

# Meccanica Quantistica e Relatività

**Davide Meloni**

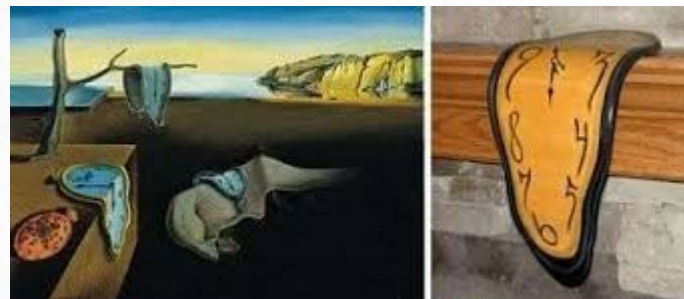
Dipartimento di Matematica e Fisica  
Università degli Studi Roma Tre



25 Gennaio 2024

# *RELATIVITA'*

*Provocazione...*



## *Provocazione...*

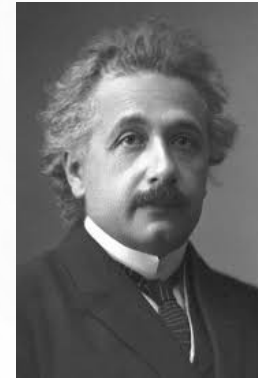
Orologi in moto relativo fanno  
tic-tac a velocita' diverse



# *Velocita' della Luce*

E perche' ?

Ce lo ha detto lui !



# *Velocita' della Luce*

E perche' ?

Ce lo ha detto lui !



Sul treno



$$t=d/c$$

$$c \sim 300000 \text{ km/s}$$

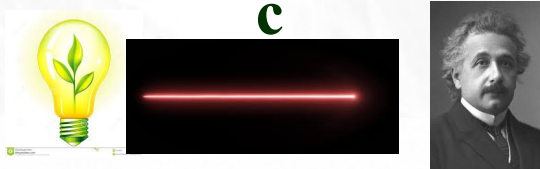


**d**

---

# *Velocita' della Luce*

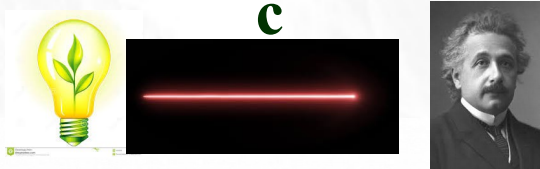
Sulla banchina



Velocita del raggio di luce  
misurato dalla banchina?

# *Velocita' della Luce*

Sulla banchina

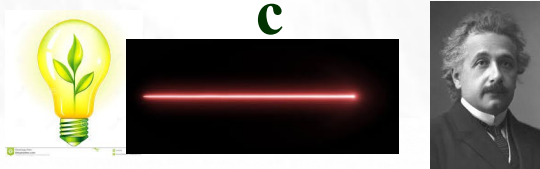


Velocita del raggio di luce  
misurato dalla banchina?

$v+c$  ???

# *Velocita' della Luce*

Sulla banchina



Velocita del raggio di luce  
misurato dalla banchina?

$v+c$  ???

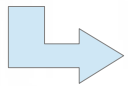
**No: e' ancora  $c$  !**



# *Velocita' della Luce*

la velocita' della Luce  
ha sempre il valore di circa 300000 Km/s

idipendentemente dallo stato di moto dell'osservatore



- non sempre nella storia della fisica questo punto e' stato chiaro
- sorprendenti implicazioni:  
nuova legge di addizione delle velocita'

## *Qualcosa sul tempo...*

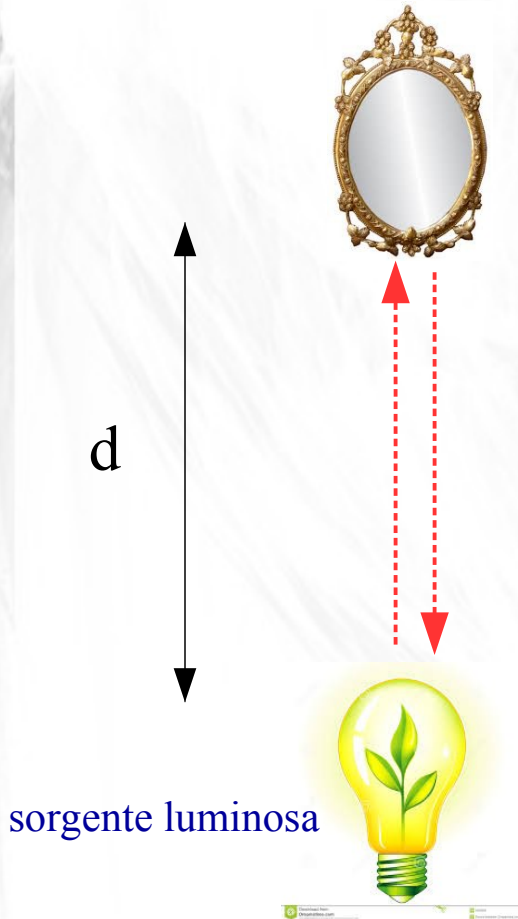
Orologi in moto relativo fanno tic-tac a velocità diverse



Uso il teorema di Pitagora

## *Qualcosa sul tempo...*

Orologio a luce



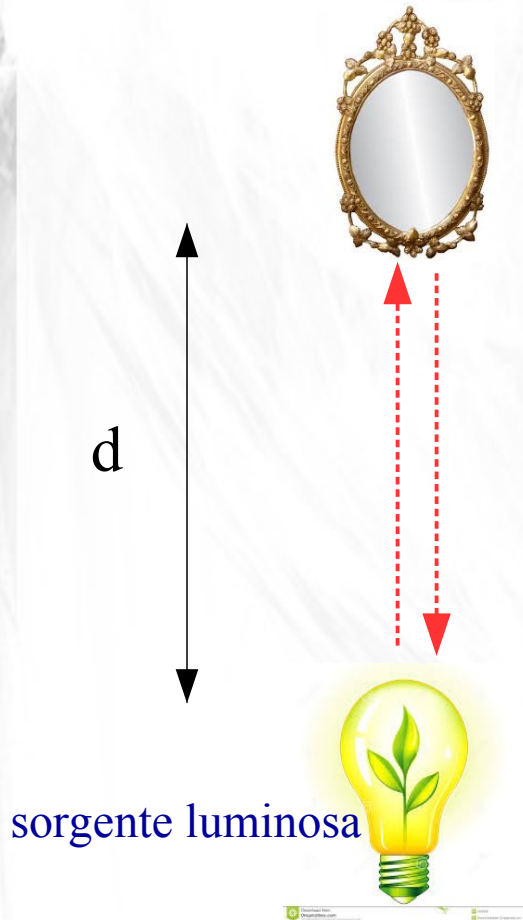
Orologi in moto relativo fanno  
tic-tac a velocità diverse



Uso il teorema di Pitagora

specchio e lampadina sono  
fermi l'uno rispetto all'altro

## *Qualcosa sul tempo...*

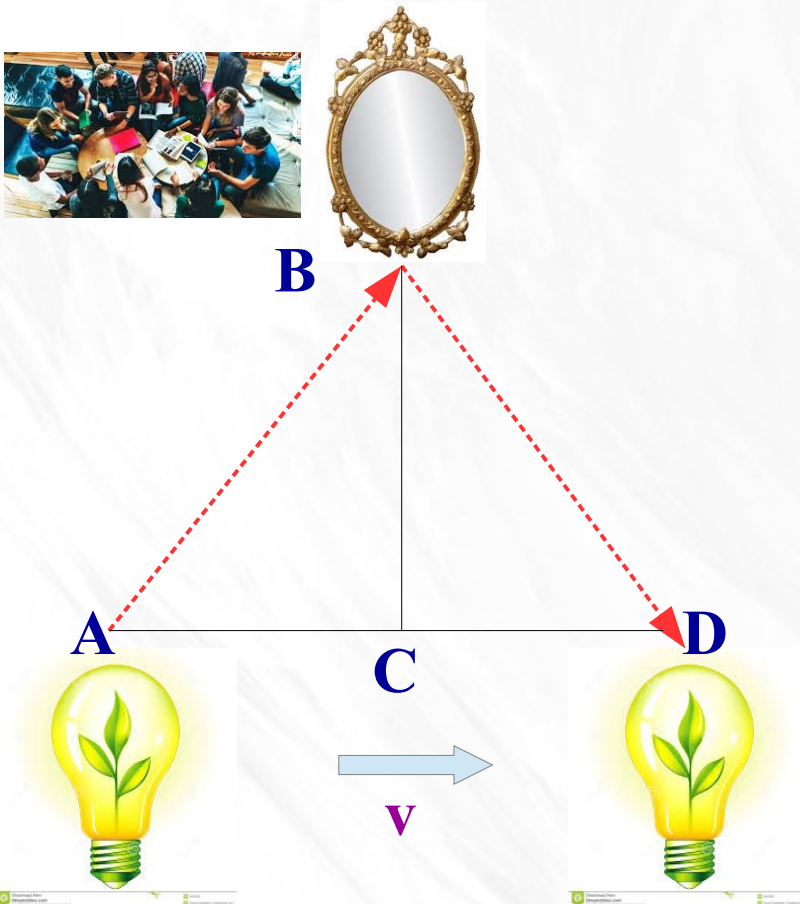


specchio e lampadina sono fermi l'uno rispetto all'altro

$$2d = c \tau$$

$\tau$  e' il tempo segnato da un orologio solidale con la sorgente luminosa

## Qualcosa sul tempo...



Ora pensiamo alla sorgente  
che si muove con velocità  $v$

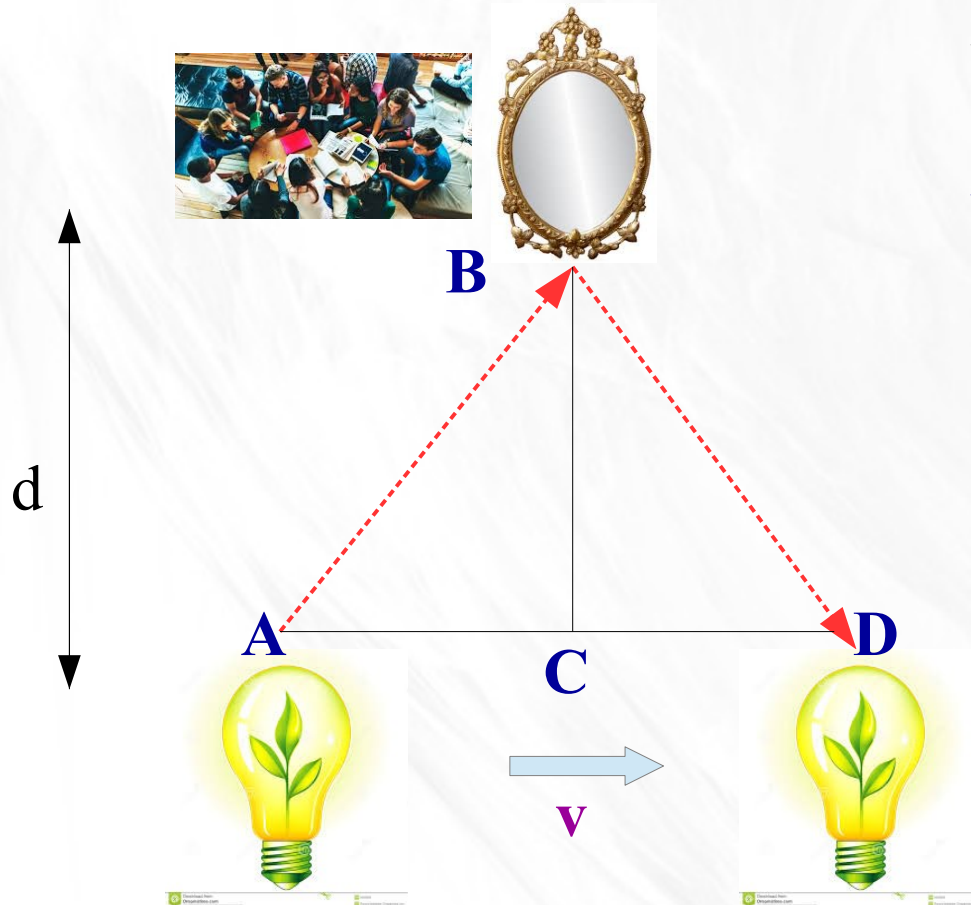
voi siete in B e vogliamo  
calcolare il **tempo** che la luce  
impiega per percorrere il  
tragitto ABC

$t$

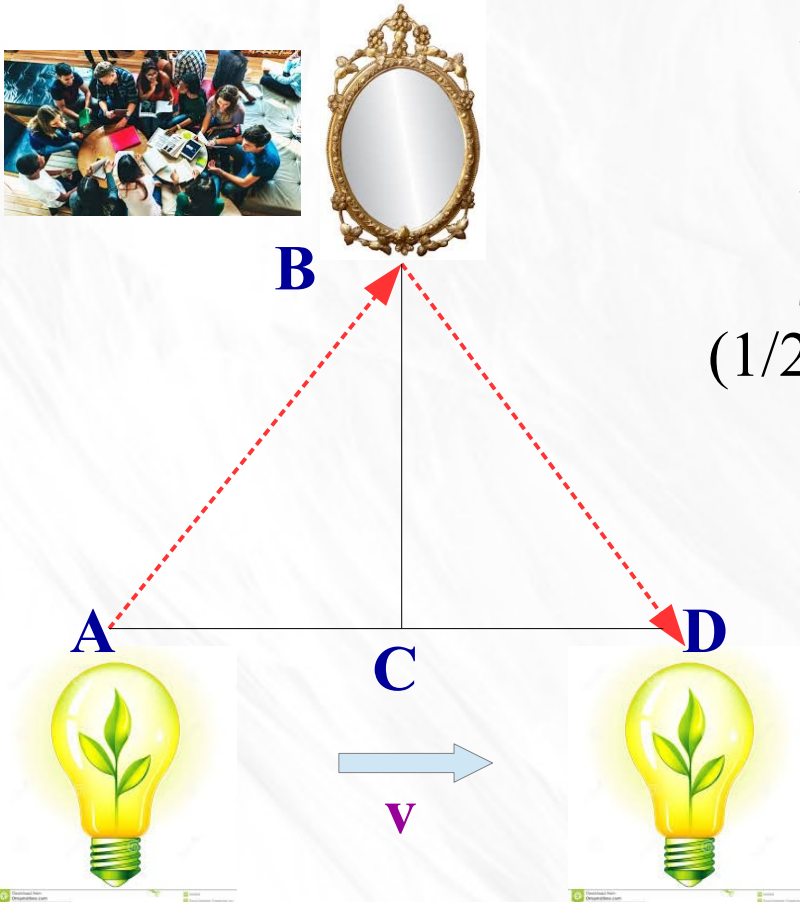
## *Qualcosa sul tempo...*

Teorema di Pitagora applicato al triangolo ABC:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$



# Qualcosa sul tempo...



Teorema di Pitagora applicato al triangolo ABC:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$(1/2 * c t)^2$

$d^2$

t e' il tempo misurato da voi

# Qualcosa sul tempo...

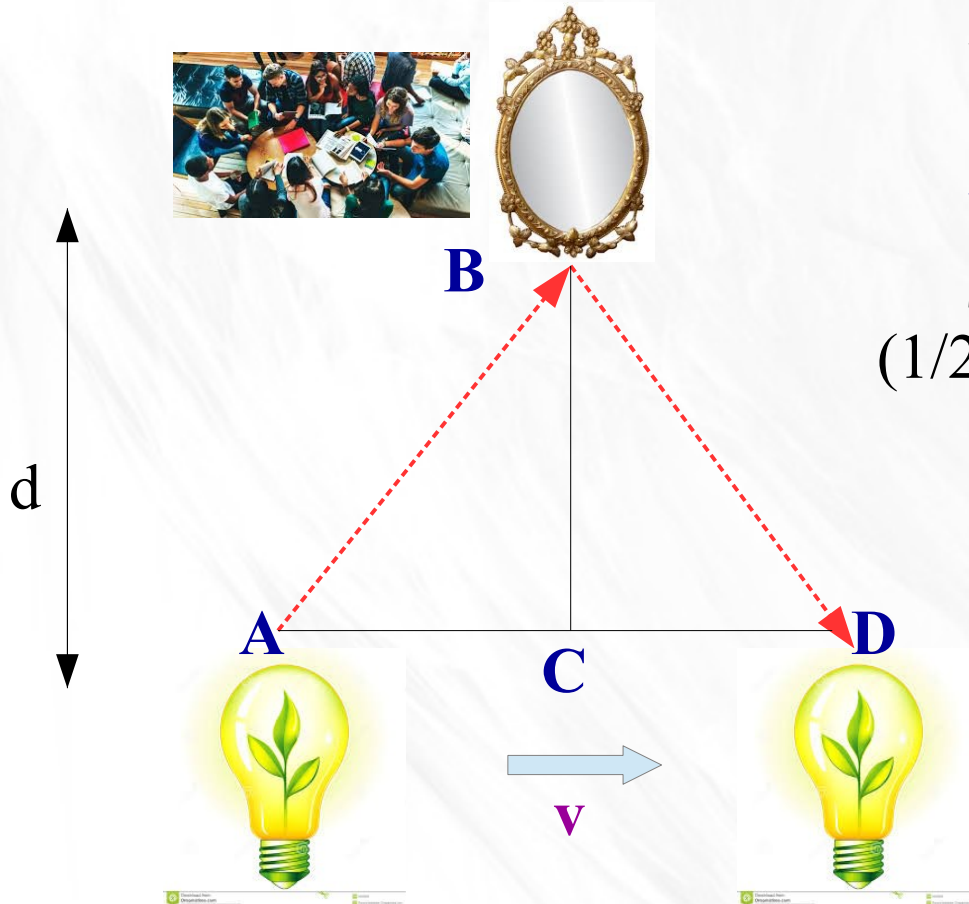
Teorema di Pitagora applicato al triangolo ABC:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$(1/2 * ct)^2$

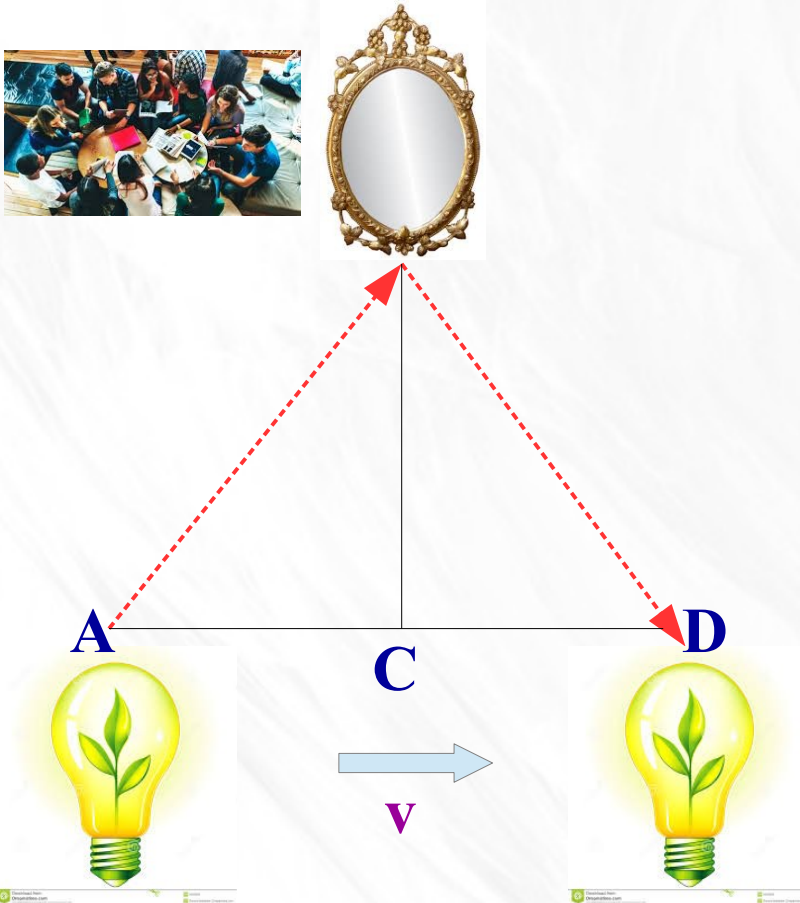
$d^2$

$$ct = 2\sqrt{d^2 + AC^2}$$





## Qualcosa sul tempo...



$$ct = 2\sqrt{d^2 + AC^2}$$

$t$  = tempo segnato da un orologio nel riferimento in cui la sorgente luminosa e' in moto

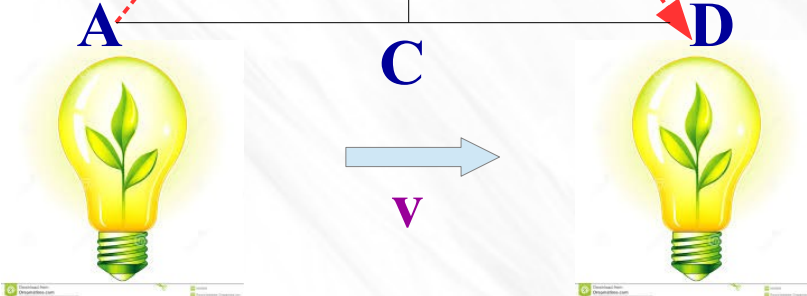
o equivalentemente

tempo segnato dal vostro orologio che osserva il fenomeno

## Qualcosa sul tempo...



d



$$ct = 2\sqrt{d^2 + AC^2}$$

troviamo la relazione tra i due tempi

usiamo

$$\begin{aligned} 2d &= c\tau \\ AC &= AD/2 \\ vt &= AD \end{aligned}$$



$$ct = \sqrt{c^2\tau^2 + v^2t^2}$$

## Qualcosa sul tempo...

$$\tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

il tempo segnato da un orologio  
solidale con la sorgente luminosa

tempo segnato da un orologio nel  
riferimento in cui la sorgente  
luminosa e' in moto: *il vostro orologio*

## Qualcosa sul tempo...

$$\tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

il tempo segnato da un orologio  
solidale con la sorgente luminosa

tempo segnato da un orologio nel  
riferimento in cui la sorgente  
luminosa e' in moto: *il vostro orologio*

Esempio: camminata

$$v = 1 \text{ m/s} = 0.001 \text{ Km/s} \rightarrow v/c = 3.3 \text{ miliardesimi} \rightarrow \tau \approx t$$

Se proprio vogliamo dare un numero:

$$(\tau / t)^2 = 1 - 0.000000000000000001$$

## Qualcosa sul tempo...

$$\tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

il tempo segnato da un orologio  
solidale con la sorgente luminosa

tempo segnato da un orologio nel  
riferimento in cui la sorgente  
luminosa e' in moto: *il vostro orologio*

Esempio piu' eclatante:

$$v/c = 0.8 \rightarrow \tau = 0.6 t$$

quindi se l'orologio che si muove segna  $\tau = 60$  minuti

allora  $t = 60 / 0.6 = 100$  minuti: **tempo dilatato di 40 minuti!**

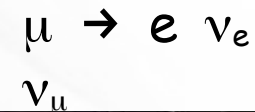
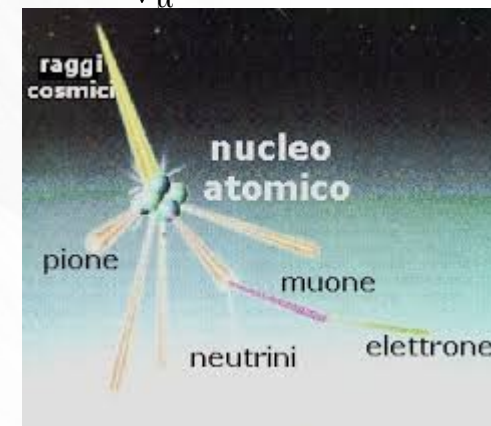
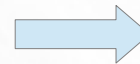
# Dilatazione temporale: decadimento dei muoni



si tratta di particelle instabili, prodotte nella parte alta della nostra atmosfera, e che vivono *in media* 2.2 microsecondi, cioè 0.0000022 secondi



zoom

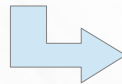


## *Dilatazione temporale: decadimento dei muoni*

Supponiamo che i muoni viaggino a  $v = 0.995c$

Ad esempio, dopo  $\tau = 2.2 \mu\text{s}$ , essi hanno percorso  $d_1 = v \cdot \tau \sim 660 \text{ m}$

L'atmosfera e' spessa circa 10 Km, quindi nessun muone dovrebbe raggiungere il livello del mare



invece se ne osservano molti!

# *Dilatazione temporale: decadimento dei muoni*

La dilatazione relativistica e' all'opera

$$\tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

tempo segnato da un orologio  
solidale con la sorgente *muonica*

tempo segnato da un orologio nel  
riferimento in cui la sorgente  
*muonica* e' in moto



# *Dilatazione temporale: decadimento dei muoni*

La dilatazione relativistica e' all'opera

$$\tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

tempo segnato da un orologio  
solidale con la sorgente *muonica*

tempo segnato da un orologio nel  
riferimento in cui la sorgente  
*muonica* e' in moto

$$t = \tau / (1 - v^2/c^2)^{1/2} = 2.2 \mu\text{s} / (1 - 0.995^2)^{1/2} = 22 \mu\text{s}$$



vita media che noi  
attribuiamo ai muoni

$$d_2 = v * t \sim 6.6 \text{ Km}$$

distanza percorsa dai  
muoni

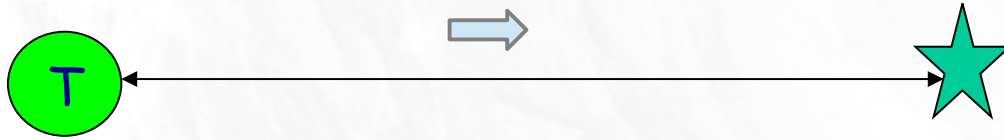
## *Ancora dilatazione: viaggi interstellari*

Quanto tempo *si impiega* per arrivare a Proxima Centaury e tornare indietro ?



## *Ancora dilatazione: viaggi interstellari*

Quanto tempo *si impiega* per arrivare a Proxima Centaury e tornare indietro ?



$L = 4 \text{ anni luce}$

*Impiega chi???*

## *Ancora dilatazione: viaggi interstellari*

Quanto tempo *si impiega* per arrivare a Proxima Centaury e tornare indietro ?



*Impiega chi???*

Se restiamo sulla Terra e guardiamo l'astronave partire:

se  $v = 0.8 c$   $\Rightarrow$   $t = L/v = 4 \text{ y c} / (0.8 c) = \text{il viaggio dura}$   
 $5 \text{ anni} + 5 \text{ anni}$

## Ancora dilatazione: viaggi interstellari

Per l'astronauta:

$$\tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

tempo segnato da un orologio  
solidale con *l'astronauta*

tempo segnato da un orologio nel  
riferimento in cui *l'astronave* e' in moto



$$\tau = t * (1 - v^2/c^2)^{1/2} = 10 \text{ anni} * (1 - 0.8^2)^{1/2} = 6 \text{ anni} !!!$$

## Ancora dilatazione: viaggi interstellari

Per l'astronauta:

$$\tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

tempo segnato da un orologio  
solidale con *l'astronauta*

tempo segnato da un orologio nel  
riferimento in cui *l'astronave* e' in moto



$$\tau = t * (1 - v^2/c^2)^{1/2} = 10 \text{ anni} * (1 - 0.8^2)^{1/2} = 6 \text{ anni} !!!$$

L'astronauta in effetti ha viaggiato nel futuro (della Terra)!

# ***MECCANICA QUANTISTICA***

Ci occupiamo del mondo *microscopico: livello molecolare e atomico*

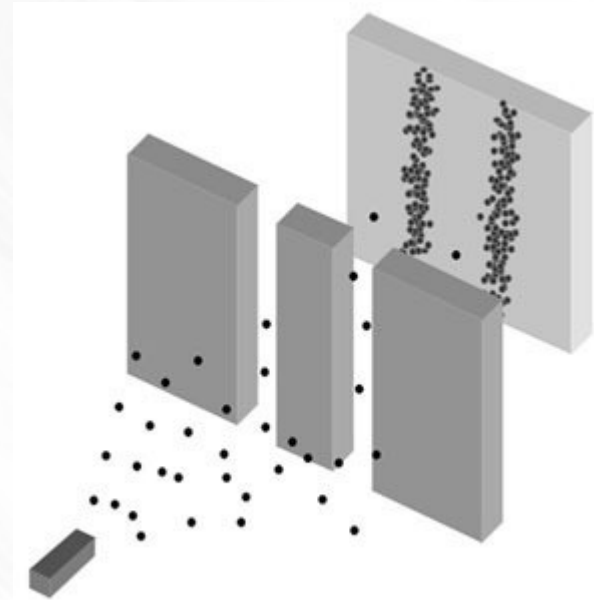
# MECCANICA QUANTISTICA

Ci occupiamo del mondo *microscopico: livello molecolare e atomico*

Lancio una *palla*, arriva una sola palla

*Provocazione...*

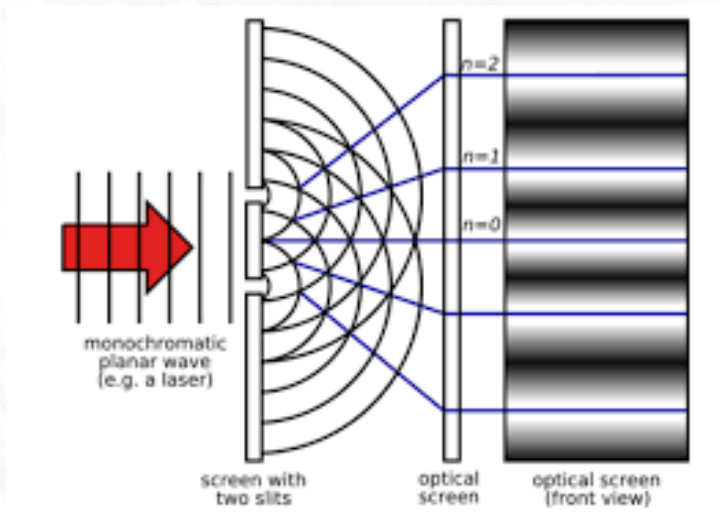
Se lancio a sinistra passa a sinistra, se lancio a destra passa a destra





# *MECCANICA QUANTISTICA*

Se l'onda può attraversare entrambe le aperture, l'intensità dell'onda ha tanti massimi e minimi (effetto di interferenza).



# ***MECCANICA QUANTISTICA***

Nessuna *Provocazione* ma una domanda:  
Cosa succede se lancio **elettroni**?

# MECCANICA QUANTISTICA

Nessuna *Provocazione* ma una domanda:  
Cosa succede se lancio **elettroni**?

Se l'elettrone fosse come  
le palle da baseball

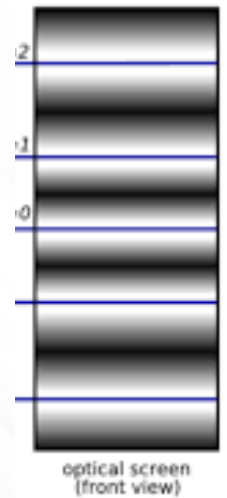
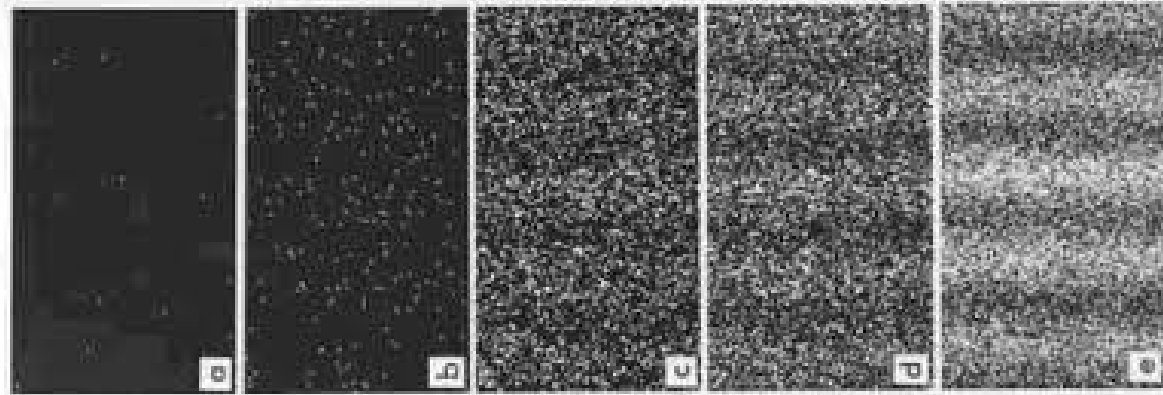
$$\begin{pmatrix} l_z - l_0 \\ l_z - l_0 \end{pmatrix}$$

Se l'elettrone fosse  
come le onde d'acqua

$$\begin{pmatrix} l_z - l_0 \\ l_z - l_0 \end{pmatrix}$$

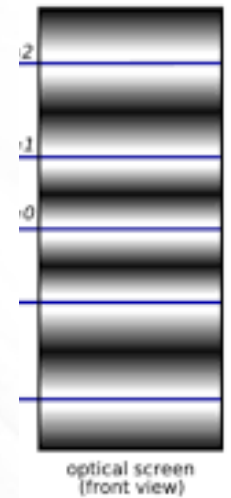
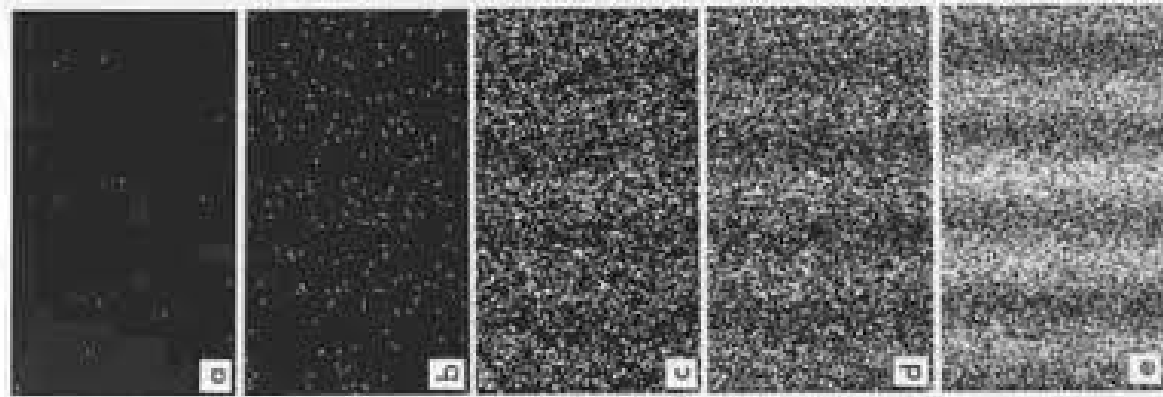
# MECCANICA QUANTISTICA

Nessuna *Provocazione* ma una domanda:  
Cosa succede se lancio **elettroni**?



# MECCANICA QUANTISTICA

Nessuna *Provocazione* ma una domanda:  
Cosa succede se lancio **elettroni**?



**Carattere ondulatorio!**

# ***MECCANICA QUANTISTICA***

Dove passano gli **elettroni**?

# *MECCANICA QUANTISTICA*

Dove passano gli **elettroni**?

Per fasci di elettroni, si può immaginare una "onda" di elettroni che interferisce con se stessa



*interferenza*

# *MECCANICA QUANTISTICA*

Dove passano gli **elettroni**?

Per fasci di elettroni, si può immaginare una "onda" di elettroni che interferisce con se stessa



*interferenza*

Se inviamo un elettrone alla volta, mi aspetto che passino attraverso l'una o l'altra fenditura



# *MECCANICA QUANTISTICA*

## Dove passano gli elettroni?

Per fasci di elettroni, si può immaginare una "onda" di elettroni che interferisce con se stessa



interferenza

Se inviamo un elettrone alla volta, mi aspetto che passino attraverso l'una o l'altra fenditura



sbagliato: si produce figura di interferenza !

# *MECCANICA QUANTISTICA*

## Dove passano gli elettroni?

Per fasci di elettroni, si può immaginare una "onda" di elettroni che interferisce con se stessa



interferenza

Se inviamo un elettrone alla volta, mi aspetto che passino attraverso l'una o l'altra fenditura



sbagliato: si produce figura di interferenza !

Se posiziono un rivelatore davanti ad una fenditura...

# *MECCANICA QUANTISTICA*

## Dove passano gli elettroni?

Per fasci di elettroni, si può immaginare una "onda" di elettroni che interferisce con se stessa



**interferenza**

Se inviamo un elettrone alla volta, mi aspetto che passino attraverso l'una o l'altra fenditura



**sbagliato: si produce figura di interferenza !**

Se posiziono un rivelatore davanti ad una fenditura...



**no interferenza !**

# ***MECCANICA QUANTISTICA***

Come spieghiamo questo comportamento?

La meccanica quantistica offre un insieme di *probabilità* in luogo di una traiettoria definita

# MECCANICA QUANTISTICA

Come spieghiamo questo comportamento?

La meccanica quantistica offre un insieme di *probabilità* in luogo di una traiettoria definita

Associamo ad un elettrone una *funzione d'onda probabilistica*:

$\Psi(x,y,z) \sim$  ampiezza di probabilità

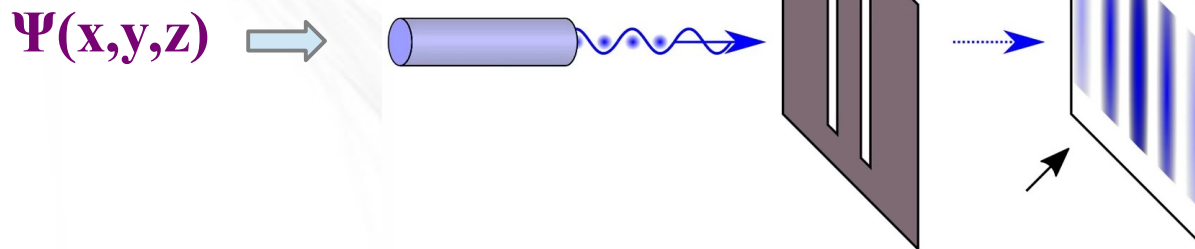
$\Psi^2(x,y,z) \sim$  probabilità di trovare la particella nel punto di coordinate  $x,y,z$

# MECCANICA QUANTISTICA

Associamo ad un elettrone  
una *funzione d'onda*  
*probabilistica*:

$\Psi(x,y,z) \sim$  ampiezza di probabilità

$\Psi^2(x,y,z) \sim$  probabilità di trovare la  
particella nel punto di coordinate  $x,y,z$

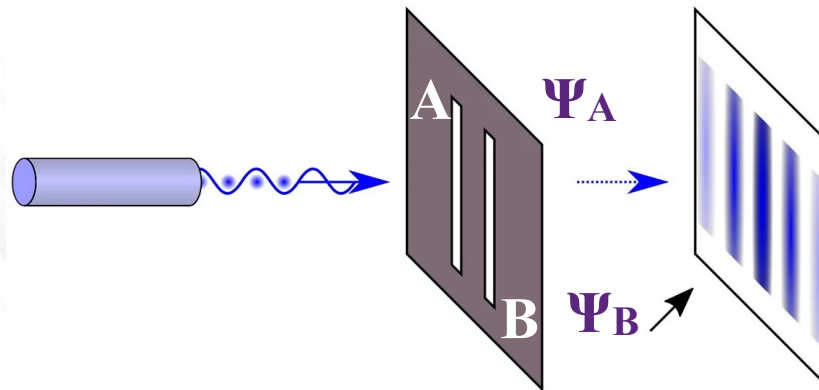


# MECCANICA QUANTISTICA

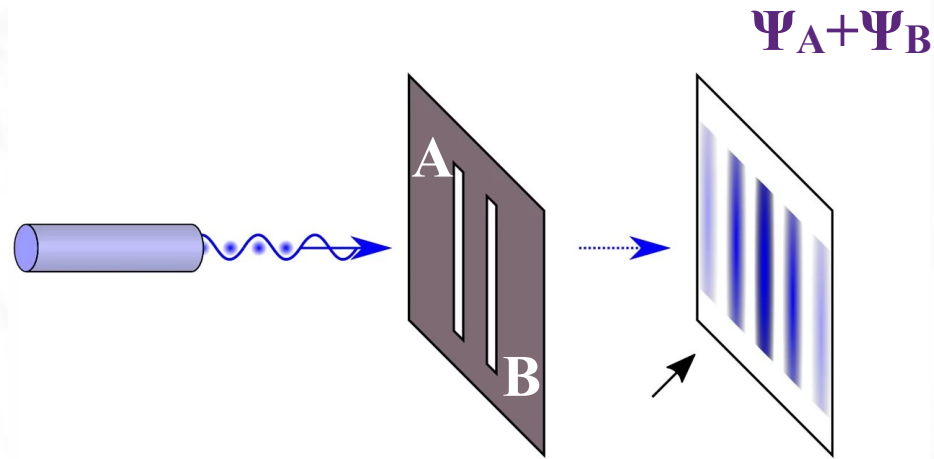
Associamo ad un elettrone  
una *funzione d'onda*  
*probabilistica*:

$\Psi(x,y,z) \sim$  ampiezza di probabilità

$\Psi^2(x,y,z) \sim$  probabilità di trovare la  
particella nel punto di coordinate  $x,y,z$



# MECCANICA QUANTISTICA



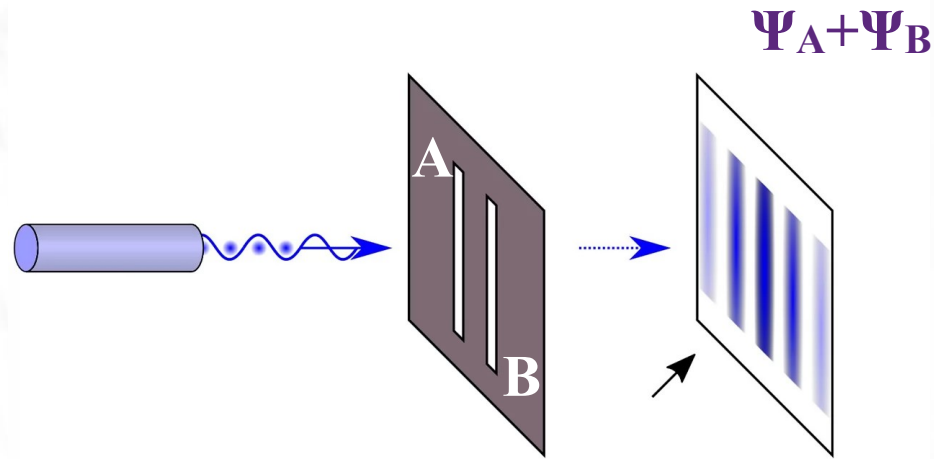
$$(\Psi_A + \Psi_B)^2 = \Psi_A^2 + \Psi_B^2 + 2 \Psi_A \Psi_B \neq \Psi_A^2 + \Psi_B^2$$

MQ

fisica classica



# MECCANICA QUANTISTICA



Se posiziono un rivelatore davanti ad una fenditura, ad esempio A



**no interferenza !**

$$(\cancel{\Psi_A + \Psi_B})^2 = \Psi_A^2$$

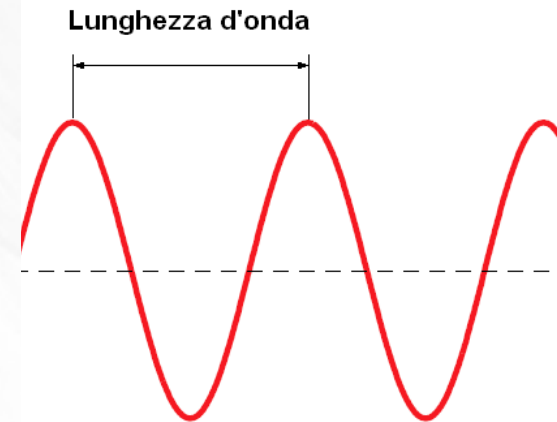
# *MECCANICA QUANTISTICA*

Proviamo a seguire un elettrone nel suo viaggio

Illuminiamo l'elettrone con un fotone di una certa frequenza



alte frequenze = piccole lunghezze d'onda ("ispezionare" piccole regioni di spazio) = alte energie



# MECCANICA QUANTISTICA

Proviamo a seguire un elettrone nel suo viaggio

Illuminiamo l'elettrone con un fotone di una certa frequenza



alte frequenze = piccole lunghezze d'onda ("ispezionare" piccole regioni di spazio) = alte energie

fotone



elettrone



rivelatore



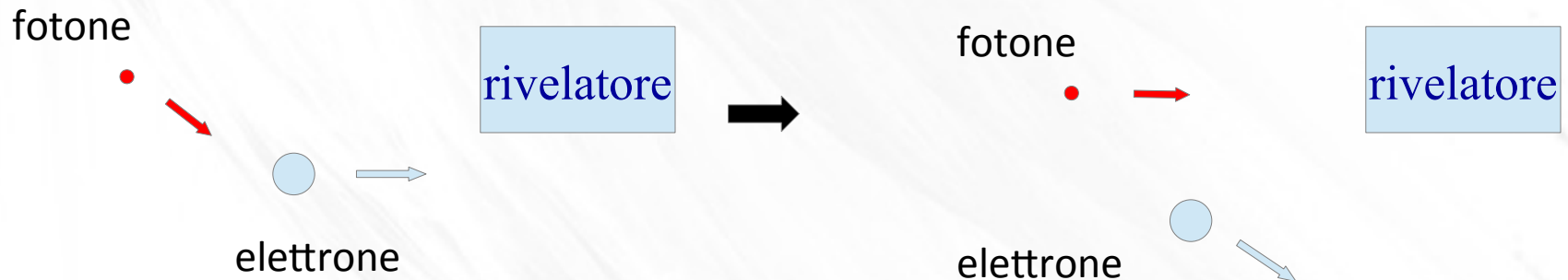
# MECCANICA QUANTISTICA

Proviamo a seguire un elettrone nel suo viaggio

Illuminiamo l'elettrone con un fotone di una certa frequenza



alte frequenze = piccole lunghezze d'onda ("ispezionare" piccole regioni di spazio) = alte energie



Il fotone ha ceduto impulso all'elettrone, il quale ha cambiato il suo stato di moto (momento  $\mathbf{p}$ )

# *MECCANICA QUANTISTICA*

Principio di indeterminazione di Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p > h$$

Se si misura con molta precisione la posizione o l'impulso di una particella, allora si commette un grosso errore nella misurazione dell'altra