

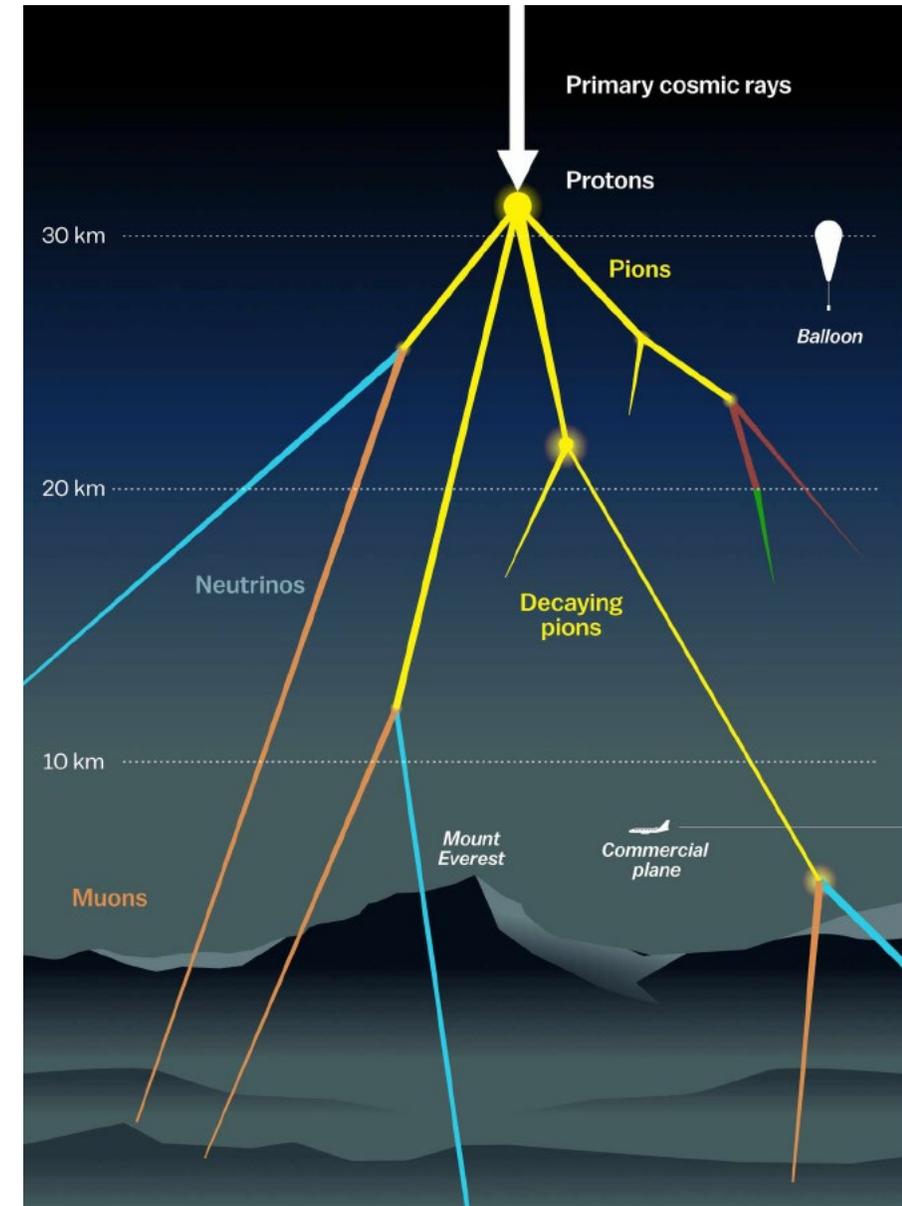
Misure ed Analisi Dati



Piccolo Recap

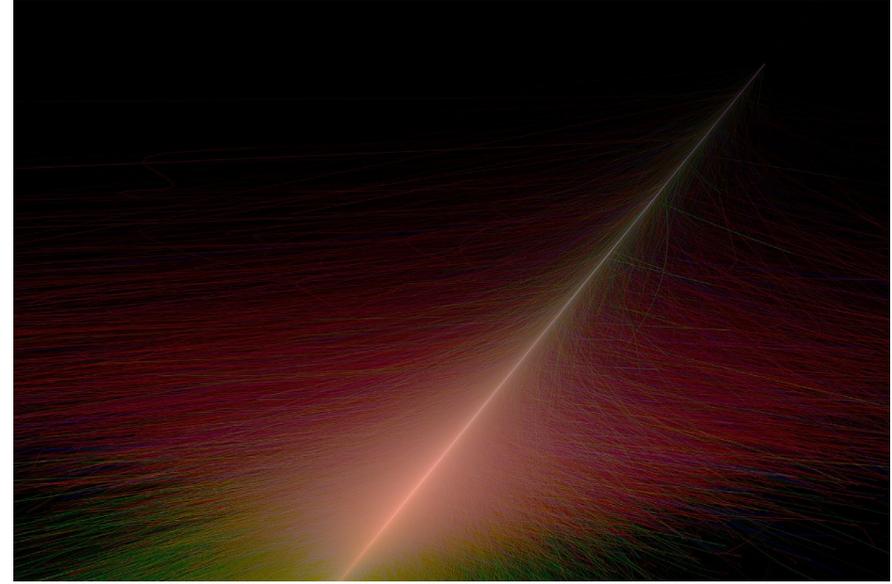
I raggi cosmici primari **non riescono** a raggiungere la superficie terrestre perché interagiscono (si scontrano) con gli atomi dell'atmosfera creando una cascata di **particelle secondarie**. Tra le particelle cariche che arrivano a terra, i **muoni** sono quelli più **facilmente misurabili**:

- sono simili agli elettroni, ma hanno una massa 200 volte maggiore;
- attraversano materiali poco densi (come le pareti degli edifici e i nostri corpi) perdendo poca energia;
- ogni minuto veniamo attraversati da centinaia di muoni,
- nonostante abbiano una vita media di 2.2 milionesimi di secondo, arrivano fino alla superficie della terra e si fermano dopo aver attraversato decine di metri sottoterra in strati di roccia.



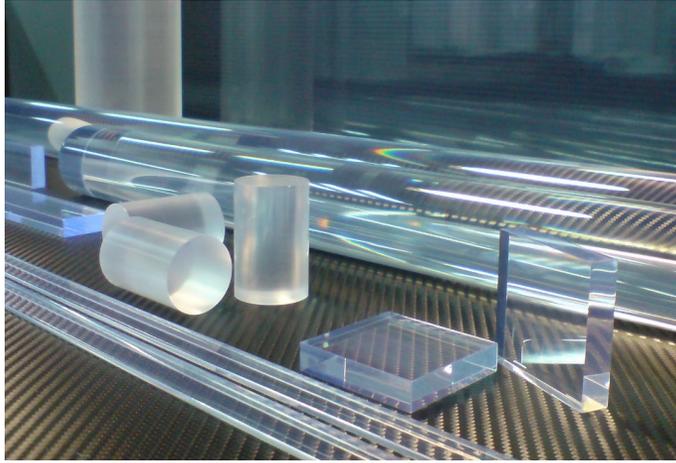
Come Vediamo i Muoni

Nonostante risultino invisibili all'occhio umano, il metodo usato dai ricercatori, per evidenziarne il passaggio, consiste nel farli **interagire con la materia sensibile** (particolari materiali che generano un **segnale elettrico o luminoso** una volta che vengono attraversati da queste particelle).

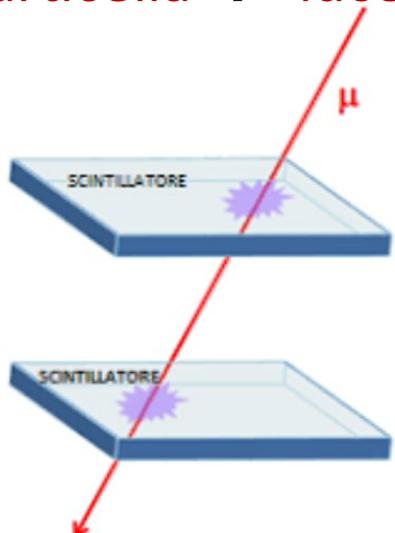


Ricostruiamo in un esempio schematico il processo di rivelazione, basandoci sul setup che abbiamo oggi a disposizione

Step 1 → Scintillatori

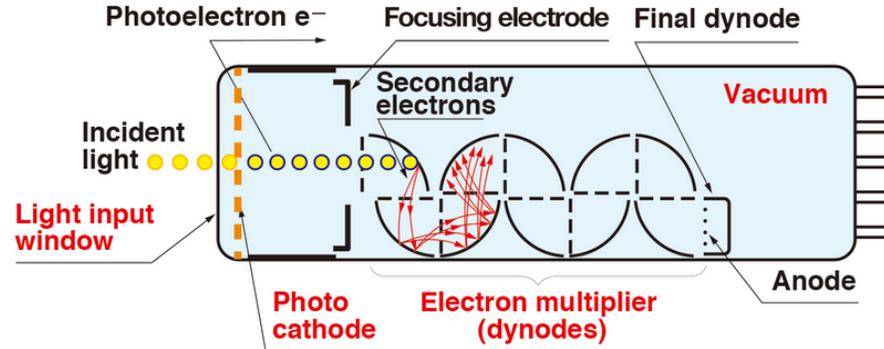


Conversione: **energia particella** → **luce**

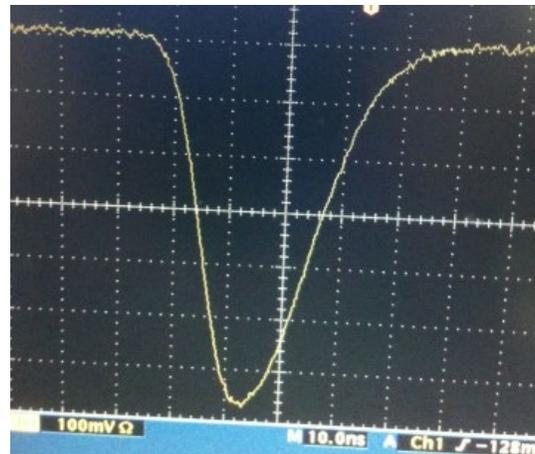


21-Nov-23

Step 2 → Fotorivelatore



Conversione: **luce debole** → **segnale elettrico misurabile**



INFN OCRA - Edoardo Franzoso

Step 3 → Elettronica

Moduli che, dato in entrata il segnale elettrico del rivelatore, permettono di selezionarlo secondo le caratteristiche richieste ed ottenere importanti informazioni, per esempio temporali, legate al segnale di partenza.

Conversione: **segnale elettrico misurabile** → **Conteggi**



Tecnica delle coincidenze

I conteggi di un singolo rivelatore sono dovuti, oltre che ai raggi cosmici, a **radioattività ambientale**, a **rumore dell'elettronica** e in generale a **eventi casuali** non correlati tra loro.

Il metodo utilizzato, sia per ridurre gli eventi casuali sia per discriminare le particelle cariche, è la **tecnica delle coincidenze**.



Una coincidenza è il **segnale emesso contemporaneamente da più rivelatori collegati tra loro**.

Link Esercizi

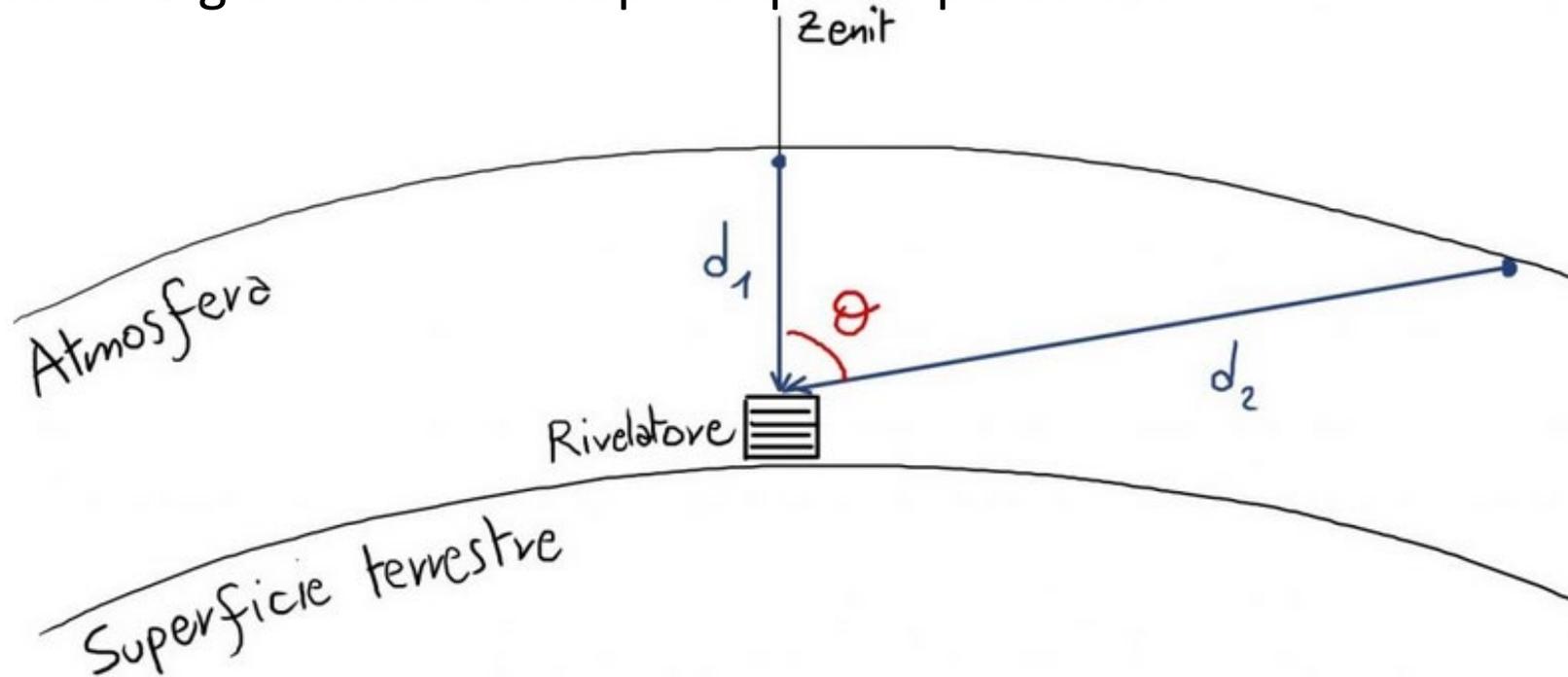
<https://drive.google.com/drive/folders/1S6nEZOMysBsTUt0bfb47T8fGxIXJ3OY?usp=sharing>

Misura 1

Misura della dipendenza del flusso di muoni dall'angolo verticale

Flusso di raggi cosmici in funzione dell'angolo di zenit

Con un angolo di incidenza di 90° , la distanza che il muone deve percorrere attraverso l'atmosfera fino alla superficie della terra è di circa **400 km** (anziché **15 km**). Solo pochi muoni ad alta energia riescono a coprire questo percorso.



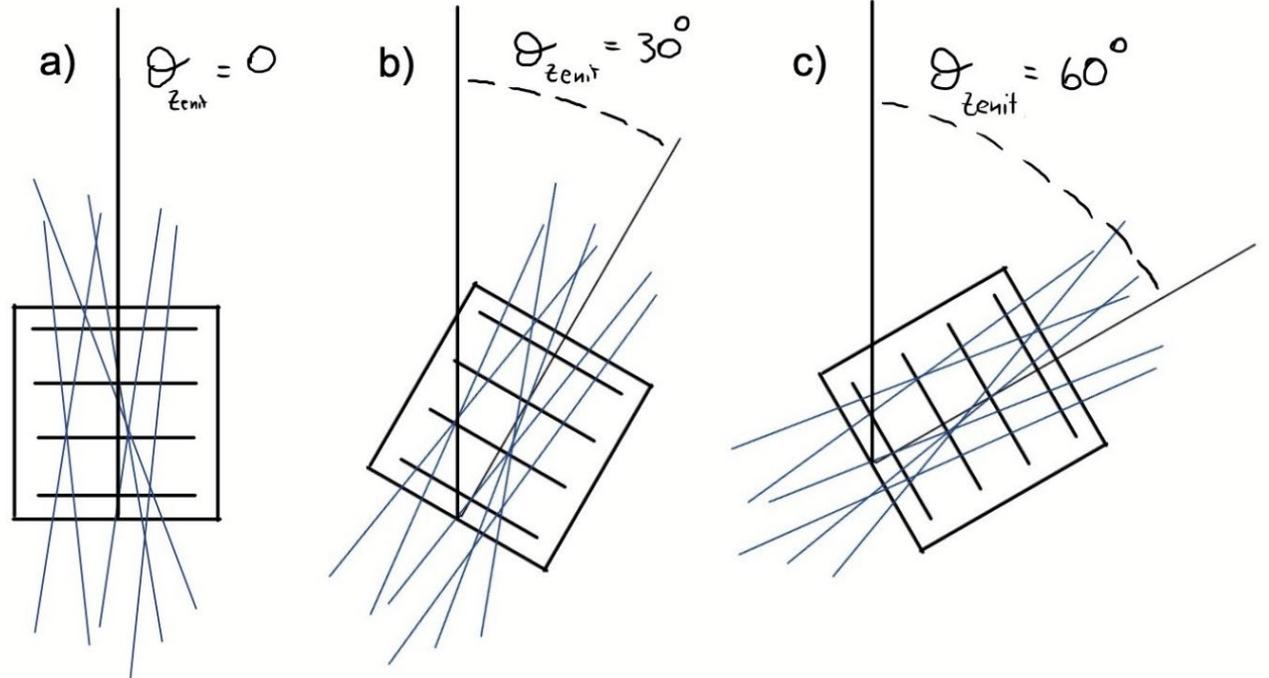
Maggiore è l'angolo dallo zenit, maggiore è la distanza percorsa, maggiore sarà la probabilità che i muoni decadano prima di raggiungere la superficie terrestre e quindi il flusso sarà minore.

Tecnica Sperimentale

Il numero di muoni (conteggi, **C**) incidenti nel rivelatore in un intervallo di tempo (**T**) prende il nome di rate (**$R=C/T$**) espresso in particelle al secondo.

La presa dati risulta quindi sintetizzata in questo modo:

- 1) Prendo dati per un tempo T
- 2) Conto il numero di particelle registrate C
- 3) Calcolo il rate R delle particelle come: $R = C / T$ (part/sec)
- 4) Ripetiamo la procedura inclinando a vari angoli il nostro apparato sperimentale



Raccolta dati ed Analisi

- Per questa esperienza è conveniente utilizzare un foglio di calcolo
- Riempi la tabella già impostata con i dati (θ , C)

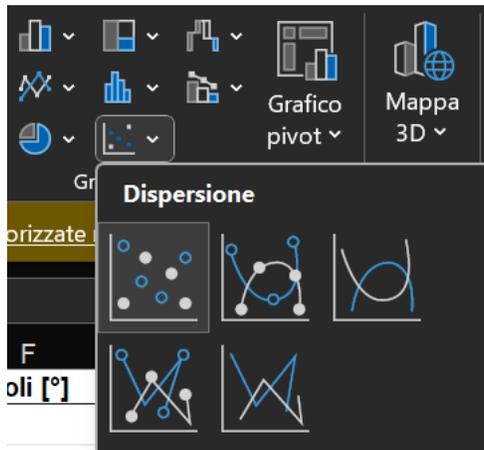
E' noto che la dipendenza dell'angolo del flusso di muoni e': $C \sim \cos^2\theta$

Angoli [°]	Angoli [rad]	Conteggi
5	0.087266463	155
19	0.331612558	144
20	0.34906585	140
30	0.523598776	120
40	0.698131701	92
55	0.959931089	64
60	1.047197551	42
75	1.308996939	25

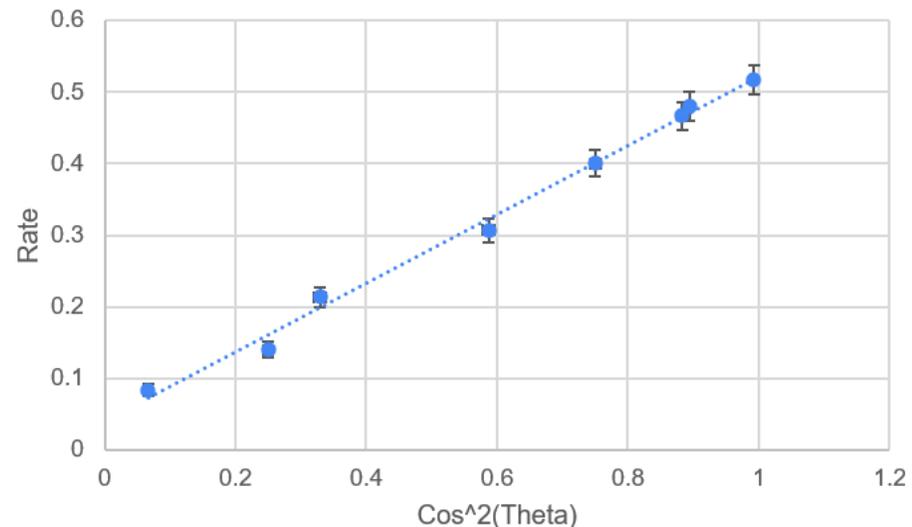
Raccolta dati ed Analisi

Proviamo a fare il grafico dei conteggi in funzione di $\cos^2\theta$ e verifichiamo che i dati sono approssimabili ad una retta.

Se plottiamo i dati usando un grafico di dispersione mettendo sull'asse x il valore $\cos^2\theta$ e sulle y i rate R .



Esempio di plot atteso

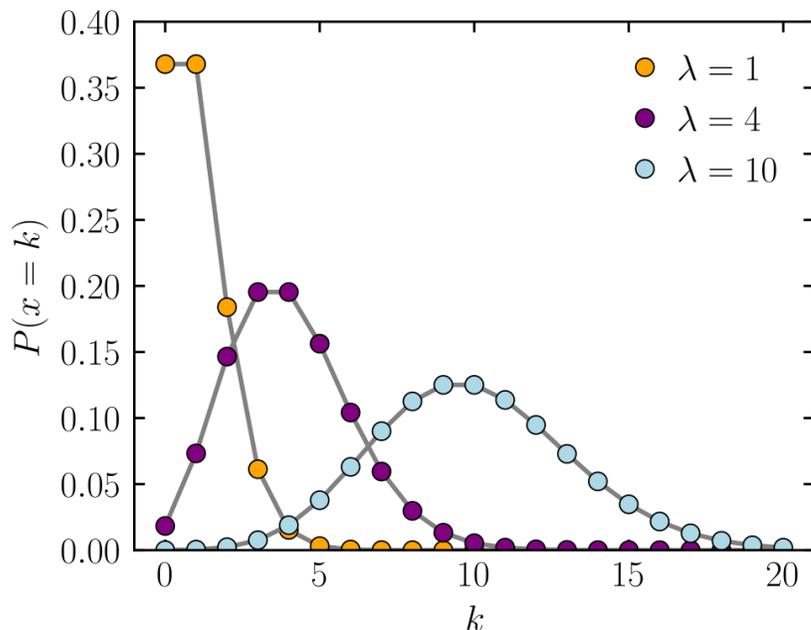


Errore di Misura

Ogni misura sperimentale di una grandezza è affetta da **errori** sistematici e statistici.

Noi misuriamo il numero di raggi cosmici che provengono dallo spazio nello stesso intervallo di tempo. Se ripetiamo la misura diverse volte, non otteniamo sempre lo stesso risultato.

$$\mathcal{P}_\lambda(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}$$



La distribuzione di probabilità che descrive, con buona approssimazione, i fenomeni di conteggio di raggi cosmici è la **distribuzione di POISSON**.

L'**errore statistico** associato a questo tipo di distribuzione è \sqrt{C} , dove C è il numero di eventi per ogni misura.

Tips

- Se i conteggi C hanno errore $\sqrt{C} \rightarrow C \pm \sqrt{C}$, quale è l'errore sul rate $R = C/T$? Anche l'errore verrà diviso a sua volta per T , quindi: $R \pm \sqrt{C}/T$
- Leggiamo l'angolo di inclinazione da un goniometro, come errore sull'angolo possiamo assegnare la precisione di lettura : 1° .
- La funzione \cos di Excel richiede l'angolo in radianti, come convertiamo da gradi in radianti la misura di angolo? $\theta_{rad} = \frac{\theta^\circ \times \pi}{180^\circ}$
- L'errore su $\cos^2 \theta$ si ottiene tramite la propagazione dell'errore a partire da quello su θ . La formula per l'errore di $\cos^2 \theta$ è $2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \delta \theta$ dove $\delta \theta$ è l'errore su θ .
- Una volta plottati i dati, possiamo visualizzare la linea di tendenza con Excel, cioè la retta che meglio rappresenta i nostri dati.

Misura 2

Analisi dati

Cosmic Ray

Cube

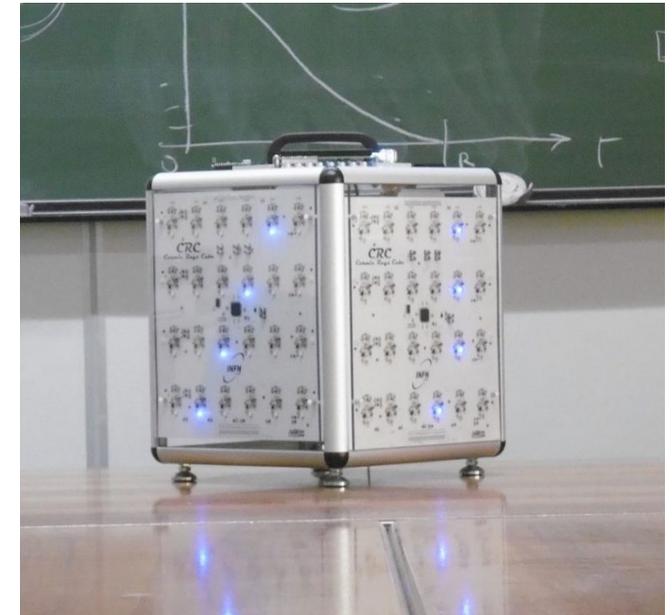
Cosmic Rays Cube (CRC)

Sistema piu' complesso di quello utilizzato nell'esercizio precedente.

Il CRC piu' essere definito un telescopio, in quanto non conta solamente i muoni, ma ci restituisce anche la traccia spaziale 3D.

Usa alcune (ma non tutte) tecnologie in comune con l'apparato precedente:

- scintillatori plastici;
- particolari fibre ottiche chiamate Wave Length Shifter (WLS) (dal blu al verde);
- fotomoltiplicatori al Silicio (SiPM) in grado di convertire la luce raccolta dalla WLS in un segnale elettrico facilmente digitalizzabile.



Decodifica dei dati

Visualizziamo un set di dati generato dal CRB

Nella prima colonna troviamo il numero di evento, nella seconda e terza colonna ci sono due stringhe di caratteri in formato *esadecimale*, che opportunamente decodificati, daranno i valori delle coordinate nell'asse X e nell'asse Y per i 4 piani.

```
1249 03010901 02030101
1250 01010202 20202020
1254 02020201 02041020
1255 01020204 04020101
1256 0102040C 01010204
1257 02020408 01040820
1258 01010204 01010101
1259 08102020 20202020
1260 01010301 20201010
1261 01010101 02020404
1262 02020202 10101020
1263 10102020 10101020
1264 0E253D34 053B3D3B
1265 01010102 20202020
```

FORMATO ESADECIMALE

Il sistema esadecimale è un sistema di numerazione in base 16.

Ciò vuol dire che per comporre un numero si usano 16 simboli:

- 10 cifre → 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- 6 lettere → A,B,C,D,E,F

BINARIO	ESADECIMALE	DECIMALE
0000	0	0
0001	1	1
0010	2	2
0011	3	3
0100	4	4
1101	D	13
1110	E	14
1111	F	15

Decodifica dei dati

Consideriamo l'evento 1254: 1254 02020201 02041020

Trasformiamo ciascuna coppia di numeri esadecimali della prima stringa (02020201) in numeri binari a 6 cifre.

Prendiamo la prima coppia di numeri, 02, come esempio

- Da esadecimale a decimale:

$$(02)_{16} = 0 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^0 = 2$$

- Da decimale a binario:

$$2 = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = (10)_2$$

In questo caso solo due cifre in binario sarebbero sufficienti, tuttavia esprimiamo il numero usandone 6:

$$(10)_2 = (000010)_2$$

- 02 → 000010

- 02 → 000010

- 02 → 000010

- 01 → 000001

Mettiamo questi numeri binari in una tabella di 4 righe e 6 colonne e proviamo a visualizzare la traiettoria della particella nella vista XZ del telescopio:

piano 4	0	0	0	0	1	0
piano 3	0	0	0	0	1	0
piano 2	0	0	0	0	1	0
piano 1	0	0	0	0	0	1

Decodifica dei dati

1254 02020201 02041020

Ripetiamo l'operazione con la seconda serie di numeri per ottenere la vista YZ

- 02 → 000010
- 04 → 000100
- 10 → 010000
- 20 → 100000

0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0

Conosciamo la larghezza delle strip orizzontali (4 cm) e la distanza tra i vari piani verticali (7 cm), quindi possiamo ottenere le distanze nei piani XZ e YZ ed assumiamo che il muone sia passato al centro di ogni strip

Z [cm]	X [cm]
28	18
21	18
14	18
7	22

Z [cm]	Y [cm]
28	18
21	14
14	6
7	2

Ricostruzione della traccia

Utilizziamo Excel per riportare questi dati su due grafici e determinare le linee di tendenza dell'andamento dei punti, assumendo una relazione lineare tra i valori z e x (oppure z e y):

$$X = m_X Z + q_X$$

- X =variabile dipendente da Z
- Z =variabile indipendente
- q_X =termine costante che rappresenta l'intercetta della retta
- m_X = coefficiente di relazione tra X e Z

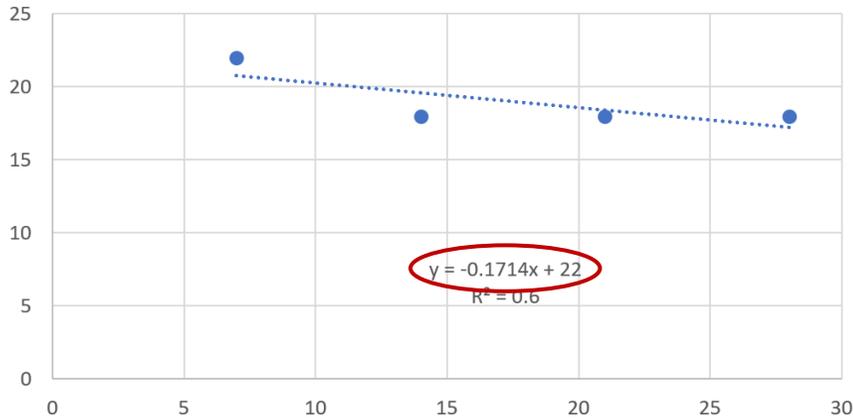
Utilizziamo la funzione linea di tendenza e utilizziamo i risultati ottenuti, in questo caso:

$$m_x = -0.1714 \text{ e } q_x = 22$$

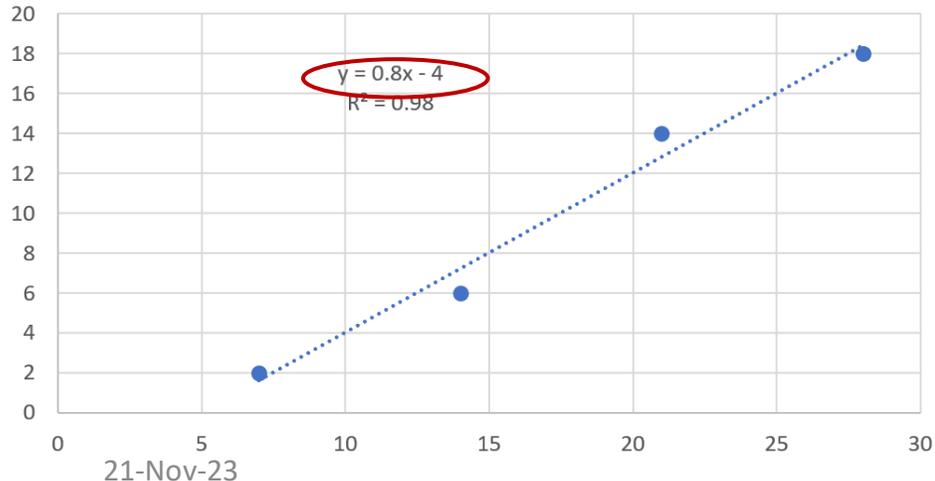
$$Y = m_y Z + q_y$$

$$m_y = 0.8 \text{ e } q_y = -4$$

XZ

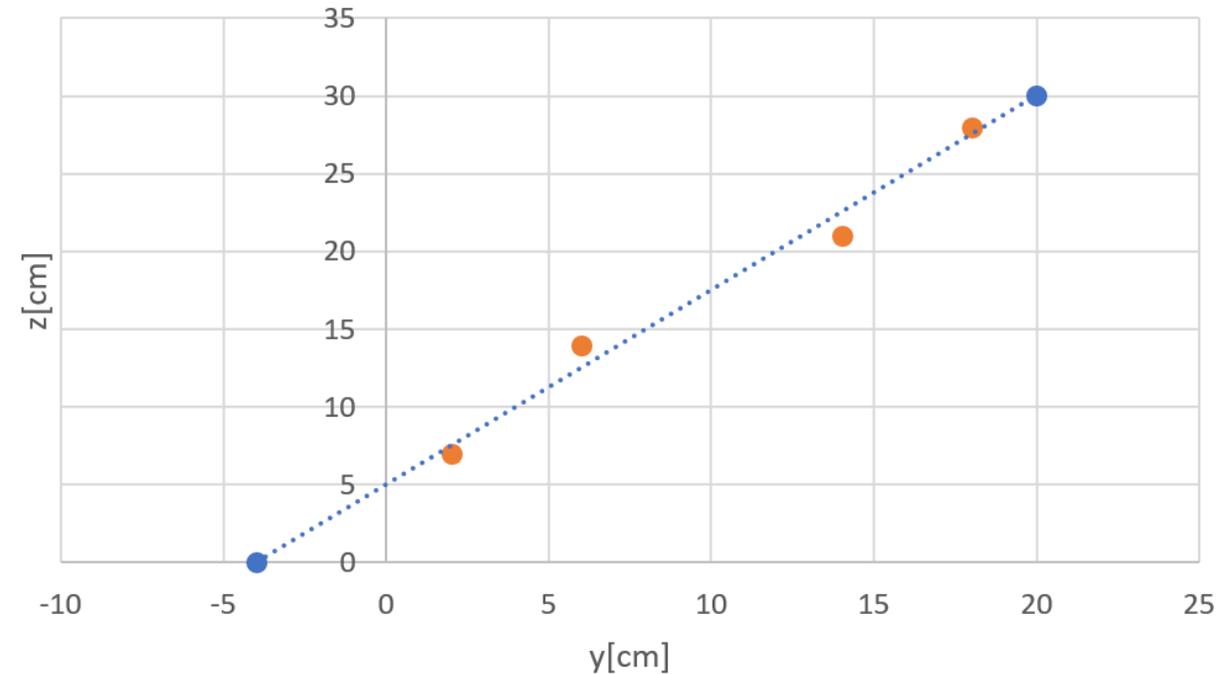
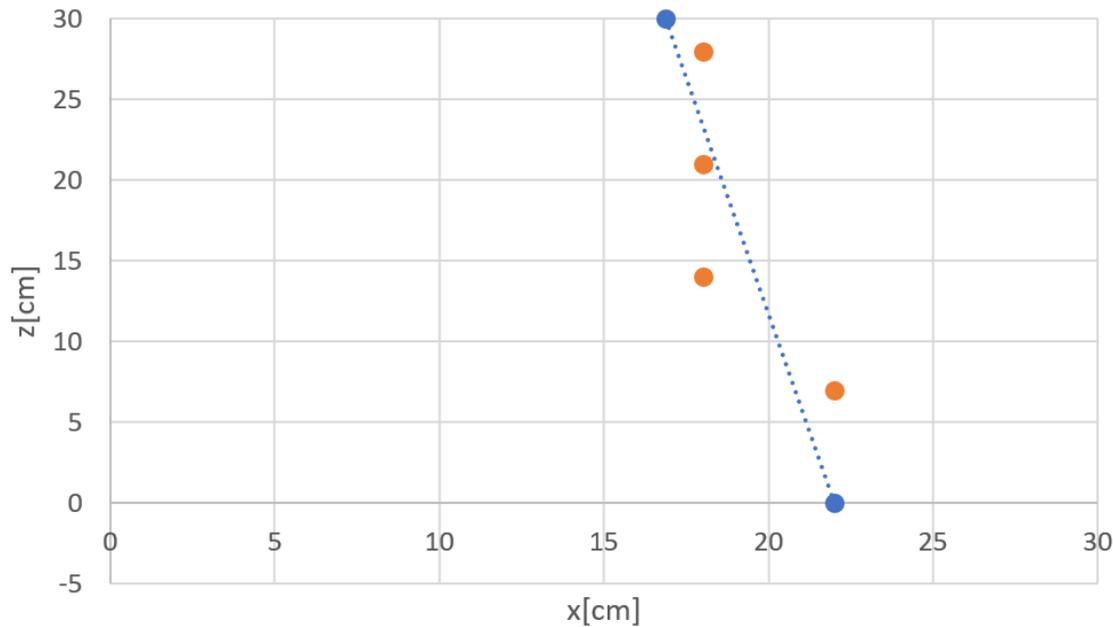


Ripetiamo per il piano YZ:



Ricostruzione della traccia

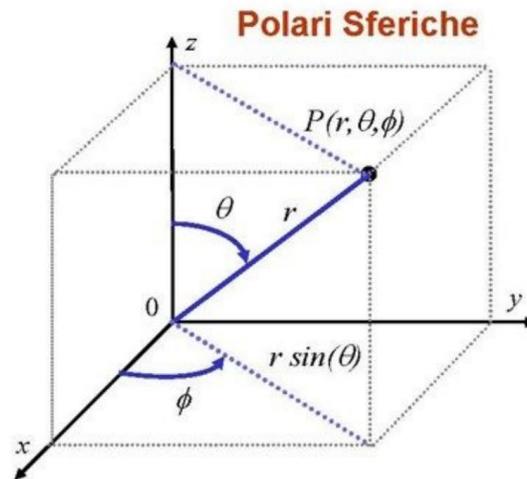
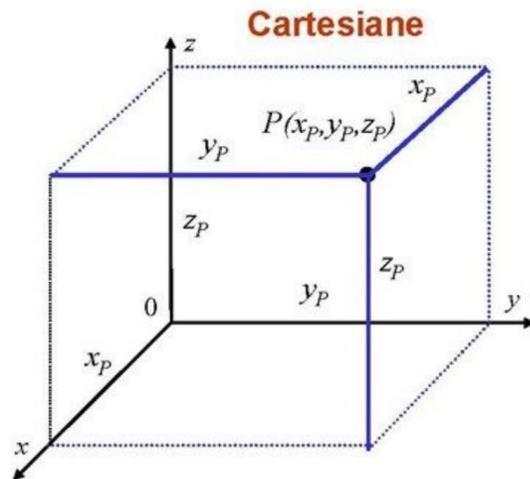
- Disegniamo la retta della funzione trovata $X(Z)$ sul piano XZ dove però sull'asse dell'ascisse sono riportati i valori di X e su quello delle ordinate i valori di Z
- Definiamo quindi i punti P1 ($X(0), 0$) e P2 ($X(h), h$) con h altezza totale del cubo che permetteranno di ricostruire la retta con Excel.
- Facciamo lo stesso per YZ



Ricostruzione dell'angolo

Per individuare la traiettoria 3D della particella all'interno del cubo, una volta determinate le funzioni $x = m_x * z + q_x$ e $y = m_y * z + q_y$, è possibile individuare il vettore "direttore" 3D da cui si possono determinare gli angoli theta e phi. Scegliendo per z il valore 1:

$$\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z) = (m_x, m_y, 1)$$



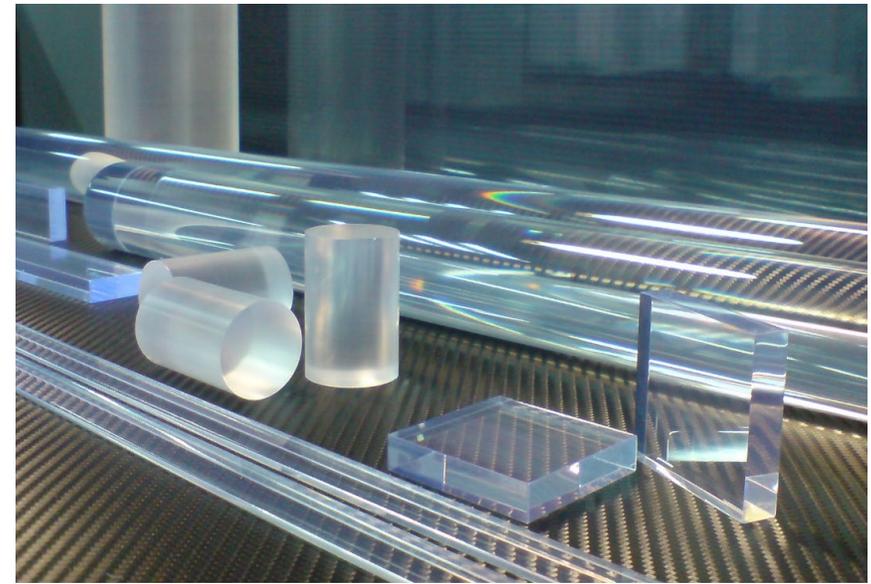
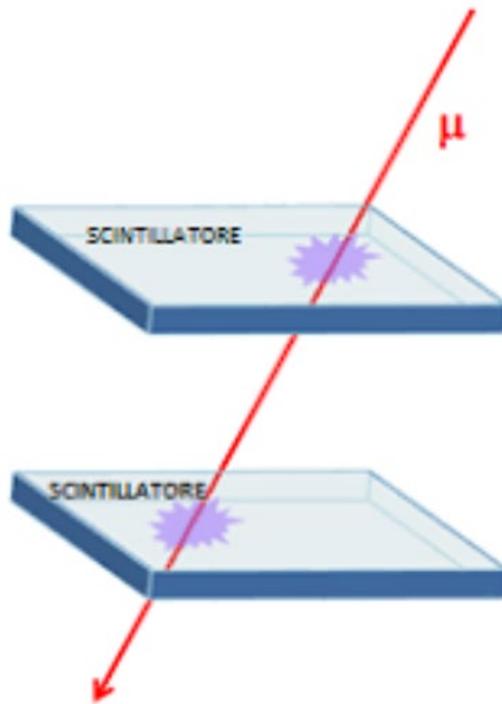
$$\theta = \arccos(v_z/v)$$

$$\text{dove } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$\phi = \arctan2(v_y, v_x)$$

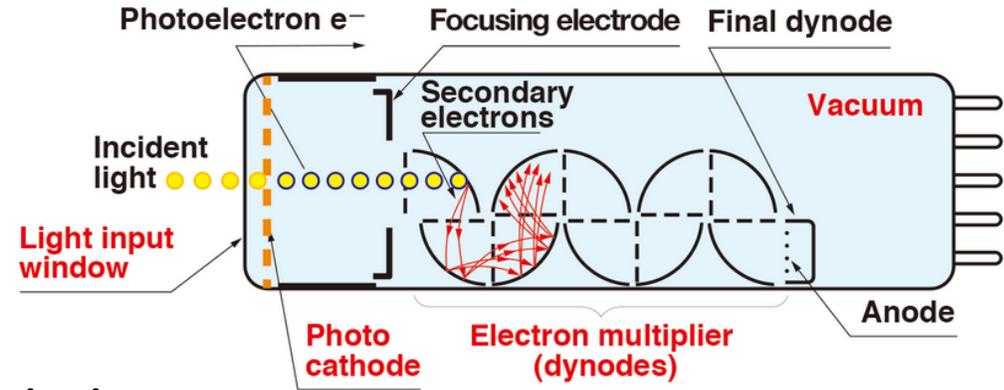
Spare

Step 1 → Scintillatori plastici

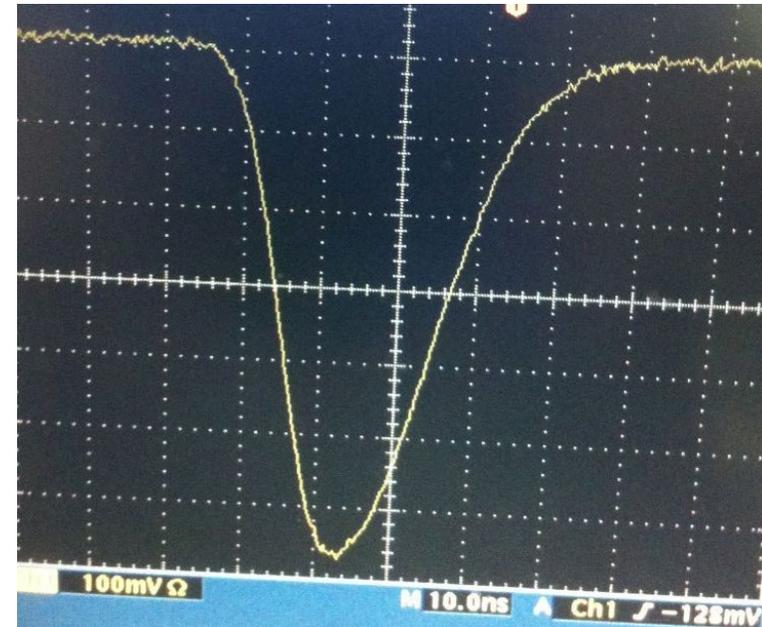


- **Emettono luce** al passaggio di particelle energetiche e cariche
- Sono trasparenti alla luce che loro stessi emettono
- Conversione: **energia particella** → **luce**

Step 2 → Fotomoltiplicatore



- Moltiplica segnali luminosi anche debolissimi (**luce degli scintillatori**) rendendoli così misurabili
- Il principio di funzionamento di questi rivelatori si basa su:
 - l'effetto fotoelettrico
 - l'emissione secondaria
- **Conversione: luce debole -> segnale elettrico misurabile**



Step 3 → Elettronica

Moduli che, dato in entrata il segnale elettrico del rivelatore, permettono di selezionarlo secondo le caratteristiche richieste ed ottenere importanti informazioni, per esempio temporali, legate al segnale di partenza.

Discriminatore: genera un segnale ogni volta che il segnale in entrata **supera una certa soglia**

Coincidenza: genera un segnale ogni volta che i **due segnali** in ingresso **arrivano nello stesso istante**

Contatore: conta i numeri di segnali in ingresso

Discriminatore



Coincidenza



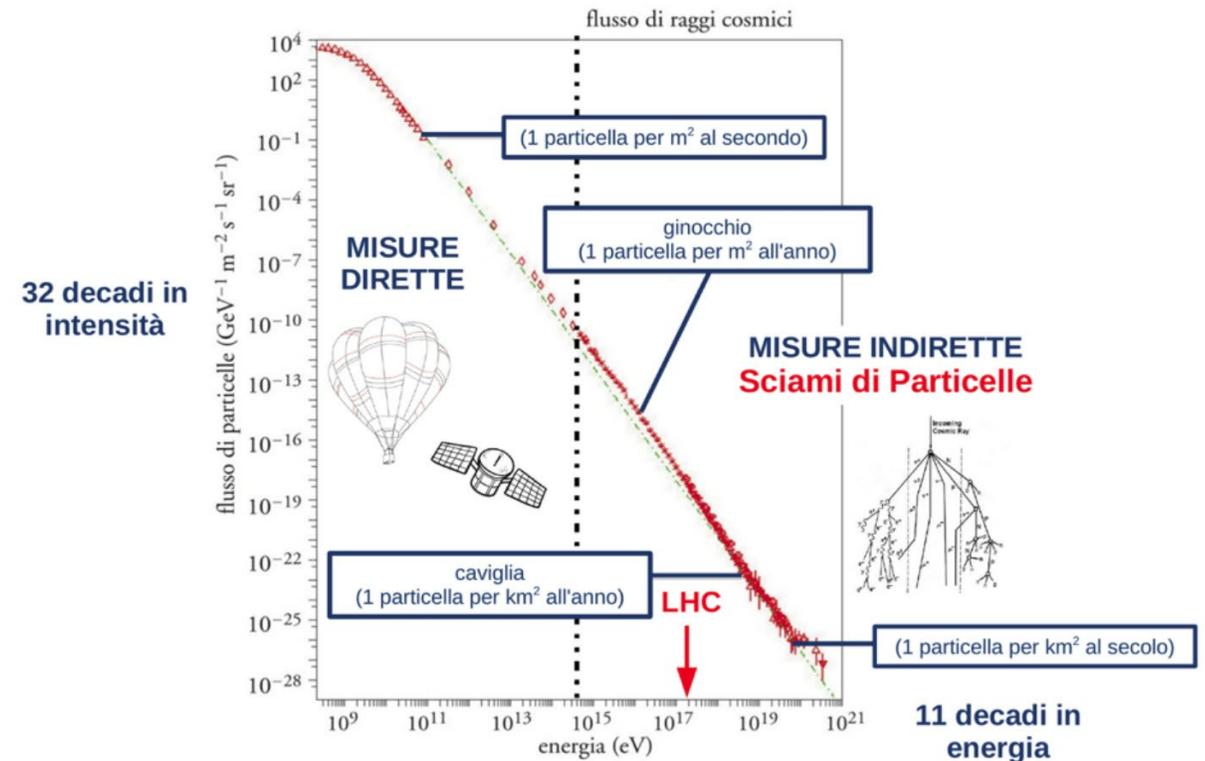
Contatore



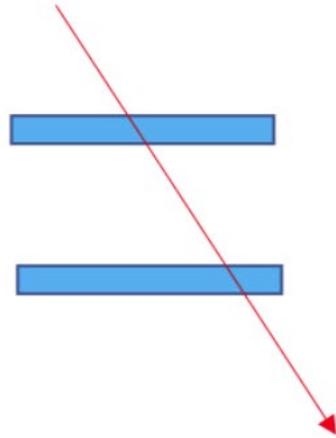
Cosa sono i raggi cosmici

I raggi cosmici nello spazio sono particelle elettricamente cariche costituite principalmente da protoni (circa per il 90%), nuclei di elio (circa 9%) e il rimanente 1% da tutti gli altri nuclei atomici della tavola periodica, elettroni e le rispettive anti-particelle. Le sorgenti dei raggi cosmici possono essere sia galattiche sia extra-galattiche.

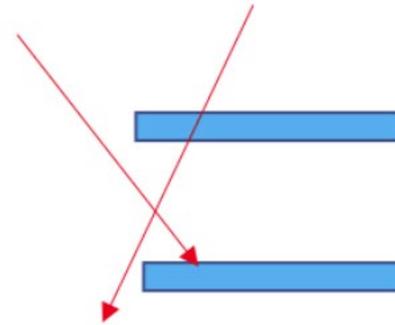
- Non hanno tutti la stessa energia ma sono prodotti su un intervallo di energie enorme
- Si sono osservate particelle fino ad energie incredibilmente elevate, che non siamo assolutamente in grado di riprodurre con gli acceleratori che costruiamo
- Il flusso di particelle diminuisce molto rapidamente con il crescere dell'energia



Tecnica delle coincidenze



a) Coincidenza vera



b) Coincidenza casuale

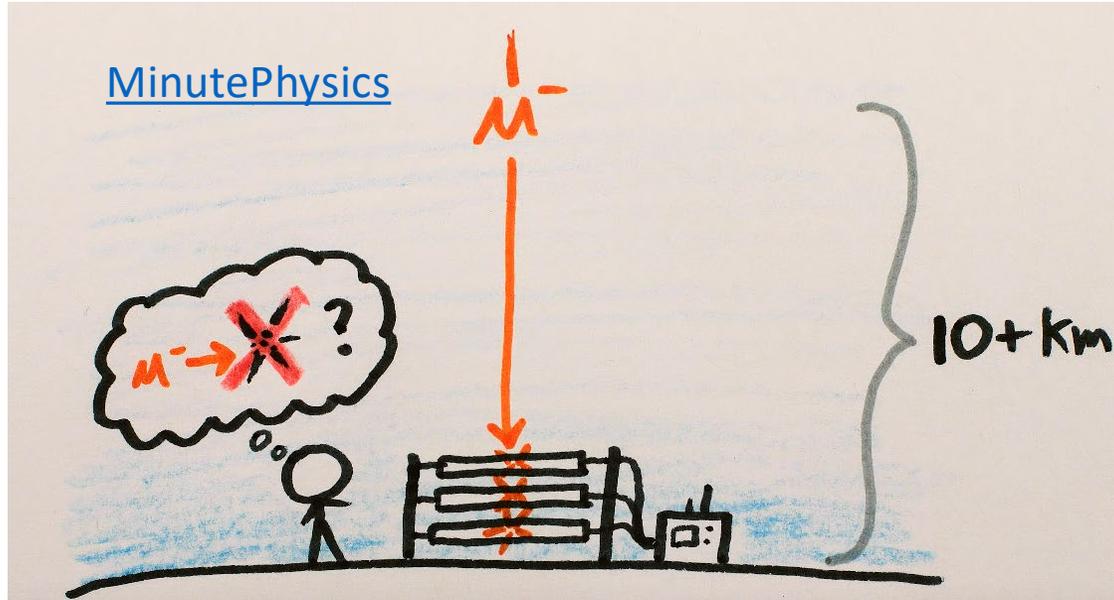
Per effettuare misure precise, soprattutto se gli eventi sono molto rari, è necessario stimare le coincidenze casuali per poterle eliminare.

Il rate delle coincidenze casuali è legata al numero dei rivelatori dalla legge:

$$R_n = nR_{singola}^n \cdot \tau^{n-1}$$

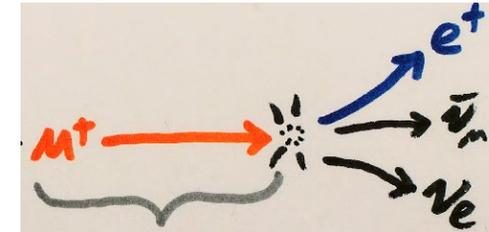
Dove n è il numero dei rivelatori e τ è il tempo durante il quale si ha la coincidenza

Muoni Relativistici



Il muone è una particella instabile e, dopo circa $\tau = 2.2 \mu s$, decade in un elettrone, un antineutrino elettronico e un neutrino muonico.

Alla velocità della luce dovrebbe percorrere massimo 1-2 km!



La probabilità che un muone non decada (sopravviva) al tempo $t = \Delta t$ è $(1 - \Delta t / \tau)$ e che sopravviva al tempo $t = 2 \Delta t$ è $(1 - \Delta t / \tau)^2$.

Per $t = N \Delta t$ questa quantità diventa $p(t) = e^{-t/\tau} \rightarrow$ Legge di **decadimento esponenziale**

Muoni Relativistici

Sapendo che lo spessore dell'atmosfera è di 10 km e che la velocità del muone è circa quella della luce ($c = 3 \times 10^5 \text{ km/s}$) possiamo calcolare il tempo che impiega il muone per arrivare sulla superficie terrestre: $t = \frac{10 \text{ km}}{3 \times 10^5 \text{ km/s}} \sim 33 \mu\text{s}$ ($1 \mu\text{s} = 10^{-6} \text{ s}$)

Utilizzando questo tempo nella legge esponenziale troviamo che la probabilità per un muone di raggiungere la superficie terrestre è: $p(t) = e^{-t/\tau} \sim 10^{-7}$.

Per spiegare il fenomeno dobbiamo ricorrere alla **relatività ristretta** per tenere conto della dilatazione dei tempi per oggetti che vanno a velocità prossime a quella della luce.

Per muoni relativistici, la vita media misurata dall'osservatore fermo sulla Terra deve essere moltiplicata per un fattore chiamato fattore di Lorentz $\gamma \sim 29$ e la vita media corrispondente è $\tau_{\text{terra}} = \gamma\tau$.

La probabilità di raggiungere la superficie risulta ora $p(t) = e^{-t/\tau_{\text{terra}}} = 0.6!$