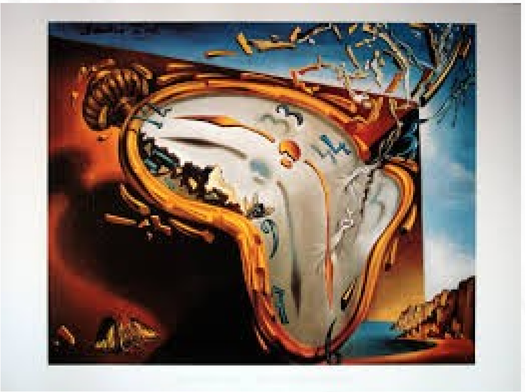
Meccanica Quantistica e Relatività

Davide Meloni
Dipartimento di Matematica e Fisica
Università degli Studi Roma Tre

24 Marzo 2023

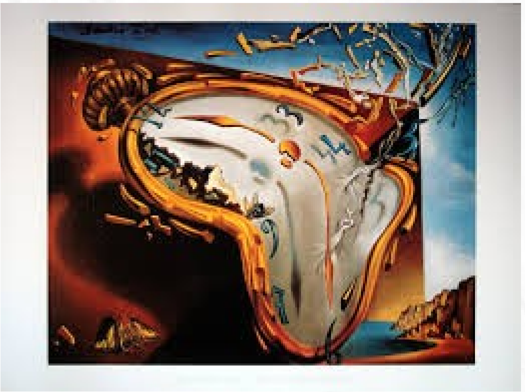
RELATIVITA'

Provocazione…

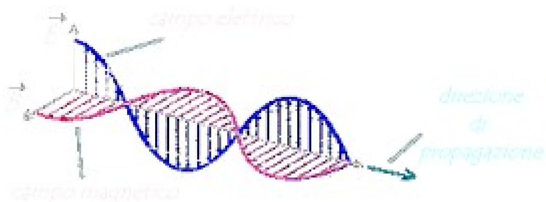


Provocazione...

Il vostro orologio fa tic-tac piu' velocemente di quelli di persone in viaggio...



Velocita' della Luce



la luce impiega circa 1 secondo
ad arrivare sulla Terra

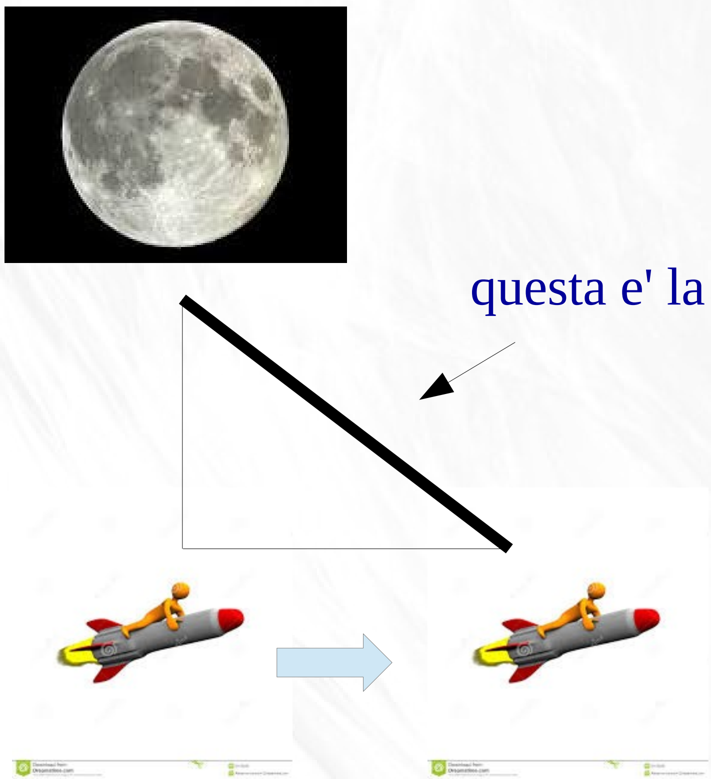
$$\boxed{t=s/v}$$

s ~ 384400 km

v ~ 300000 km/s

usiamo il simbolo c

Velocita' della Luce



questa e' la nuova distanza tra noi e la Luna

t = nuova distanza/c

Velocita' della Luce

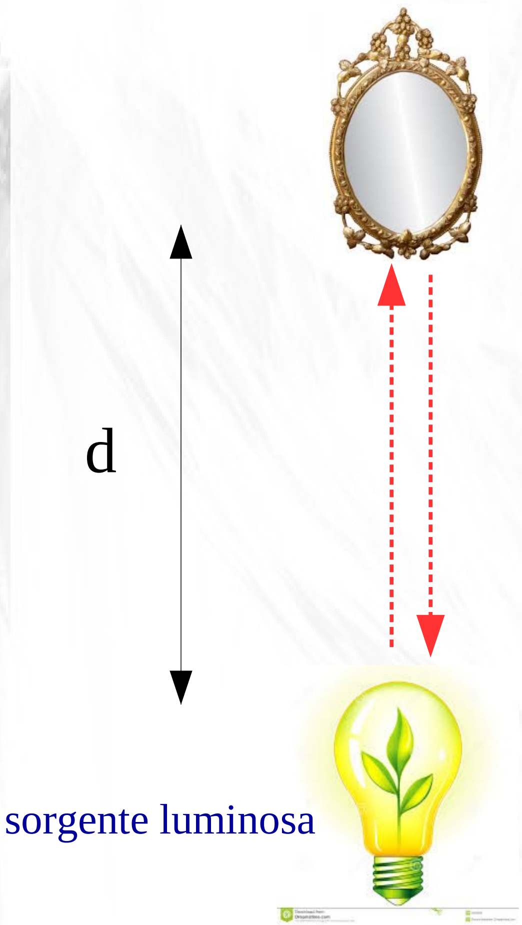
t = nuova distanza/velocita' della luce

Il ragionamento nasconde una assunzione *fondamentale:*

anche se ci troviamo sul razzo in moto rispetto alla Terra, la velocita' della Luce ha sempre il valore di circa 300000 Km/s

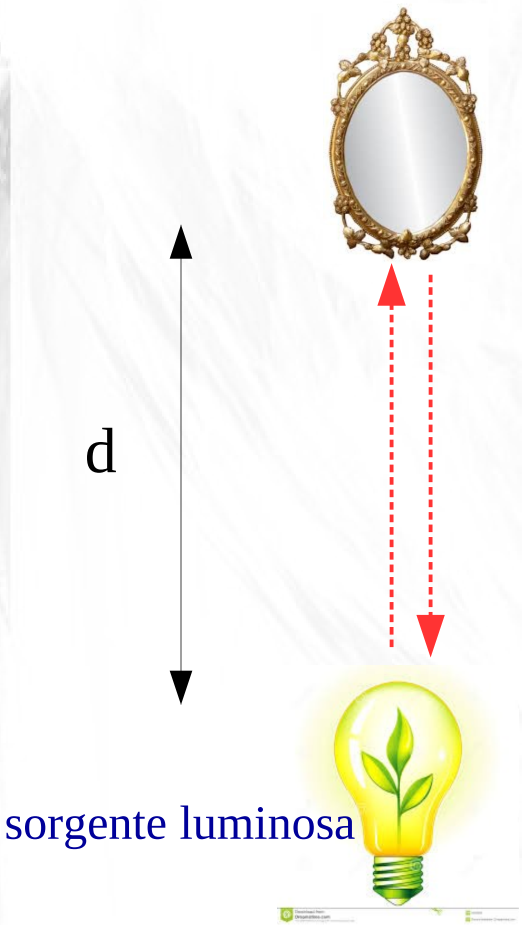
- non sempre nella storia della fisica questo punto e' stato chiaro
- sorprendenti implicazioni:
  nuova legge di addizione delle velocita’

Qualcosa sul tempo...



specchio e lampadina sono fermi l'uno rispetto all'altro

Qualcosa sul tempo...



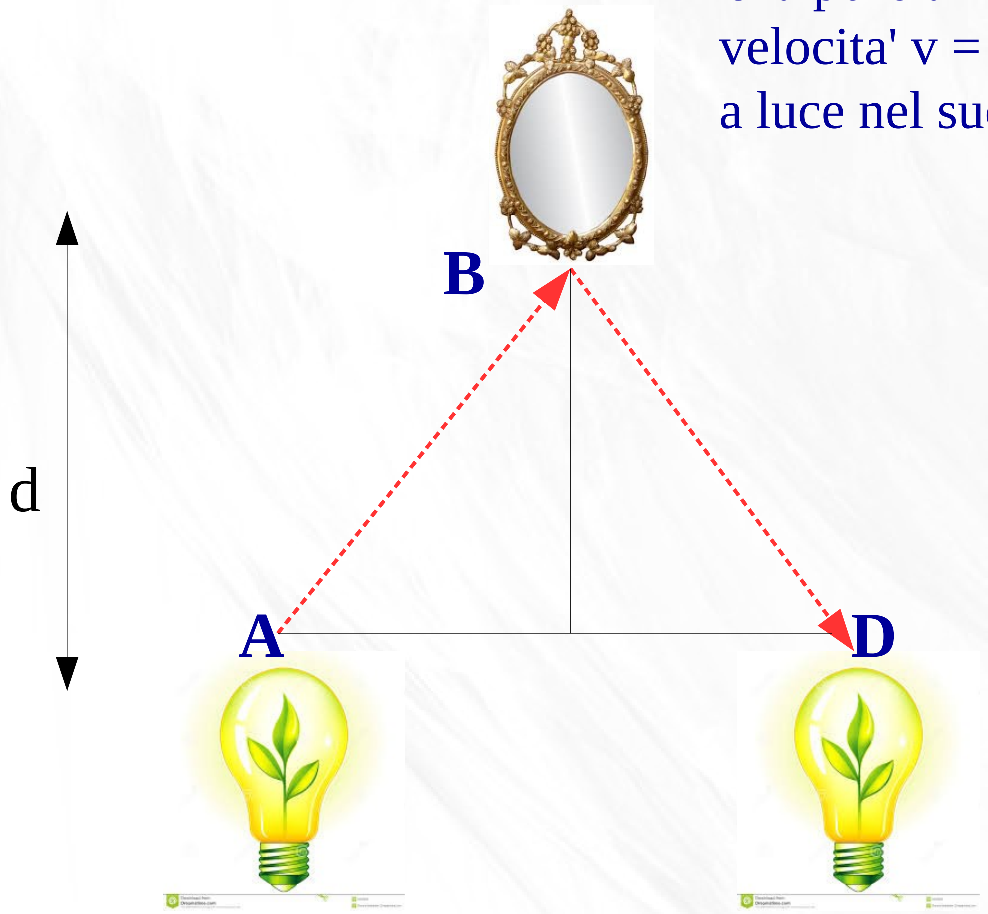
specchio e lampadina sono fermi l'uno rispetto all'altro

$$2d = c\,\tau$$

τ e' il tempo segnato da un orologio solidale con la sorgente luminosa

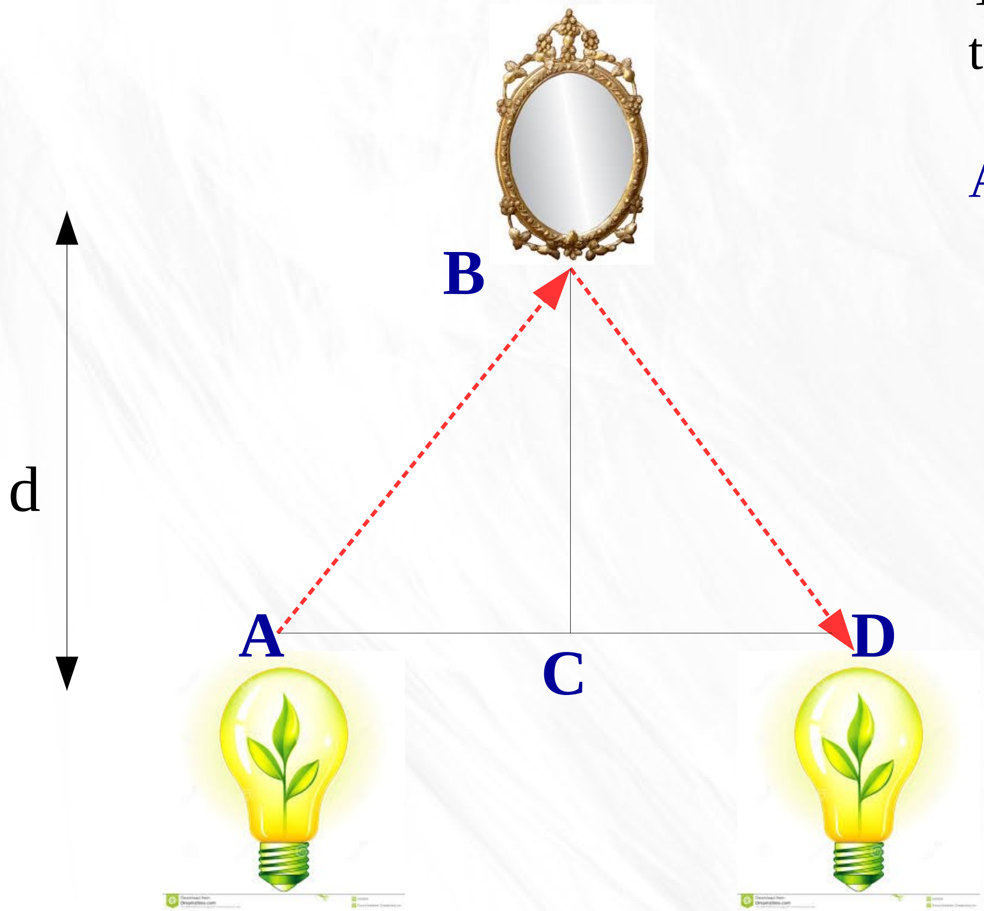
Qualcosa sul tempo...

Ora pensiamo alla sorgente che si muove con velocita' v = AD/t e chiediamoci quanto impiega a luce nel suo viaggio di andata e ritorno



Voi siete in B

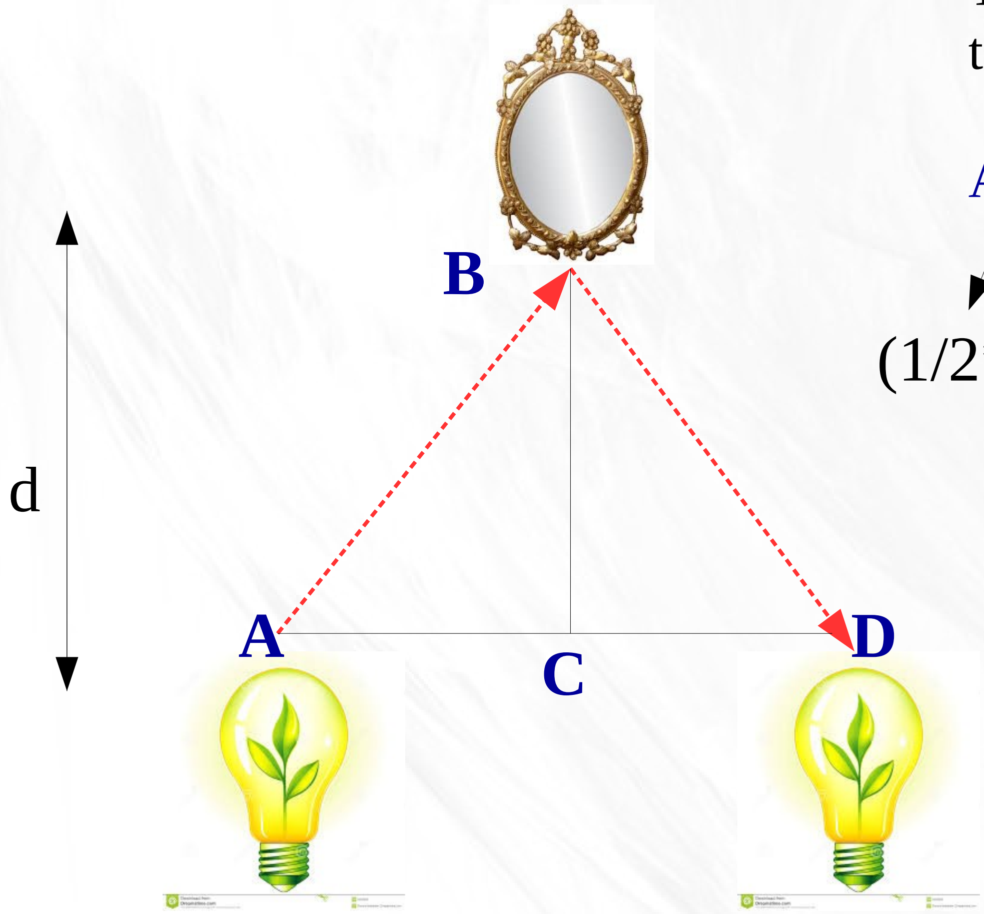
Qualcosa sul tempo...



Teorema di Pitagora applicato al triangolo ABC:

$AB^2 = AC^2+BC^2$

Qualcosa sul tempo...



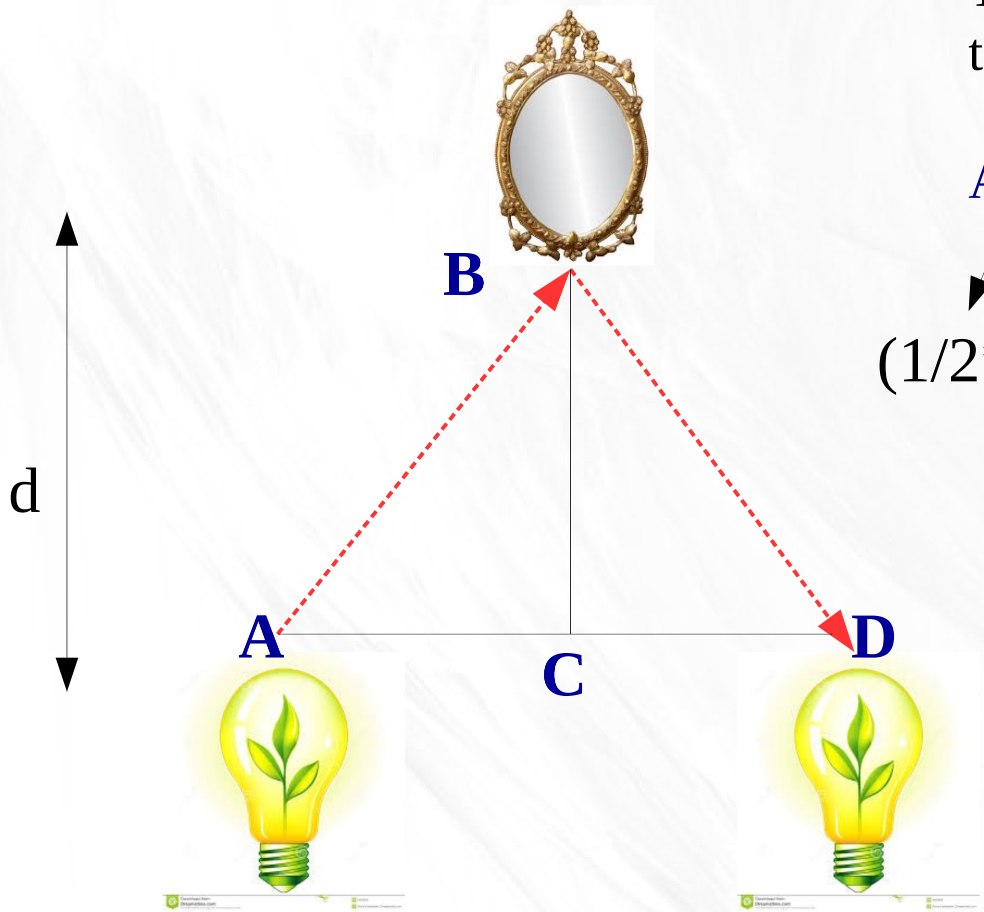
Teorema di Pitagora applicato al triangolo ABC:

$$AB^2 = AC^2+BC^2$$

$$(1/2*c\,t)^2 \qquad d^2$$

t e’ il tempo misurato da voi

Qualcosa sul tempo...



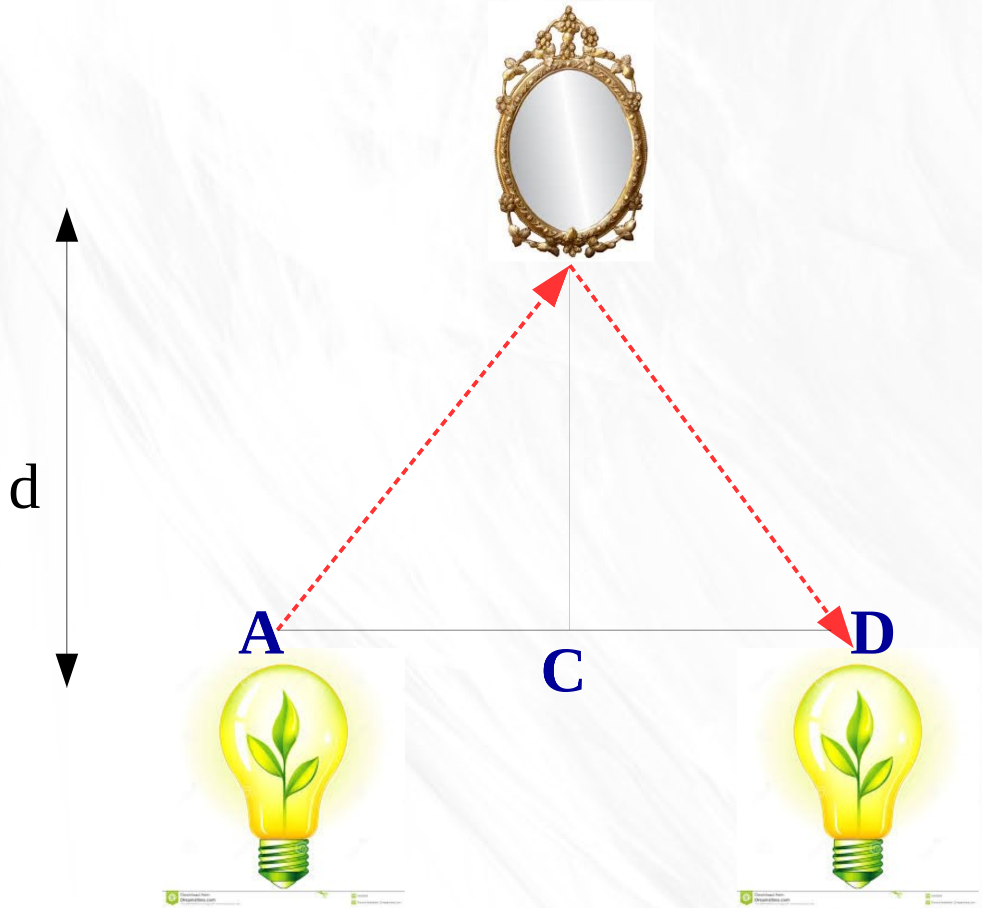
Teorema di Pitagora applicato al triangolo ABC:

$$\underbrace{AB^2}_{(1/2*c\,t)^2} = AC^2+\underbrace{BC^2}_{d^2}$$

$$\boxed{c\,t = 2\sqrt{d^2 + AC^2}}$$

Qualcosa sul tempo...

$$c\,t = 2\sqrt{d^2 + AC^2}$$

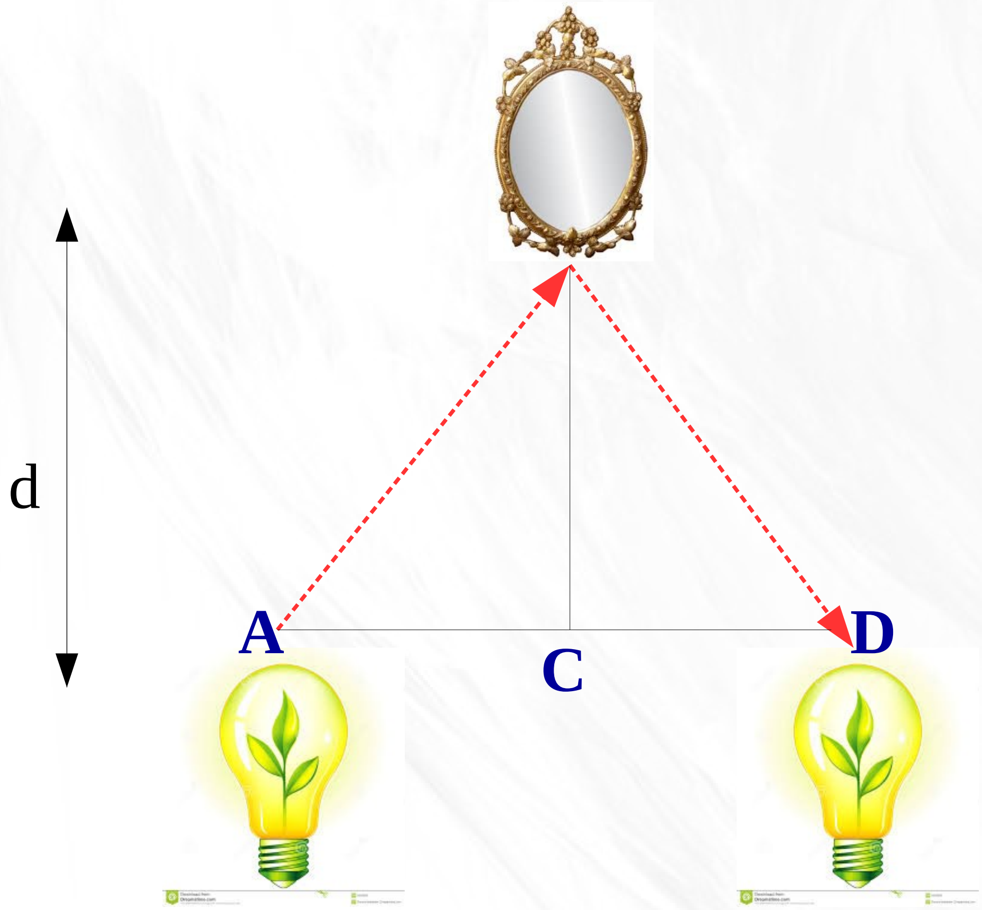


t = tempo segnato da un orologio nel riferimento in cui la sorgente luminosa e' in moto

o equivalentemente

tempo segnato dal vostro orologio che osserva il fenomeno

Qualcosa sul tempo...



$$c\,t=2\sqrt{d^2+AC^2}$$

usiamo $2d = c\,\tau$

$AC=AD/2$

$$c\,t=\sqrt{c^2\,\tau^2+AD^2}$$

$v = AD/t$

Qualcosa sul tempo...

$$\tau = \sqrt{t^2 - \frac{AD^2}{c^2}} = t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

il tempo segnato da un orologio solidale con la sorgente luminosa

tempo segnato da un orologio nel riferimento in cui la sorgente luminosa e' in moto: ***il vostro orologio***

Qualcosa sul tempo...

$$\tau = \sqrt{t^2 - \frac{AD^2}{c^2}} = t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

il tempo segnato da un orologio solidale con la sorgente luminosa

tempo segnato da un orologio nel riferimento in cui la sorgente luminosa e' in moto

Esempio di inizio lezione:

v= 1 m/s = 0.001 Km/s → v/c = 3.3 miliardesimi → **τ =~ t**

Se proprio vogliamo dare un numero:

$(\tau / t)^2$ = 1- 0.00000000000000001

Qualcosa sul tempo...

$$\tau = \sqrt{t^2 - \frac{AD^2}{c^2}} = t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

il tempo segnato da un orologio solidale con la sorgente luminosa

tempo segnato da un orologio nel riferimento in cui la sorgente luminosa e' in moto

Esempio piu' eclatante:

$v/c = 0.8 \rightarrow \tau = 0.6\ t$

quindi se l'orologio che si muove segna τ = 60 minuti

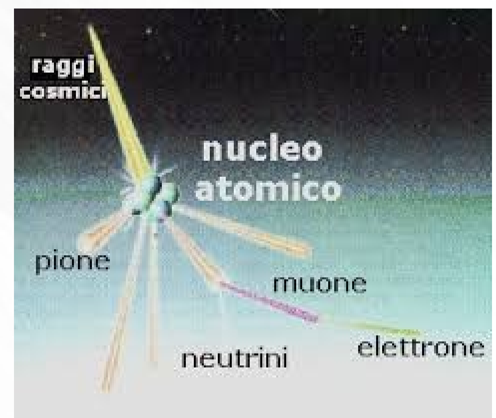
allora t = 60 / 0.6 = 100 minuti: tempo dilatato di 40 minuti!

Dilatazione temporale: decadimento dei muoni

si tratta di particelle instabili, prodotte nella parte alta della nostra atmosfera, e
che vivono *in media* 2.2 microsecondi,
cioe 0.0000022 secondi

$$\mu \rightarrow e\ \nu_e\ \nu_\mu$$

zoom



Dilatazione temporale: decadimento dei muoni

Supponiamo che i muoni viaggino a $v = 0.995c$

Ad esempio, dopo $\tau = 2.2\ \mu s$, essi hanno percorso $d_1 = v*\tau \sim 660$ m

L'atmosfera e' spessa circa 10 Km, quindi nessun muone dovrebbe raggiungere il livello del mare

invece se ne osservano molti!

Dilatazione temporale: decadimento dei muoni

La dilatazione relativistica e' all'opera

$$\tau = t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

tempo segnato da un orologio solidale con la sorgente *muonica*

tempo segnato da un orologio nel riferimento in cui la sorgente *muonica* e' in moto

Dilatazione temporale: decadimento dei muoni

La dilatazione relativistica e' all'opera

$$\tau = t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

tempo segnato da un orologio solidale con la sorgente *muonica*

tempo segnato da un orologio nel riferimento in cui la sorgente *muonica* e' in moto

$t = \tau /(1-v^2/c^2)^{1/2} = 2.2\ \mu s / (1-0.995^2)^{1/2} = 22\ \mu s$

vita media che noi attribuiamo ai muoni

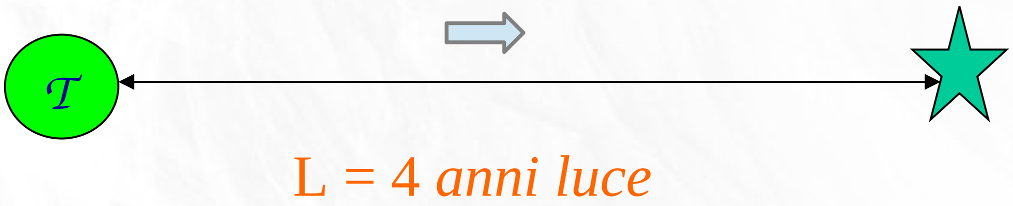
$\Downarrow$

$d_2 = v{*}t \sim 6.6$ Km

distanza percorsa dai muoni

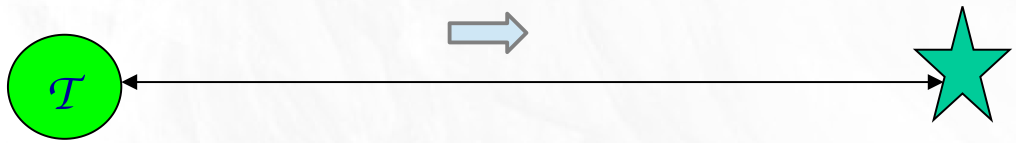
Ancora dilatazione: viaggi interstellari

Quanto tempo ***si impiega*** per arrivare a Proxima Centaury e tornare indietro ?



Ancora dilatazione: viaggi interstellari

Quanto tempo ***si impiega*** per arrivare a Proxima Centaury e tornare indietro ?

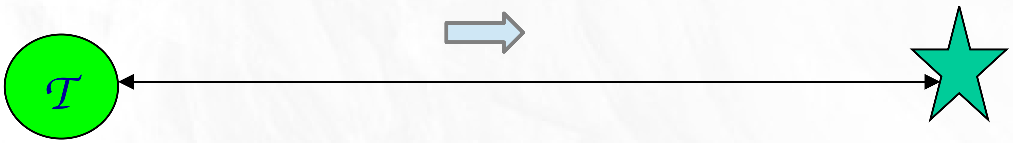


L = 4 *anni luce*

Impiega chi???

Ancora dilatazione: viaggi interstellari

Quanto tempo ***si impiega*** per arrivare a Proxima Centaury e tornare indietro ?



L = 4 *anni luce*

Impiega chi???

Se restiamo sulla Terra e guardiamo l'astronave partire:

se $v=0.8\ c$ ⇒ t=L/v = 4 y c /(0.8 c) = il viaggio dura 5 anni + 5 anni

Ancora dilatazione: viaggi interstellari

Per l'astronauta:

$$\tau = t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

tempo segnato da un orologio solidale con *l'astronauta*

tempo segnato da un orologio nel riferimento in cui *l'astronave"* e' in moto

⇓

$$\tau = t * (1-v^2/c^2)^{1/2} = 10 \text{ anni} * (1-0.8^2)^{1/2} = 6 \text{ anni !!!}$$

Ancora dilatazione: viaggi interstellari

Per l'astronauta:

$$\tau = t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

tempo segnato da un orologio solidale con *l'astronauta*

tempo segnato da un orologio nel riferimento in cui *l'astronave"* e' in moto

$\Downarrow$

$\tau = t * (1\text{-}v^2/c^2)^{1/2} = 10$ anni $* (1\text{-}0.8^2)^{1/2} = 6$ anni !!!

L'astronauta in effetti ha viaggiato nel futuro (della Terra)!

MECCANICA QUANTISTICA

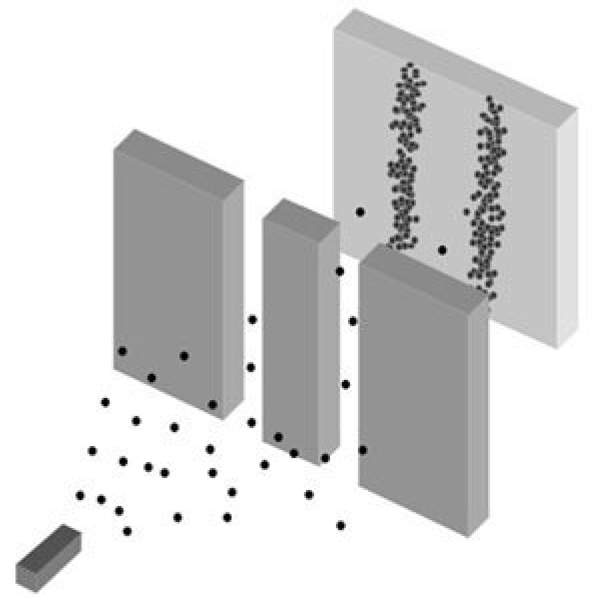
Ci occupiamo del mondo ***microscopico: livello molecolare e atomico***

MECCANICA QUANTISTICA

Ci occupiamo del mondo ***microscopico: livello molecolare e atomico***

Lancio una *palla*, arriva una sola palla

Provocazione...

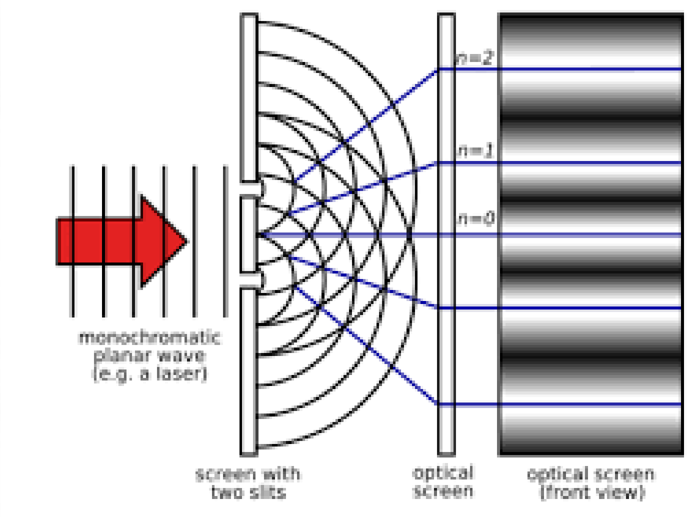


Se lancio a sinistra passa a sinistra, se lancio a destra passa a destra

MECCANICA QUANTISTICA

Provocazione 2...

Se l’onda può traversare entrambe le aperture, l’intensità dell’onda ha tanti massimi e minimi (effetto di interferenza).



MECCANICA QUANTISTICA

Nessuna *Provocazione* ma una domanda:
Cosa succede se lancio **elettroni**?

MECCANICA QUANTISTICA

Nessuna *Provocazione* ma una domanda:
Cosa succede se lancio **elettroni**?

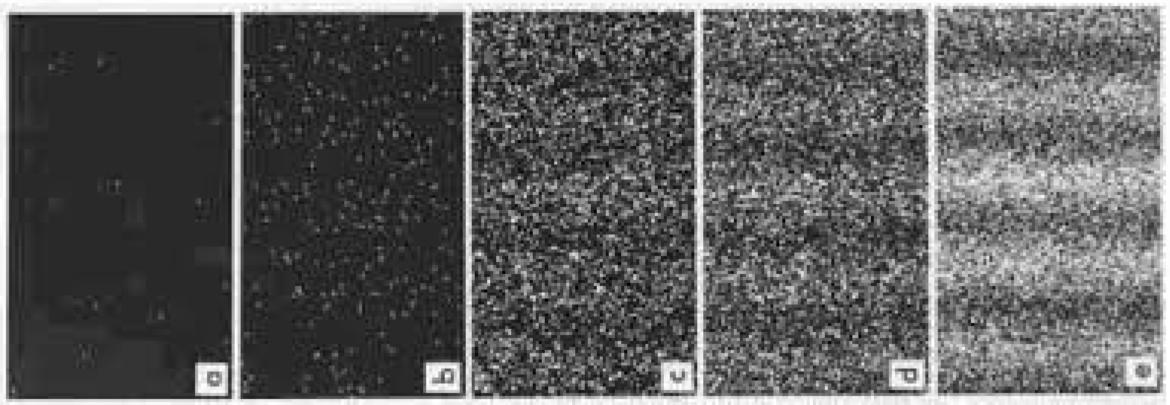
Se l'elettrone fosse come le palle da baseball	Se l'elettrone fosse come le onde d'acqua
$(\ell_r - \ell_b)$ $(\ell_r - \ell_b$	$(\ell_r - \ell_b)$ $(\ell_r - \ell_b$

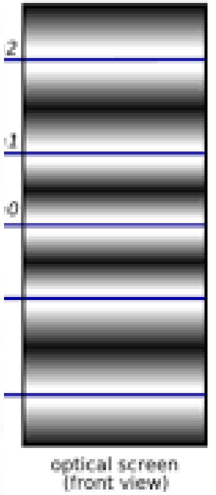
https://www.youtube.com/watch?v=mSKOKWwexcA

Credits: Roberto Franceschini

MECCANICA QUANTISTICA

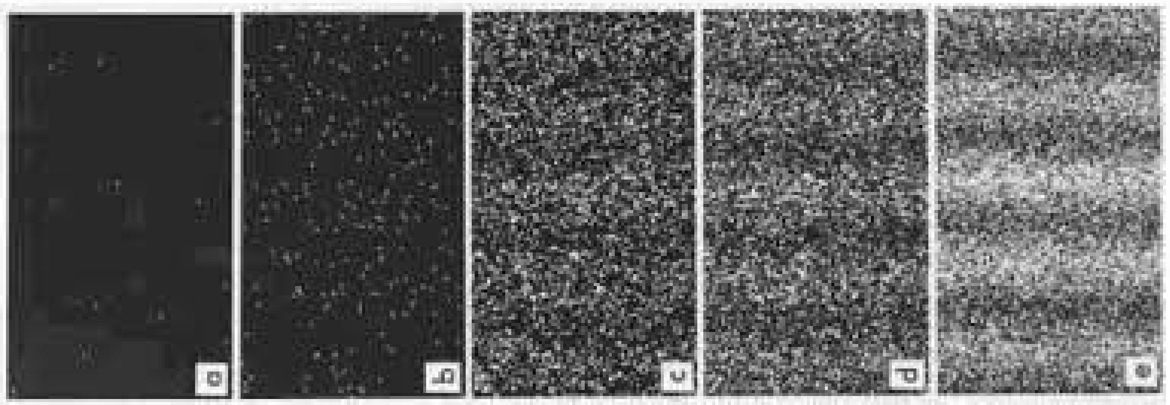
Nessuna *Provocazione* ma una domanda:
Cosa succede se lancio **elettroni**?

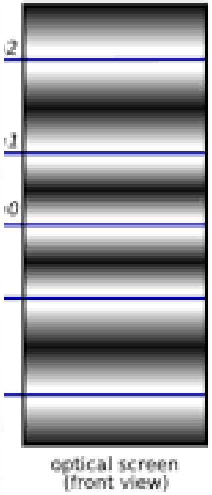




MECCANICA QUANTISTICA

Nessuna *Provocazione* ma una domanda:
Cosa succede se lancio **elettroni**?





Carattere ondulatorio!

MECCANICA QUANTISTICA

Dove passano gli **elettroni**?

MECCANICA QUANTISTICA

Dove passano gli **elettroni**?

Per fasci di elettroni, si può immaginare una "onda" di elettroni che interferisce con se stessa

⇨ interferenza

MECCANICA QUANTISTICA

Dove passano gli **elettroni**?

Per fasci di elettroni, si può immaginare una "onda" di elettroni che interferisce con se stessa ⇨ interferenza

Se inviamo singoli elettroni, mi aspetto che passi per una sola fenditura

MECCANICA QUANTISTICA

Dove passano gli **elettroni**?

Per fasci di elettroni, si può immaginare una "onda" di elettroni che interferisce con se stessa ⇨ interferenza

Se inviamo singoli elettroni, mi aspetto che passi per una sola fenditura ⇨ sbagliato: si produce figura di interferenza !

MECCANICA QUANTISTICA

Dove passano gli **elettroni**?

Per fasci di elettroni, si può immaginare una "onda" di elettroni che interferisce con se stessa ⇨ interferenza

Se inviamo singoli elettroni, mi aspetto che passi per una sola fenditura ⇨ sbagliato: si produce figura di interferenza !

Se posiziono un rivelatore davanti ad una fenditura...

MECCANICA QUANTISTICA

Dove passano gli **elettroni**?

Per fasci di elettroni, si può immaginare una "onda" di elettroni che interferisce con se stessa ⇨ interferenza

Se inviamo singoli elettroni, mi aspetto che passi per una sola fenditura ⇨ sbagliato: si produce figura di interferenza !

Se posiziono un rivelatore davanti ad una fenditura... ⇨ **no interferenza !**

MECCANICA QUANTISTICA

Come spieghiamo questo comportamento?

La meccanica quantistica offre un insieme di ***probabilità*** in luogo di una traiettoria definita

MECCANICA QUANTISTICA

Come spieghiamo questo comportamento?

La meccanica quantistica offre un insieme di ***probabilità*** in luogo di una traiettoria definita

Associamo ad un elettrone una *funzione d'onda probabilistica*:

$\Psi(x,y,z)$ ~ ampiezza di probabilità

$\Psi^2(x,y,z)$ ~ probabilità di trovare la particella nel punto di coordinate x,y,z

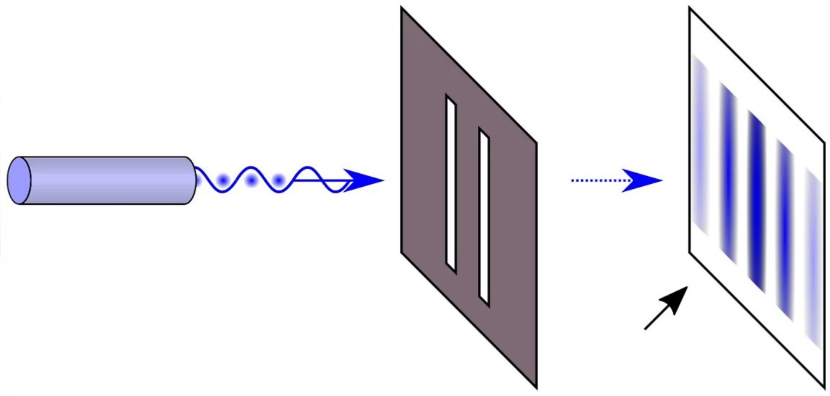
MECCANICA QUANTISTICA

Associamo ad un elettrone una *funzione d'onda probabilistica*:

Ψ(x,y,z) ~ ampiezza di probabilità

Ψ^2(x,y,z) ~ probabilità di trovare la particella nel punto di coordinate x,y,z

Ψ(x,y,z) ⇨

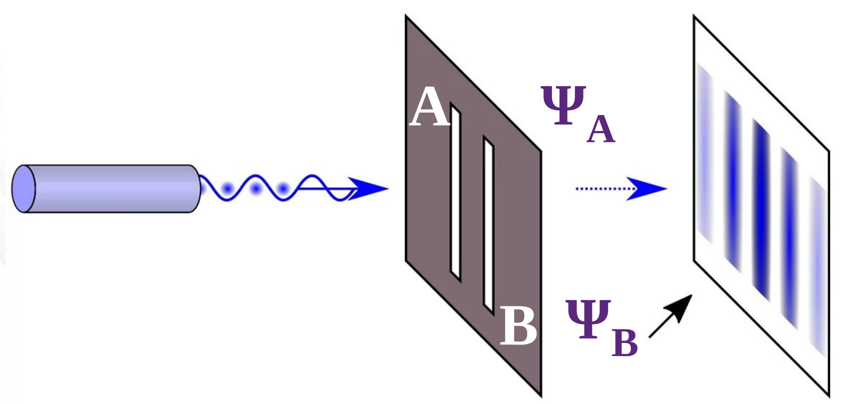


MECCANICA QUANTISTICA

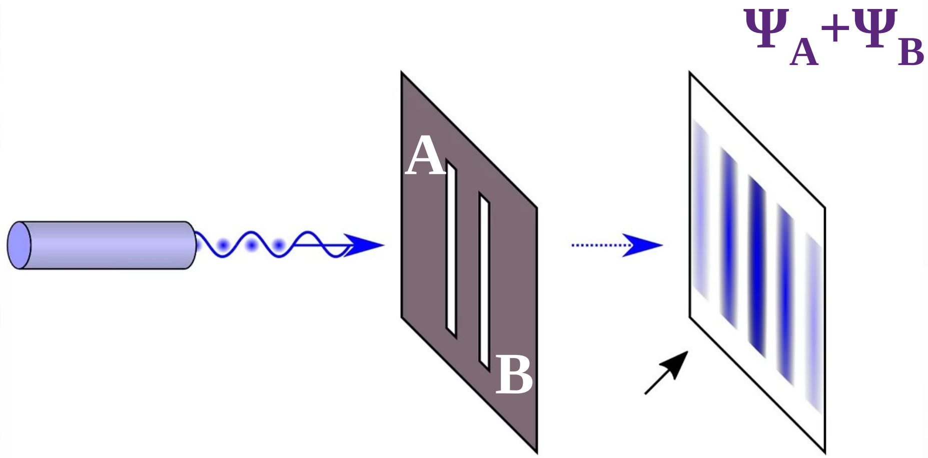
Associamo ad un elettrone una *funzione d'onda probabilistica*:

Ψ(x,y,z) ~ ampiezza di probabilità

Ψ²(x,y,z) ~ probabilità di trovare la particella nel punto di coordinate x,y,z

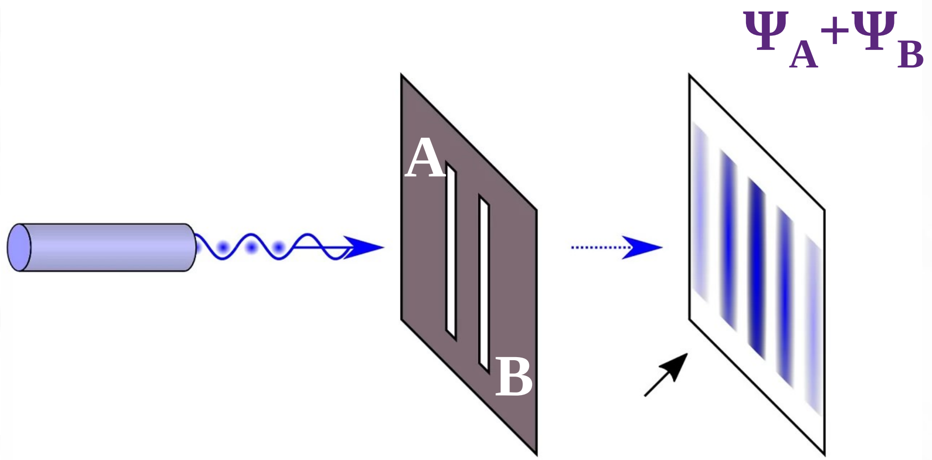


MECCANICA QUANTISTICA



$$(\Psi_A+\Psi_B)^2 = \underbrace{\Psi_A^{\,2} + \Psi_B^{\,2} + 2\,\Psi_A\,\Psi_B}_{\text{MQ}} \neq \underbrace{\Psi_A^{\,2} + \Psi_B^{\,2}}_{\text{fisica classica}}$$

MECCANICA QUANTISTICA



Se posiziono un rivelatore davanti ad una fenditura, ad esempio A ⇨ **no interferenza !**

$$(\Psi_A + \cancel{\Psi_B})^2 = \Psi_A^{\ 2}$$

MECCANICA QUANTISTICA

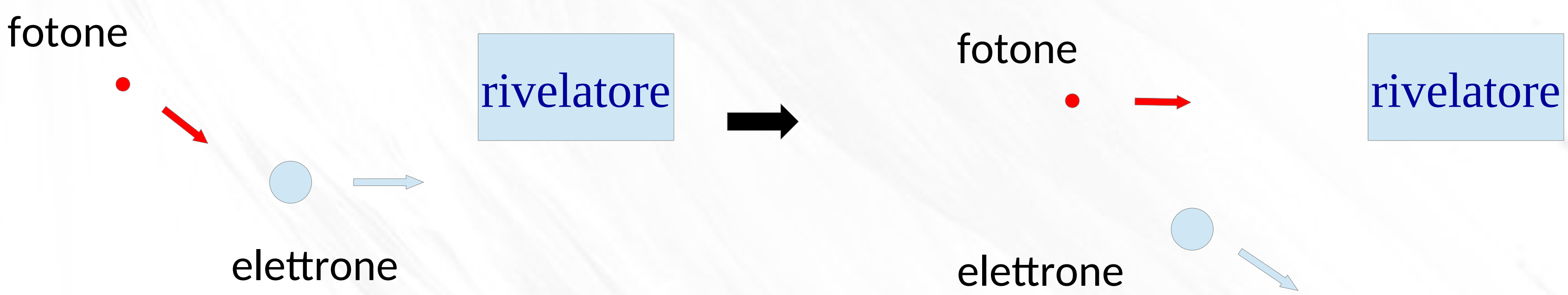
Proviamo a seguire un elettrone nel suo viaggio

Illuminiamo l'elettrone con un fotone di una certa frequenza → alte frequenze = piccole lunghezze d'onda ("ispezionare" piccole regioni di spazio)= alte energie

MECCANICA QUANTISTICA

Proviamo a seguire un elettrone nel suo viaggio

Illuminiamo l'elettrone con un fotone di una certa frequenza → alte frequenze = piccole lunghezze d'onda ("ispezionare" piccole regioni di spazio)= alte energie



Il fotone ha ceduto impulso all'elettrone, il quale ha cambiato il suo stato di moto (momento **p**)

MECCANICA QUANTISTICA

Principio di indeterminazione di Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p > h$$

Se si misura con molta precisione la posizione o l’impulso di una particella, allora si commette un grosso errore nella misurazione dell’altra