

L'Infinito, l'Elettone e la Stringa



Michele Cicoli

Bologna Univ. & INFN

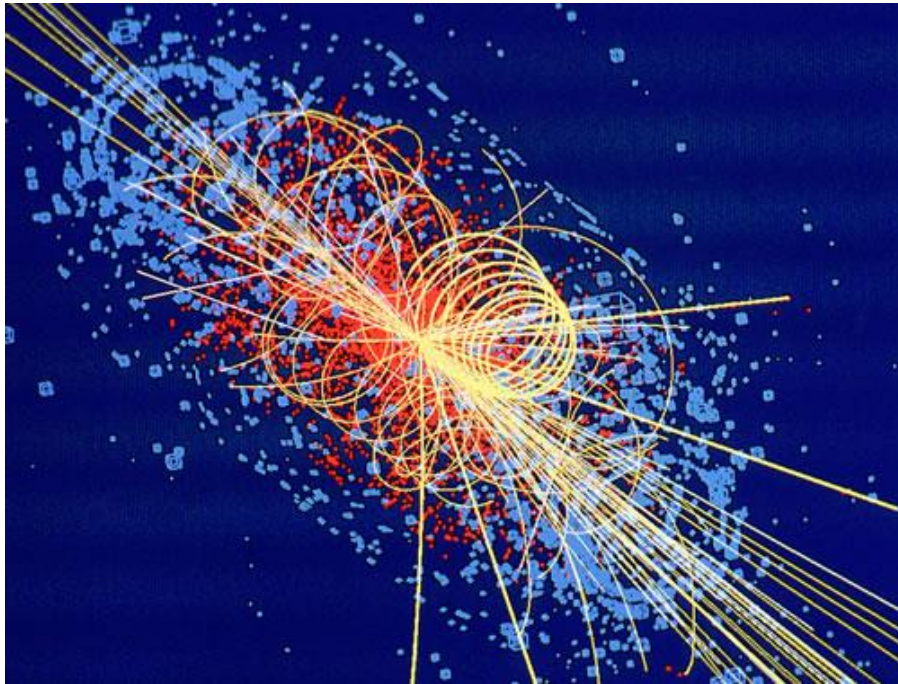
Pesaro, 21 Aprile 2023



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Ricerca personale

Fisica Teorica



Particelle elementari



Cosmologia

Esperienza personale

Liceo Classico a **Fano**

Università: **Fisica** a **Bologna**



Specializzazione
in **Fisica Teorica**

Master + Dottorato di Ricerca



DAMTP (Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics)

University of Cambridge



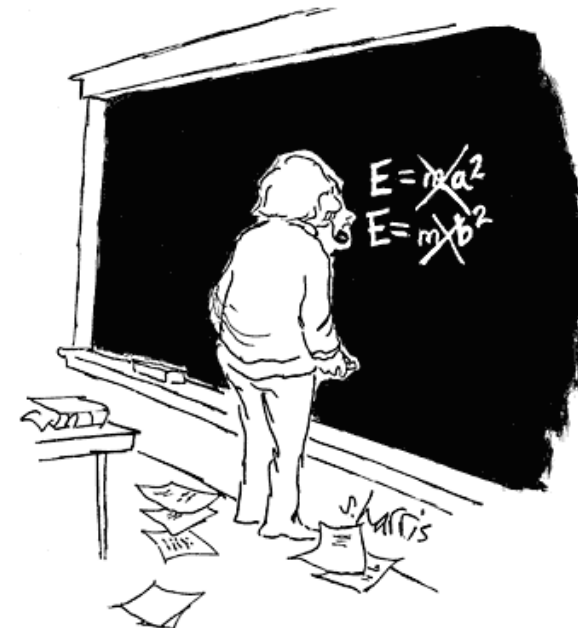


St John's College



Cos'è il dottorato di ricerca?

- Concorso di **ammissione**
- Borsa di studio
- **Ufficio** nel dipartimento
- **Supervisore** personale
- Stretto rapporto con il supervisore
- Interazione con altri studenti di dottorato e ricercatori
- Partecipazione alla vita del dipartimento
- Seminari
- Scuole internazionali di dottorato e **conferenze**
- Insegnamento
- Tenere i primi **seminari**
- Scrivere i primi **articoli** scientifici
- Prime scoperte!



Postdottorato 1

DESY (Deutsches Elektron-Synchrotron), Amburgo



Postdottorato 2

ICTP (International Centre for Theoretical Physics), **Trieste**



La chiusura di un ciclo

Ritorno a **Bologna** tramite il **Rientro dei Cervelli**

Ricercatore → Professore associato



Dipartimento di
Fisica e Astronomia

Gruppo di **Fisica
Teorica**

Coordinatore del
Dottorato in Fisica

Membro **Istituto
Nazionale di Fisica
Nucleare**

Ricerca in Fisica Teorica

- Enigmi sperimentali
- Problemi teorici: **inconsistenza** matematica o fisica della teoria
- Problemi di **fine-tuning**, cioè **sintonizzazione fine**
- Principi estetici: **bellezza** della teoria nello spiegare più fenomeni naturali con meno ingredienti, **semplificazione** ed **unificazione**
- Elaborare teorie nuove, estendere o migliorare teorie già note
- Tali teorie devono risolvere i problemi, spiegare quello già noto e produrre **predizioni sperimentali**
- **Testare** tali predizioni sperimentali

Il giorno tipico del fisico teorico

- Studio personale della letteratura



- **Discussione** delle idee



- Utilizzo di computer o carta e penna



- Produzione di **articoli scientifici**
- Comunicazione delle scoperte in **conferenze internazionali**
- Necessità di **collaborazioni** tra fisici di tutto il mondo
- Unica **comunità scientifica** unita nella ricerca delle leggi fondamentali che governano il cosmo a prescindere da razza, lingua, religione, credo politico, etc
- Insegnamento, supervisione di studenti, amministrazione universitaria...



I Protagonisti

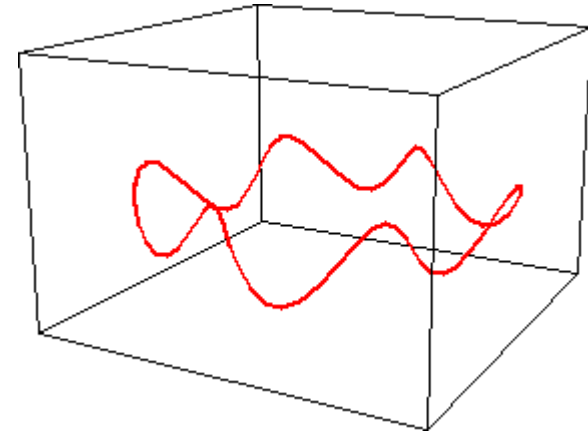
Infinito



Elettrone

Yeeeeeeehaaaaaaa!! 

Stringa



La Protagonista



$$\sum_{n=1}^{\infty} n \rightarrow -\frac{1}{12}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots \rightarrow -\frac{1}{12}$$

Ma siamo proprio sicuri?

Dimostrazione

$$C = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$$



$$1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$B = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots$$

$$\begin{aligned} B + B &= 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots \\ &\quad + 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots \end{aligned}$$



$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots = C \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$\longrightarrow B \rightarrow \frac{1}{4}$$

Dimostrazione

$$C = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$B = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots \rightarrow \frac{1}{4}$$

$$A = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots \rightarrow ?$$

$$\begin{array}{r} A - B = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots \\ \quad -1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 + \dots \end{array}$$



$$0 \quad 4 \quad 0 \quad 8 \quad 0 \quad 12 \quad \dots$$

$$= 4(1 + 2 + 3 + \dots) = 4A$$

$$\longrightarrow 3A = -B \quad A = -\frac{B}{3} \rightarrow -\frac{1}{12}$$



Che senso ha?

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = A \rightarrow -\frac{1}{12}$$

Ma la somma di una serie infinita di interi **positivi** crescenti **non** dovrebbe convergere ad un valore:

- 1) **negativo**
- 2) **frazionario**
- 3) **finito**

Controintuitivo!



Rifacciamo le cose in modo diverso

Somme parziali

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots$$

$$1 + 2 = 3 = \frac{1}{2} 2 (2 + 1)$$

$$1 + 2 + 3 = 6 = \frac{1}{2} 3 (3 + 1)$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{1}{2} 4 (4 + 1)$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + N = \frac{1}{2} N (N + 1)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} n = \frac{1}{2} N (N + 1) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \infty$$

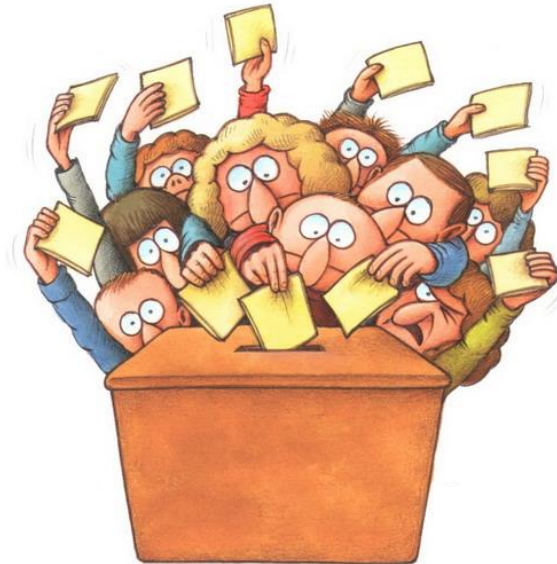


Quindi?

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \dots \quad \left\langle \begin{array}{l} -\frac{1}{12} \\ \infty \end{array} \right.$$

Qual è il risultato **giusto**?

Votiamo!

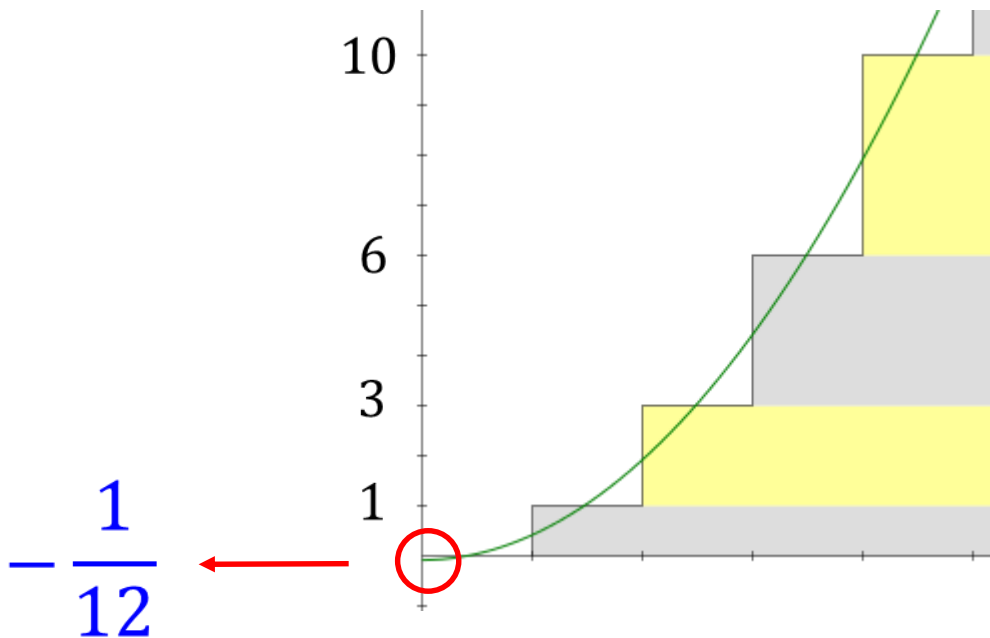


Risposta

Sono giusti **entrambi** ma con un significato **diverso**

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \dots \rightarrow \infty - \frac{1}{12}$$

$-\frac{1}{12}$ è la parte **finita** del risultato!



Spiegazione

$$\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-\varepsilon n} \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{\infty} n$$

Numero di **Nepero**:
 $e = 2,718\dots$

→

$$\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-\varepsilon n} = \frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{12} + O(\varepsilon)$$

↓ ↓ ↓

$$\infty \quad - \frac{1}{12} \quad 0$$


Ma tutto ciò è solo un **trucchetto matematico**?
No!



Spiegazione esatta

$$\sum_{n=0}^{\infty} n = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{n=0}^{\infty} n e^{-\varepsilon n} = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{d}{d\varepsilon} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\varepsilon n}$$

Serie geometrica: $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \quad |x| < 1$

 $-\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{d}{d\varepsilon} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\varepsilon n} = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{d}{d\varepsilon} \left(\frac{1}{1-e^{-\varepsilon}} \right) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{e^{-\varepsilon}}{(1-e^{-\varepsilon})^2}$

Espansione di Taylor attorno $\varepsilon = 0$

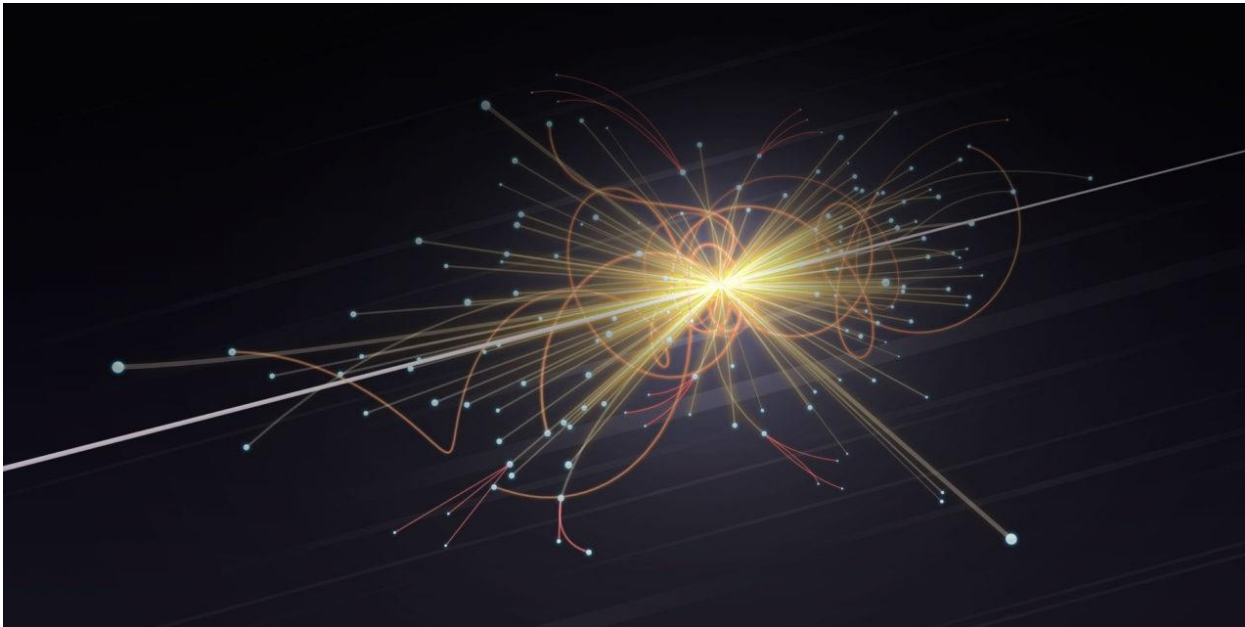
$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{e^{-\varepsilon}}{(1-e^{-\varepsilon})^2} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{12} + \frac{\varepsilon^2}{240} + O(\varepsilon^3) \right) \approx \infty - \frac{1}{12}$$

Le particelle e l'infinito

Espressioni simili a $1 + 2 + 3 + \dots \rightarrow \infty - 1/12$
emergono sempre nel calcolo delle proprietà delle
particelle elementari

→ risultato **infinito**

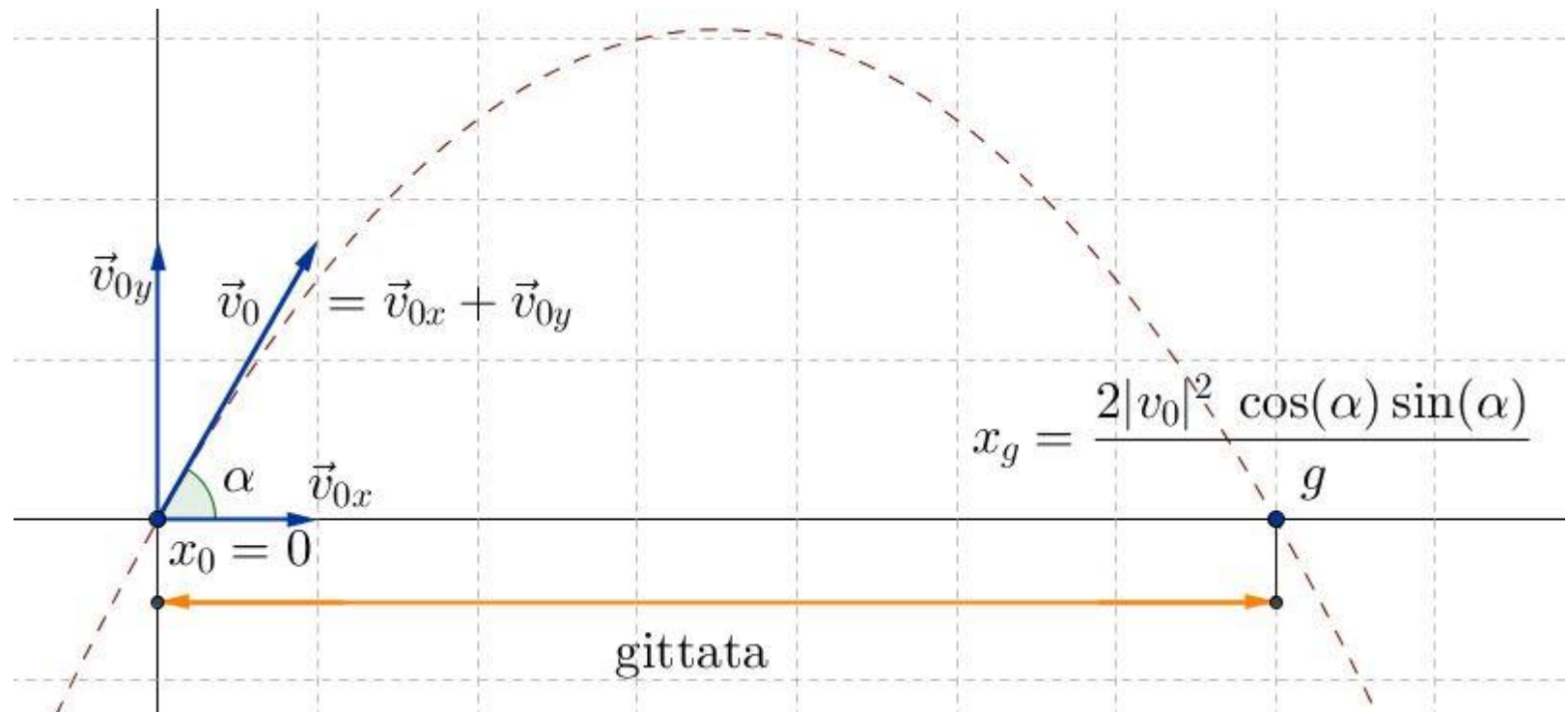
Ma le misure sperimentali danno risultati **finiti!**



Dove è andato
l'**infinito**?

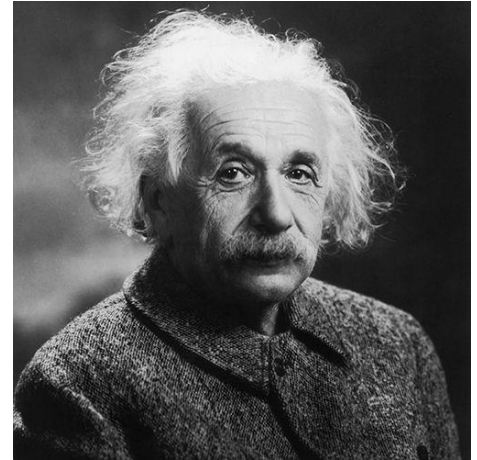
La Fisica a fine 800

- Fisica classica: Leggi di **Newton** deterministiche
- E' possibile determinare esattamente **posizione** e **velocità** ad ogni istante di tempo
- Energia associata al **moto** ed alle **interazioni**



Rivoluzioni agli inizi del 900

- **1905**: Relatività Ristretta di **Einstein**
 - descrive oggetti con velocità vicine alla velocità della **luce** $c \simeq 1$ miliardo km/h
 - c è una **velocità massima**
 - la **massa** è una forma di **energia** $E = m c^2$



- **1925-1930**: Meccanica Quantistica
(Heisenberg, Schroedinger, Bohr, Dirac,.....)



- descrive oggetti a distanze **microscopiche**
- indeterminismo



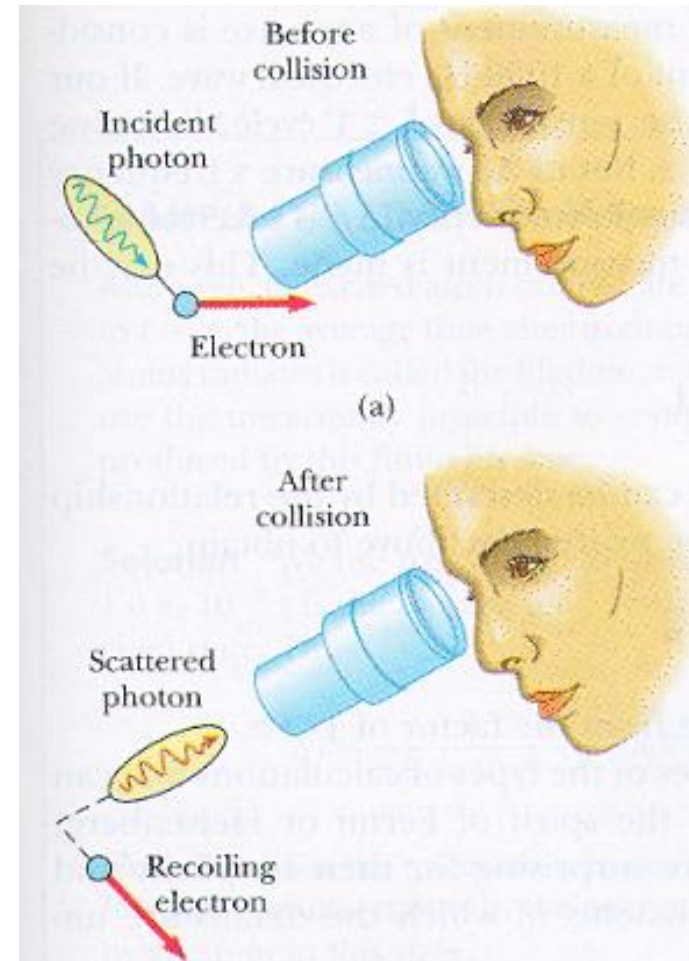
Principio di indeterminazione

- Formulato da Heisenberg nel 1927
- 1) Più precisamente si determina la **posizione**, meno accuratamente si conosce la **velocità** o l'**energia**

$$\Delta x \Delta E \approx 1$$

- 2) Più precisamente si determina il **tempo**, meno accuratamente si conosce l'**energia**

$$\Delta t \Delta E \approx 1$$

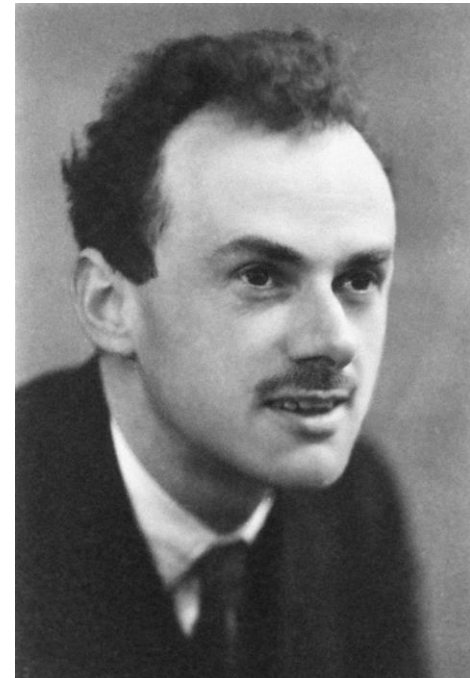


Entra in gioco la fisica quantistica



Relatività + Meccanica Quantistica

- Relatività ristretta:
valida a **grandi velocità** ma **non** a **piccole distanze**
- Meccanica quantistica:
valida a **piccole distanze** ma **non** a **grandi velocità**
 - che teoria è valida **grandi velocità** e **piccole distanze**?
- **1928**: Equazione di **Dirac**
$$(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - m)\psi(x) = 0$$
 - Teoria dei Campi Quantistica e Relativistica
- Implicazione: **antimateria!**



Antimateria

- Particella di massa m e carica q in una scatola
- Principio di indeterminazione

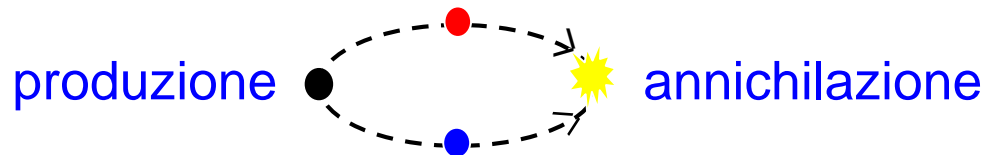
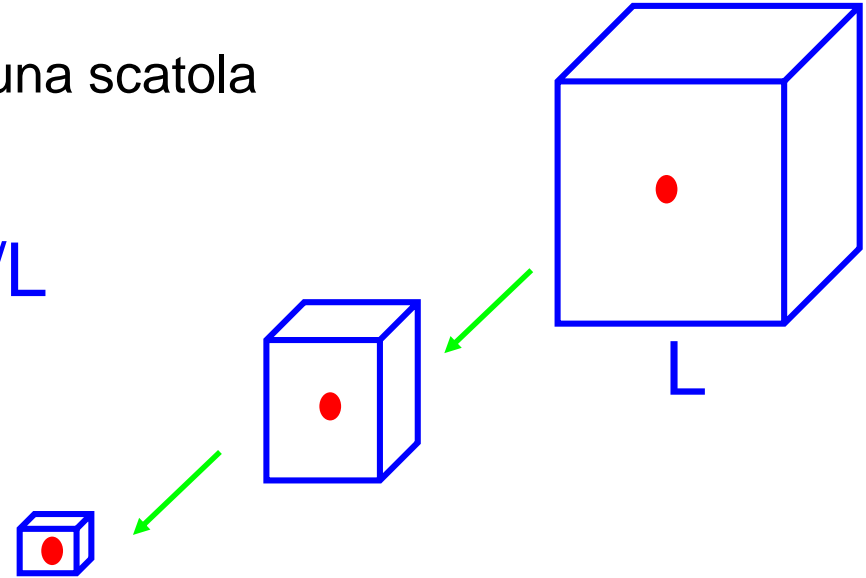
$$\Delta E \simeq 1/\Delta x \simeq 1/L$$

- Se rendo L sempre più piccolo, ΔE aumenta

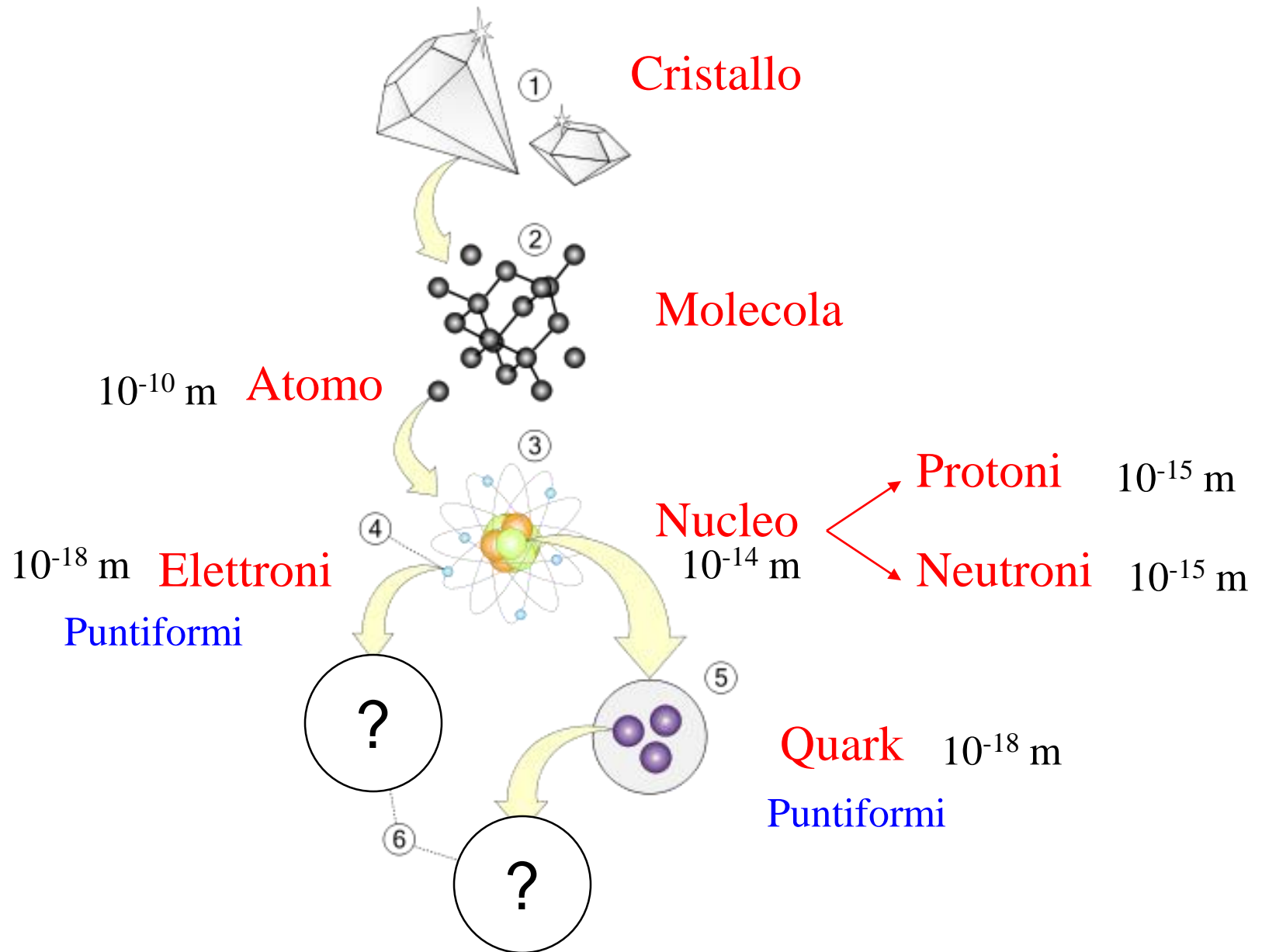
- Relatività: $E = m c^2$

- Se $\Delta E = m c^2$ c'è abbastanza energia per produrre una particella
→ vietato da conservazione della carica elettrica!

- Se $\Delta E = 2 m c^2$ ho abbastanza energia per produrre 1 **particella** con massa m e carica $+q$ ed 1 antiparticella con massa m e carica $-q$
→ produzione di coppie di **particella-antiparticella**



Particelle elementari



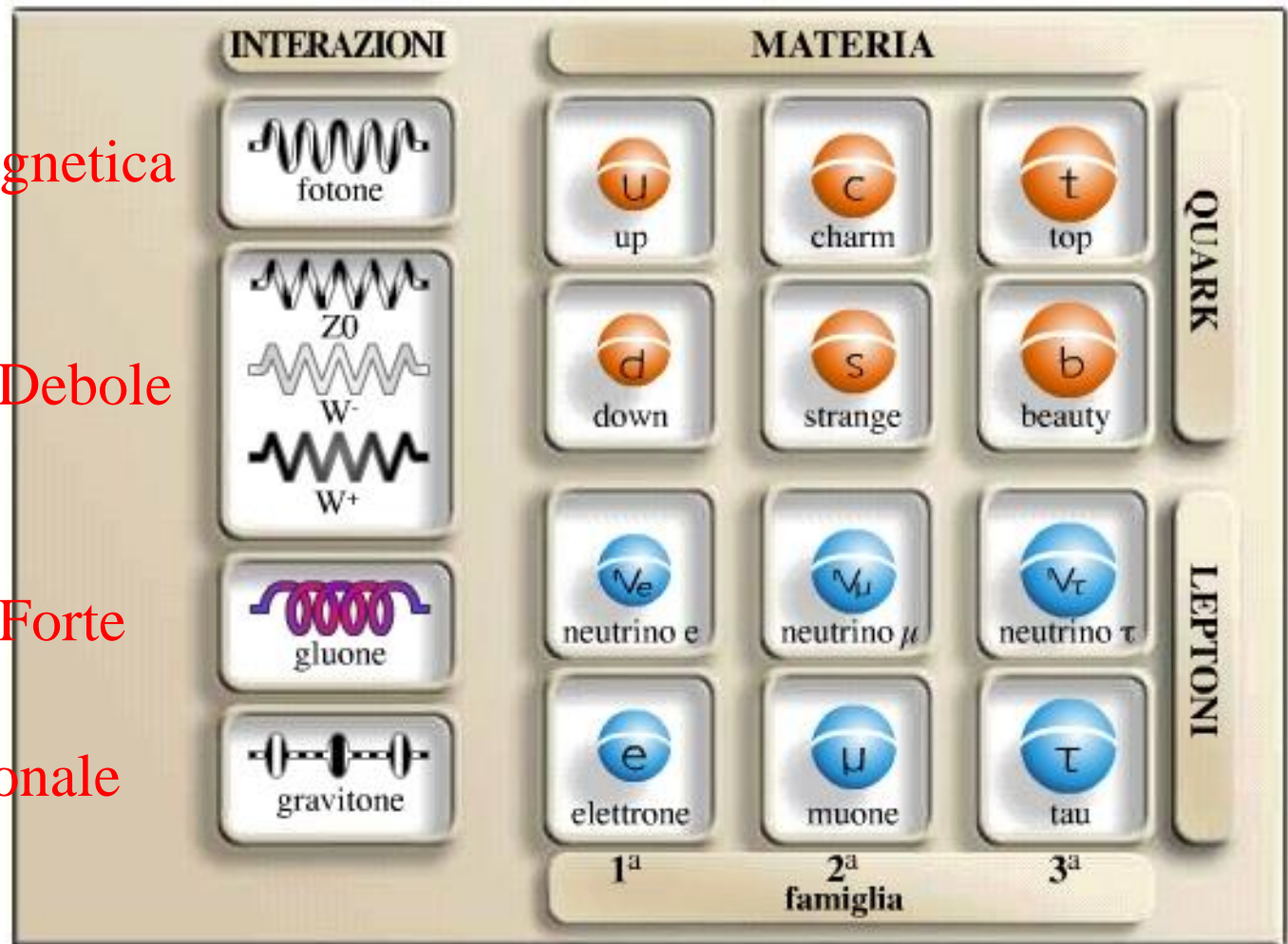
Interazioni fondamentali

Forza Elettromagnetica

Forza Nucleare Debole

Forza Nucleare Forte

Forza Gravitazionale



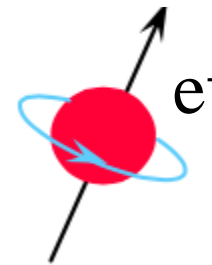
+ Antimateria e Higgs \Rightarrow O(65) particelle elementari!

↑
Origine della massa!!

L'elettrone esatto

Teoria più precisa di tutte: **elettrodinamica quantistica**
→ Interazione di **elettroni** e **fotoni** con effetti di
meccanica quantistica e **relatività speciale**

Momento magnetico dell'elettrone



Misura **sperimentale**: 1.001159652181

Predizione **teorica**: 1.001159652182

Predizione teorica meglio verificata sperimentalmente in tutta la storia!

L'**infinito** sembra scomparire dai calcoli!

Dove è andato a finire?

Carica elettrica

- Mi avvicino all'**elettrone** per vedere la sua **carica elettrica**
 → enormi fluttuazioni in **energia**

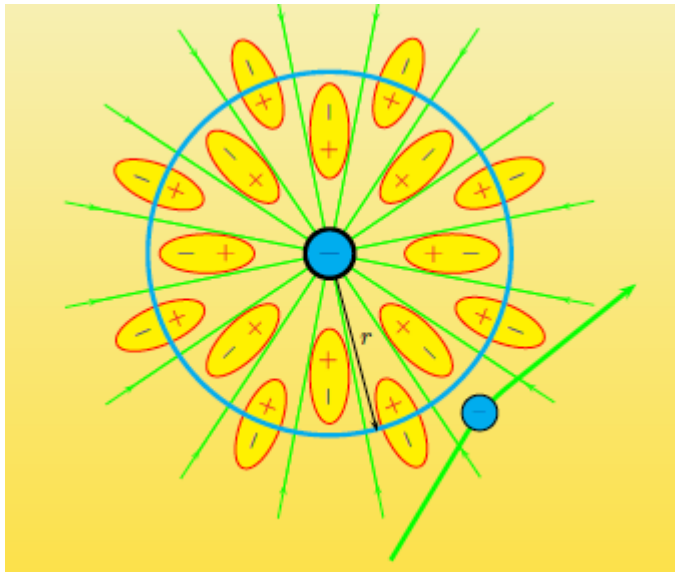
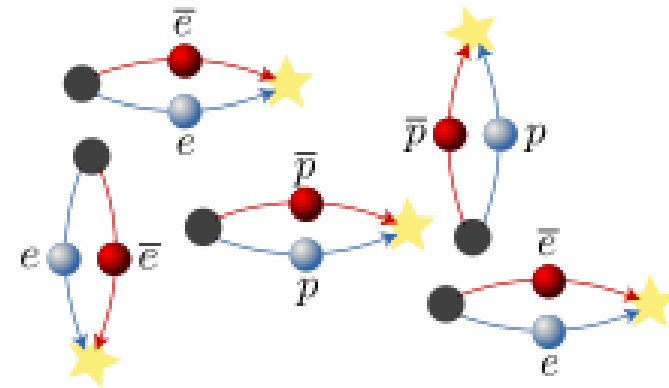
$$\Delta E \simeq \frac{1}{\Delta x} \xrightarrow{\Delta x \rightarrow 0} \infty$$

- coppie **particella-antiparticella** che dopo un tempo brevissimo annichilano nel **vuoto**

$$\Delta t \simeq \frac{1}{\Delta E} \simeq \Delta x \rightarrow 0$$

- **schermatura** della carica elettrica!

Quantum vacuum



carica elettrica **infinita** in assenza di interazioni ma **mai** osservabile!

schermatura rende la carica elettrica osservata **finita**!

- rimozione di ∞ dalle equazioni!

Rinormalizzazione

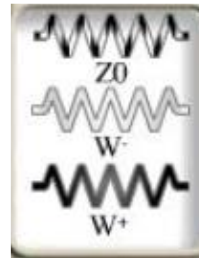
L'**infinito** va a finire dentro quantità non osservabili

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \rightarrow \cancel{\infty} - \frac{1}{12}$$

La parte **finita** produce predizioni perfette!

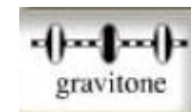
Ma **rinormalizzazione** funziona solo per **3** interazioni:

EM, nucleare **forte** e **debole**



Rimozione degli infiniti per la gravità **non** funziona!

Tensione tra **meccanica quantistica**
e **relatività generale**



?

Relatività Generale

- Gravità = **curvatura** dello spaziotempo
- **Principio di Equivalenza**: osservatori in caduta libera non vedono **localmente** alcun campo gravitazionale
- Lo spaziotempo è localmente **piatto**
- Difficile conflitto con il **Principio di Indeterminazione!**

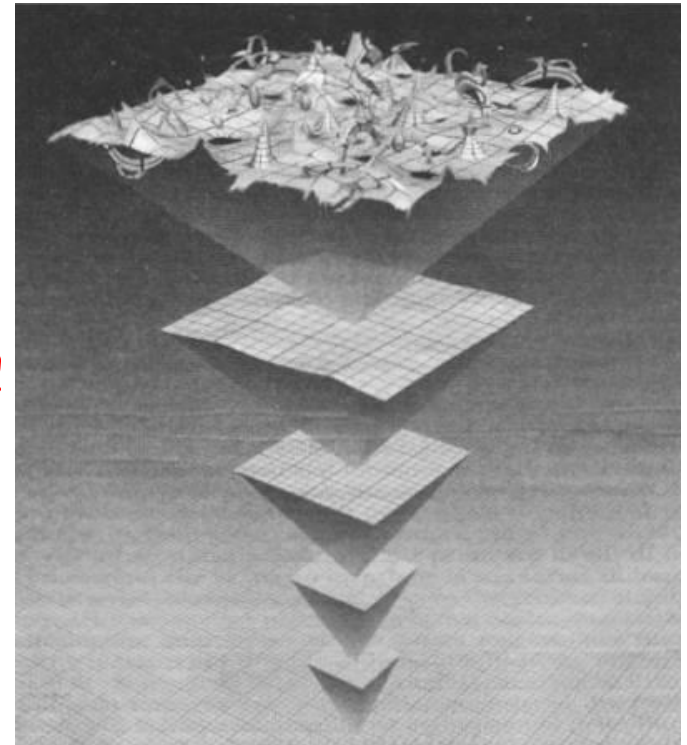
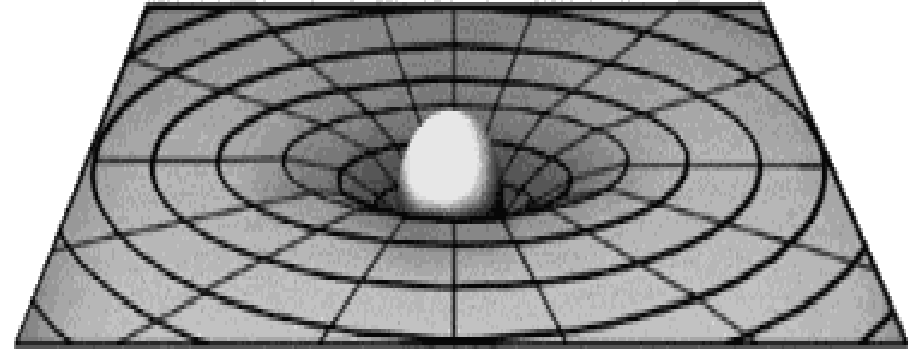
Necessaria una teoria di gravità quantistica!

- Ma la gravità è molto debole
- Si possono ancora capire molte cose

Es.: Modello Standard della fisica delle particelle!

- Ma la gravità diventa intensa ad alte energie dell'ordine $M_p \sim 10^{18}$ GeV o piccole distanze $\ell_p \sim 1/M_p \sim 10^{-35}$ m

La gravità quantistica non può essere trascurata!

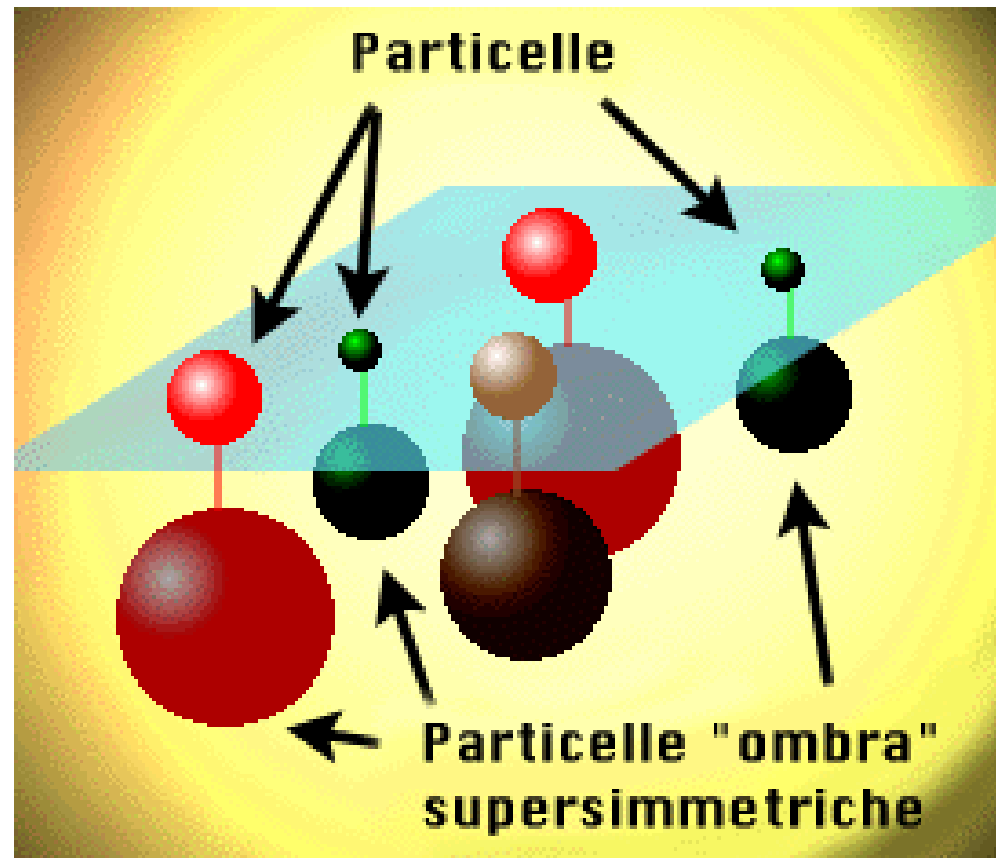


Modello Standard

- Teoria **quantistica** (piccole distanze) e **relativistica** (alte energie) delle particelle elementari e delle loro interazioni
- Funziona molto bene: più accurata teoria mai formulata!
- Bosone di Higgs **scoperto** al CERN nel 2012!
- Ma ci sono alcuni **seri problemi**:
 - 1) Teoria predice un **bosone di Higgs** troppo massivo
 - 2) Nessuna **unificazione** delle forze
 - 3) Nessuna particella può essere la **materia oscura** (circa **25%** dell'energia dell'Universo)
 - 4) Tanti **parametri** senza spiegazione
 - 5) Non contiene la **gravità quantistica**

Supersimmetria

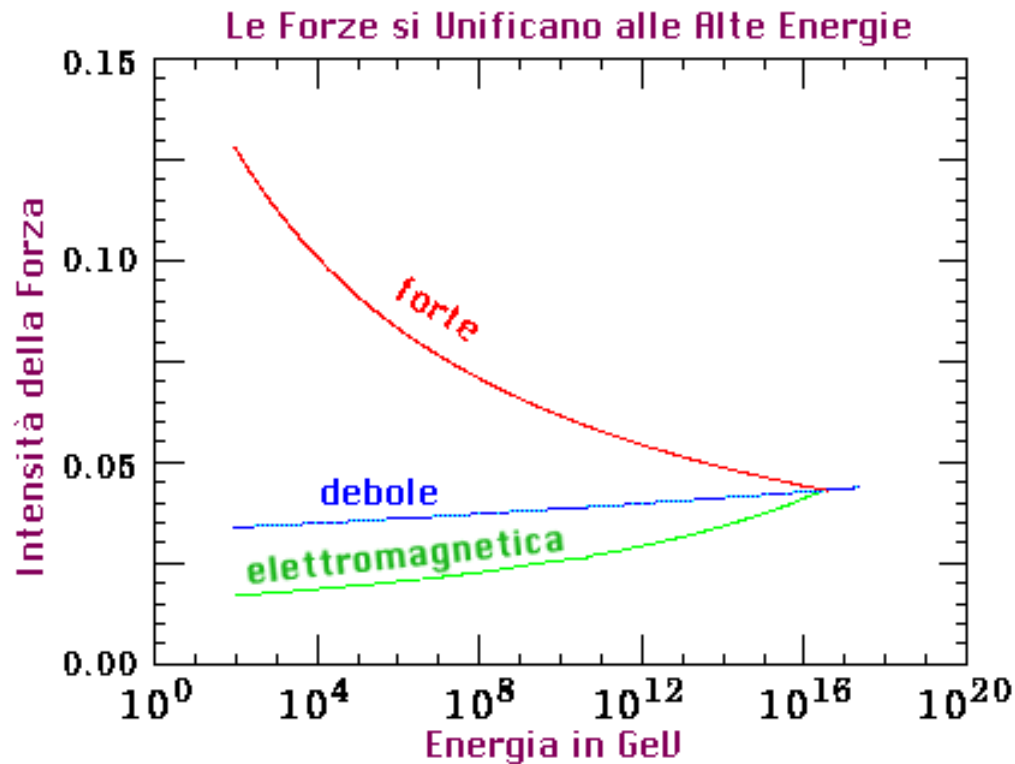
- Ogni particella nota ha un partner supersimmetrico con proprietà simili ma **spin** e **massa** diverse
- Il numero di particelle elementari è raddoppiato, dell'ordine di **130!**
- Molti più parametri senza spiegazione



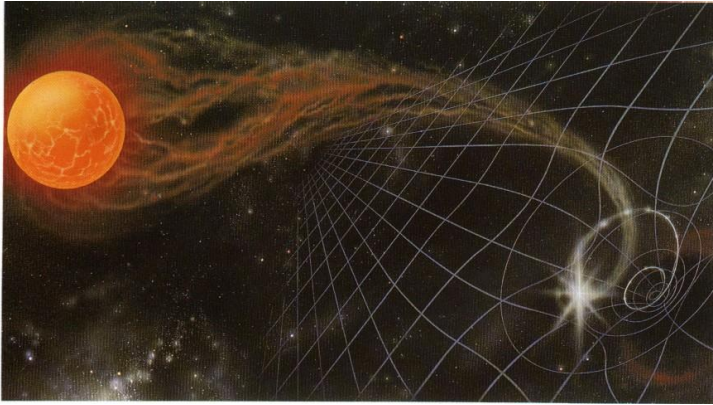
Sempre senza contenere la gravità quantistica!

Vantaggi provenienti dalla Supersimmetria

- 1) Teoria predice un bosone di Higgs con la **corretta massa**
- 2) Contiene un ottimo candidato di **materia oscura**
- 3) Predice l'**unificazione** delle **3** forze non-gravitazionali
- 4) Più grande simmetria permessa dalla teoria quantistica e relativistica



Problema più importante



- Buchi neri?

- Big Bang?

- Energia oscura?

- Unificazione di tutte le forze?

- TOE: Theory of Everything?



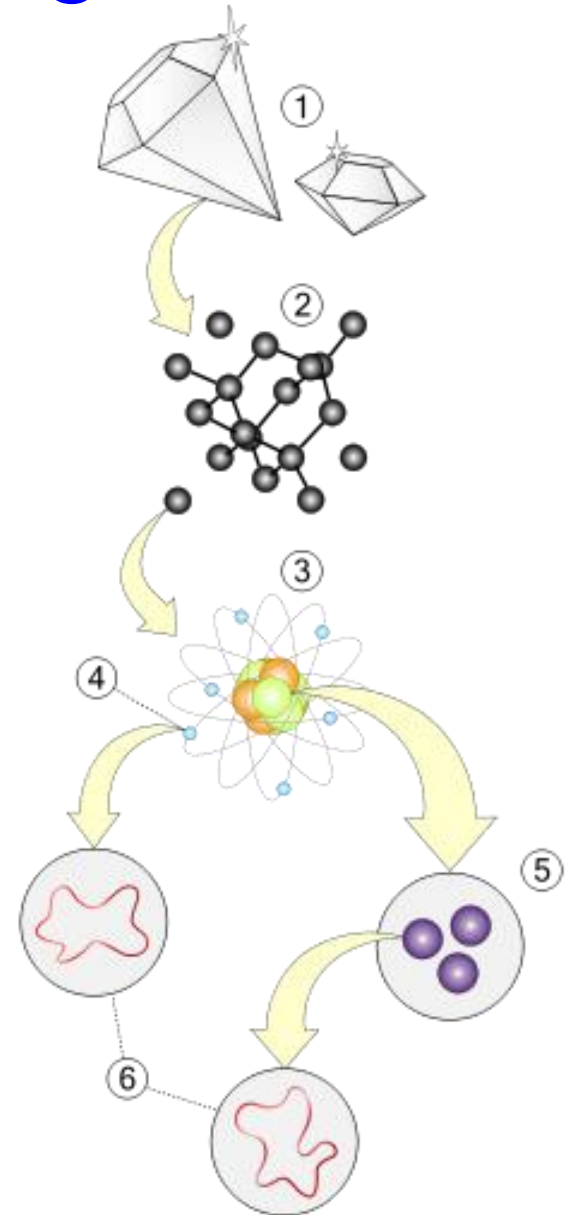
La risposta richiede una teoria di **gravità quantistica!**

Teoria delle Stringhe

Cambio di punto di vista:
sostituire particelle puntiformi con
oggetti unidimensionali!

- 1) Tutte le particelle sono diversi modi di vibrazione della stessa stringa
- 2) Unificazione di materia ed interazioni!
- 3) Include la gravità quantistica!
- 4) C'è un solo parametro, la lunghezza di stringa, da cui tutto può essere derivato!
- 5) A basse energie contiene la relatività generale, la supersimmetria e le teorie delle particelle!

TOE!

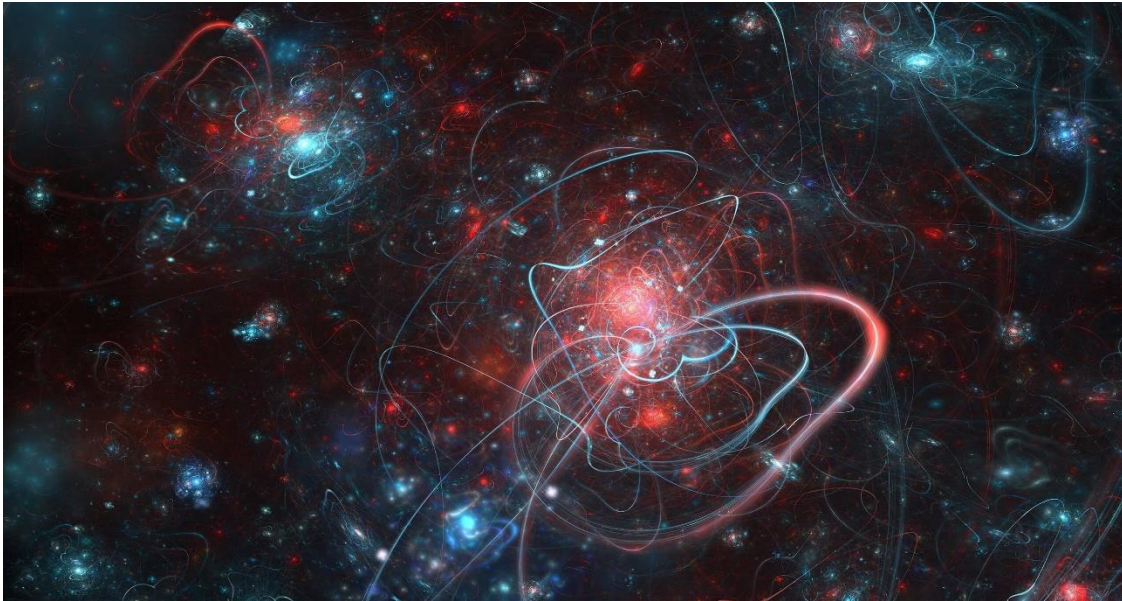


Dimensioni extra

La teoria delle stringhe permette di predire il numero di **dimensioni** dello **spaziotempo** tramite

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \rightarrow -\frac{1}{12}$$

Risultato: **9** dimensioni spaziali ed **1** tempo

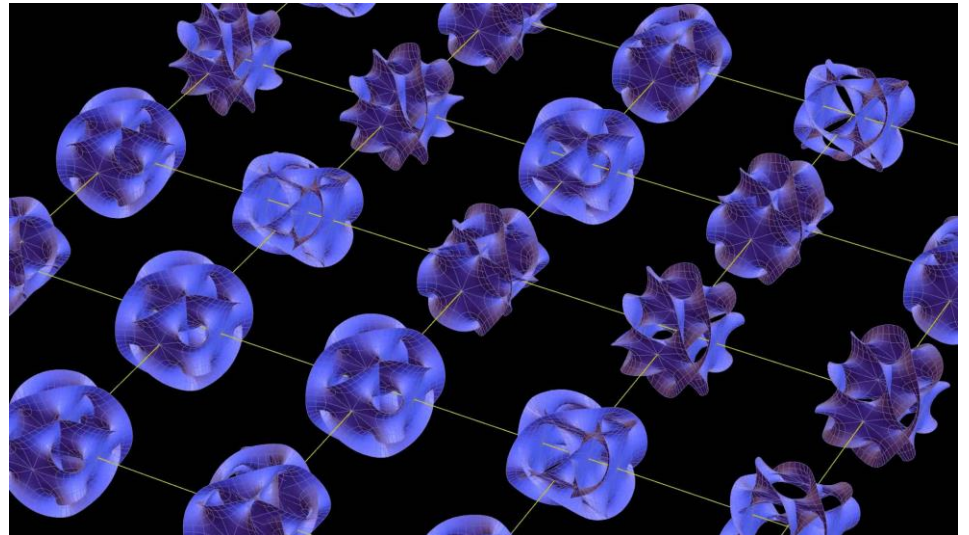
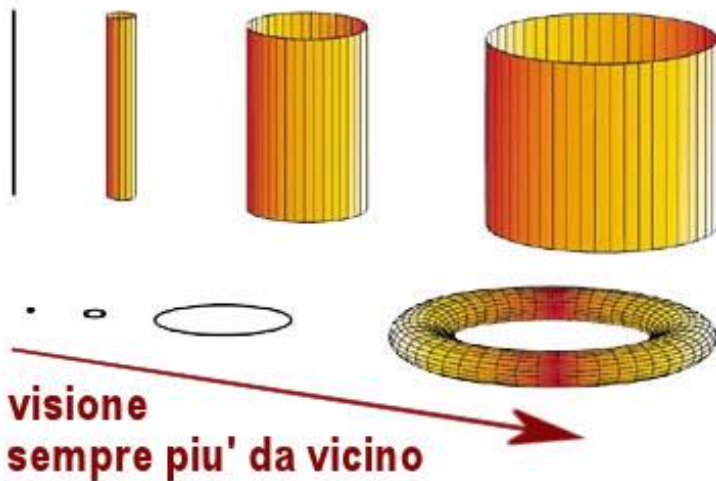


Ma il numero osservato di dimensioni è **3** spaziali ed **1** tempo

Dimensioni extra piccole

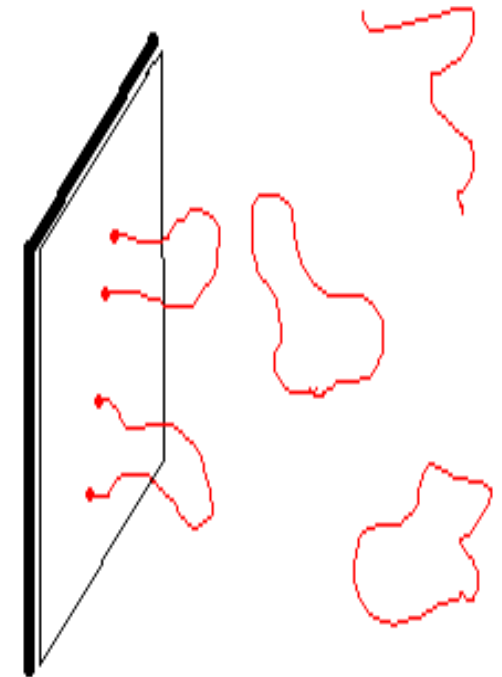
Universo: $10D = 4D$ grandi + $6D$ molto piccole

$$d < 10^{-18} \text{ m}$$

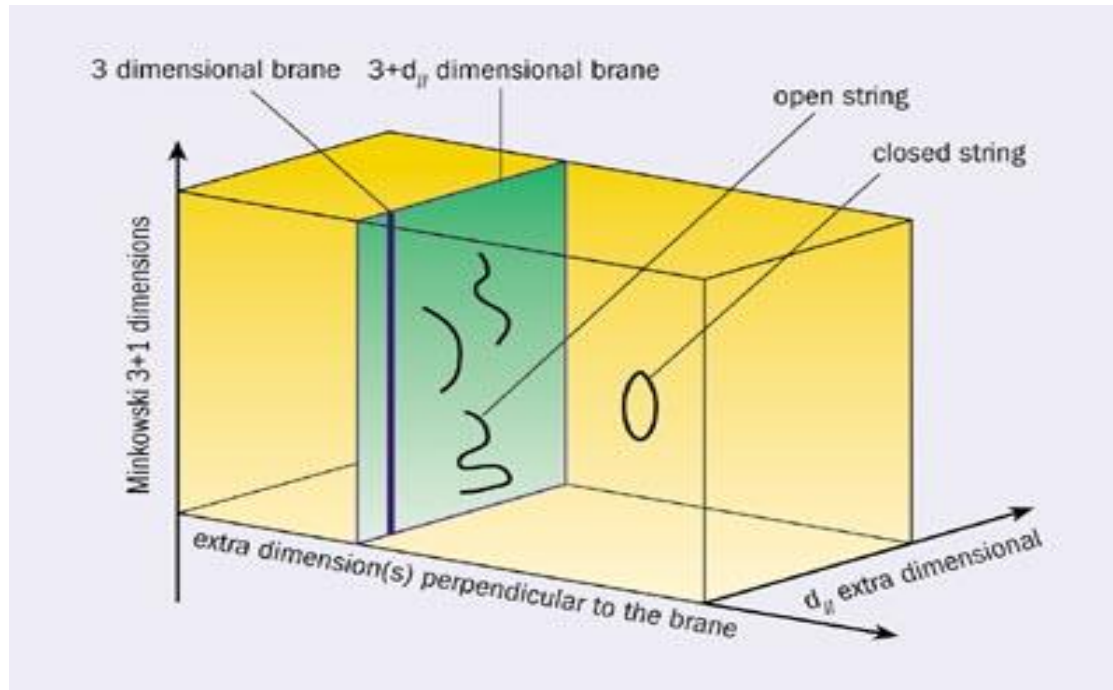


Brane

- Punti finali di stringhe aperte attaccati a superfici dette **brane**
- Stringhe aperte vincolate a muoversi sulla brana
- La teoria sulle brane assomiglia al **Modello Standard**
- Si possono avere universi paralleli in un **multiverse**
- Le brane possono dare dimensioni extra **grandi**



Dimensioni extra grandi

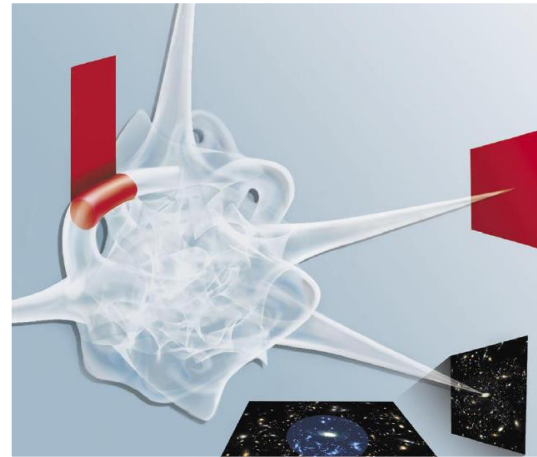


- Stringhe **aperte** intrappolate sulle brane
- Stringhe **chiuse** libere di muoversi nelle dimensioni extra
- **Tutte** le particelle e le interazioni fondamentali (eccetto la gravità) confinate sulle **brane**
- Dimensioni extra **grandi** rilevabili tramite modifiche della gravità a distanze del **micron**
- Le stringhe potrebbero essere trovate ad energie molto **più basse** della **scala di Planck!**

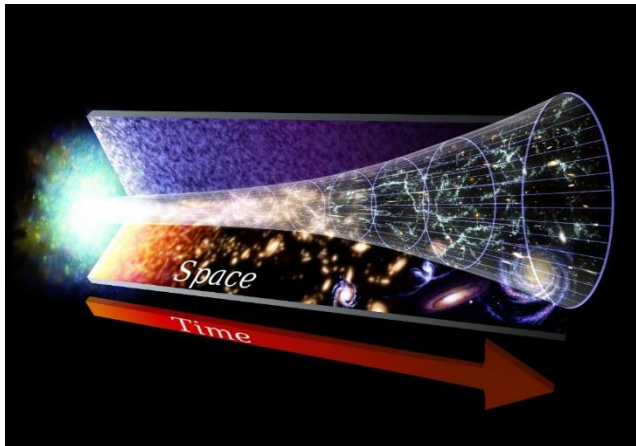
Predizioni indirette

Dimensioni extra **piccole** → **non** è possibile vedere le stringhe ad LHC
→ **predizioni indirette** per la fisica in 4D:

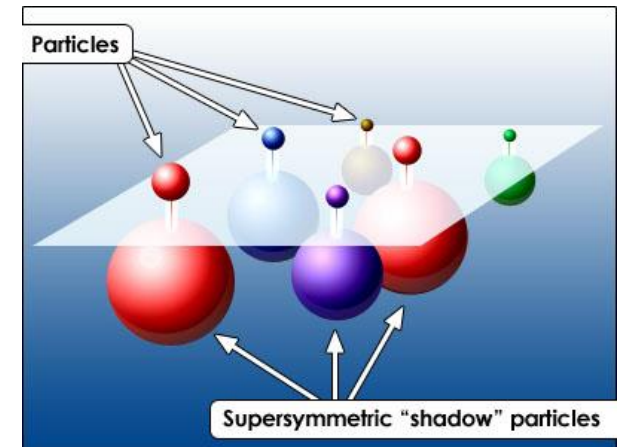
1) Riprodurre il **Modello Standard**



2) Spiegare l'**Inflazione Cosmica**



3) Derivare la massa delle particelle **supersimmetriche**



iv) Predire la natura della **materia oscura** e dell'**energia oscura** (**assioni?**)

Molte cose ancora da capire!

- Abbiamo bisogno del vostro aiuto!
- Non è necessario essere dei geni
- Vi deve piacere viaggiare
- Enorme **passione!**