

# L'Infinito, l'Elettone e la Stringa



Michele Cicoli

Bologna Univ. & INFN

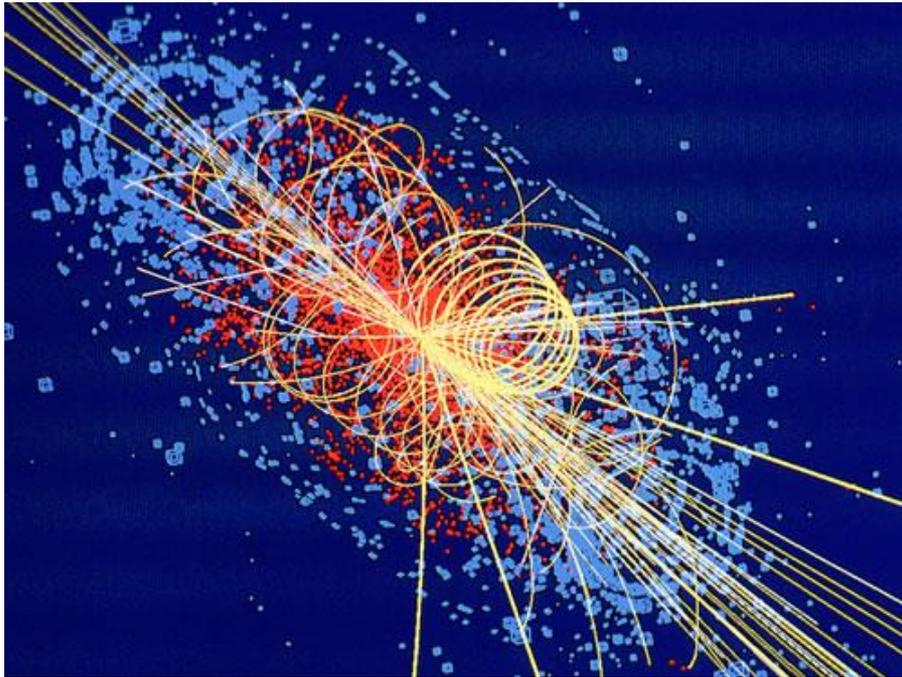
Pesaro, 21 Aprile 2023



ALMA MATER STUDIORUM  
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

# Ricerca personale

Fisica Teorica



Particelle elementari



Cosmologia

# Esperienza personale

Liceo Classico a **Fano**

Università: **Fisica** a **Bologna**



Specializzazione  
in **Fisica Teorica**

# Master + Dottorato di Ricerca



**DAMTP** (Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics)

**University of Cambridge**



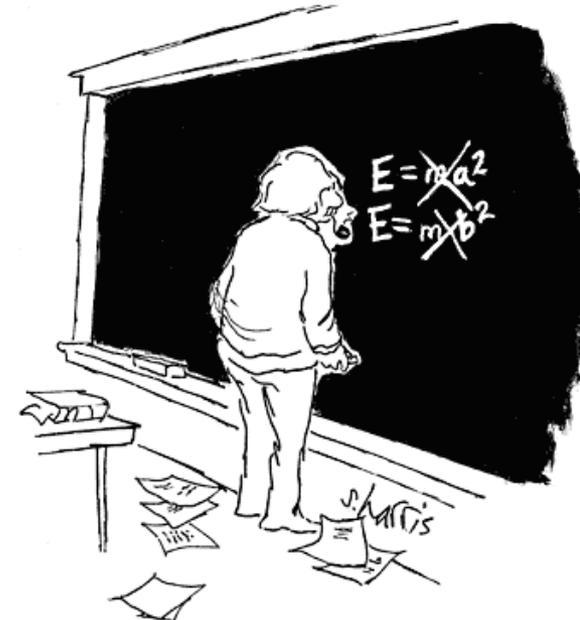


# St John's College



# Cos'è il dottorato di ricerca?

- Concorso di **ammissione**
- Borsa di studio
- **Ufficio** nel dipartimento
- **Supervisore** personale
- Stretto rapporto con il supervisore
- Interazione con altri studenti di dottorato e ricercatori
- Partecipazione alla vita del dipartimento
- Seminari
- Scuole internazionali di dottorato e **conferenze**
- Insegnamento
- Tenere i primi **seminari**
- Scrivere i primi **articoli** scientifici
- Prime scoperte!



# Postdottorato 1

DESY (Deutsches Elektron-Synchrotron), Amburgo



# Postdottorato 2

**ICTP** (International Centre for Theoretical Physics), **Trieste**



# La chiusura di un ciclo

Ritorno a **Bologna** tramite il **Rientro dei Cervelli**

Ricercatore → Professore associato



Dipartimento di  
**Fisica e Astronomia**

Gruppo di **Fisica  
Teorica**

**Coordinatore** del  
**Dottorato in Fisica**

Membro **Istituto  
Nazionale di Fisica  
Nucleare**

# Ricerca in Fisica Teorica

- Enigmi sperimentali
- Problemi teorici: **inconsistenza** matematica o fisica della teoria
- Problemi di **fine-tuning**, cioè **sintonizzazione fine**
- Principi estetici: **bellezza** della teoria nello spiegare più fenomeni naturali con meno ingredienti, **semplificazione** ed **unificazione**
- Elaborare teorie nuove, estendere o migliorare teorie già note
- Tali teorie devono risolvere i problemi, spiegare quello già noto e produrre **predizioni sperimentali**
- **Testare** tali predizioni sperimentali

# Il giorno tipico del fisico teorico

- Studio personale della letteratura



- **Discussione** delle idee



- Utilizzo di computer o carta e penna

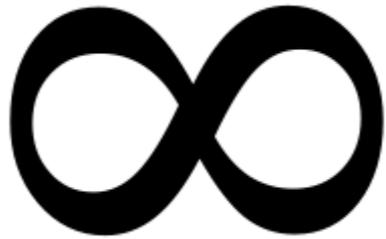


- Produzione di **articoli scientifici**
- Comunicazione delle scoperte in **conferenze internazionali**
- Necessità di **collaborazioni** tra fisici di tutto il mondo
- Unica **comunità scientifica** unita nella ricerca delle leggi fondamentali che governano il cosmo a prescindere da razza, lingua, religione, credo politico, etc
- Insegnamento, supervisione di studenti, amministrazione universitaria...



# I Protagonisti

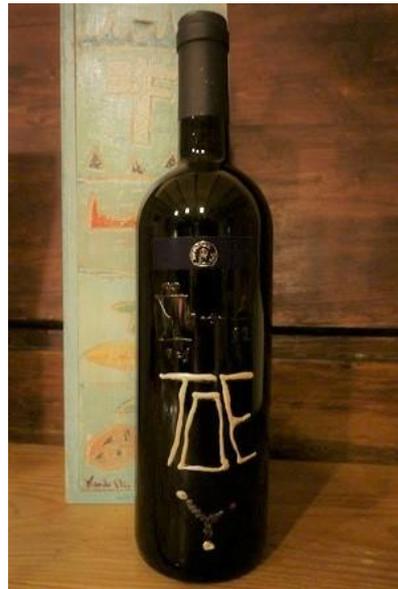
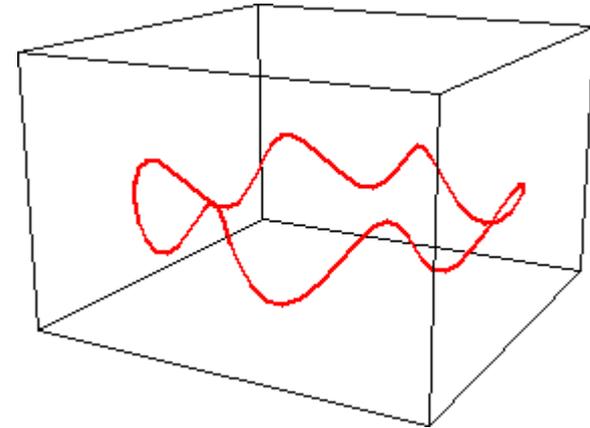
Infinito



Elettrone

Yeeeeeeehaaaaaaa!! 

Stringa



# La Protagonista



$$\sum_{n=1}^{\infty} n \rightarrow -\frac{1}{12}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots \rightarrow -\frac{1}{12}$$

Ma siamo proprio sicuri?

# Dimostrazione

$$C = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$$



$$1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$B = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots$$

$$\begin{aligned} B + B &= 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots \\ &\quad + 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots \end{aligned}$$



$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots = C \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$\longrightarrow B \rightarrow \frac{1}{4}$$

# Dimostrazione

$$C = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$B = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots \rightarrow \frac{1}{4}$$

$$A = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots \rightarrow ?$$

$$\begin{array}{r} A - B = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots \\ \quad -1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 + \dots \end{array}$$



$$0 \quad 4 \quad 0 \quad 8 \quad 0 \quad 12 \quad \dots$$

$$= 4(1 + 2 + 3 + \dots) = 4A$$

$$\longrightarrow 3A = -B \quad A = -\frac{B}{3} \rightarrow -\frac{1}{12}$$



# Che senso ha?

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = A \rightarrow -\frac{1}{12}$$

Ma la somma di una serie infinita di interi **positivi** crescenti **non** dovrebbe convergere ad un valore:

- 1) **negativo**
- 2) **frazionario**
- 3) **finito**

Controintuitivo!



Rifacciamo le cose in modo diverso

# Somme parziali

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots$$

$$1 + 2 = 3 = \frac{1}{2} 2 (2 + 1)$$

$$1 + 2 + 3 = 6 = \frac{1}{2} 3 (3 + 1)$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{1}{2} 4 (4 + 1)$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + N = \frac{1}{2} N (N + 1)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} n = \frac{1}{2} N (N + 1) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \infty$$

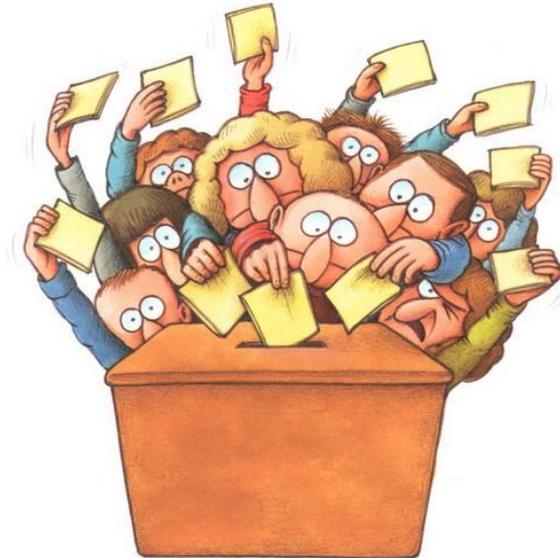


# Quindi?

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \dots \quad \left\langle \begin{array}{l} -\frac{1}{12} \\ \infty \end{array} \right.$$

Qual è il risultato **giusto**?

Votiamo!

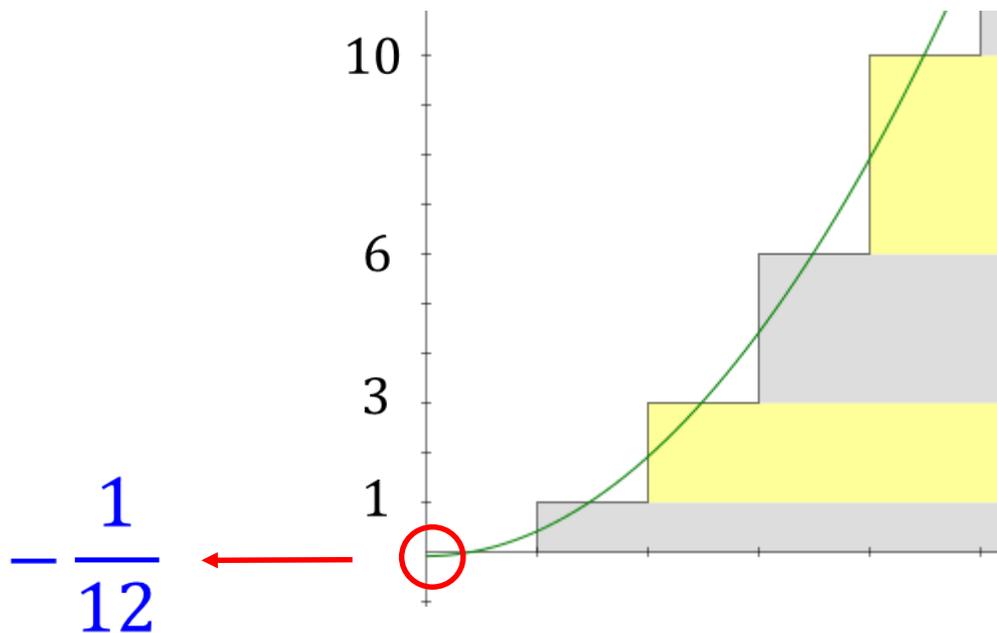


# Risposta

Sono giusti **entrambi** ma con un significato **diverso**

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \dots \rightarrow \infty - \frac{1}{12}$$

$-\frac{1}{12}$  è la parte **finita** del risultato!



# Spiegazione

$$\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-\varepsilon n} \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{\infty} n$$

Numero di **Nepero**:  
 $e = 2,718\dots$

→

$$\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-\varepsilon n} = \frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{12} + O(\varepsilon)$$

↓                    ↓                    ↓

$$\infty \quad - \frac{1}{12} \quad 0$$

Ma tutto ciò è solo un **trucchetto matematico**?  
**No!**



# Spiegazione esatta

$$\sum_{n=0}^{\infty} n = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{n=0}^{\infty} n e^{-\varepsilon n} = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{d}{d\varepsilon} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\varepsilon n}$$

Serie geometrica:  $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \quad |x| < 1$

  $-\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{d}{d\varepsilon} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\varepsilon n} = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{d}{d\varepsilon} \left( \frac{1}{1-e^{-\varepsilon}} \right) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{e^{-\varepsilon}}{(1-e^{-\varepsilon})^2}$

Espansione di Taylor attorno  $\varepsilon = 0$

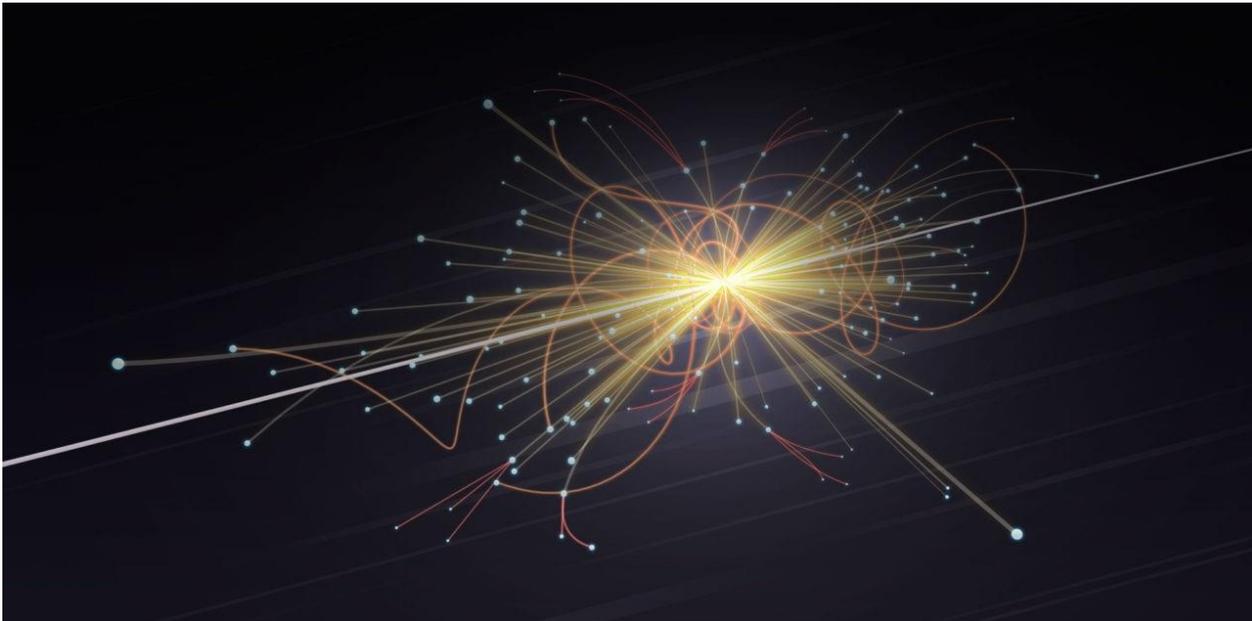
$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{e^{-\varepsilon}}{(1-e^{-\varepsilon})^2} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{12} + \frac{\varepsilon^2}{240} + O(\varepsilon^3) \right) \approx \infty - \frac{1}{12}$$

# Le particelle e l'infinito

Espressioni simili a  $1 + 2 + 3 + \dots \rightarrow \infty - 1/12$   
emergono sempre nel calcolo delle proprietà delle  
**particelle elementari**

→ risultato **infinito**

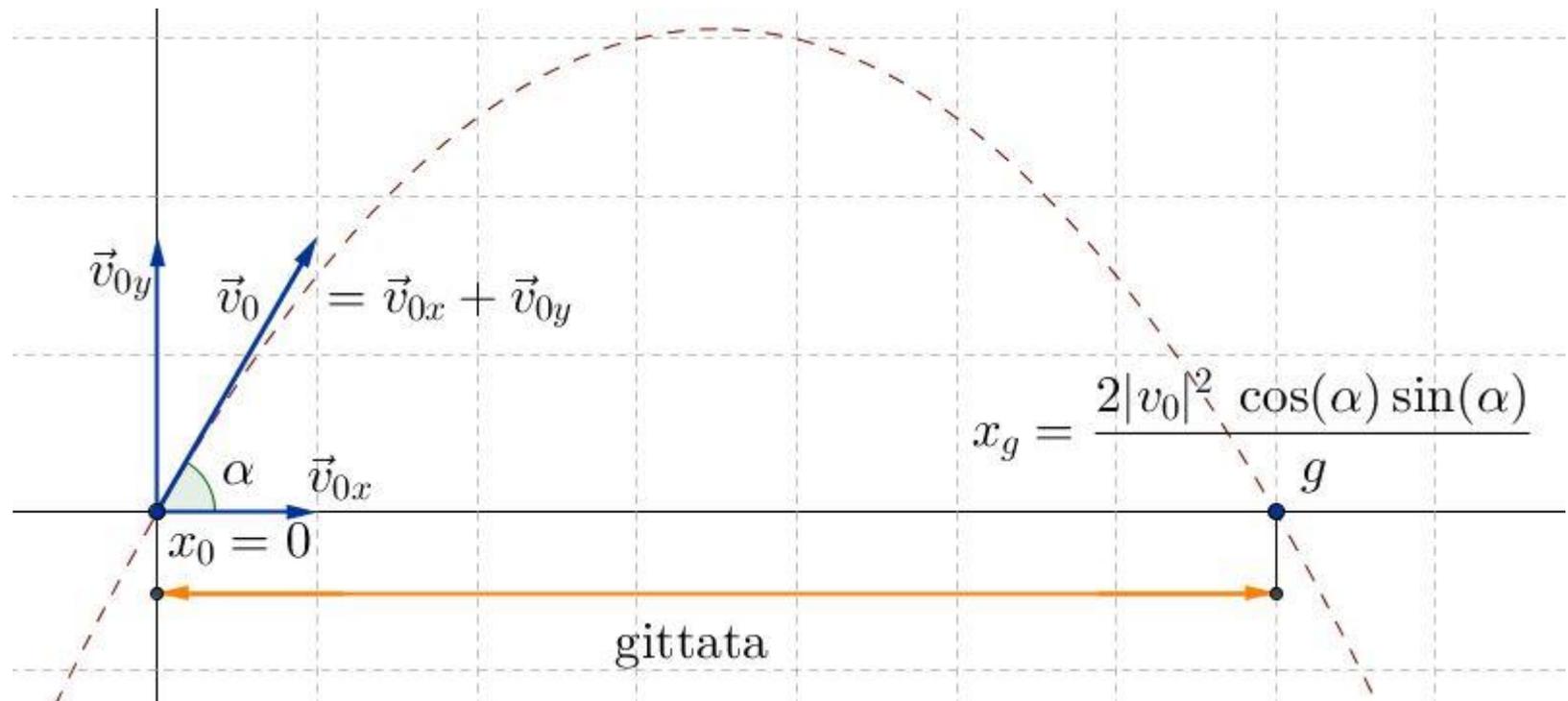
Ma le misure sperimentali danno risultati **finiti!**



Dove è andato  
l'**infinito**?

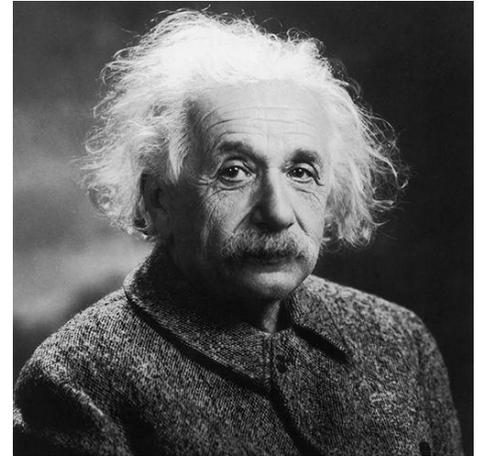
# La Fisica a fine 800

- Fisica classica: Leggi di **Newton** deterministiche
- E' possibile determinare esattamente **posizione** e **velocità** ad ogni istante di tempo
- Energia associata al **moto** ed alle **interazioni**



# Rivoluzioni agli inizi del 900

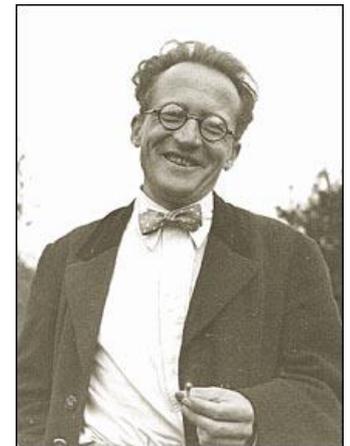
- **1905**: Relatività Ristretta di **Einstein**
  - descrive oggetti con velocità vicine alla velocità della **luce**  $c \simeq 1$  miliardo km/h
  - $c$  è una **velocità massima**
  - la **massa** è una forma di **energia**  $E = m c^2$



- **1925-1930**: Meccanica Quantistica  
(Heisenberg, Schroedinger, Bohr, Dirac,.....)



- descrive oggetti a distanze **microscopiche**
- indeterminismo



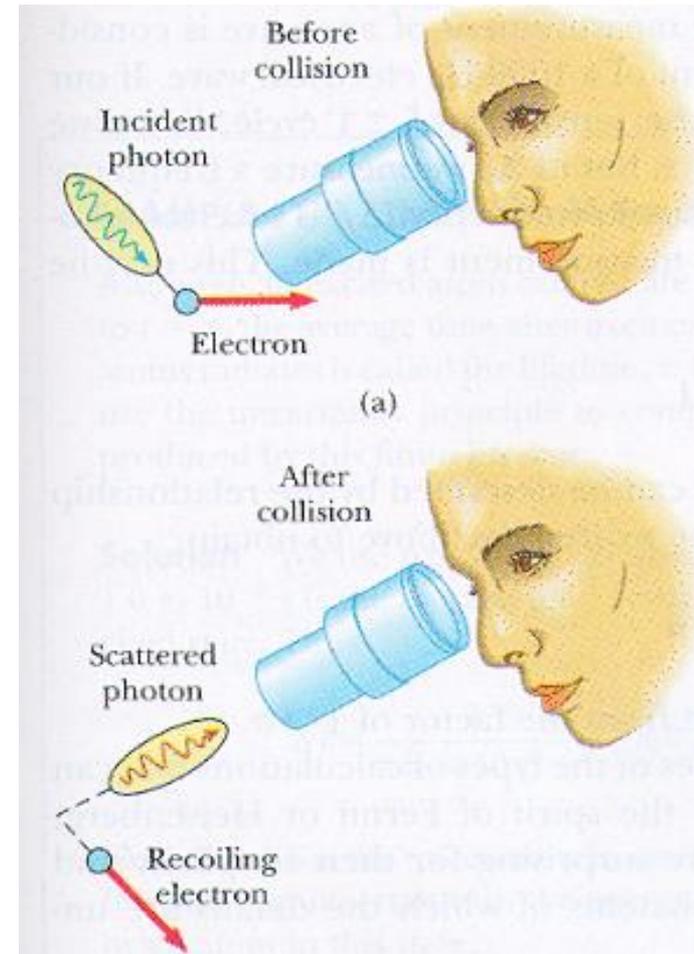
# Principio di indeterminazione

- Formulato da Heisenberg nel 1927
- 1) Più precisamente si determina la **posizione**, meno accuratamente si conosce la **velocità** o l'**energia**

$$\Delta x \Delta E \approx 1$$

- 2) Più precisamente si determina il **tempo**, meno accuratamente si conosce l'**energia**

$$\Delta t \Delta E \approx 1$$

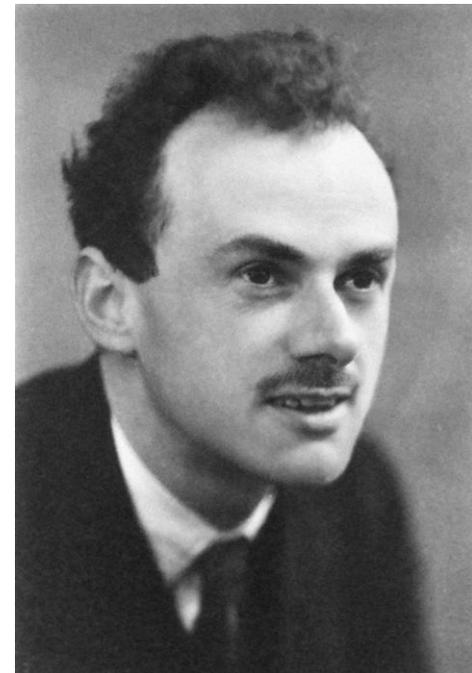


# Entra in gioco la fisica quantistica



# Relatività + Meccanica Quantistica

- Relatività ristretta:  
valida a **grandi velocità** ma **non** a **piccole distanze**
- Meccanica quantistica:  
valida a **piccole distanze** ma **non** a **grandi velocità**
  - che teoria è valida **grandi velocità** e **piccole distanze**?
- **1928**: Equazione di **Dirac**
$$(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - m)\psi(x) = 0$$
  - Teoria dei Campi Quantistica e Relativistica
- Implicazione: **antimateria!**



# Antimateria

- Particella di massa  $m$  e carica  $q$  in una scatola
- Principio di indeterminazione

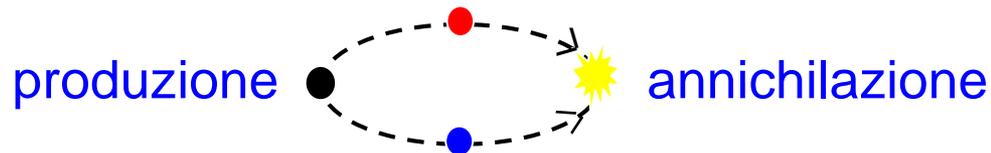
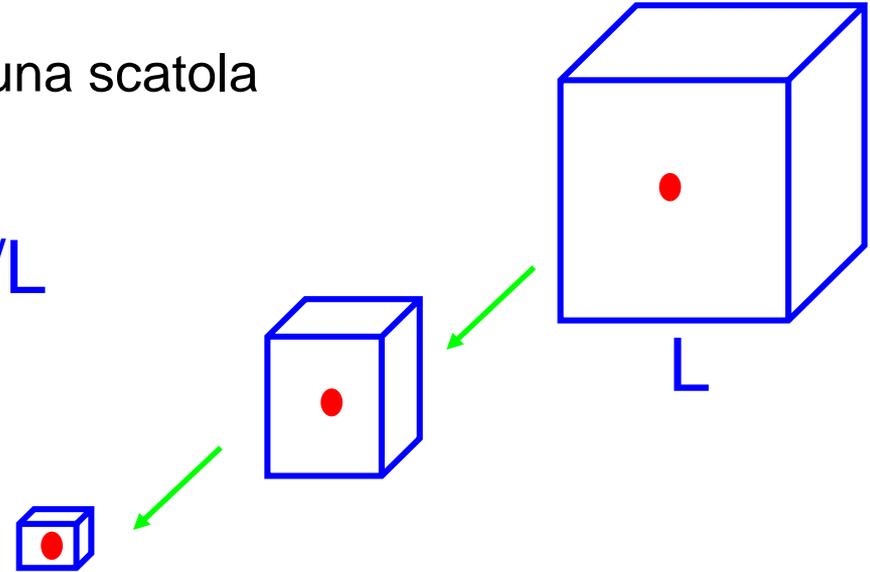
$$\Delta E \simeq 1/\Delta x \simeq 1/L$$

- Se rendo  $L$  sempre più piccolo,  $\Delta E$  aumenta

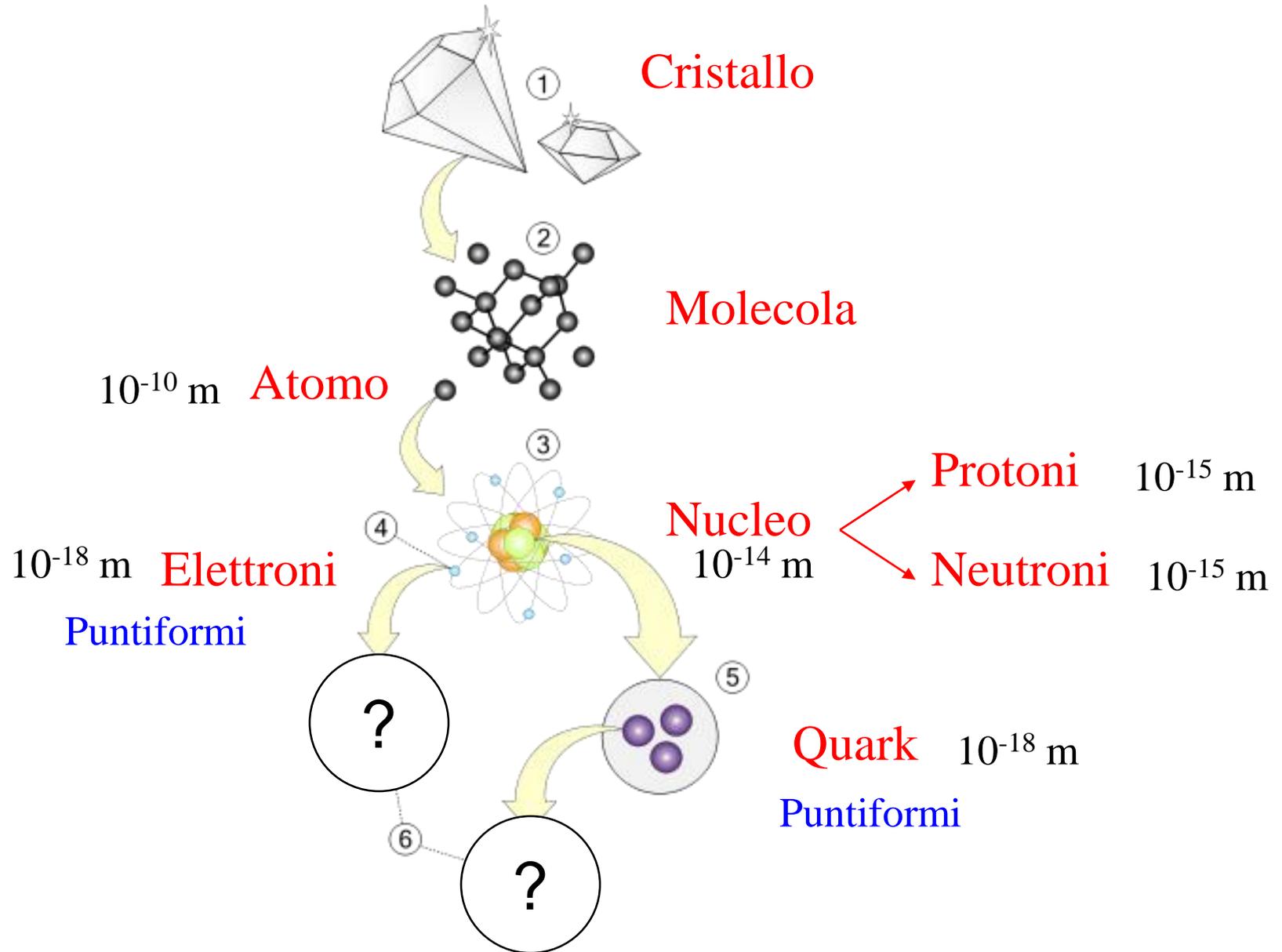
- Relatività:  $E = m c^2$

- Se  $\Delta E = m c^2$  c'è abbastanza energia per produrre una particella  
→ vietato da conservazione della carica elettrica!

- Se  $\Delta E = 2 m c^2$  ho abbastanza energia per produrre 1 **particella** con massa  $m$  e carica  $+q$  ed 1 antiparticella con massa  $m$  e carica  $-q$   
→ produzione di coppie di **particella-antiparticella**



# Particelle elementari



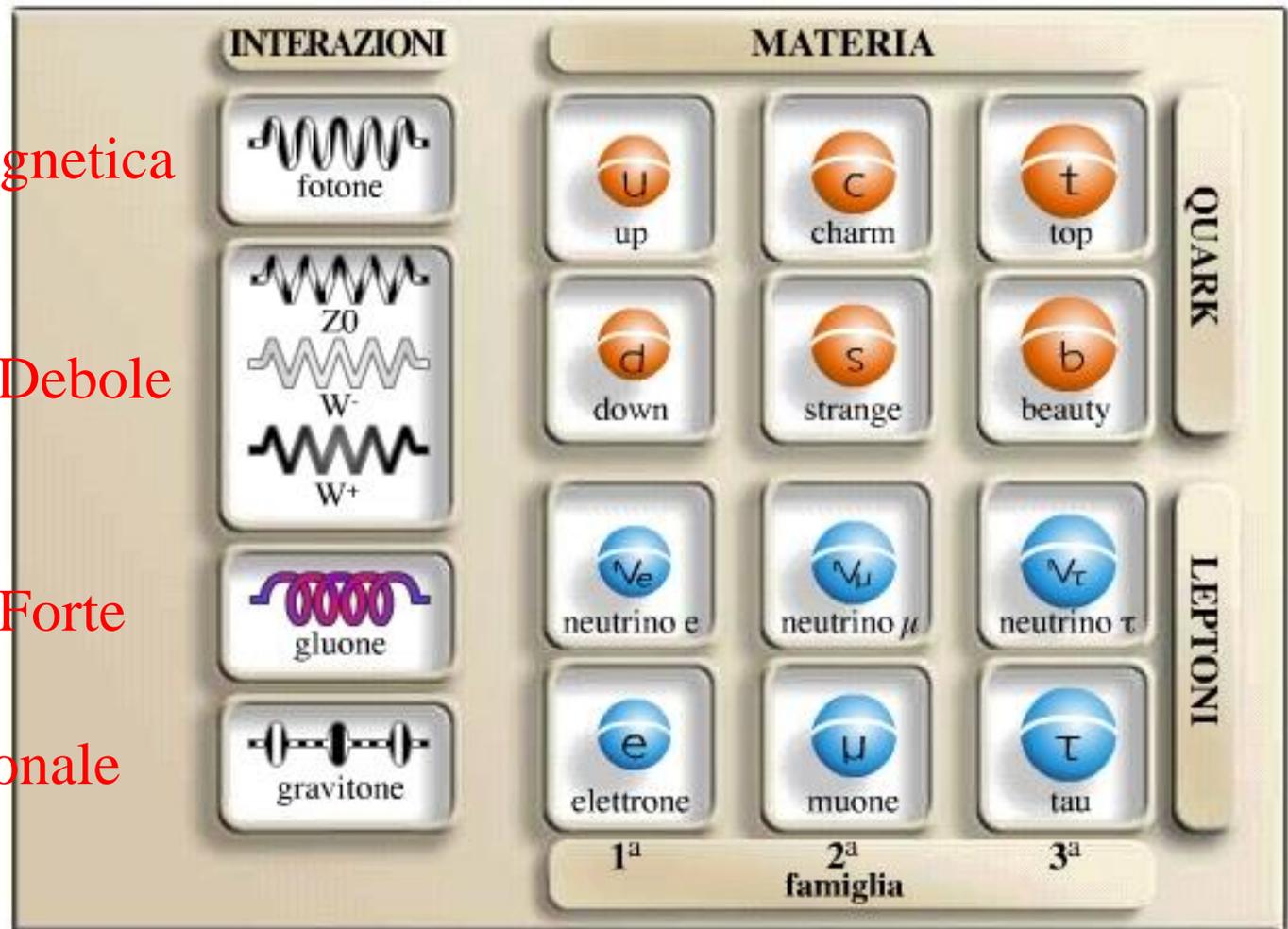
# Interazioni fondamentali

Forza Elettromagnetica

Forza Nucleare Debole

Forza Nucleare Forte

Forza Gravitazionale



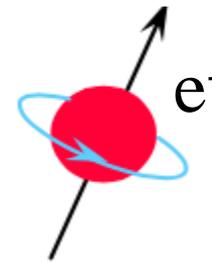
+ Antimateria e Higgs  $\Rightarrow$  O(65) particelle elementari!

↑  
Origine della massa!!

# L'elettrone esatto

Teoria più precisa di tutte: **elettrodinamica quantistica**  
→ Interazione di **elettroni** e **fotoni** con effetti di  
**meccanica quantistica** e **relatività speciale**

**Momento magnetico** dell'elettrone



Misura **sperimentale**: 1.001159652181

Predizione **teorica**: 1.001159652182

Predizione teorica meglio verificata sperimentalmente in tutta la storia!

L'**infinito** sembra scomparire dai calcoli!

Dove è andato a finire?

# Carica elettrica

- Mi avvicino all'**elettrone** per vedere la sua **carica elettrica**  
→ enormi fluttuazioni in **energia**

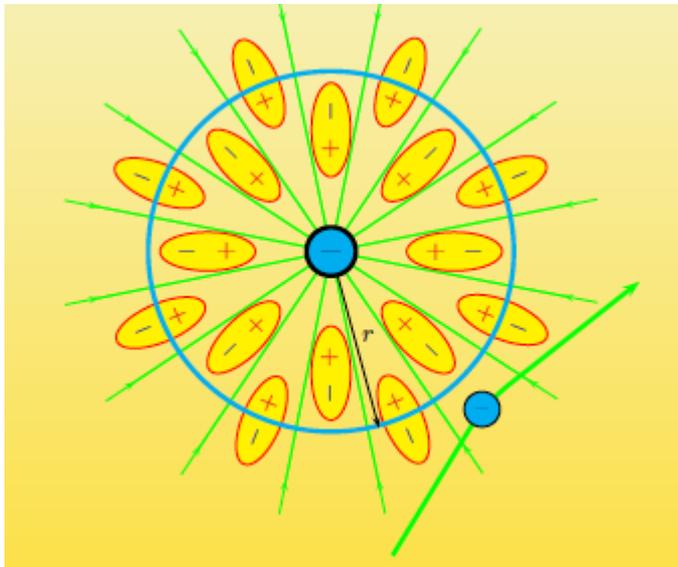
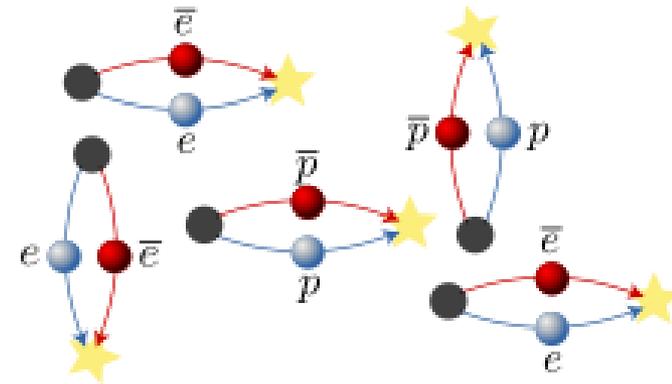
$$\Delta E \simeq \frac{1}{\Delta x} \xrightarrow{\Delta x \rightarrow 0} \infty$$

- coppie **particella-antiparticella** che dopo un tempo brevissimo annichilano nel **vuoto**

$$\Delta t \simeq \frac{1}{\Delta E} \simeq \Delta x \rightarrow 0$$

- **schermatura** della carica elettrica!

Quantum vacuum



carica elettrica **infinita** in assenza di interazioni ma **mai** osservabile!

**schermatura** rende la carica elettrica osservata **finita**!

- rimozione di  $\infty$  dalle equazioni!

# Rinormalizzazione

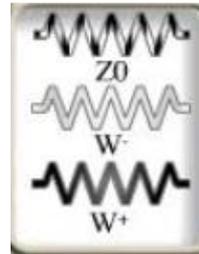
L'**infinito** va a finire dentro quantità non osservabili

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \rightarrow \cancel{\infty} - \frac{1}{12}$$

La parte **finita** produce predizioni perfette!

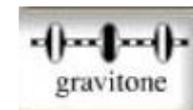
Ma **rinormalizzazione** funziona solo per **3** interazioni:

**EM**, nucleare **forte** e **debole**



Rimozione degli infiniti per la gravità **non** funziona!

Tensione tra **meccanica quantistica**  
e **relatività generale**



?

# Relatività Generale

- Gravità = **curvatura** dello spaziotempo
- **Principio di Equivalenza**: osservatori in caduta libera non vedono **localmente** alcun campo gravitazionale
- Lo spaziotempo è localmente **piatto**
- Difficile conflitto con il **Principio di Indeterminazione**!

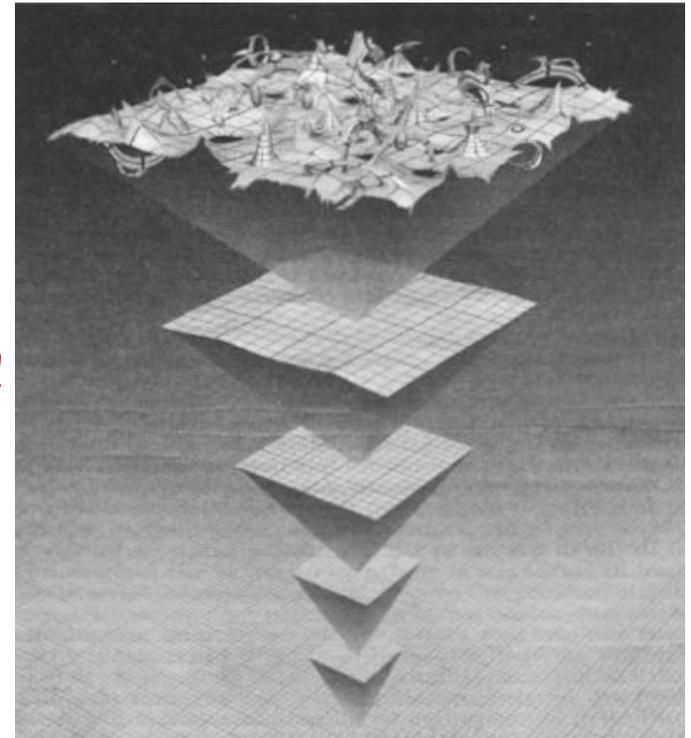
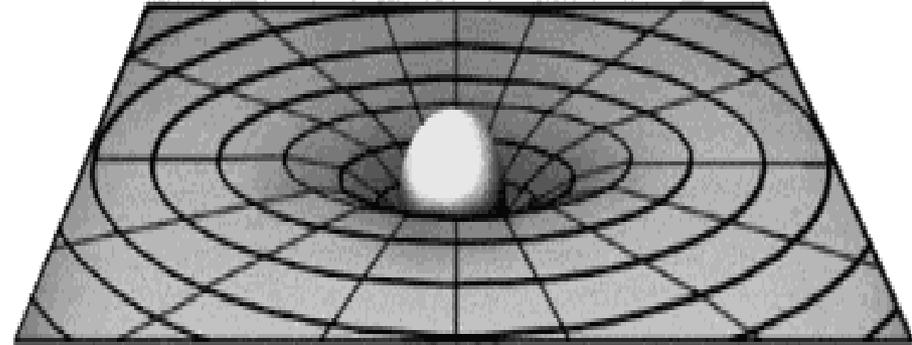
**Necessaria una teoria di gravità quantistica!**

- Ma la gravità è molto debole
- Si possono ancora capire molte cose

**Es.: Modello Standard della fisica delle particelle!**

- Ma la gravità diventa intensa ad alte energie dell'ordine  $M_p \sim 10^{18}$  GeV o piccole distanze  $\ell_p \sim 1/M_p \sim 10^{-35}$  m

**La gravità quantistica non può essere trascurata!**

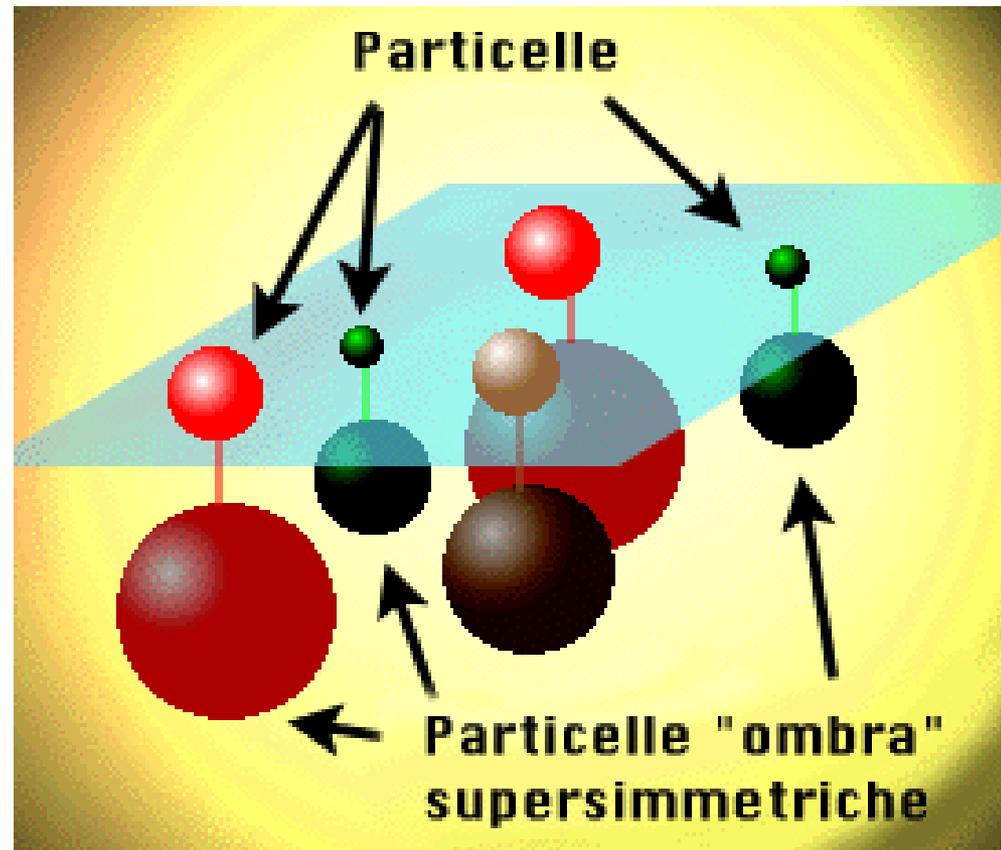


# Modello Standard

- Teoria **quantistica** (piccole distanze) e **relativistica** (alte energie) delle particelle elementari e delle loro interazioni
- Funziona molto bene: più accurata teoria mai formulata!
- Bosone di Higgs **scoperto** al CERN nel 2012!
- Ma ci sono alcuni **seri problemi**:
  - 1) Teoria predice un **bosone di Higgs** troppo massivo
  - 2) Nessuna **unificazione** delle forze
  - 3) Nessuna particella può essere la **materia oscura** (circa **25%** dell'energia dell'Universo)
  - 4) Tanti **parametri** senza spiegazione
  - 5) Non contiene la **gravità quantistica**

# Supersimmetria

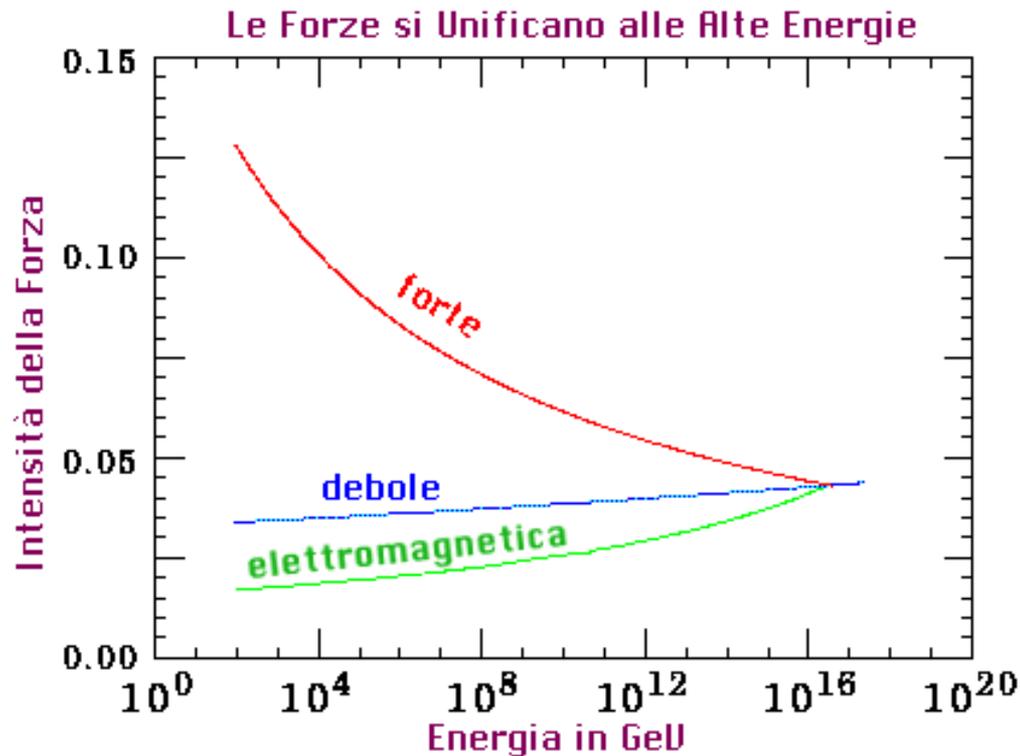
- Ogni particella nota ha un partner supersimmetrico con proprietà simili ma **spin** e **massa** diverse
- Il numero di particelle elementari è raddoppiato, dell'ordine di **130!**
- Molti più parametri senza spiegazione



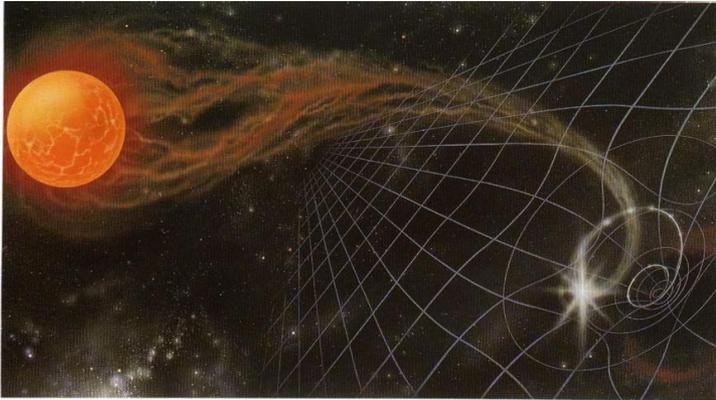
**Sempre senza contenere la gravità quantistica!**

# Vantaggi provenienti dalla Supersimmetria

- 1) Teoria predice un bosone di Higgs con la **corretta massa**
- 2) Contiene un ottimo candidato di **materia oscura**
- 3) Predice l'**unificazione** delle **3** forze non-gravitazionali
- 4) Più grande simmetria permessa dalla teoria quantistica e relativistica



# Problema più importante



- Buchi neri?

- Big Bang?

- Energia oscura?

- Unificazione di tutte le forze?

- TOE: Theory of Everything?



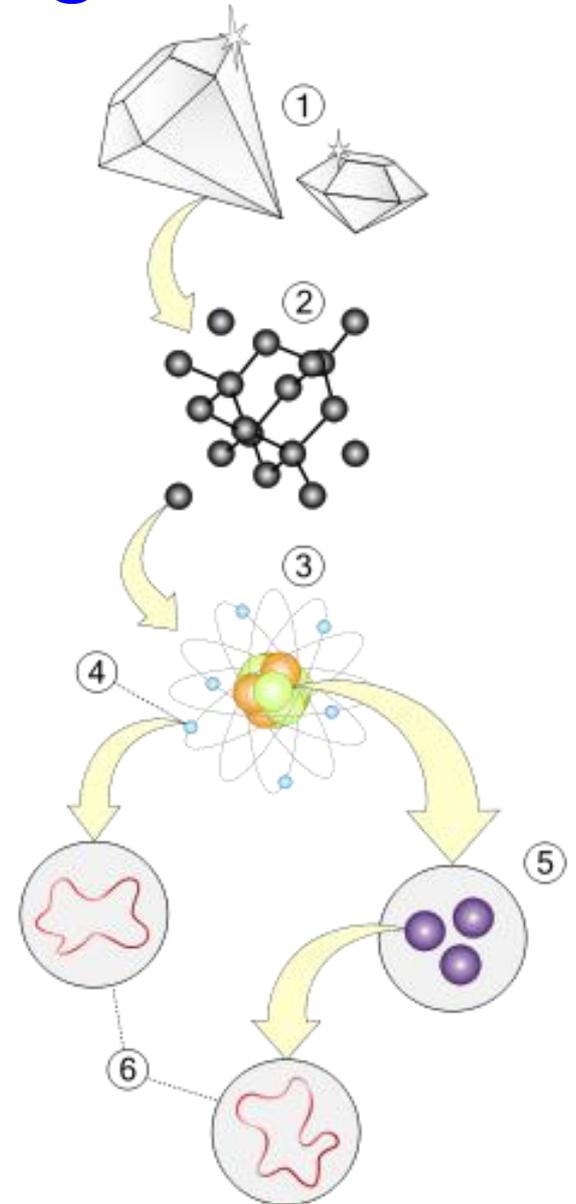
La risposta richiede una teoria di **gravità quantistica!**

# Teoria delle Stringhe

Cambio di punto di vista:  
sostituire particelle puntiformi con  
oggetti unidimensionali!

- 1) Tutte le particelle sono diversi modi di vibrazione della stessa stringa
- 2) Unificazione di materia ed interazioni!
- 3) Include la gravità quantistica!
- 4) C'è un solo parametro, la lunghezza di stringa, da cui tutto può essere derivato!
- 5) A basse energie contiene la relatività generale, la supersimmetria e le teorie delle particelle!

TOE!

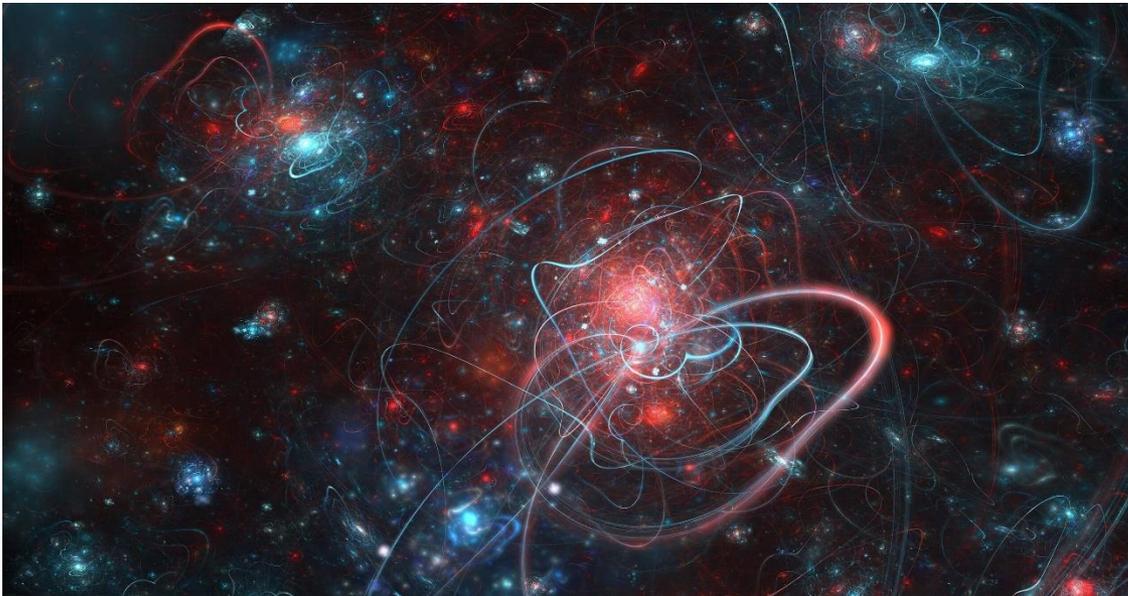


# Dimensioni extra

La teoria delle stringhe permette di predire il numero di **dimensioni** dello **spaziotempo** tramite

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \rightarrow -\frac{1}{12}$$

Risultato: **9** dimensioni spaziali ed **1** tempo

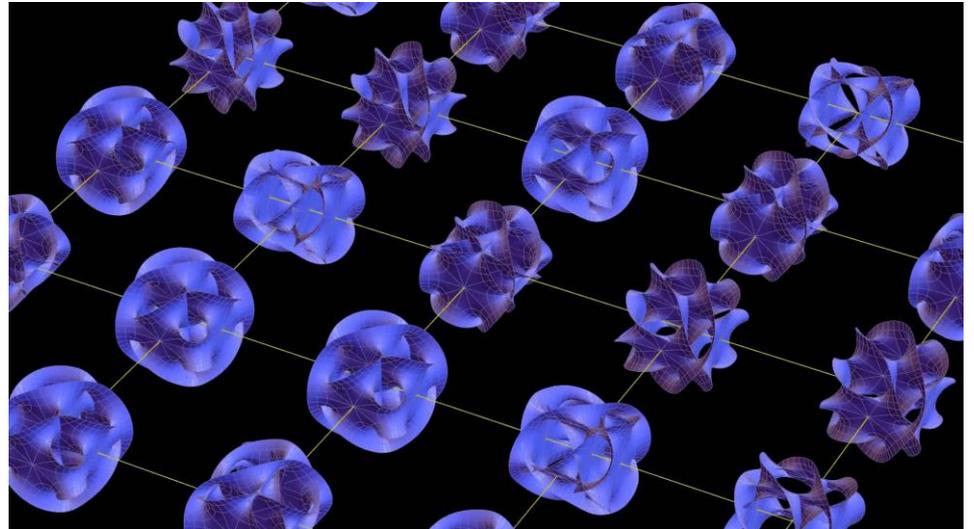
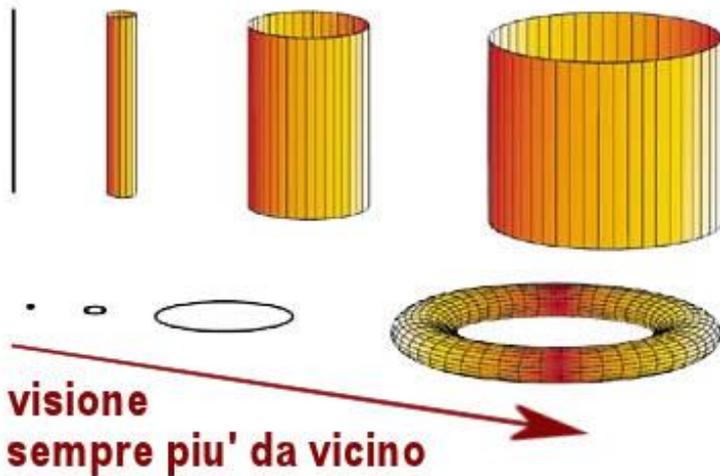


**Ma** il numero osservato di dimensioni è **3** spaziali ed **1** tempo

# Dimensioni extra piccole

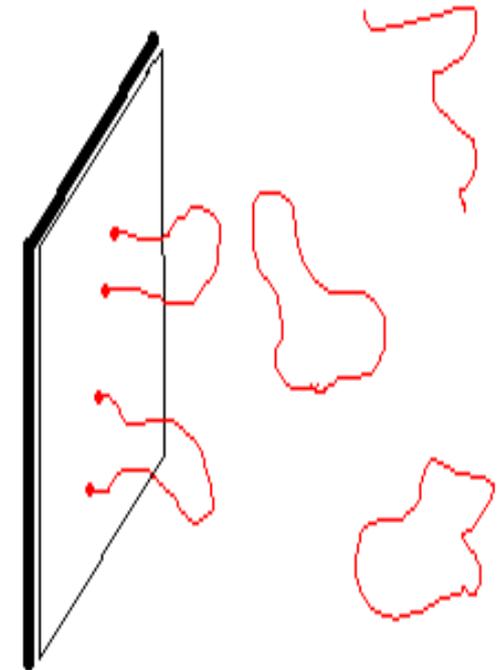
Universo:  $10D = 4D$  grandi +  $6D$  molto piccole

$$d < 10^{-18} \text{ m}$$

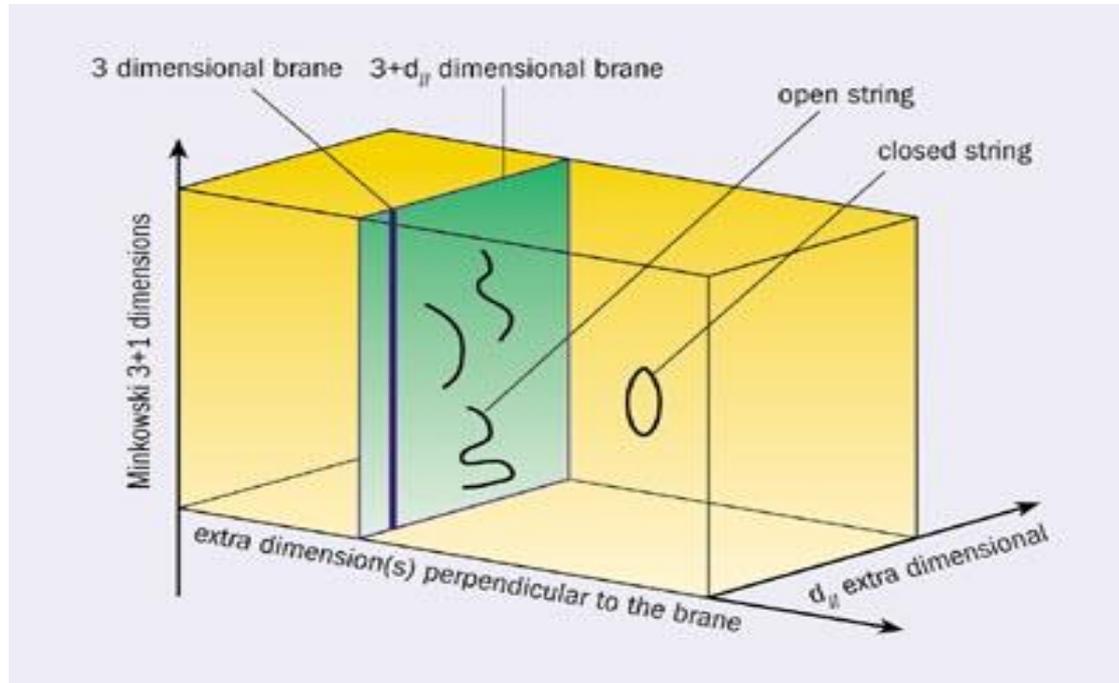


# Brane

- Punti finali di stringhe aperte attaccati a superfici dette **brane**
- Stringhe aperte vincolate a muoversi sulla brana
- La teoria sulle brane assomiglia al **Modello Standard**
- Si possono avere universi paralleli in un **multiverse**
- Le brane possono dare dimensioni extra **grandi**



# Dimensioni extra grandi

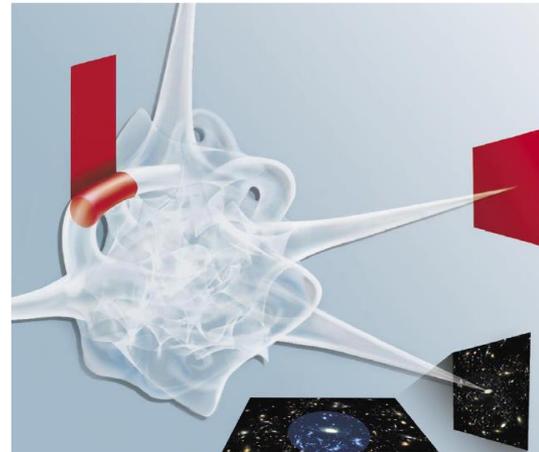


- Stringhe **aperte** intrappolate sulle brane
- Stringhe **chiuse** libere di muoversi nelle dimensioni extra
- **Tutte** le particelle e le interazioni fondamentali (eccetto la gravità) confinate sulle **brane**
- Dimensioni extra **grandi** rilevabili tramite modifiche della gravità a distanze del **micron**
- Le stringhe potrebbero essere trovate ad energie molto **più basse** della **scala di Planck!**

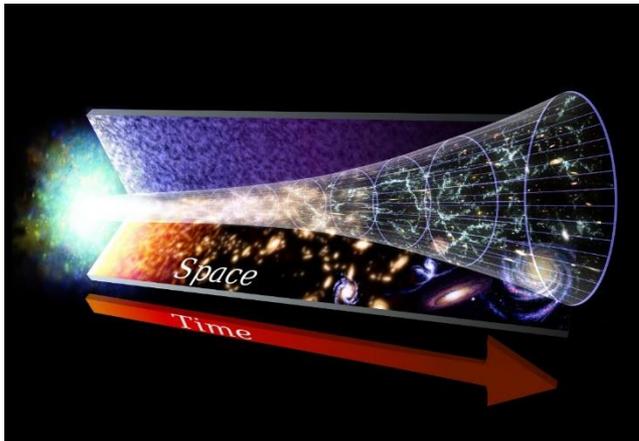
# Predizioni indirette

Dimensioni extra **piccole** → **non** è possibile vedere le stringhe ad LHC  
→ **predizioni indirette** per la fisica in 4D:

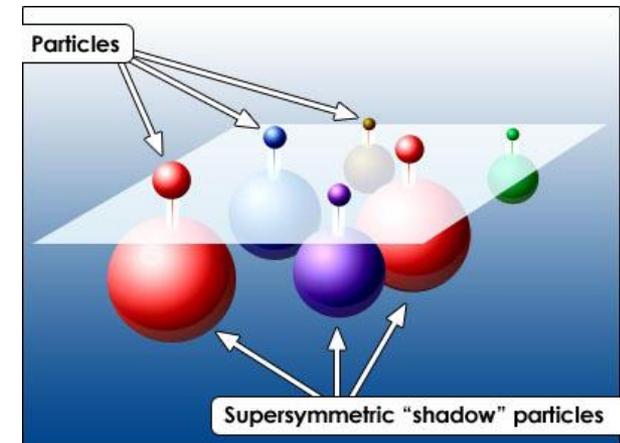
1) Riprodurre il **Modello Standard**



2) Spiegare l'**Inflazione Cosmica**



3) Derivare la massa delle particelle **supersimmetriche**



iv) Predire la natura della **materia oscura** e dell'**energia oscura** (**assioni?**)

# Molte cose ancora da capire!

- Abbiamo bisogno del vostro aiuto!
- Non è necessario essere dei geni
- Vi deve piacere viaggiare
- Enorme **passione!**