IFAE 2024

Incontri di Fisica delle Alte Energie (IFAE) 2024

Sessione Astroparticelle e Cosmologia

Firenze, 03/04/2024

EVOLUZIONE DELLA COSTANTE DI HUBBLE IN TEORIE DI GRAVITÁ MODIFICATA $f(R)$

Speaker: Dr. Tiziano Schiavone - GGI Boost Fellow

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare

Galileo Galilei Institute

Università degli Studi Firenze

EVOLUZIONE DELLA COSTANTE DI HUBBLE IN GRAVITÁ $f(R)$

- MODELLO COSMOLOGICO STANDARD ΛCDM
  E TENSIONE SULLA COSTANTE DI HUBBLE
- ANALISI IN INTERVALLI DI REDSHIFT DEL PANTHEON SAMPLE DI SNe Ia
- DECRESCITA DELLA COSTANTE DI HUBBLE CON IL REDSHIFT
- INTERPRETAZIONE TEORICA
  NEL JORDAN FRAME DELLE TEORIE DI GRAVITÁ MODIFICATA $f(R)$
- CONCLUSIONI

On the Hubble Constant Tension in the SNe Ia Pantheon Sample

ApJ 912, 150 (2021)   arXiv:2103.02117

Authors: M. G. Dainotti, B. De Simone, **TS**, G. Montani, E. Rinaldi, G. Lambiase

On the Evolution of the Hubble Constant with the SNe Ia Pantheon Sample and Baryon Acoustic Oscillations: A Feasibility Study for GRB-Cosmology in 2030

Galaxies, 10, 24 (2022)   arXiv:2201.09848

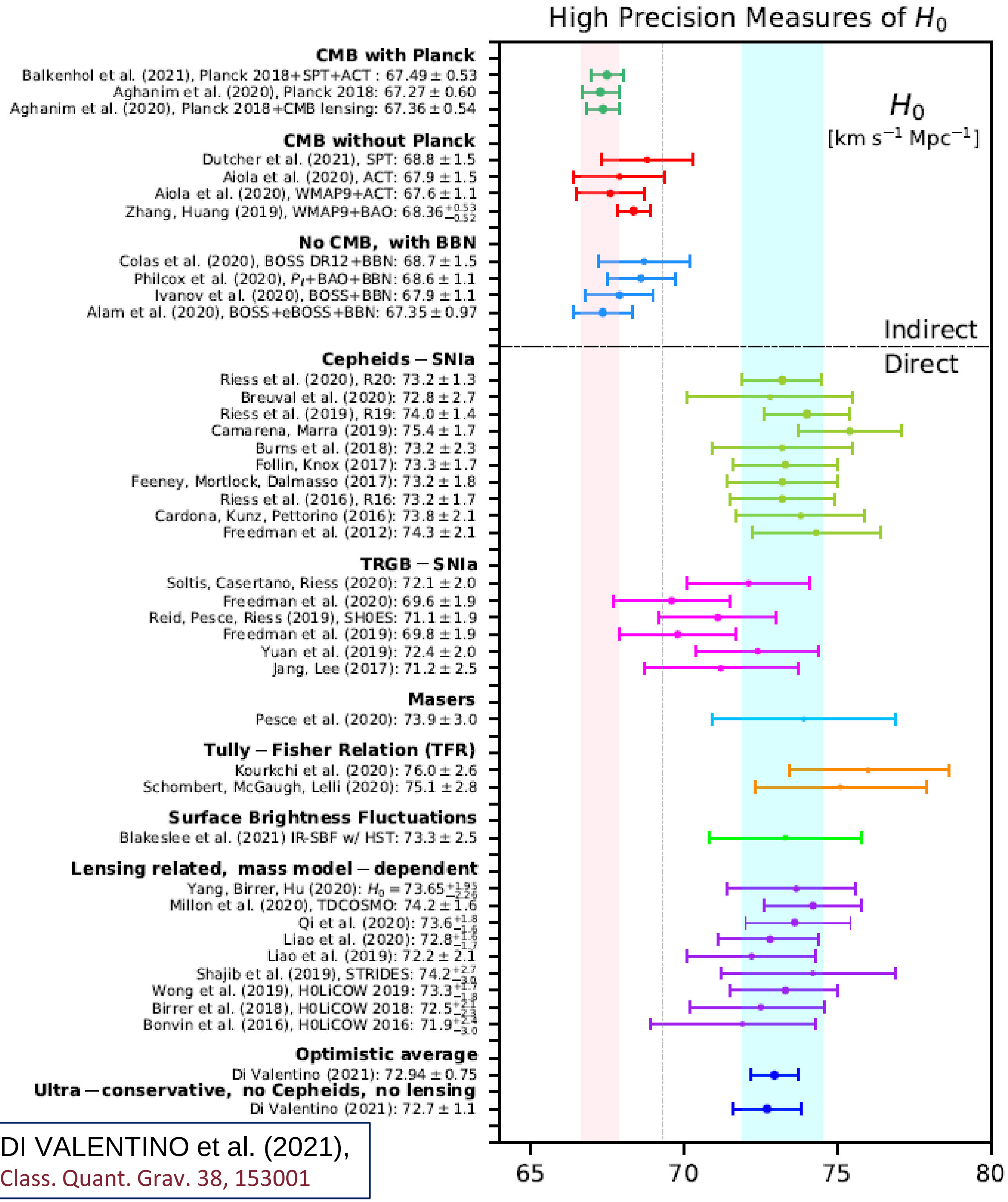
Authors: M. G. Dainotti, B. De Simone, **TS**, G. Montani, E. Rinaldi, G. Lambiase, M. Bogdan, S. Ugale

f(R) gravity in the Jordan Frame as a Paradigm for the Hubble Tension

MNRAS Letters, 522, L72-L77 (2023)   arXiv:2211.16737

Authors: **TS**, G. Montani, F. Bombacigno

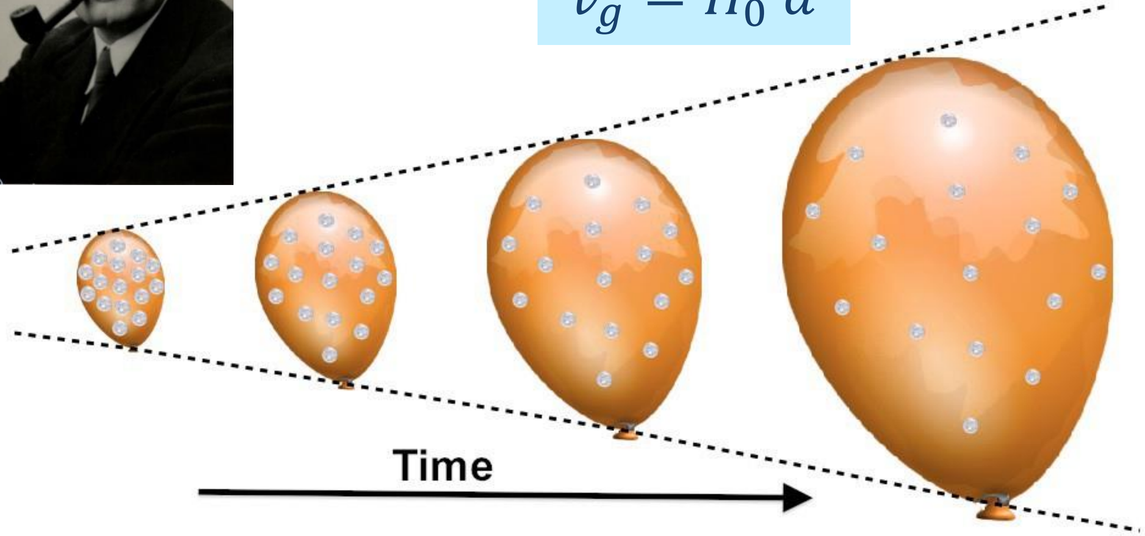
TENSIONE SULLA COSTANTE DI HUBBLE



DI VALENTINO et al. (2021), Class. Quant. Grav. 38, 153001

Espansione dell'Universo e legge di Hubble

$$v_g = H_0\, d$$



Definizione della costante di Hubble

$$H_0 \equiv H(t = t_0) = H(z = 0)$$

Speaker

SCHIAVONE TIZIANO

ANALISI IN BIN DEL PANTHEON SAMPLE

Tensione sulla costante di Hubble anche nell'intervallo di redshift delle SNe?

1048 SNe Ia spettroscopicamente confermate da varie surveys
(PS1, SDSS, ESSENCE, SNLS, SCP, GOODS, CANDELS/CLASH)
Scolnic et al. (2018), ApJ 859, 101 Repository: https://github.com/dscolnic/Pantheon

$0.01 < z < 2.26$

- Sottocampioni con lo stesso numero di SNe:
  3, 4, 20, 40 intervalli di redshift
- Analisi statistica per ciascun intervallo di redshift
  incluse le matrici di covarianza statistica e sistematica delle SNe Ia
  χ^2 minimizzazione, metodo MCMC
- Fissato $\Omega_{m0} = 0.298$ per il modello ΛCDM [Scolnic et al. (2018), ApJ 859, 101]
- Si ricava il valore di H_0 in ciascun intervallo di redshift
- Uniform priors: $60 < H_0 < 80\ km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}$
- Test per controllare il valore di H_0 nei diversi intervalli di redshift
  DAINOTTI, DE SIMONE, **SCHIAVONE,** et al. (2021), ApJ 912, 150

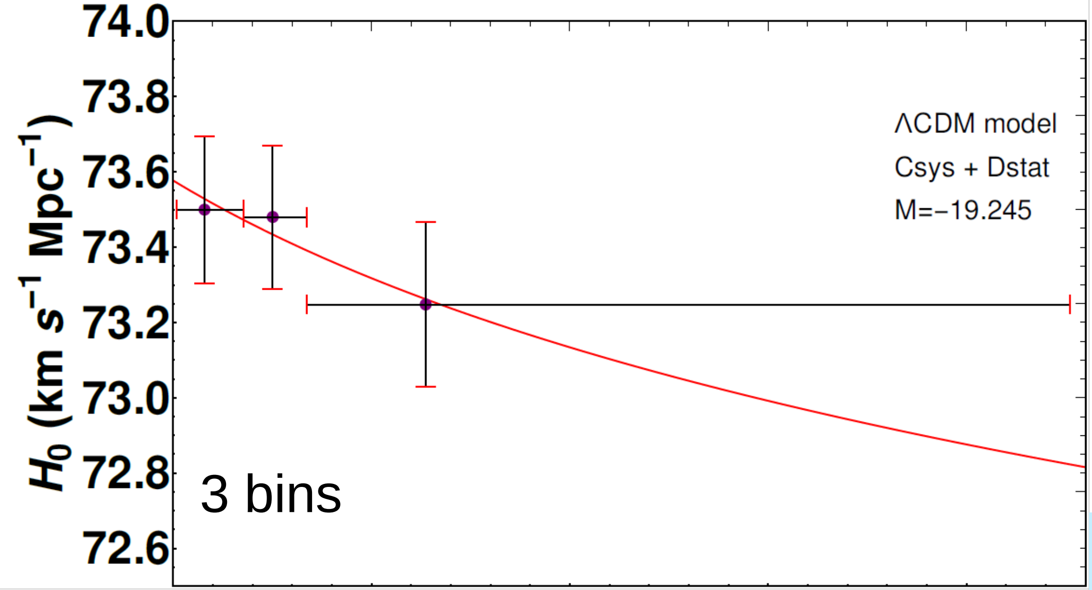
Test: fit non lineare

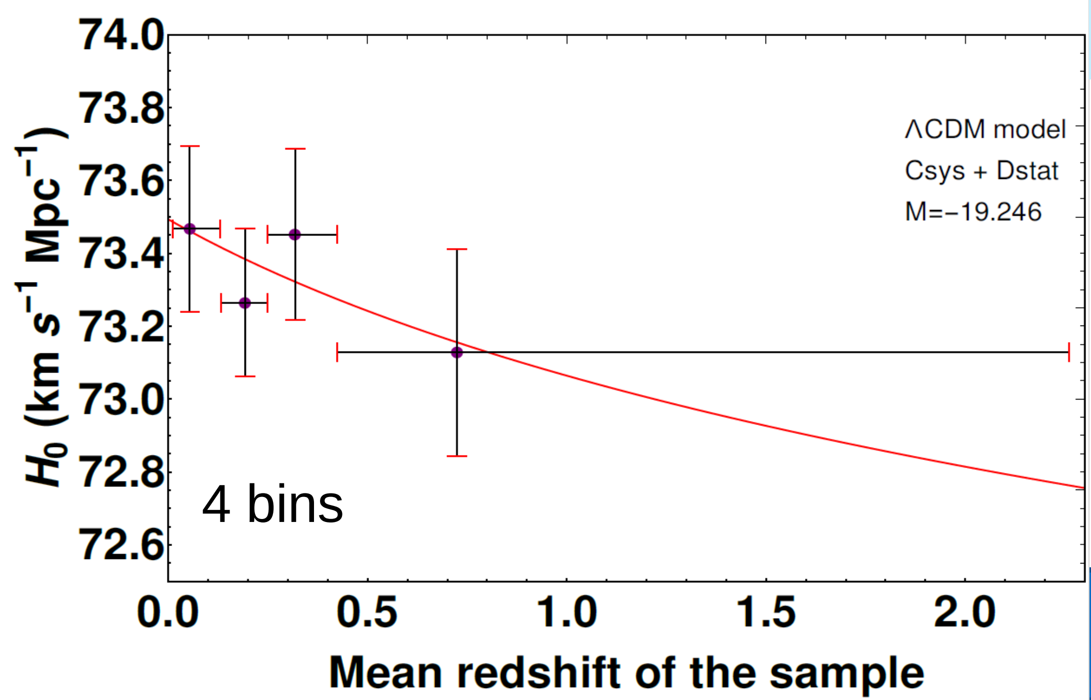
$$H_0(z) = \frac{\tilde{H}_0}{(1+z)^{\alpha}}$$

α: parametro evolutivo

$\tilde{H}_0 = H_0(z=0)$

COSTANTE DI HUBBLE NON COSTANTE?





$$H_0(z) = \frac{\widetilde{H}_0}{(1+z)^{\alpha}}$$

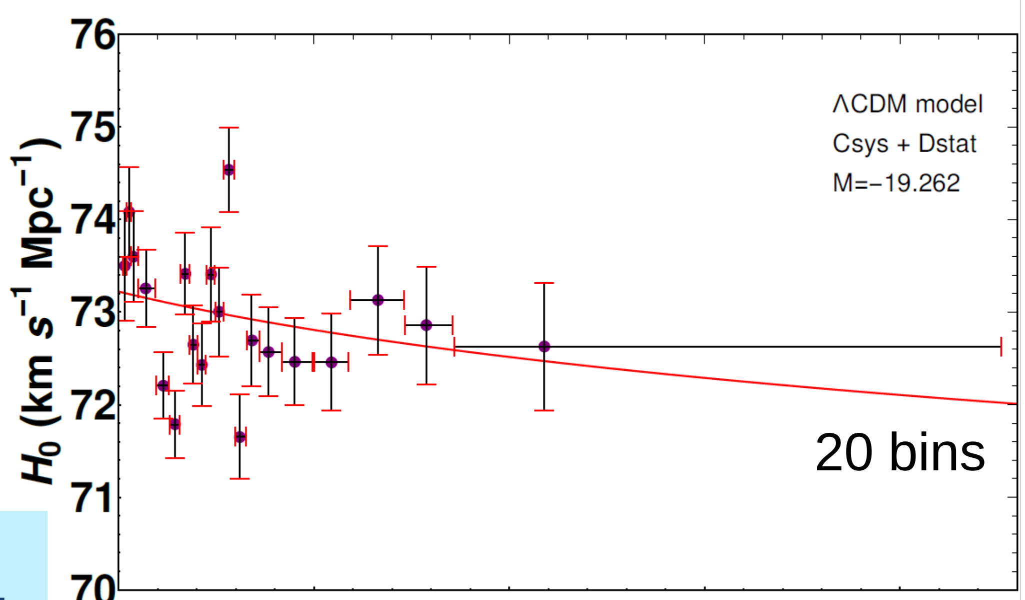
DAINOTTI,

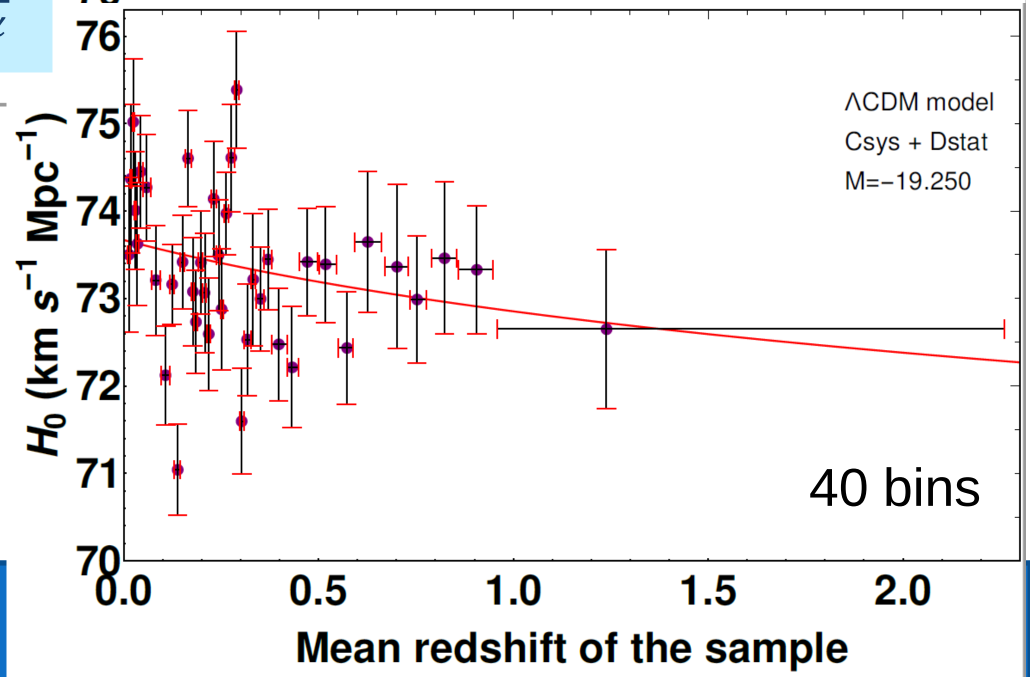
DE SIMONE,

SCHIAVONE

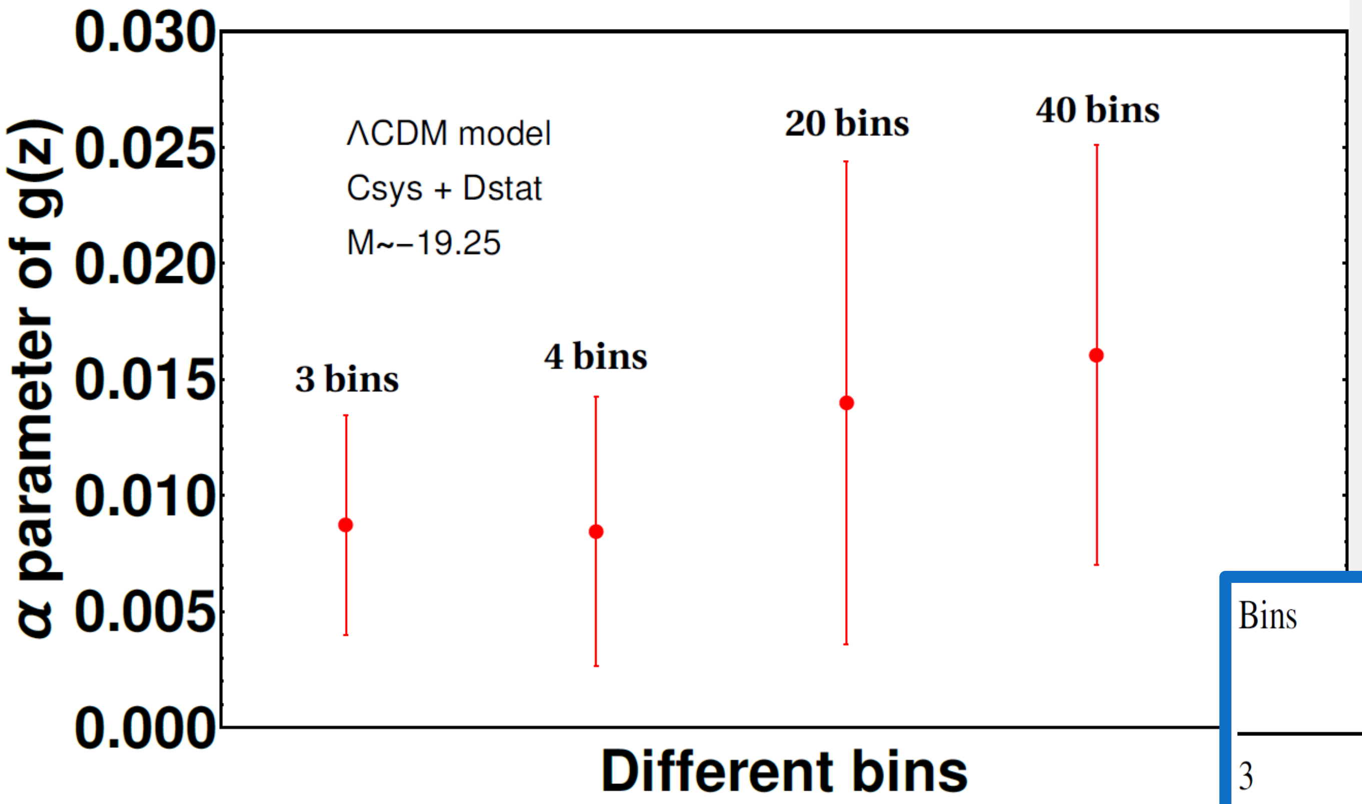
et al. (2021),

ApJ 912, 150





COSTANTE DI HUBBLE NON COSTANTE?



$$H_0(z) = \frac{\tilde{H}_0}{(1+z)^{\alpha}}$$

$\alpha = 0 \;\rightarrow$ nessuna evoluzione

Intervallo di confidenza, 1 σ

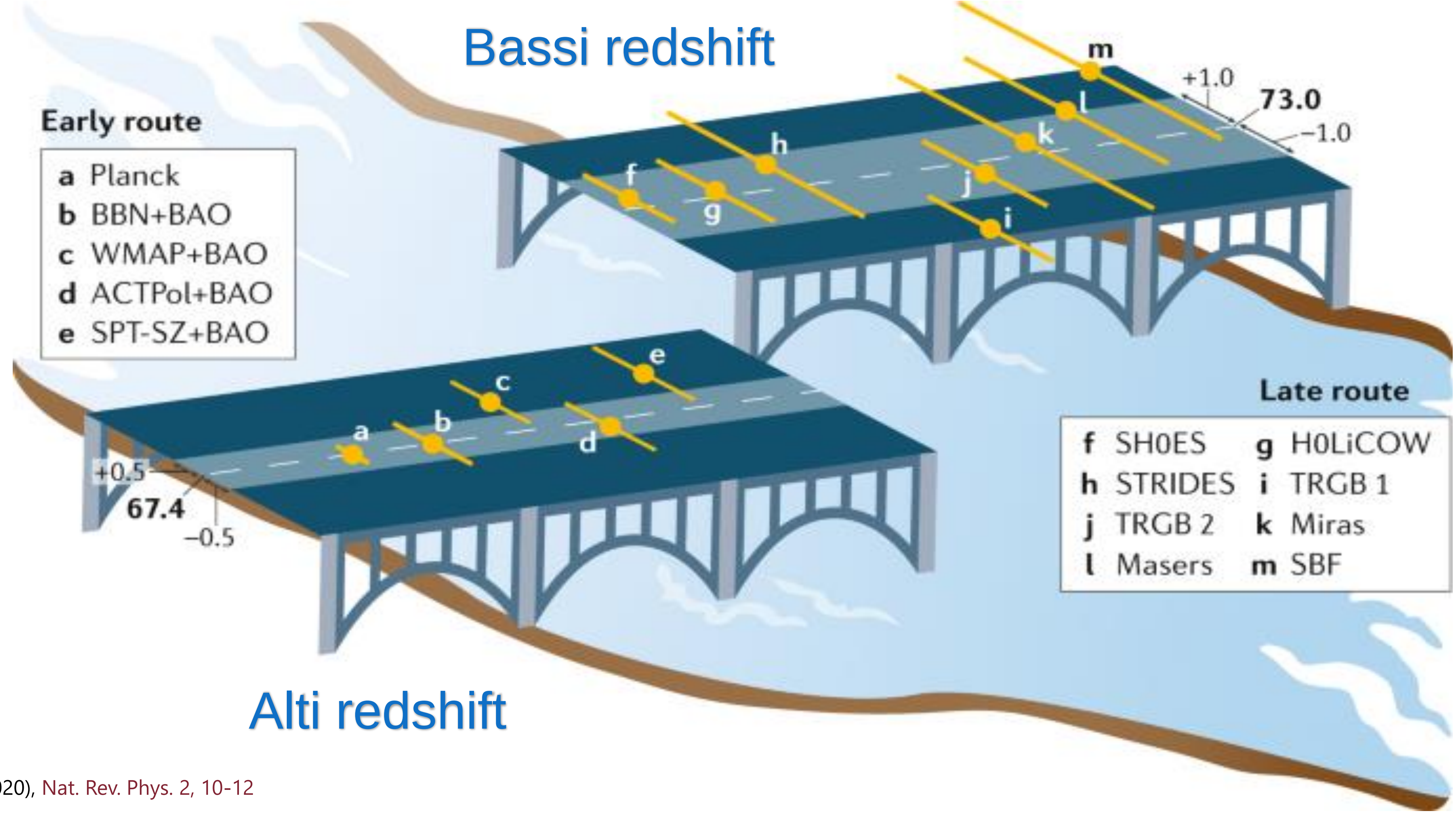
RISULTATI DEL FIT - MODELLO ΛCDM

Bins	$\tilde{H}_0$ (km s^{-1} Mpc^{-1})	α	$\frac{\alpha}{\sigma_\alpha}$	M
3	73.577 ± 0.106	0.009 ± 0.004	2.0	−19.245 ± 0.006
4	73.493 ± 0.144	0.008 ± 0.006	1.5	−19.246 ± 0.008
20	73.222 ± 0.262	0.014 ± 0.010	1.3	−19.262 ± 0.014
40	73.669 ± 0.223	0.016 ± 0.009	1.8	−19.250 ± 0.021

Debole ed inaspettata evoluzione di $H_0(z)$

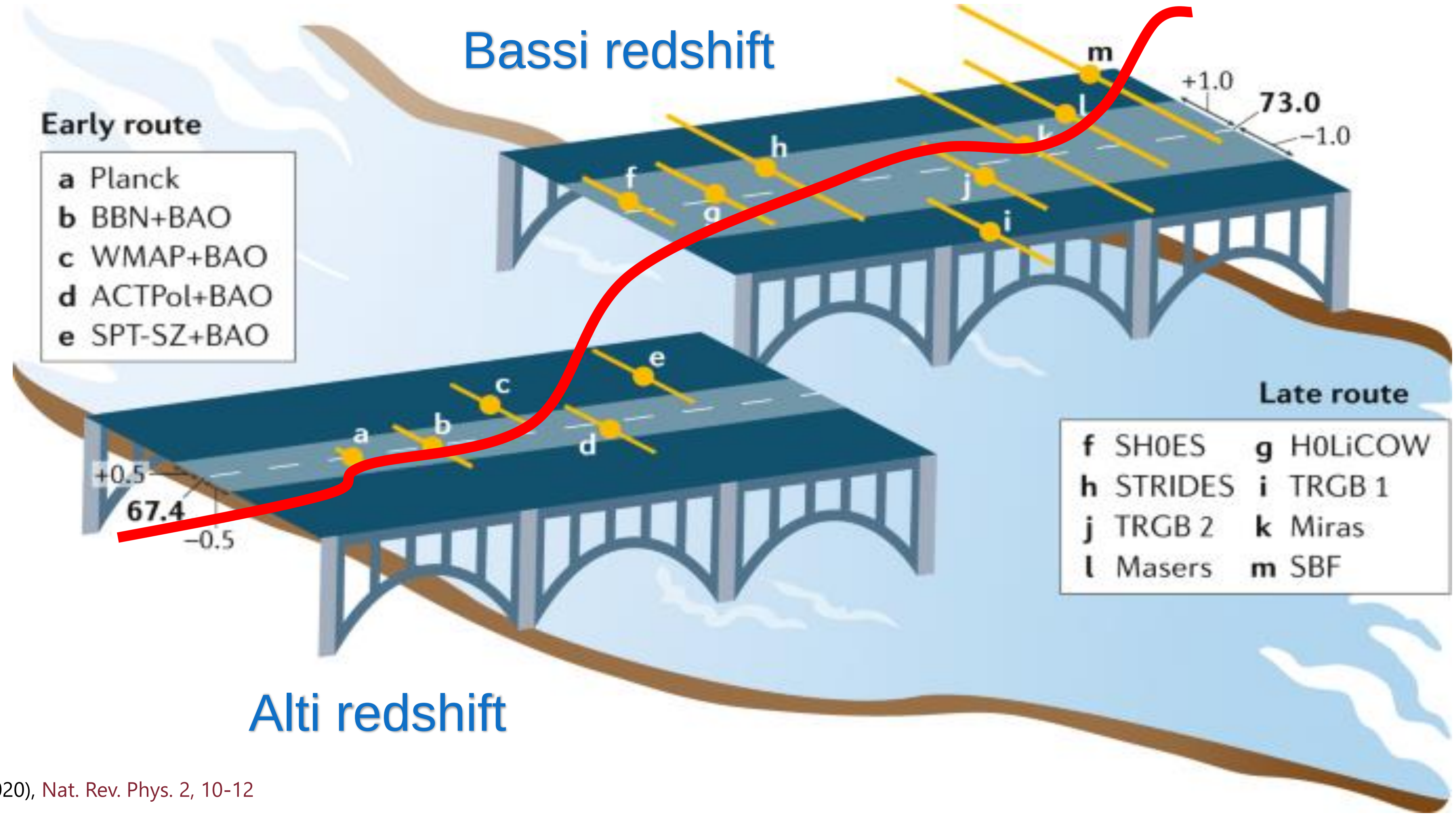
DAINOTTI, DE SIMONE, **SCHIAVONE,** et al. (2021), ApJ 912, 150

Bassi redshift



Alti redshift

RIESS (2020), Nat. Rev. Phys. 2, 10-12



RIESS (2020), Nat. Rev. Phys. 2, 10-12

VALORI ESTRAPOLATI AD ALTI REDSHIFT

Modello ΛCDM

Bins	$H_0(z = 11.09)$ (km s^{-1} Mpc^{-1})	$H_0(z = 1100)$ (km s^{-1} Mpc^{-1})
3	72.000 ± 0.805	69.219 ± 2.159
4	71.962 ± 1.049	69.271 ± 2.815
20	70.712 ± 1.851	66.386 ± 4.843
40	70.778 ± 1.609	65.830 ± 4.170

DAINOTTI, DE SIMONE, **SCHIAVONE,** et al. (2021), ApJ 912, 150

$$H_0(z) = \frac{\widetilde{H}_0}{(1+z)^{\alpha}}$$

Compatibile in 1 σ con le misure della CMB di Planck al redshift della superficie di ultimo scattering z=1100

$$H_0^{[CMB]} = (67.36 \pm 0.54)\ km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}$$

PLANCK COLLABORATION
Planck 2018 result, VI: Cosmological parameters
A&A 641, A6 (2020).

POSSIBILI SPIEGAZIONI PER $H_0(z)$

Ragioni di natura astrofisica o problemi con il Pantheon sample

- ❑ Evoluzione con il redshift non considerata di parametri astrofisici di SNe Ia (stretch, metallicity, …)
- ❑ Proprietà astrofisiche (galassie ospiti, effetti di selezione)
- ❑ Effetti di bias non considerati nel Pantheon sample
- ❑ Incertezze sistematiche nel campione

Nuova Fisica

- ❑ Modifica della gravità nell'Universo locale e/o nell'Universo primordiale?

GRAVITÁ MODIFICATA $f(R)$ nel JORDAN FRAME

- Per estendere la Relatività Generale e risolvere problemi aperti in cosmologia grazie a gradi di libertà aggiuntivi
- Modifica geometrica della teoria di gravità
- Si evita di introdurre *ad hoc* componenti nell'Universo, *e.g.* energia oscura
- Lagrangiana gravitazionale generalizzata $\mathcal{L}_g = f(R)$ R: scalare di Ricci

Campo scalare

$$\phi = f'(R)$$

- Azione dinamicamente equivalente nel Jordan frame (JF), teoria scalar-tensoriale
- Il grado di libertà extra di $f(R)$ è convertito in un campo scalare ϕ
- Accoppiamento non minimale tra la metrica ed il campo scalare

Potenziale

$$V(\phi) = R(\phi)\phi - f(R(\phi))$$

NOJIRI & ODINTSOV (2006), eConf C0602061, 06

SOTIRIOU & FARAONI (2010), Rev. Mod. Phys. 82, 451

GRAVITÁ MODIFICATA $f(R)$ nel JORDAN FRAME

Azione dinamicamente equivalente alle teorie $f(R)$

Jordan frame (JF)

$$S_g = \frac{1}{2\chi} \int_\Omega d^4x \sqrt{-g}\ [\phi\, R - V(\phi)]$$

Campo scalare

$$\phi\ = f'(R)$$

Potenziale

$$V(\phi) = R(\phi)\phi - f(R(\phi))$$

Per una metrica FLRW piatta:

Eq. di Friedmann generalizzata

$$H^2 = \frac{\chi\,\rho}{3\,\phi} - H\,\frac{\dot\phi}{\phi} + \frac{V(\phi)}{6\,\phi}$$

Eq. di accelerazione cosmica generalizzata

$$\frac{\ddot a}{a} = -\frac{\chi\,\rho}{6\,\phi} + \frac{V(\phi)}{6\,\phi} + \frac{1}{6}\frac{dV}{d\phi} + H\,\frac{\dot\phi}{\phi}$$

Eq. del campo scalare

$$3\,\ddot\phi - 2\,V(\phi) + \phi\,\frac{dV}{d\phi} + 9\,H\,\dot\phi = \chi\,\rho$$

χ: costante di Einstein

$$(\dot{\dots}) = \partial_t(\dots)$$

COSMOLOGIA $f(R)$

- Grado di libertà extra nella parametrizzazione, forma funzionale di $f(R)$
- Simulare il modello ΛCDM nel regime di alti redshift, ben descritto dalla CMB
- Espansione cosmica accelerata con una costante cosmologica efficace
- Fenomenologia del modello ΛCDM come caso limite

Hu-Sawicki

$$f(R) = R - m^2 \frac{c_1 \left(\frac{R}{m^2}\right)^n}{c_2 \left(\frac{R}{m^2}\right)^n + 1}$$

c_1, c_2 parametri; $n > 0$ $\qquad m^2 \equiv \frac{\chi\, \rho_{m0}}{3}$

Starobinski

$$f(R) = R - \mu\, R_c \left[1 - \left(1 + \frac{R^2}{R_c^2}\right)^{-n}\right]$$

Tsujikawa

$$f(R) = R - \mu\, R_c \tanh\left(\frac{|R|}{R_c}\right)$$

$n, \mu, R_c > 0$

HU & SAWICKI (2007), Phys. Rev. D ,76, 064004

AMENDOLA & TSUJIKAWA (2010), Cambridge University Press

STAROBINSKi (2007), Jetp Lett. 86, 157

TSUJIKAWA (2008), Phys. Rev. D, 77, 023507

COSTANTE DI HUBBLE EFFICACE IN GRAVITÁ $f(R)$

- Andamento decrescente di $H_0(z)$ dall'analisi in bin di SNe Ia + BAOs [1,2]
- Il modello $w_0 w_a$CDM [3,4] e la teoria $f(R)$ di Hu-Sawicki non possono spiegare $H_0(z)$ [1,2]
- Necessità di un nuovo modello $f(R)$ capace sia di simulare una componente di energia oscura che fornire un meccanismo per una costante di Hubble efficace
- Il campo scalare non-minimalmente accoppiato svolge un ruolo cruciale
- Obiettivo: costante di Hubble efficace che evolve con z per conciliare

$$H_0^{[CMB]} = (67.36 \pm 0.54)\ \text{km s}^{-1}\ \text{Mpc}^{-1} \quad \text{e} \quad H_0^{[loc]} = (73.04 \pm 1.04)\ \text{km s}^{-1}\ \text{Mpc}^{-1}$$

[1] DAINOTTI, DE SIMONE, **SCHIAVONE,** et al. (2021), ApJ 912, 150

[2] DAINOTTI, DE SIMONE, **SCHIAVONE,** et al. (2022), Galaxies 2022, 10, 24

[3] CHEVALLIER & POLARSKI (2001), Int. J. Mod. Phys. D 10, 213

[4] LINDER (2000), Phys. Rev. Lett. 90, 091301

COSTANTE DI HUBBLE EFFICACE IN GRAVITÁ $f(R)$

Eq. di Friedmann generalizzata:

$$H^2 = \frac{1}{\phi - (1+z)\frac{d\phi}{dz}} \frac{\chi}{3}\left[\rho + \frac{V(\phi)}{2\chi}\right]$$

Approssimazione: piccola deviazione da ΛCDM

$$V(\phi) \equiv 2\chi\rho_\Lambda + g(\phi)$$

$$g(\phi) \ll V(\phi)$$

Si ottiene una forma simile a quella di un modello ΛCDM piatto, ma con una costante di Hubble efficace

$$H^{[\Lambda CDM]}(z) = H_0\sqrt{\Omega_{m0}(1+z)^3 + 1 - \Omega_{m0}}$$

$$H(z) \approx H_0^{\mathrm{eff}}(z)\sqrt{\Omega_{m0}(1+z)^3 + 1 - \Omega_{m0}}$$

$$H_0^{\mathrm{eff}}(z) = \frac{H_0}{\sqrt{\phi - (1+z)\frac{d\phi}{dz}}}$$

SCHIAVONE, MONTANI, & BOMBACIGNO (2023), MNRAS Letters, 522, L72-L77

Risolvendo la dinamica cosmologica nel JF, si ricostruisce analiticamente la forma del potenziale del campo scalare ed infine l'espressione di f(R)

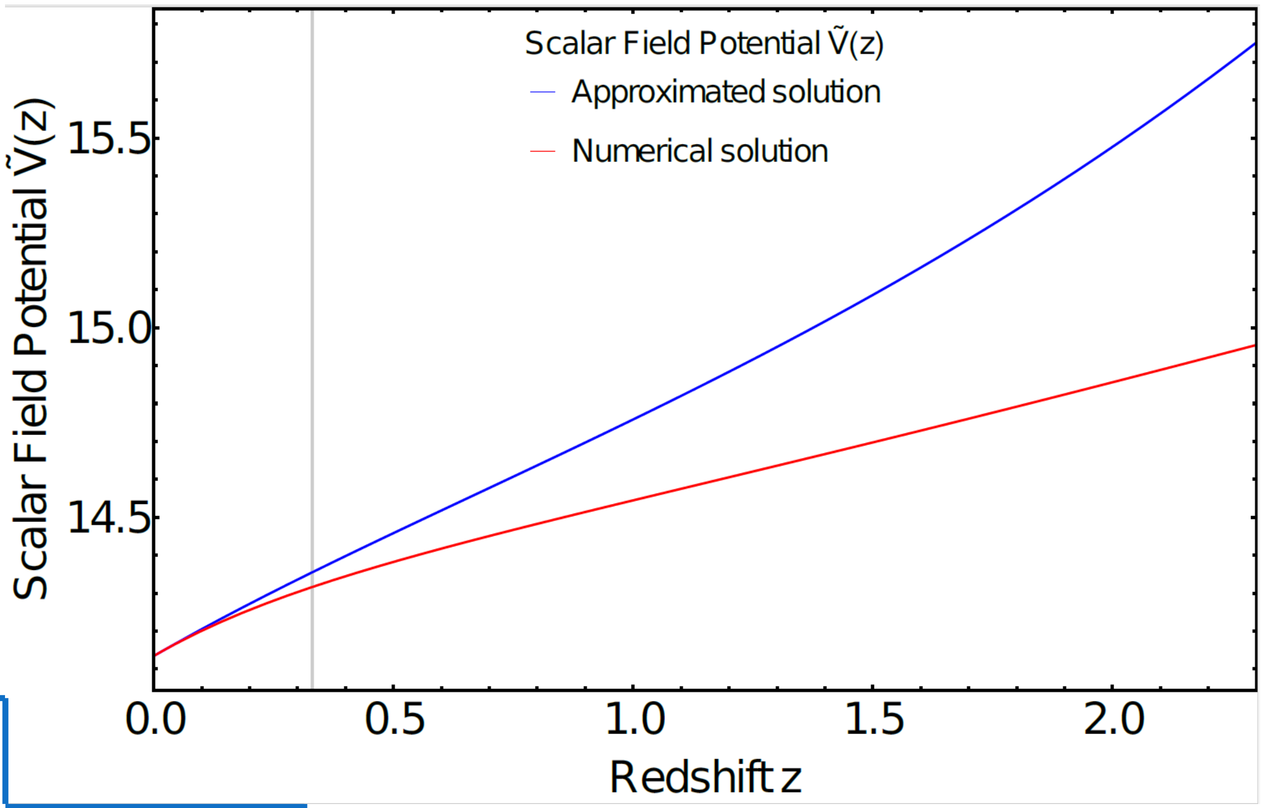
COSTANTE DI HUBBLE EFFICACE IN GRAVITÁ $f(R)$

Soluzione analitica approssimata

$$\phi(z) = K\,(1+z)^{2\alpha}$$

$$H_0^{\mathrm{eff}}(z) = \frac{H_0}{\sqrt{K\,(1-2\,\alpha)}\,(1+z)^{\alpha}}$$

$$\tilde{V}(\phi) = \frac{V(\phi)}{m^2}$$ Si veda l'espressione in *



Condizioni per conciliare $H_0^{[CMB]}$ and $H_0^{[loc]}$:

$\phi(0) = K = 1 - 10^{-7}$

$\alpha = 1.1 \times 10^{-2}$

$H_0 = 72.2\ \mathrm{km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}}$

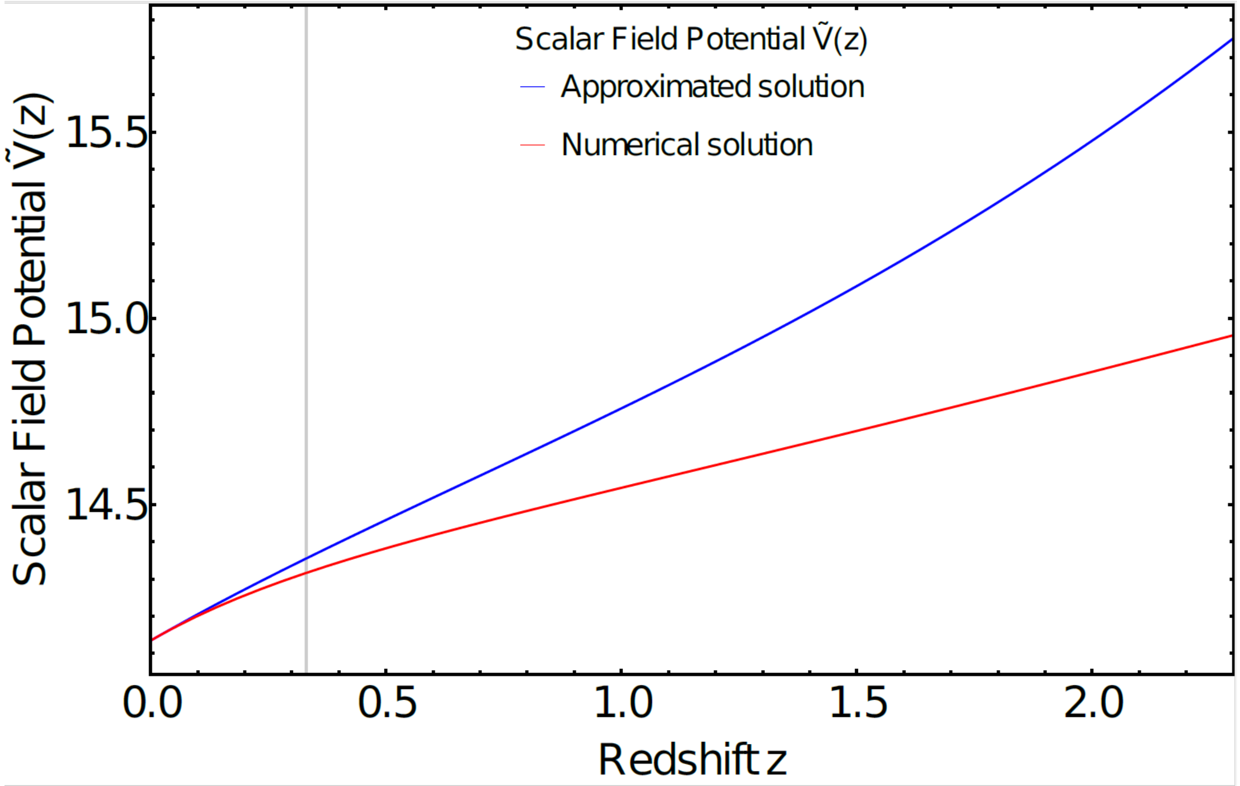
$\Omega_{m0} = 0.298$

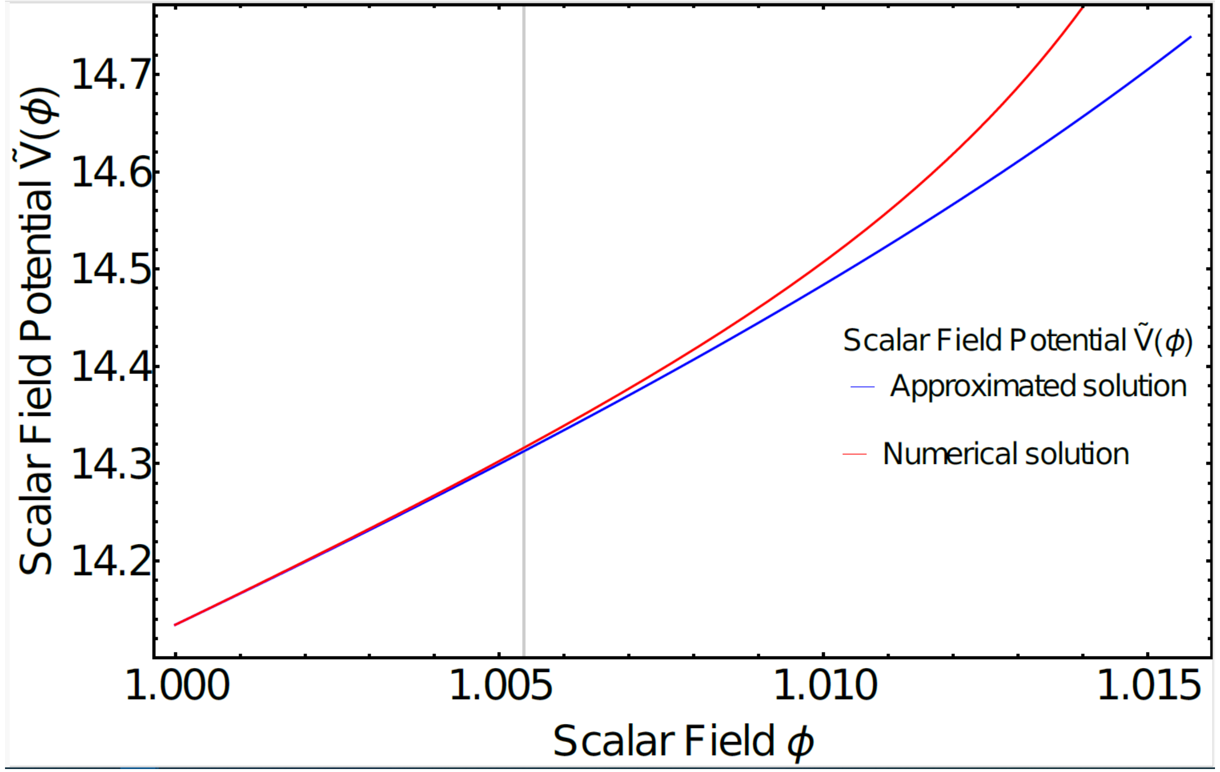
$\tilde{V}(\phi = K) = \tilde{V}(z=0) = 6\,\frac{1-\Omega_{m0}}{\Omega_{m0}}$

ΛCDM today

* **SCHIAVONE,** MONTANI, & BOMBACIGNO (2023), MNRAS Letters, 522, L72-L77

COSTANTE DI HUBBLE EFFICACE IN GRAVITÁ $f(R)$





Variazione percentuale di $\tilde{V} \sim 1.6\%$

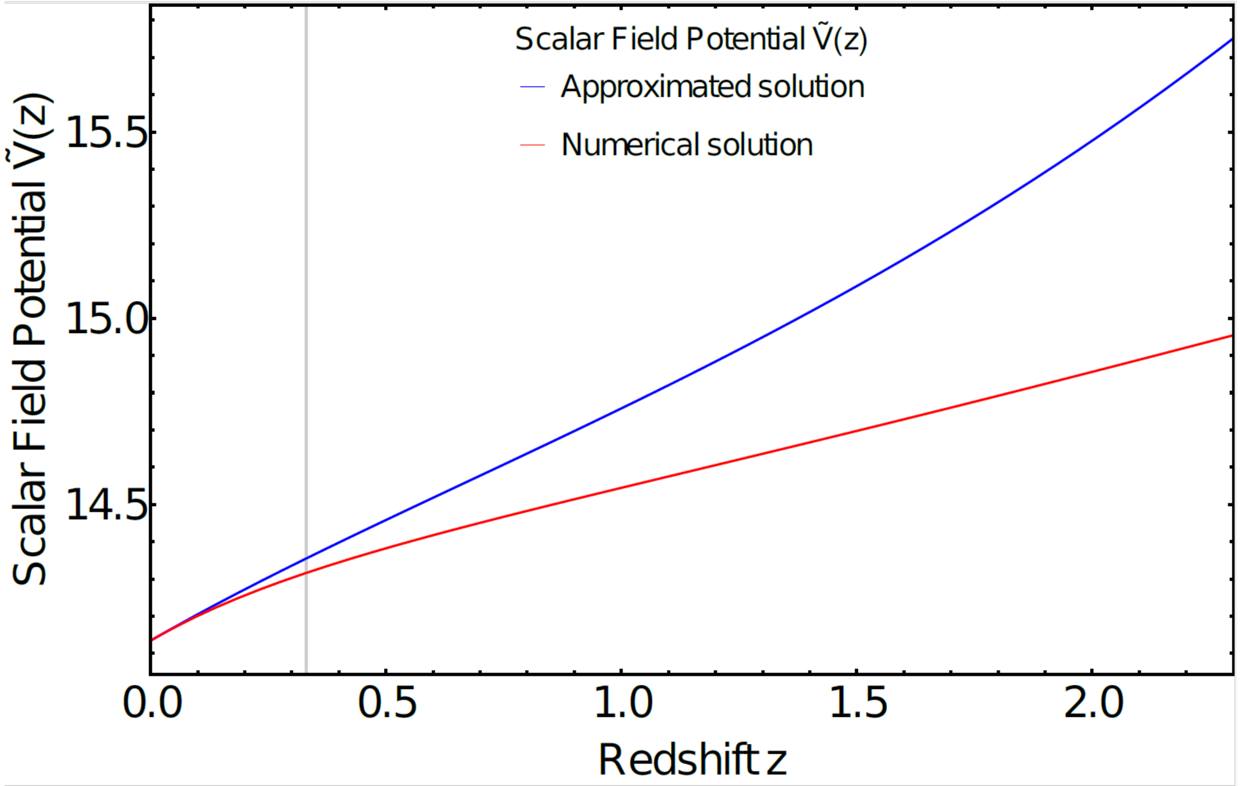
Regione quasi piatta per $0 < z < 0.3$

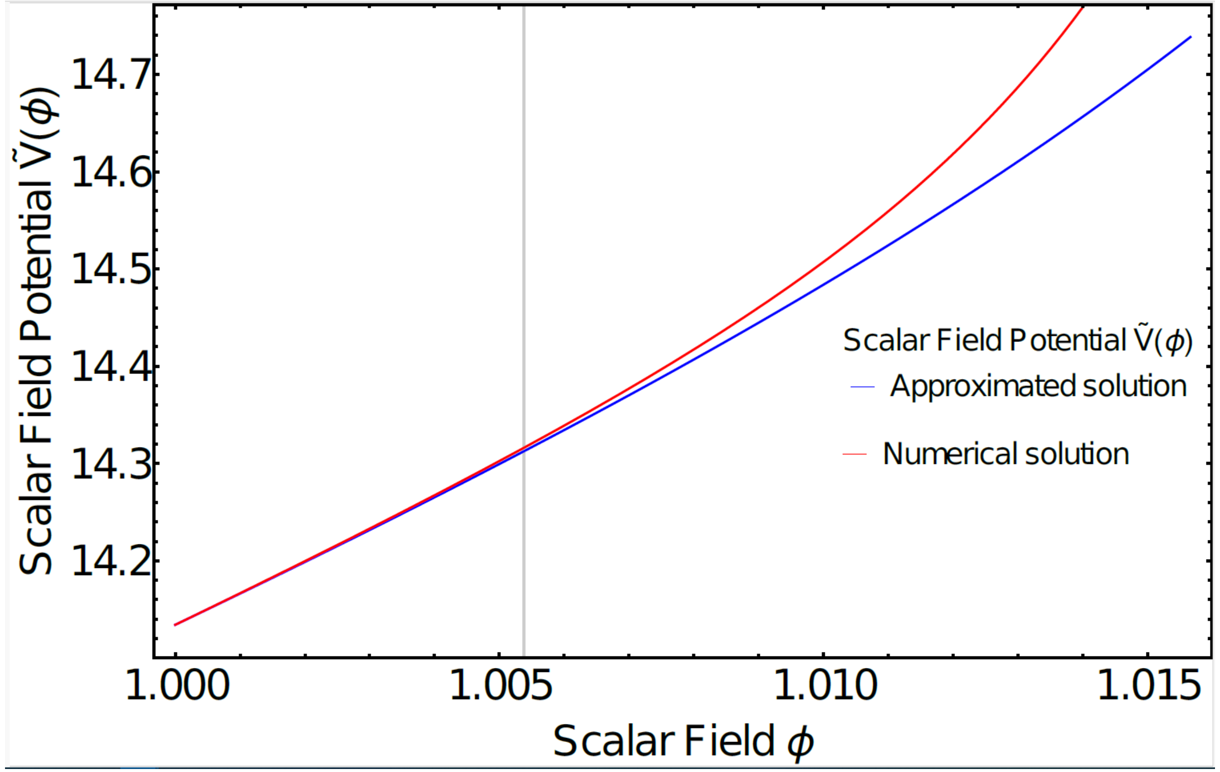
$$\tilde{V}(\phi) = \frac{V(\phi)}{m^2}$$

SCHIAVONE, MONTANI, & BOMBACIGNO (2023),

MNRAS Letters, 522, L72-L77

COSTANTE DI HUBBLE EFFICACE IN GRAVITÁ $f(R)$





$$f(R) \approx m^2\, B_0 + B_1\, R + B_2\, \frac{R^2}{m^2}$$

Soluzione approssimata per $z \ll 1$:
$f(R)$ – modello quadratico della gravità

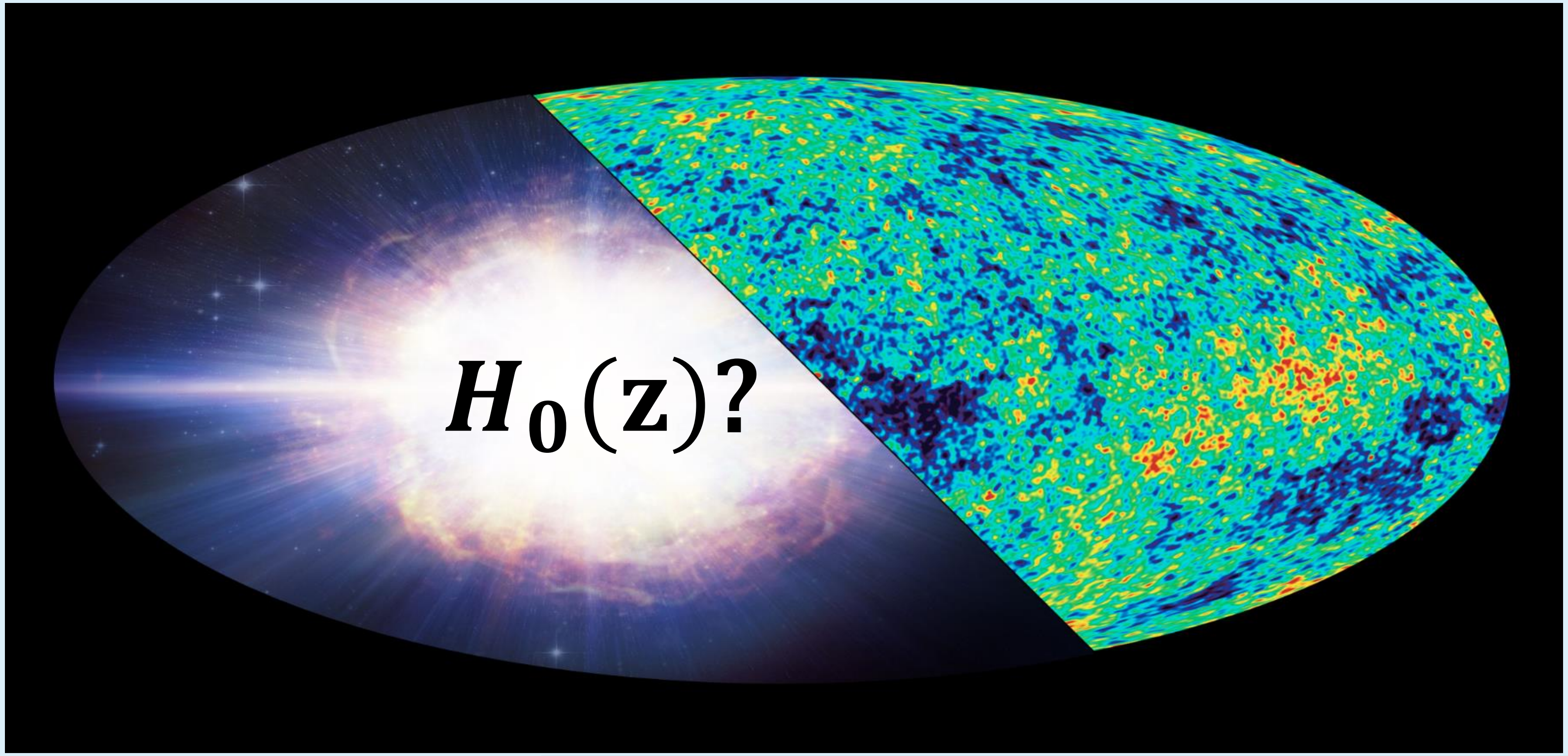
SCHIAVONE, MONTANI, & BOMBACIGNO (2023), MNRAS Letters, 522, L72-L77

Si può mostrare che si recupera ΛCDM per $\alpha \to 0$ e $K \to 1$

CONCLUSIONI

- Analisi in bin del Pantheon sample di SNe Ia (bassi redshift)
- Inaspettata evoluzione e andamento decrescente di $H_0(z)$ per diverse suddivisioni in bin e diversi modelli cosmologici
- Una ridefinizione della costante di Hubble che evolve con z fornisce una nuova interpretazione della tensione su H_0: potrebbe non essere più dovuta a discrepanze tra sorgenti locali e i dati di Planck, ma ad un comportamento evolutivo intrinseco di $H_0(z)$ in un contesto di gravità modificata $f(R)$
- Nuovi dati in futuro (Euclid, LSST, DESY, etc.) e utilizzo di altre sorgenti (Pantheon+, quasars, GRBs, etc.) per ottenere migliori vincoli sul parametro α
- Possibili segnali di nuova Fisica (gravità modificata?)

GRAZIE PER L'ATTENZIONE



tiziano.schiavone@phd.unipi.it

tschiavone@fc.ul.pt

GGI Boost Fellow

Galileo Galilei Institute for Theoretical Physics (GGI)

Largo Enrico Fermi 2, 50125 Firenze

Backup slides

DISTANZA DI LUMINOSITÁ d_L

d_L dipende dal modello cosmologico adottato.

$$d_L(z) = (1+z)\int_0^z \frac{dz'}{H(z')}$$

$$H(z) = H_0\, E(z)$$

Per una geometria piatta ($k = 0$):

Ω_{i0}: parametro di densità cosmologica

m: materia

r: radiazione

- Modello ΛCDM

$$E(z) = \sqrt{\Omega_{m0}\,(1+z)^3 + \Omega_{r0}\,(1+z)^4 + \Omega_\Lambda}$$

- Modello wCDM

$$w = w(z)$$

$$E(z) = \sqrt{\Omega_{m0}\,(1+z)^3 + \Omega_{r0}\,(1+z)^4 + \Omega_{\mathrm{DE}0}\exp\left[3\int_0^z \frac{dz'}{1+z'}\,(1+w(z'))\right]}$$

- Modello $w_0 w_a$CDM

$$w(z) = w_0 + \frac{w_a\, z}{1+z}$$

Parametrizzazione CPL

(Chevallier-Polarski-Linder)

CHEVALLIER & POLARSKI (2001), Int. J. Mod. Phys. D 10, 213

LINDER (2000), Phys. Rev. Lett. 90, 091301

DISTANCE MODULUS μ

Dal modello teorico cosmologico considerato:

$$\mu_{th} = 5 \log_{10} d_L + 25$$

TRIPP (1998), A&A 331, 815

BETOULE et al. (2014), A&A 568, A22

SCOLNIC et al. (2018), ApJ 859, 101

Dalle osservazioni di SNe Ia:

$$\mu_{obs} = m_B - M + \alpha\, x_1 - \beta\, c + \Delta M + \Delta B$$

Formula di Tripp modificata

B-band magnitudine apparente

Magnitudine assoluta per $x_1 = 0 = c$

Parametro di stretch

Parametro colore

Correzione dovuta alla massa della galassia ospite

Correzione di bias

ANALISI DEL PANTHEON SAMPLE

1048 SNe Ia spettroscopicamente confermate ottenute da varie surveys
(PS1, SDSS, ESSENCE, SNLS, SCP, GOODS, CANDELS/CLASH)

$$0.01 < z < 2.26$$

Analisi statistica:

$$\chi^2 = \Delta\mu^T C^{-1} \Delta\mu$$

dove

$$\Delta\mu = \mu_{obs} - \mu_{th}$$

Distance modulus teorico

$$\mu_{th} = 5\log_{10} d_L + 25$$

$$C = D_{stat} + C_{sys}$$

Matrice di incertezza C (1048x1048)

Matrice statistica (matrice diagonale, 1048x1048)

Matrice di covarianza sistematica (simmetrica, 1048x1048)

Pacchetto Cobaya in Python per minimizzare χ^2

Scolnic et al. (2018), ApJ 859, 101
Repository: https://github.com/dscolnic/Pantheon

ANALISI DEL PANTHEON SAMPLE

$$C = D_{stat} + C_{sys}$$

D_{stat} Matrice statistica (matrice diagonale, 1048x1048)
Include errori σ^2 sulla distanza per ciascuna SN

C_{sys} Matrice di covarianza sistematica (1048x1048)
Include N sistematiche (S_k) sorgenti di errori

$$\sigma^2 = \sigma_N^2 + \sigma_{mass}^2 + \sigma_{\mu-z}^2 + \sigma_{lens}^2 + \sigma_{int}^2 + \sigma_{bias}^2$$

- σ_N^2 → Errore dovuto alla fotometria
- σ_{mass}^2 → Correzione mass-step
- $\sigma_{\mu-z}^2$ → Velocità peculiare e redshift
- σ_{lens}^2 → Lente gravitazionale
- σ_{int}^2 → Scatter intrinseco
- σ_{bias}^2 → Correzione di bias

$$C_{ij,sys} = \sum_{k=1}^{N} \frac{\partial \mu_i}{\partial S_k} \frac{\partial \mu_j}{\partial S_k} \sigma_{S_k}^2$$

S_k: sistematiche → $(m_B, x_1, c, m_B c, x_1 m_B, x_1 c)$

σ_{S_k}: errore sistematico

ANALISI IN BIN DEL PANTHEON SAMPLE

Hubble constant tension within the SNe Ia redshift range?

$$0.01 < z < 2.26$$

- Sottocampioni con lo stesso numero di SNe Ia: 3, 4, 20, 40 redshift bins
- Si costruiscono sottomatrici C e sottovettori $\Delta\mu$, considerando l'ordine in redshift delle SNe
- Analisi statistica in ogni intervallo di redshift, minimizzazione χ^2, metodo MCMC
- Prior uniformi: $60 < H_0 < 80\ km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}$
- Si parte dal valore locale nel 1° bin: $H_0 = 73.5\ km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}$
- Fissato $\Omega_{m0} = 0.298$ per il modello ΛCDM
- Fissati $\Omega_{m0} = 0.308,\ \ \mathrm{w}_0 = -1.009,\ \ \mathrm{w}_\mathrm{a} = -0.129$ per il modello $w_0 w_a$CDM
- Si ricavano i valori di H_0 in ciascun intervallo di redshift

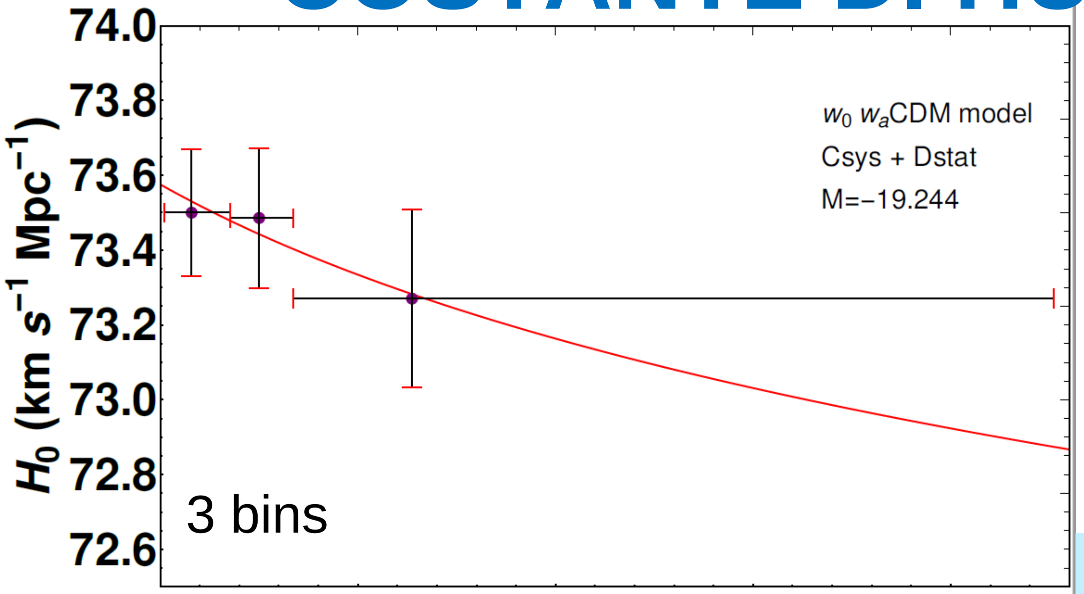
Test: fit non lineare

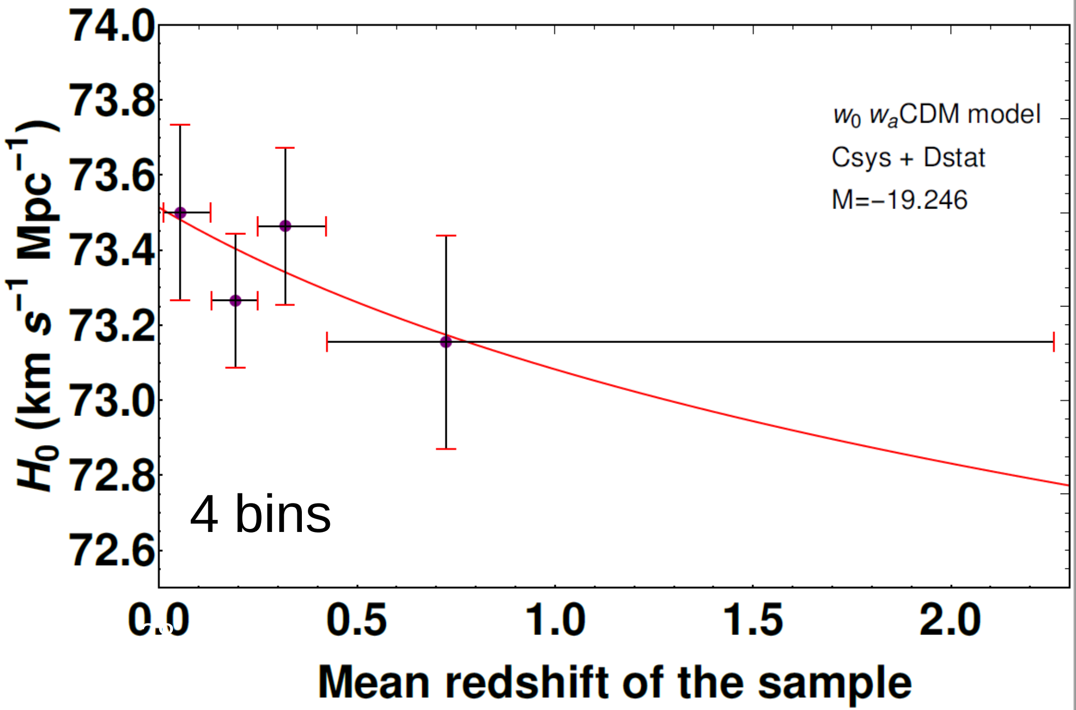
$$H_0(z) = \frac{\widetilde{H}_0}{(1+z)^\alpha}$$

α: parametro evolutivo

$\widetilde{H}_0 = H_0(z=0)$

COSTANTE DI HUBBLE NON COSTANTE?





$$H_0(z) = \frac{\widetilde{H}_0}{(1+z)^{\alpha}}$$

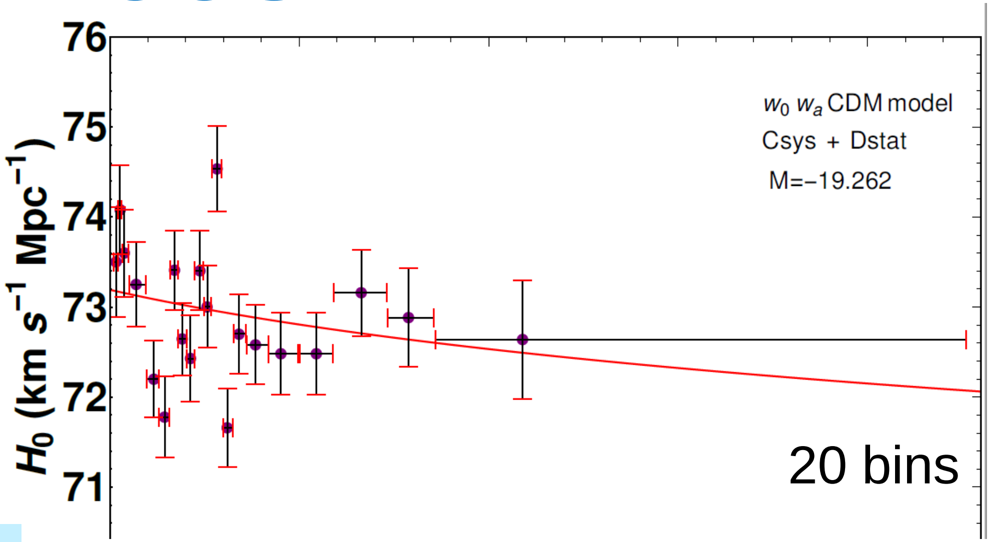
DAINOTTI,

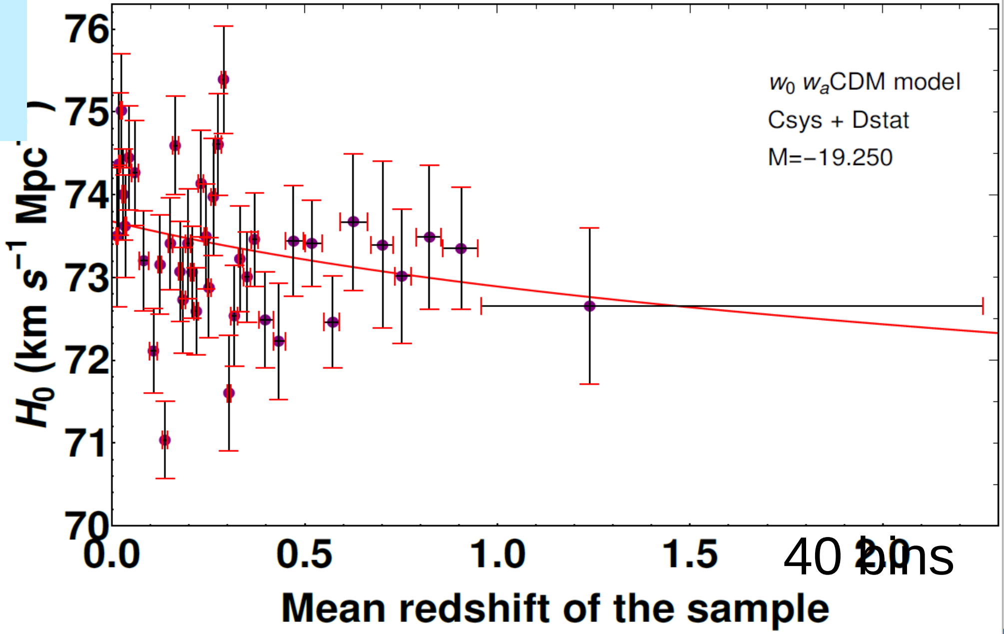
DE SIMONE,

SCHIAVONE

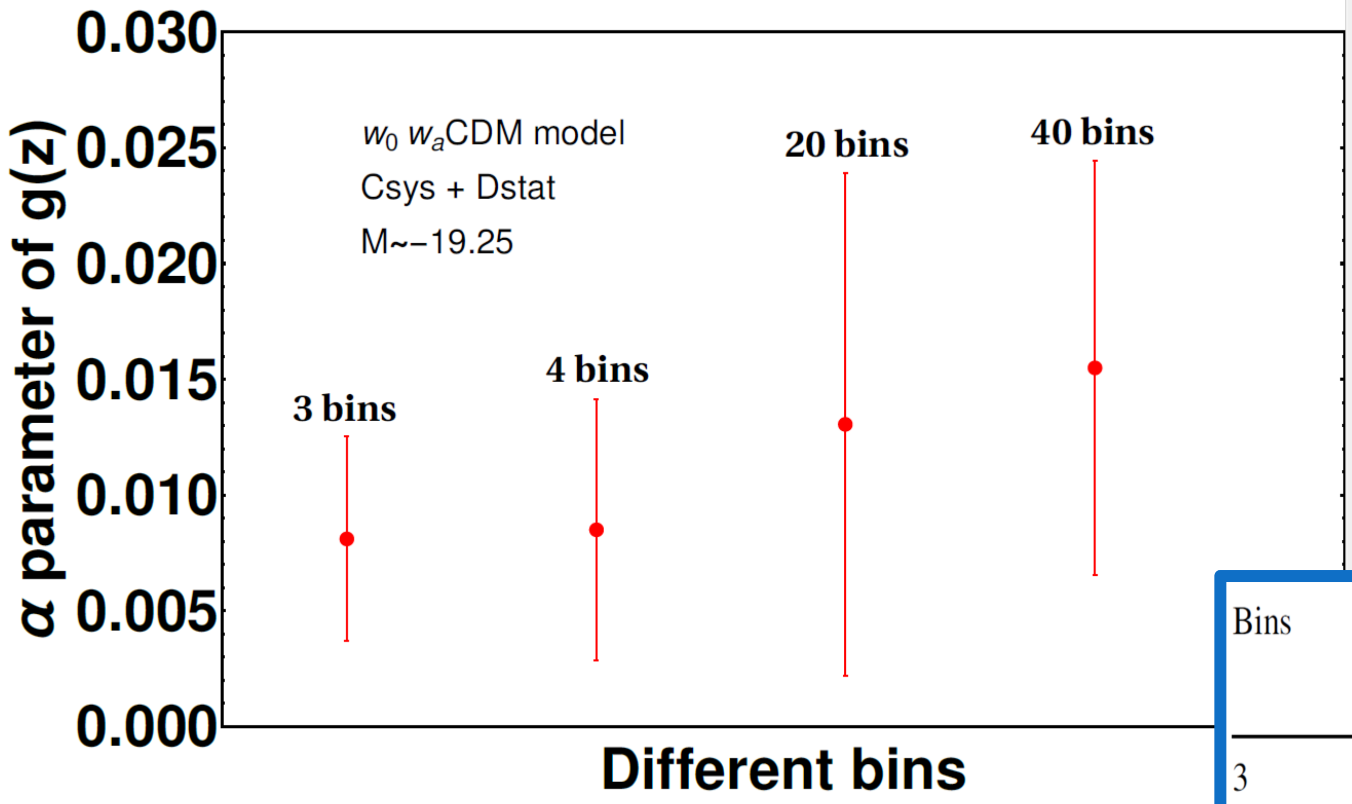
et al. (2021),

ApJ 912, 150





COSTANTE DI HUBBLE NON COSTANTE?



Debole ed inaspettata evoluzione di $H_0(z)$

DAINOTTI, DE SIMONE, **SCHIAVONE,** et al. (2021), ApJ 912, 150

$$H_0(z) = \frac{\tilde{H}_0}{(1+z)^\alpha}$$

$\alpha = 0 \;\; \rightarrow$ nessuna evoluzione

Intervallo di confidenza, 1 σ

RISULTATI DEL FIT – MODELLO $w_0 w_a$CDM

Bins	$\tilde{H}_0$ (km s^{-1} Mpc^{-1})	α	$\frac{\alpha}{\sigma_\alpha}$	M
3	73.576 ± 0.105	0.008 ± 0.004	1.9	−19.244 ± 0.005
4	73.513 ± 0.142	0.008 ± 0.006	1.2	−19.246 ± 0.004
20	73.192 ± 0.265	0.013 ± 0.011	1.9	−19.262 ± 0.018
40	73.678 ± 0.223	0.015 ± 0.009	1.7	−19.250 ± 0.022

VALORI ESTRAPOLATI AD ALTI REDSHIFT

Modello $w_0 w_a$CDM

Bins	$H_0(z = 11.09)$ (km s^{-1} Mpc^{-1})	$H_0(z = 1100)$ (km s^{-1} Mpc^{-1})
3	72.104 ± 0.766	69.516 ± 2.060
4	71.975 ± 1.020	69.272 ± 2.737
20	70.852 ± 1.937	66.804 ± 5.093
40	70.887 ± 1.595	66.103 ± 4.148

$$\boxed{H_0(z) = \frac{\widetilde{H}_0}{(1+z)^{\alpha}}}$$

Compatibile in 1 σ con le misure della CMB di Planck al redshift della superficie di ultimo scattering z=1100

$$H_0^{[PLANCK]} = (67.4 \pm 0.5) km\, s^{-1}\, Mpc^{-1}$$

DAINOTTI, DE SIMONE, **SCHIAVONE,** et al. (2021), ApJ 912, 150

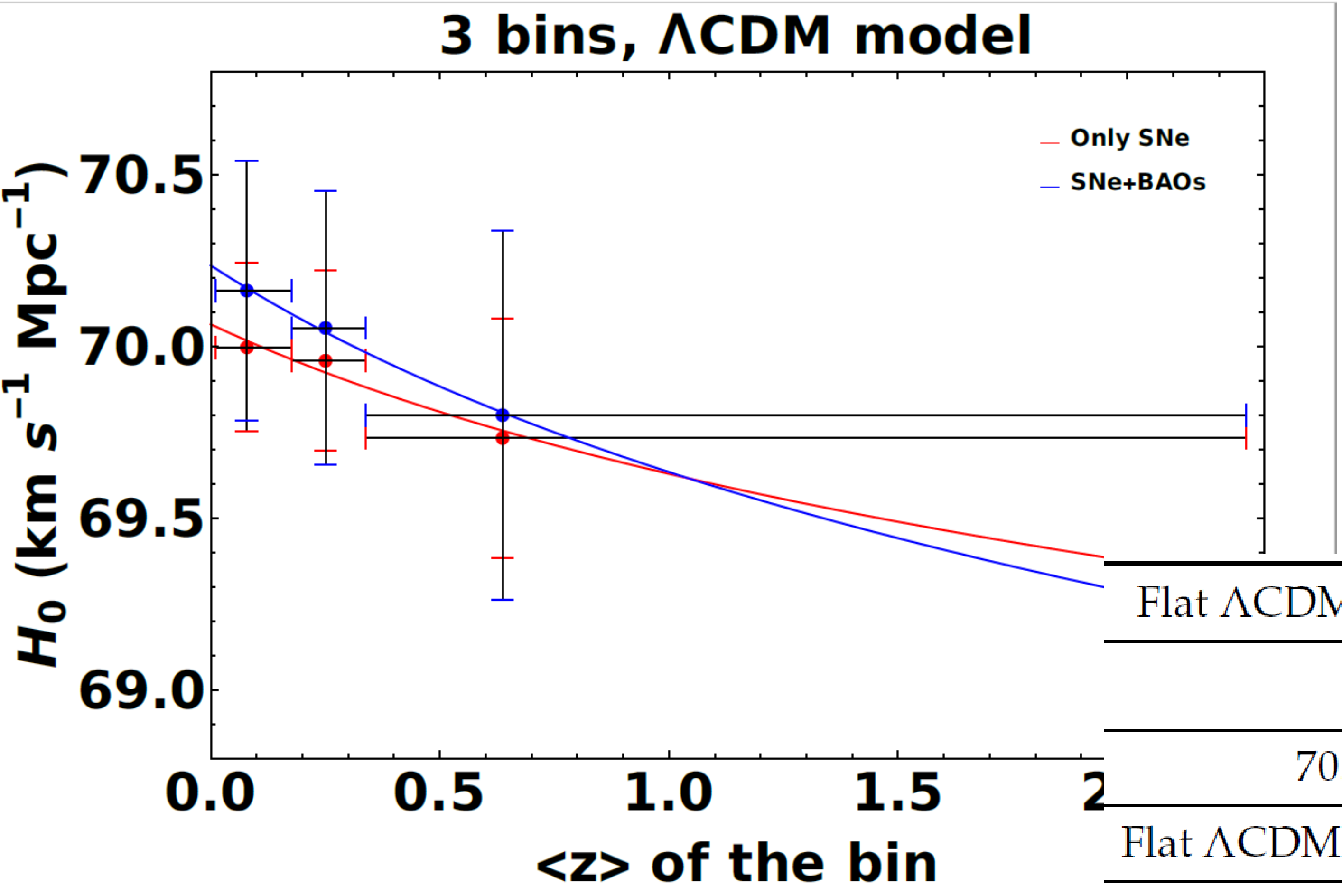
SNe + BAOs, ANALISI IN BIN

- 3 intervalli di redshift (≈ 350 SNe in ciascun bin)
- Due parametri liberi per MCMC
  H_0 e Ω_{m0} per il modello ΛCDM
  H_0 e w_a per il modello $w_0 w_a$CDM
- $M = -19.35$ tale che localmente (nel primo bin) si ha:
  $$H_0 = 70.0\ km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}$$
  (valore convenzionale per il Pantheon sample)
- Si includono nuove probes, BAOs

- Prior Gaussiane:
  $\mu(H_0) = 70.393\ km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}$
  $\sigma(H_0) = 2 * 1.079\ km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}$
  $\mu(\Omega_{m0}) = 0.298 \qquad \sigma(\Omega_{m0}) = 2 * 0.022$
  [arXiv:1710.00845 in 2 σ]
  $\mu(w_a) = -0.129$
  $\sigma(w_a)$: 20 % deviazione dal valore centrale
- Fissato $w_0 = -0.905$ arXiv:1710.00845

DAINOTTI, DE SIMONE, **SCHIAVONE,** et al. (2022), Galaxies 2022, 10, 24

SNe + BAOs, ANALISI IN BIN



$$H_0(z) = \frac{\widetilde{H}_0}{(1+z)^{\alpha}}$$

$\alpha = 0 \;\rightarrow$ nessuna evoluzione

Intervalli di confidenza, 1 σ

Flat ΛCDM model, without BAOs, varying H_0 and Ω_{0m}		
$\widetilde{H}_0$	α	α/σ_α
70.093 ± 0.102	0.009 ± 0.004	2.0
Flat ΛCDM model, including BAOs, varying H_0 and Ω_{0m}		
$\widetilde{H}_0$	α	α/σ_α
70.084 ± 0.148	0.008 ± 0.006	1.2

DAINOTTI, DE SIMONE, **SCHIAVONE,** et al. (2022), Galaxies 2022, 10, 24

RELATIVITÁ GENERALE

$$G_{\mu\nu} = \chi\, T_{\mu\nu}$$

Energia oscura → modifica delle sorgenti

GRAVITÁ MODIFICATA $f(R)$

$$G_{\mu\nu} = \chi\, T_{\mu\nu}$$

Modifica geometrica della teoria gravitazionale

$\mathcal{L}_{EH} = R$ Einstein-Hilbert	Densità di Lagrangiana gravitazionale	$\mathcal{L}_g = f(R)$ Grado di libertà extra
$S_{EH} = \frac{1}{2\chi}\int_\Omega d^4x\,\sqrt{-g}\,R$	Azione gravitazionale	$S_g = \frac{1}{2\chi}\int_\Omega d^4x\,\sqrt{-g}\,f(R)$
$G_{\mu\nu} = \chi\, T_{\mu\nu}$	Eq. del campo gravitazionale	$f'(R)\,R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\,f(R)\,g_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}\,g^{\rho\sigma}\,\nabla_\rho\nabla_\sigma f'(R) - \nabla_\mu\nabla_\nu f'(R) = \chi\, T_{\mu\nu}$

NOJIRI & ODINTSOV (2006), eConf C0602061, 06

SOTIRIOU & FARAONI (2010), Rev. Mod. Phys. 82, 451

R: scalare di Ricci

$$f'(R) \equiv \frac{df}{dR}$$

∇_μ: derivata covariante

TEORIE DI GRAVITÁ MODIFICATA $f(R)$

Modifica geometrica della teoria gravitazionale

$$\mathcal{L}_g = f(R) = \mathrm{R} + \mathrm{F}(R)$$

Deviazione dalla teoria di Einstein-Hilbert

Eq. del campo gravitazionale modificate

$$f'(R)\, R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} f(R)\, g_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}\, g^{\rho\sigma}\, \nabla_\rho \nabla_\sigma f'(R) - \nabla_\mu \nabla_\nu f'(R) = \chi\, T_{\mu\nu}$$

$$G_{\mu\nu} = \chi \left(T_{\mu\nu} + T_{\mu\nu}^{[F]} \right)$$

Modifica esplicita delle equazioni di Einstein-Hilbert

I contributi geometrici non-Einsteiniani possono essere considerati come una sorgente efficace di materia

$$T_{\mu\nu}^{[F]} = -\frac{1}{\chi} \left[F'(R)\, R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} F(R)\, g_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}\, g^{\rho\sigma}\, \nabla_\rho \nabla_\sigma F'(R) - \nabla_\mu \nabla_\nu F'(R) \right]$$

MODELLO $f(R)$ DI HU-SAWICKI

Formalismo metrico $f(R)$

$$n = 1 \qquad f(R) = R - m^2 \frac{c_1 \frac{R}{m^2}}{c_2 \frac{R}{m^2} + 1}$$

Jordan frame (formalismo equivalente scalar-tensoriale)

$$V(\phi) = \frac{m^2}{c_2}\left[c_1 + 1 - \phi - 2\sqrt{c_1\,(1-\phi)}\right]$$

c_1, c_2 parametri $\qquad m^2 \equiv \frac{\chi\,\rho_{m0}}{3} = H_0^2\,\Omega_{m0}$

- Costante cosmologica per $R \gg m^2$

$$f(R) \approx R - 2\Lambda_{eff} \quad \text{con} \quad \Lambda_{eff} = \frac{c_1}{c_2}\,m^2$$

- Si vincolano i parametri, considerando ΛCDM come caso limite con $f(R) = R + F(R)$

$$\frac{c_1}{c_2} \approx 6\,\frac{\Omega_{0\Lambda}}{\Omega_{0m}} \quad \text{e} \quad F_R(z=0) = \left(\frac{dF}{dR}\right)_{z=0} = -\frac{c_1}{c_2^2}\left[3\left(1 + 4\,\frac{\Omega_{0\Lambda}}{\Omega_{0m}}\right)\right]^{-2} \quad \text{con} \quad |F_R(z=0)| \lesssim 10^{-7}$$

Liu, T., Zhang, X., & Zhao, W., Phys. Lett. B, 777, 286 (2018)

DISTANZA DI LUMINOSITÁ IN GRAVITÁ $f(R)$

$$d_L(z) = \frac{(1+z)}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_{m0}\left[(1+z')^3 + y_H(z')\right]}}$$

(arXiv: 0705.1158)

Variabili adimensionali

$$y_H = \frac{H^2}{m^2} - (1+z)^3$$

$$y_R = \frac{R}{m^2} - 3\,(1+z)^3$$

$y_H(z)$ racchiude le informazioni per uno specifico modello f(R).

Le equazioni di campo modificate possono essere risolte numericamente in termini di y_H, y_R e le loro derivate

Condizioni iniziali: z_i

$$y_H(z_i) = \frac{\Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{m0}}$$

$$y_R(z_i) = 12\,\frac{\Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{m0}}$$

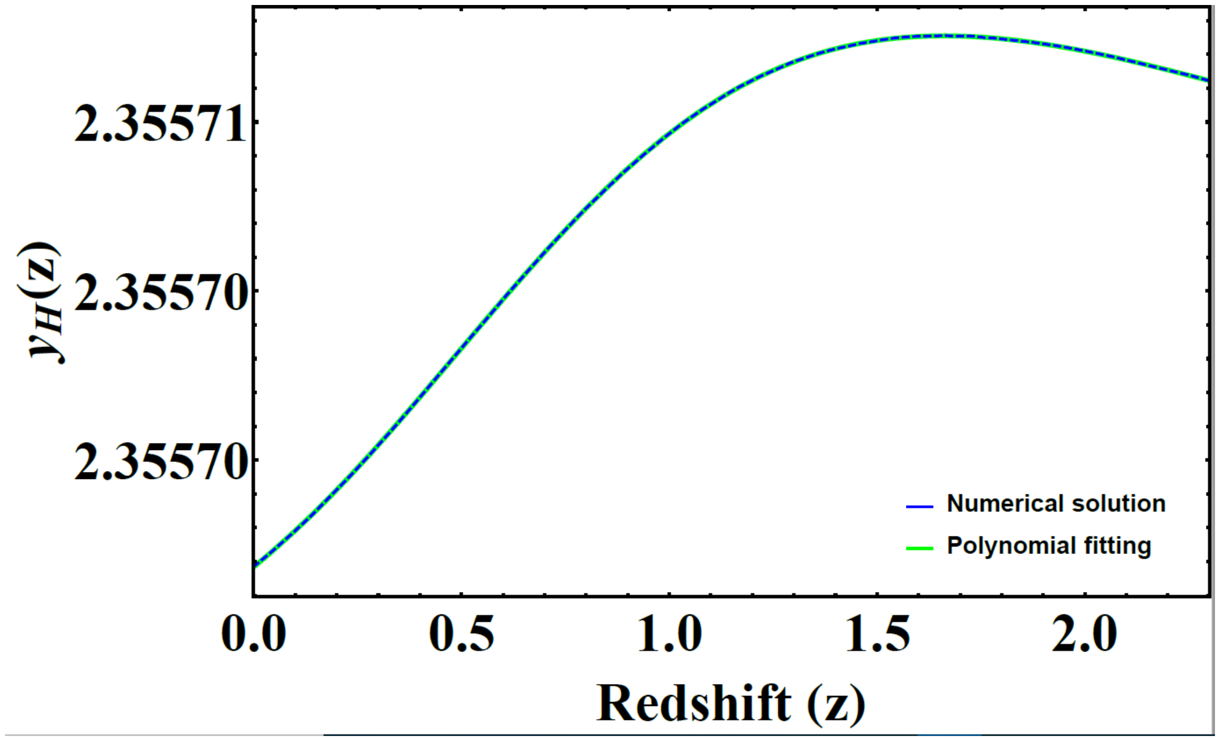
ANALISI IN BIN CON IL MODELLO f(R) DI HU-SAWICKI

$$f(R) \equiv R + F(R) = R - m^2 \frac{c_1 \frac{R}{m^2}}{c_2 \frac{R}{m^2} + 1}$$

$$y_H = \frac{H^2}{m^2} - (1+z)^3$$

$y_H(z)$ racchiude le informazioni per uno specifico modello f(R).

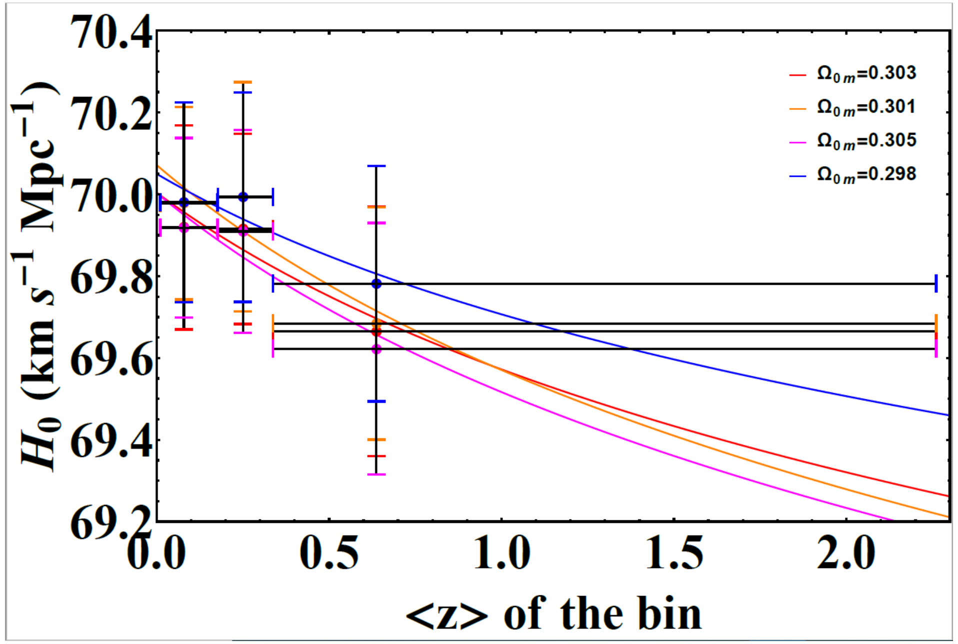
Le equazioni di campo modificate possono essere risolte numericamente in termini di y_H, y_R e le loro derivate



$$d_L(z) = \frac{(1+z)}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_{m0}\left[(1+z')^3 + y_H(z')\right]}}$$

$\frac{c_1}{c_2} \approx 6 \frac{\Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{m0}}$ e $F_R(z=0) = \left(\frac{dF}{dR}\right)_{z=0} = -\frac{c_1}{c_2^2}\left[3\left(1 + 4\frac{\Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{m0}}\right)\right]^{-2}$ con $|F_R(z=0)| \lesssim 10^{-7}$

ANALISI IN BIN CON IL MODELLO f(R) DI HU-SAWICKI



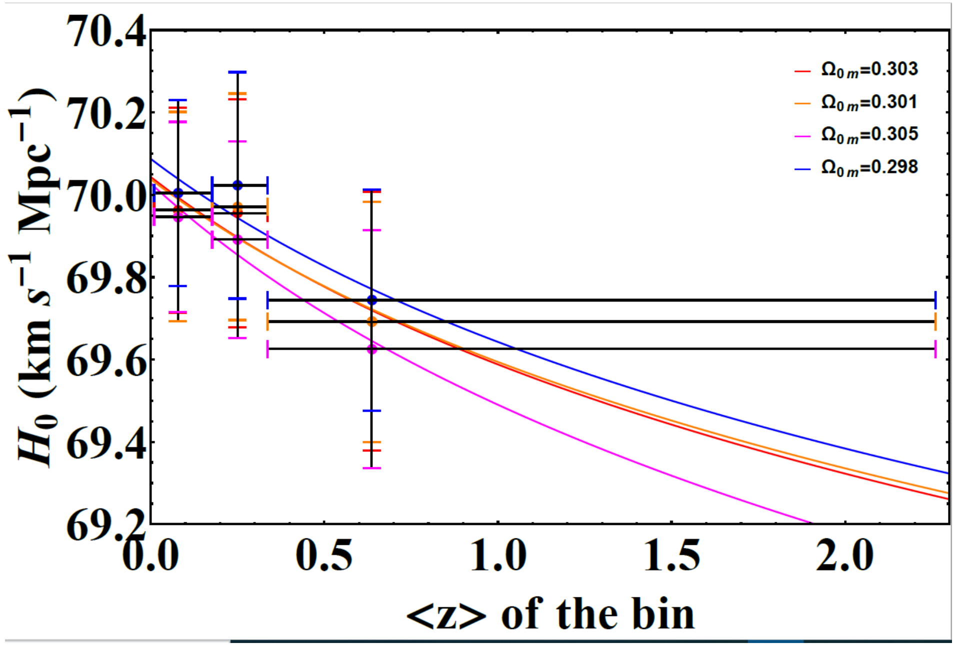


Figure 6. The Hubble constant versus redshift plots for the three bins of SNe Ia only, considering the Hu–Sawicki model. **Upper left panel.** The condition of $F_{R0} = -10^{-7}$ is applied to the case of SNe only, with the different values of $\Omega_{0m} = 0.301, 0.303, 0.305$. **Upper right panel.** The same of the upper left, but with the contribution of BAOs. **Lower left panel.** The SNe only case with the $F_{R0} = -10^{-4}$ condition, considering the different values of $\Omega_{0m} = 0.301, 0.303, 0.305$. **Lower right panel.** The same as the lower left, but with the contribution of BAOs. The orange color refers to $\Omega_{0m} = 0.301$, the red to $\Omega_{0m} = 0.303$, the magenta to $\Omega_{0m} = 0.305$, and the blue to $\Omega_{0m} = 0.298$.

DAINOTTI, DE SIMONE, **SCHIAVONE,** et al. (2022),

Galaxies 2022, 10, 24

COSTANTE DI HUBBLE EFFICACE IN GRAVITÁ $f(R)$

Soluzione analitica approssimata:

$$\phi(z) = K(1+z)^{2\alpha}$$

$$H_0^{\text{eff}}(z) = \frac{H_0}{\sqrt{K\,(1-2\,\alpha)}\,(1+z)^{\alpha}}$$

$\phi(0) = K = 1 - 10^{-7}$

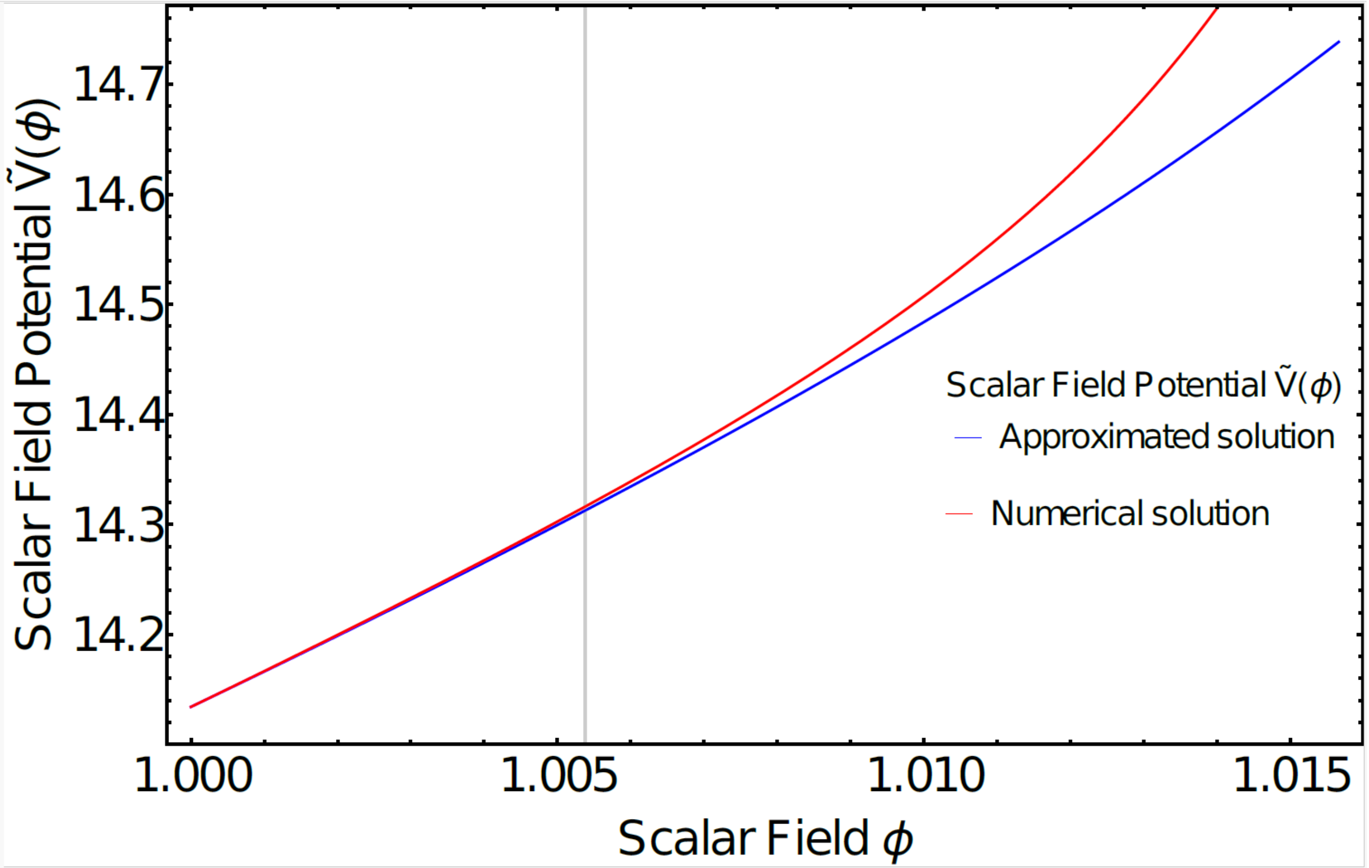
$\alpha = 1.1 \times 10^{-2}$

$H_0 = 72.2\ \text{km s}^{-1}\ \text{Mpc}^{-1}$

Per conciliare $H_0^{[CMB]}$ e $H_0^{[loc]}$

$\Omega_{m0} = 0.298$

$\tilde{V}(\phi = K) = \tilde{V}(z=0) = 6\frac{1-\Omega_{m0}}{\Omega_{m0}}$ ΛCDM oggi



$$\tilde{V}(\phi) = \tilde{V}(\phi = K) + \frac{6\alpha}{1-\alpha}\left\{\frac{2+\alpha}{\alpha}\frac{1-\Omega_{m0}}{\Omega_{m0}}\ln\left(\frac{\phi}{K}\right) + \frac{1+2\alpha}{3}\left[\left(\frac{\phi}{K}\right)^{\frac{3}{2\alpha}} - 1\right]\right\}$$

SCHIAVONE, MONTANI, & BOMBACIGNO (2023), MNRAS Letters, 522, L72-L77

COSTANTE DI HUBBLE EFFICACE IN GRAVITÁ $f(R)$

Il profilo $f(R)$ a bassi redshift

Per $z \ll 1$:

$$\phi(z) \approx K(1 + 2\,\alpha\,z) + O(z^3)$$

$$\tilde{V}(\phi) \approx \tilde{V}(K) + A_1\,(\phi - K) + A_2(\phi - K)^2 + O[(\phi - K)^3]$$

dove le costanti adimensionali A_i e B_i sono legate algebricamente ai valori di α, Ω_{m0} e K

Relazioni nel Jordan frame

$$R = \frac{dV}{d\phi} \qquad V(\phi) = R(\phi)\phi - f(R(\phi))$$

$$f(R) \approx m^2\,B_0 + B_1\,R + B_2\,\frac{R^2}{m^2}$$

Soluzione approssimate per $z \ll 1$: $f(R)$ – quadratic gravity

Si può mostrare che si riottiene ΛCDM per $\alpha \to 0$ e $K \to 1$

SCHIAVONE, MONTANI, & BOMBACIGNO (2023), MNRAS Letters, 522, L72-L77