

# Scuola di dottorato LNF 2023: Misure di ottica degli acceleratori circolari

Antonio De Santis  
antonio.desantis@lnf.infn.it

April 2023

## Abstract

Compendio pratico per le misure di ottica di macchina effettuate in sala controllo DAFNE.

## 1 Misura della dispersione

Il discostamento dall'orbita nominale di una particella con una deviazione di impulso  $\delta = \Delta P/P_0$  é descritto da:

$$x(s) = D_x(s)\delta \quad (1)$$

Dove  $D_x(s)$  é la dispersione dell'ottica. Pertanto la misura della dispersione puo essere facilmente ricavata dall'orbita in differenza tra due diverse energie. Una piccola variazione di energia viene introdotta per mezzo della variazione della frequenza RF da cui consegue:

$$\delta = -\frac{1}{\alpha_c - \gamma^{-2}} \frac{\Delta f_{RF}}{f_{RF}} \quad (2)$$

Il fattore  $\alpha_c$  prende il nome di "momentum compaction" e rappresenta la variazione della lunghezza dell'orbita rispetto alla variazione dell'energia.

Nei collisori come DAFNE il fattore di Lorentz  $\gamma$  é in genere trascurabile:

$$\gamma = E/m \quad 510\text{MeV}/0.511\text{MeV} \simeq 1000 \gg 1$$

Pertanto la relazione diventa:

$$D(s) = -\alpha_c \frac{\Delta x(s)}{\Delta f_{RF}/f_{RF}} \quad (3)$$

## 2 Cromatismo

Il cromatismo rappresenta la dipendenza del tune dell'oscillazione di betatrone  $Q_{x,y}$  rispetto all'energia:

$$Q'_{x,y} = \frac{\Delta Q_{x,y}}{\Delta p/p} = - \left( \alpha_c - \frac{1}{\gamma^2} \right) \frac{\Delta Q_{x,y}}{\Delta f_{RF}/f_{RF}} \quad (4)$$

Anche in questo caso, il fattore di Lorentz può essere trascurato e quindi:

$$Q'_{x,y} = -\alpha_c \frac{\Delta Q_{x,y}}{\Delta f_{RF}/f_{RF}} \quad (5)$$

Il cromatismo dipende dall'ottica dell'anello. In questo caso la misura si riferisce al cromatismo "corretto", cioè il valore risultante dall'azione combinata di tutti gli elementi lineari (quadrupoli) e non lineari (sestupoli) presenti sull'anello. I sestupoli vengono utilizzati proprio per correggere il cromatismo "naturale", cioè relativo ai soli contributi quadrupolari dell'anello. Tale valore infatti, essendo molto elevato, porrebbe dei problemi di accettazione per il fascio accumulato e quindi ne limiterebbe di molto la carica totale.

## 3 Ampiezza di betatrone

L'ampiezza di betatrone a DAFNE viene misurata utilizzando la dipendenza tra la variazione di tune ( $\Delta Q_{x,y}$ ) e la variazione della forza di un quadrupolo ( $\Delta K$ ).

$$\beta_{x,y} = \pm \frac{2}{\Delta K} \{ \cot(2\pi Q_{x,y}) [1 - \cos(2\pi \Delta Q_{x,y})] + \sin 2\pi \Delta Q_{x,y} \} \quad (6)$$

Trattandosi in generale di variazioni piccole ( $\Delta Q_{x,y} \ll 1$ ) e operando l'anello in condizioni di stabilità, lontano quindi da risonanze "interi" ( $\cot(2\pi Q_{x,y}) \leq 1$ ), si ricava:

$$\beta_{x,y} \simeq \pm 4\pi \frac{\Delta Q_{x,y}}{\Delta K} \quad (7)$$

## 4 Orbita di un correttore

La variazione di orbita indotta da un correttore (dipolo di bassa intensità) è data dalla relazione:

$$\Delta x_{co}(s) = \theta \frac{\sqrt{\beta(s)\beta(s_0)} \cos(|\phi(s) - \phi(s_0)| - \pi Q)}{2 \sin(2\pi Q)} + \Delta\theta \frac{D(s)D(s_0)}{(\alpha_c - 1/\gamma^2)C} \quad (8)$$

Dove  $s_0$  si riferisce alla posizione del correttore,  $\theta$  alla deviazione che questo produce con una data variazione di campo,  $|\phi(s) - \phi(s_0)|$  alla differenza di fase di betatrone fra la posizione del correttore e quella nella quale si vuole conoscere/misurare la variazione d'orbita.

## 5 Allineamento di un quadrupolo

L'allineamento degli elementi magnetici é un aspetto molto critico per gli acceleratori circolari. Piccoli errori possono causare effetti catastrofici sulla stabilit  e sulla qualit  dei fasci accumulati e di conseguenza compromettere il funzionamento stesso dell'acceleratore. Le tecniche di allineamento meccanico consentono di ottenere precisioni dell'ordine delle decine/centinaia di micron. A questo deve aggiungersi la tolleranza tra le misure meccaniche e quelle magnetiche con cui vengono determinati i centri e gli assi magnetici degli elementi rispetto ai riferimenti meccanici degli stessi. In alcuni contesti la precisione meccanica non   sufficiente e pertanto la verifica dell'allineamento e le eventuali correzioni devono essere introdotte sull'orbita/traiettoria dell'acceleratore. Inoltre la precisione di allineamento in fase di installazione potrebbe non essere riproducibile nelle fasi di operazione successive durante le quali potrebbero essere richiesti lo spostamento di alcuni elementi e/o degli interventi di ripristino a causa di eventi esterni (*ex. terremoti, incidenti, riparazioni*) che potrebbero alterare la posizione degli elementi nel tempo. Andiamo quindi a considerare come fare ad affrontare queste eventualit .

Nel caso sia presente un offset tra il centro magnetico di un quadrupolo e l'orbita del fascio ( $-x_q$ ) un'eventuale variazione del campo integrato del quadrupolo ( $\Delta K$ ) comporter  la comparsa di un termine dipolare prima assente:

$$\theta = \Delta K x_q \quad (9)$$

La presenza di questo termine, indurr  una variazione d'orbita come visto nel paragrafo precedente, che a sua volta cambier  l'orbita sul quadrupolo di interesse (e potenzialmente anche su tutti gli altri elementi, che in prima approssimazione trascureremo). Pertanto, in condizioni di equilibrio avremo:

$$\theta \simeq \Delta K x_q - K \Delta x \quad (10)$$

Andando a considerare l'eq. 8 nella posizione del quadrupolo stesso ( $s = s_0$ ) e assumendo di trascurare la dispersione (condizione potenzialmente vera per alcuni quadrupoli ma non per tutti) si ricava:

$$\Delta x = (\Delta K x_q - K \Delta x) \frac{\beta}{2 \tan(\pi Q)} \quad (11)$$

Risolvendo questa equazione rispetto alla variazione di orbita osservata si ottiene:

$$\Delta x = x_q \Delta K \left( \frac{\beta/2 \tan(\pi Q)}{1 + K\beta/2 \tan(\pi Q)} \right) \quad (12)$$

Questa relazione, assumendo di conoscere le ampiezze di betatrone sul quadrupolo e che l'effetto della variazione del campo integrato sia trascurabile sulla stessa, ci consente di determinare il disallineamento  $x_q$  rispetto all'orbita attuale e quindi introdurre un opportuno "bump" localizzato nell'orbita per correggere questo effetto, se indesiderato.