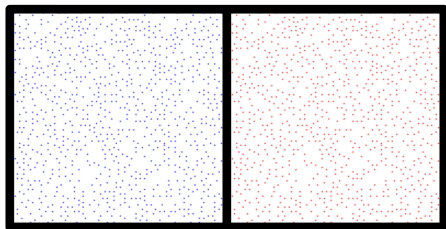


$$\Delta S = 2Nk \log 2$$

- ▶ una quantità indipendente dal *grado di diversità*
(ma $\Delta S = 0$ se sono indistinguibili)

“Again, when such gases have been mixed, there is no more impossibility of the separation of the two kinds of molecules in virtue of their ordinary motions in the gaseous mass without any especial external influence, than there is of the separation of a homogeneous gas into the same two parts into which it has once been divided, after these have once been mixed.”

Impossibilità



- ▶ dal mescolamento dei gas possiamo trarre lavoro utile, prelevando calore da una sola sorgente
- ▶ impossibile per gas indistinguibili
- ▶ ma se riuscissimo *operativamente* a distinguerli?
- ▶ potremmo violare la seconda legge!

Continuità \implies salti quantici



“Quando la differenza di due casi può essere diminuita in datis, o in ciò che è posto, al di sotto di ogni grandezza assegnata, bisogna che tale differenza si possa trovare diminuita al di sotto di ogni grandezza assegnata anche in quæsitis, o in ciò che risulta”

- ▶ equipartizione dell'energia e congelamento dei gradi di libertà
- ▶ catastrofe ultravioletta nel corpo nero
- ▶ è stato il punto di partenza della meccanica quantistica
- ▶ *Natura facit saltus?*

Continuità della distinguibilità

l'entropia di mescolamento deve essere una funzione continua del *grado di diversità dei due gas* $\ell(A, B)$ (Landé)

$$\Delta S = f(\ell) 2Nk \log 2$$

- ▶ definire ℓ consente di catalogare set di stati *mutualmente esclusivi*

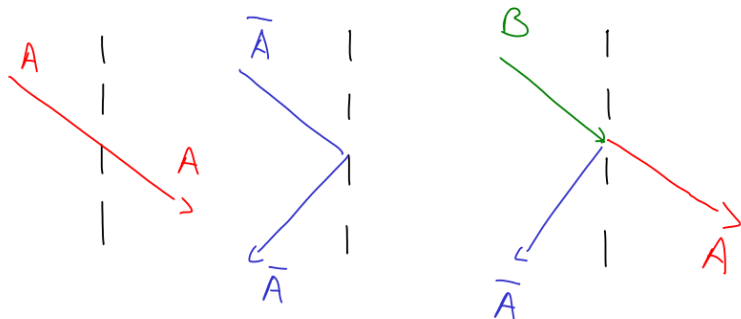
$$\ell(A_i, A_{i'}) = \delta_{ii'}, \quad \ell(B_j, B_{j'}) = \delta_{jj'}, \dots$$

ma due stati devono poter essere anche solo *parzialmente diversi*

- ▶ ℓ operativamente definito da *filtri* (membrane semipermeabili) che possono anche separare solo parzialmente

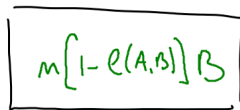
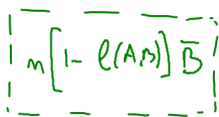
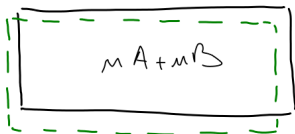
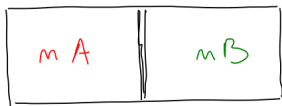
Filtri separatori

Filtro A



- ▶ solo una frazione dello stato B “parzialmente distinguibile” da A passa dal filtro $\implies \ell(A, B)$
- ▶ possiamo pensare la frazione che passa come *saltata* nello stato A o \bar{A} per effetto di uno *strumento di misura*

$$l(A, B) = l(B, A)$$



da considerazioni puramente termodinamiche usando un filtro "A" o "B" si arriva ad un'entropia di mescolamento funzione *continua* di $l \in [0, 1]$

Soggettività e relazionalità



"There is no quantum world... it is wrong to think that the task of physics is to find out how Nature is. Physics concerns what we can say about Nature.