

- 
- 
- 

# Simmetrie in Natura, nell'Arte e nella Scienza

E. Santopinto

27/04/2023

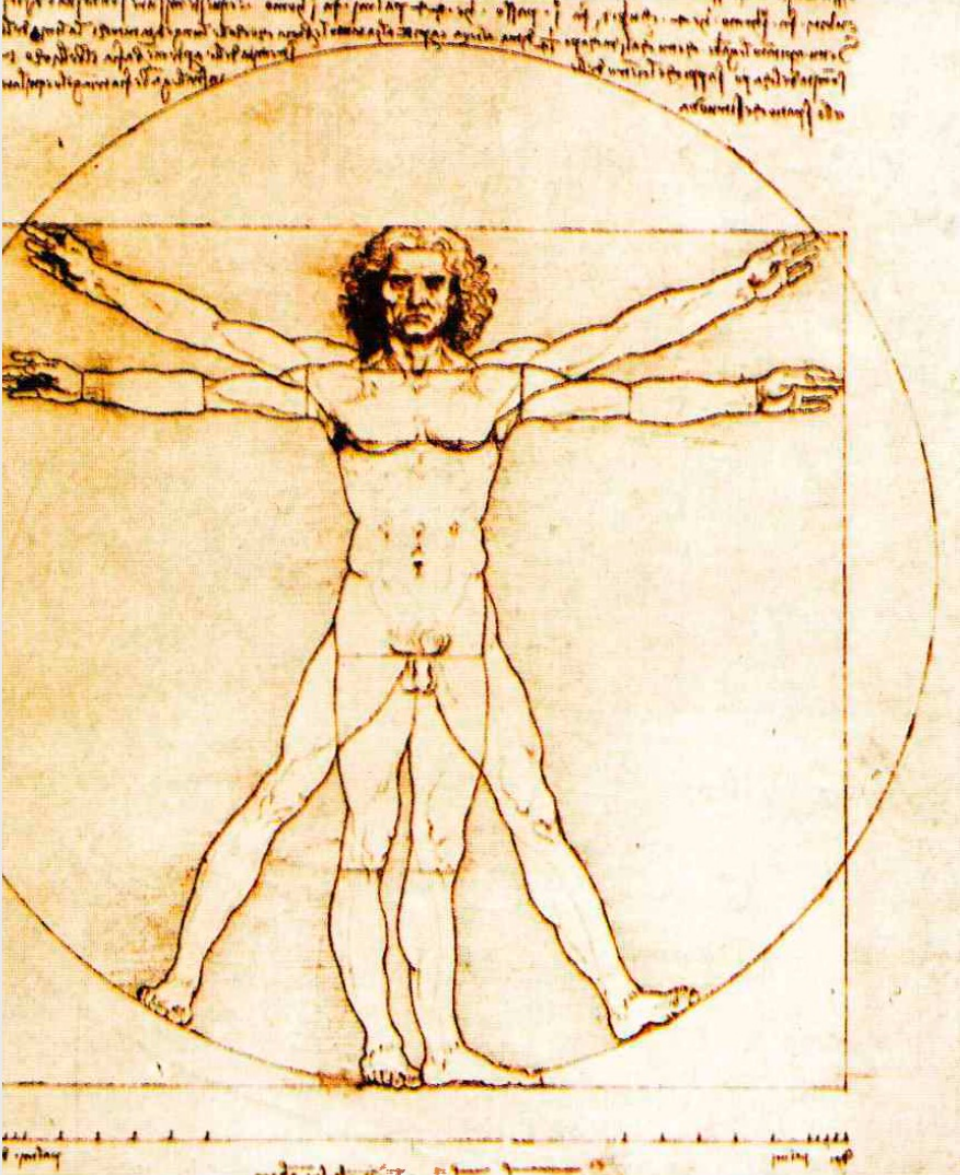
Aula Informatica, DIFI via Dodecaneso 33 Genova

# Introduzione

- **Fin dall'antichità' il concetto di simmetria ha affascinato filosofi, matematici, artisti e pensatori in genere. La sua formalizzazione matematica a partire dalla fine del XIX secolo (ad opera di Galois) ha portato a sviluppi molto significativi in matematica (teoria dei gruppi) e in particolare nella fisica moderna, tanto che alcune delle più grandi scoperte della fisica teorica del XX secolo, come vedremo, possono essere intese come scoperte dell'esistenza di particolari proprietà di simmetria delle leggi fisiche.**

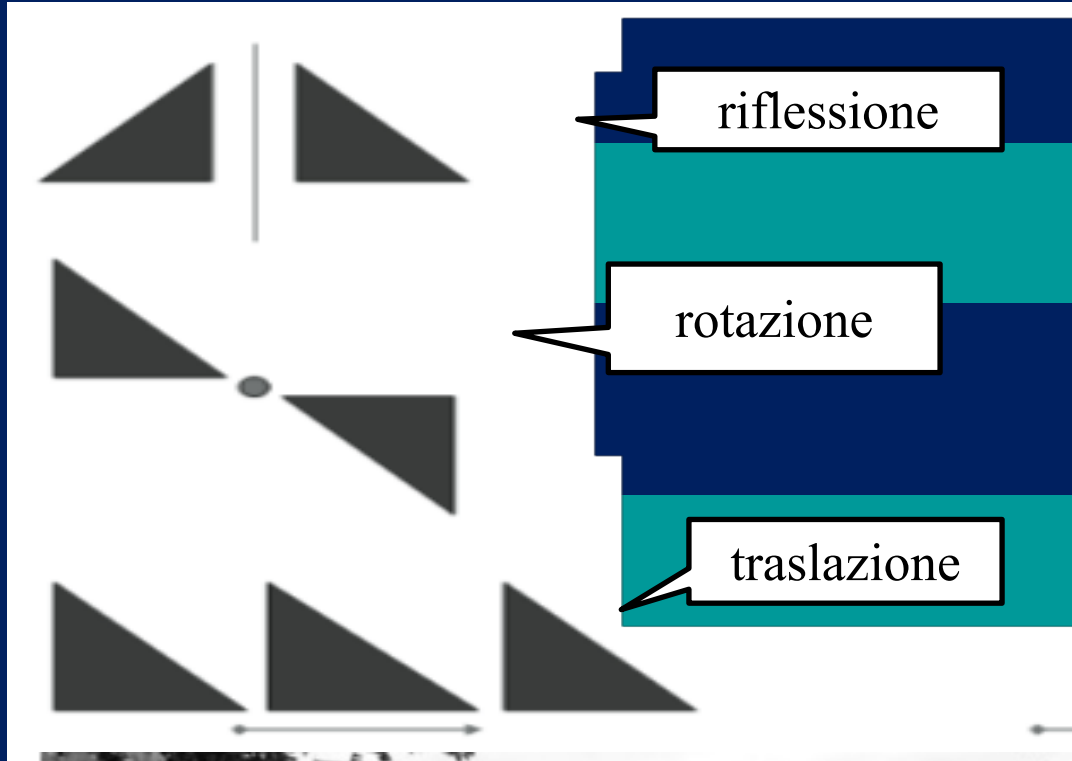
# Introduzione

- **Soprattutto nella seconda meta' del XX secolo, il concetto di simmetria e' stato approfondito e raffinato con le realizzazione del meccanismo di rottura spontanea di simmetria che, come vedremo in seguito, e' alla base di importanti rivoluzioni concettuali nella fisica.**



Il termine simmetria risale ai greci, che con esso indicavano una nozione strettamente legata a quelle di proporzione e armonia. Questa nozione antica di simmetria, fatta propria dai latini nella versione di Vitruvio cioè' la rispondenza di proporzioni tra le singole parti e l'intera figura, rimane quella dominante fino a tutto il Rinascimento e se ne trova traccia ancora oggi in una delle due accezioni usate nel linguaggio corrente

Leonardo da Vinci, *Le proporzioni del corpo umano secondo Vitruvio* - “Uomo vitruviano” (1490 circa; punta metallica, penna e inchiostro, tocchi di acquerello su carta bianca, 34,4 x 24,5 cm; Venezia, Gallerie dell'Accademia)



Trasformazioni di simmetria ( riflessione e la traslazione) rappresentate in una foto del castello di Chenonceau, in Francia

Nelle figure successive, possiamo vedere varie simmetrie che si trovano in natura. Tra la flora, ad esempio, il girasole comune delle Malvaceae ha cinque assi di riflessione in aggiunta alla sua simmetria rotazionale "fivefold". Al contrario, il fiore vinca minor "solo" mostra la simmetria rotazionale.



girasole comune delle  
Malvaceae

Vinca minor



# Definizione moderna di simmetria

- Se si considera un “oggetto” (un vaso, una molecola, una particella elementare, un pianeta o l’intero universo) come un sistema fisico, diciamo che questo possiede una certa simmetria quando le sue proprietà, dopo la trasformazione che abbiamo operato su di esso, sono indistinguibili da quelle che aveva prima.

# Trasformazioni e simmetrie

- Cosa è una simmetria?

È una trasformazione che lascia un aspetto osservabile di un sistema invariato. La quantità invariata osservabile è detta essere un invariante.



- Es.: Ogni rotazione delle lancette di un orologio, cambia la loro orientazione ma non cambia la loro lunghezza.

⇒ La lunghezza della lancette dell'orologio è invariante per trasformazioni di rotazione.

Anche le leggi fisiche “possono” essere invarianti per trasformazioni di simmetria.

- Es.. La legge di Coulomb che descrive la forza cariche

**Coulomb's Law**

$$F = \frac{k q_1 q_2}{r^2}$$

Coulomb constant (gets the units right) →  $k$

Charges (in Coulombs) →  $q_1$  and  $q_2$

Force →  $F$

$F < 0$  attractive  
 $F > 0$  repulsive

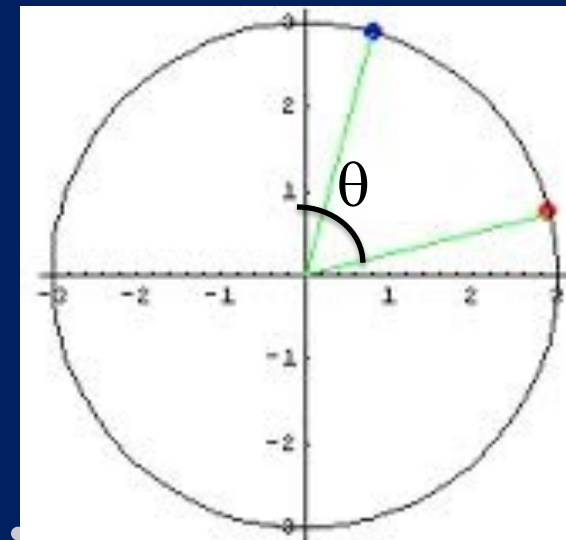
Distance between charges →  $r$



# • • Simmetrie Continue

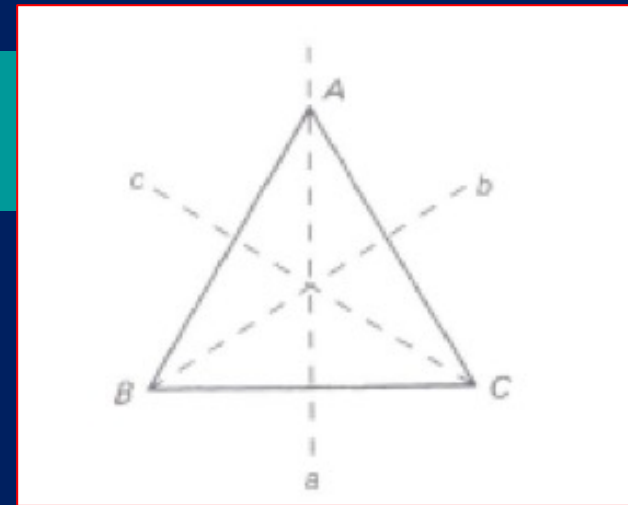
- Sono caratterizzate da una invarianza del sistema che segue da una trasformazione continua ovvero da un cambiamento continuo della trasformazione del sistema
- Un numero infinito di trasformazioni lascia il sistema invariato
  - Es.: la rotazione di un disco di un angolo  $\theta$  rispetto all'asse centrale
  - Tutte queste trasformazioni sono di un dato tipo e così possono essere facilmente caratterizzate da un piccolo set di parametri.

Es.: Tutte le trasformazioni che lasciano un cerchio invariato possono essere caratterizzate da un asse di rotazione e dall'angolo di rotazione.



# Simmetrie Discrete

Una simmetria è discreta quando c'è un numero finito di trasformazioni che lasciano un'osservabile invariata



$C_2$



$C_3, C_3^2$   
or  $2C_3$

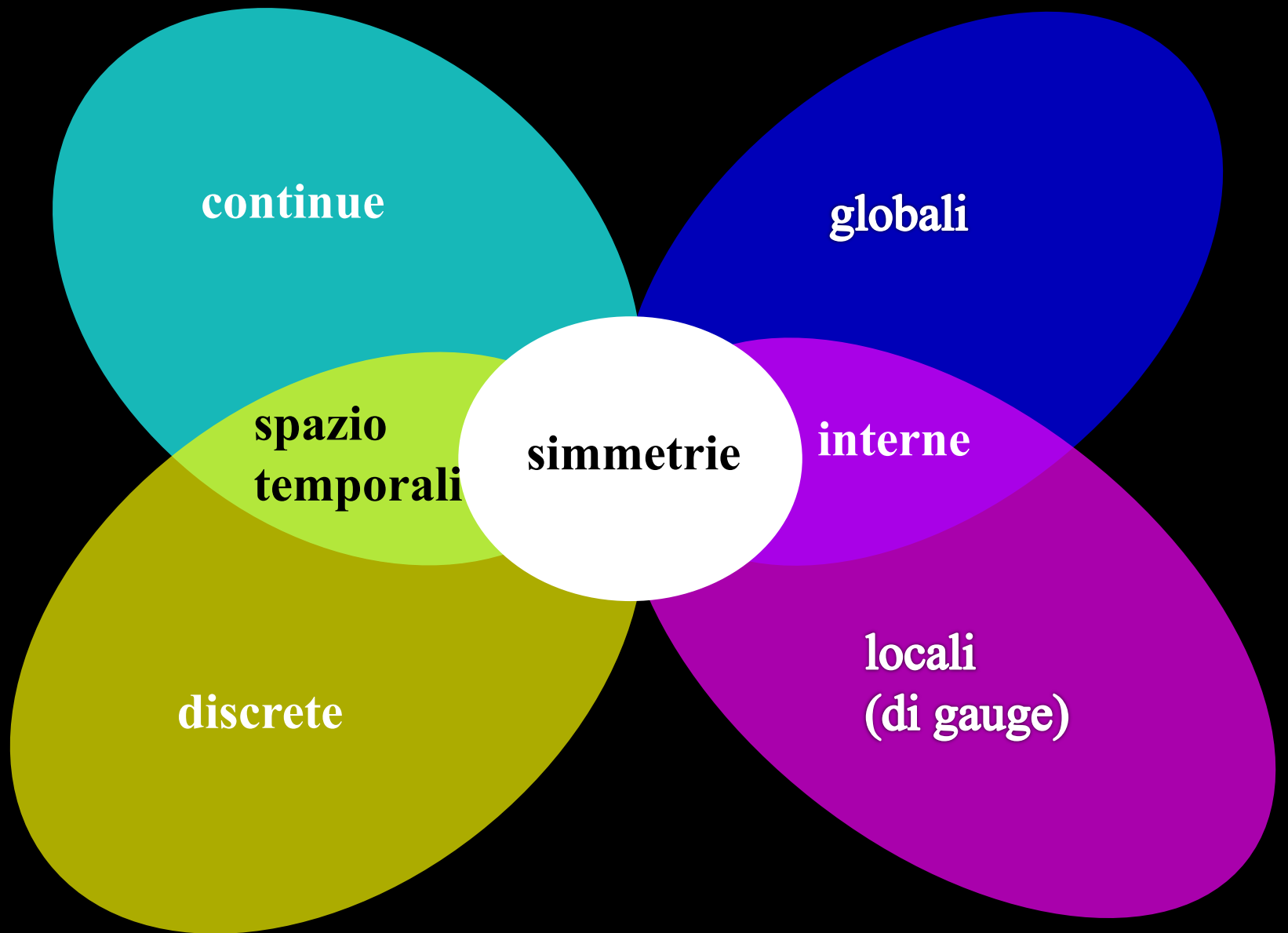


$C_4, C_4^2, C_4^3$   
or  $3C_4$

Es. L'insieme di trasformazioni che lasciano invariato un triangolo equilatero

Es. Rotazioni di  $120^\circ$  e di  $240^\circ$

Riflessione rispetto agli assi che a partire da un vertice bisecano in parti uguali i lati opposti

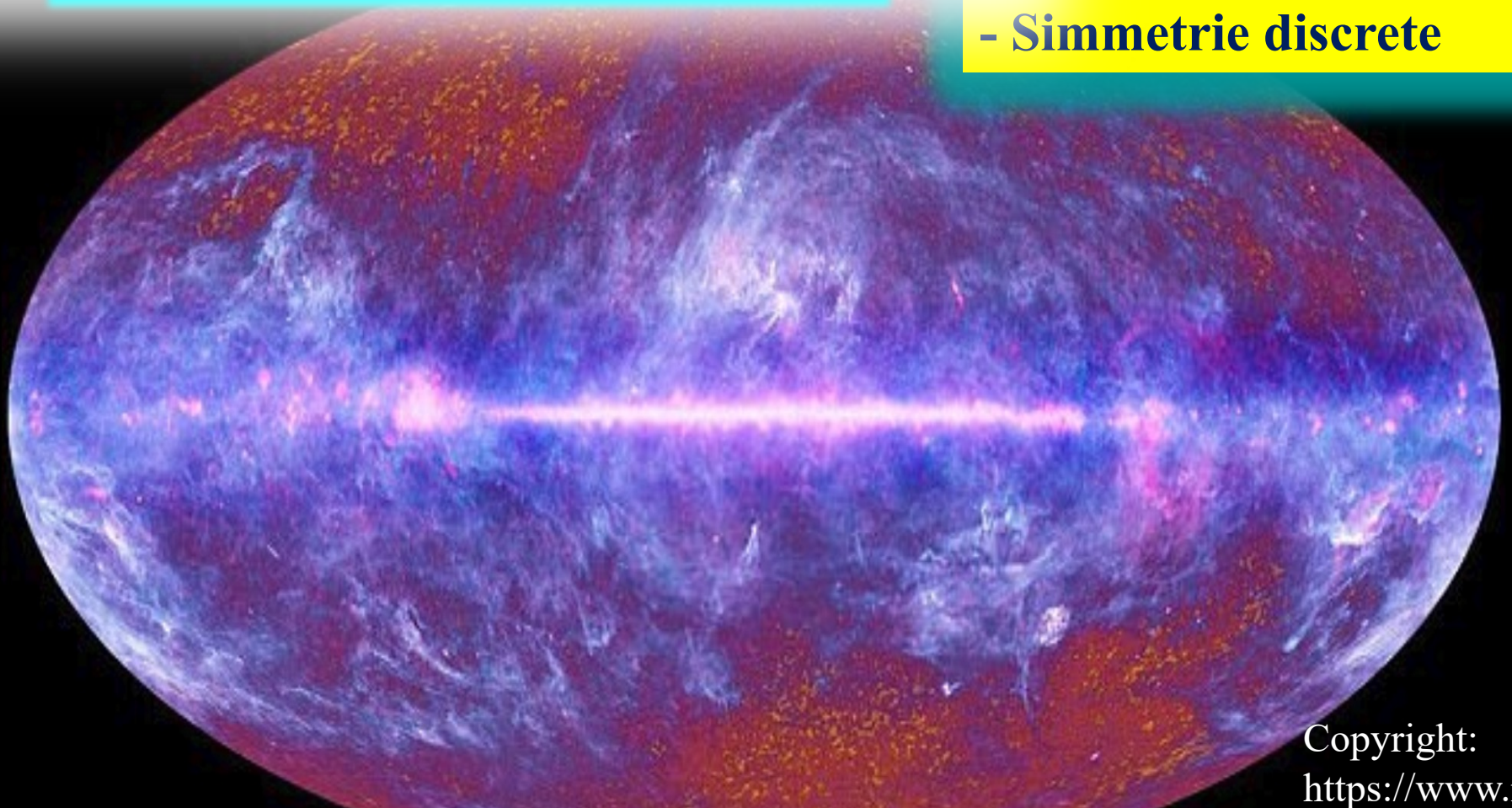


- 
- 
- 

## 1) Simmetrie spazio temporali

-Simmetrie continue

- Simmetrie discrete



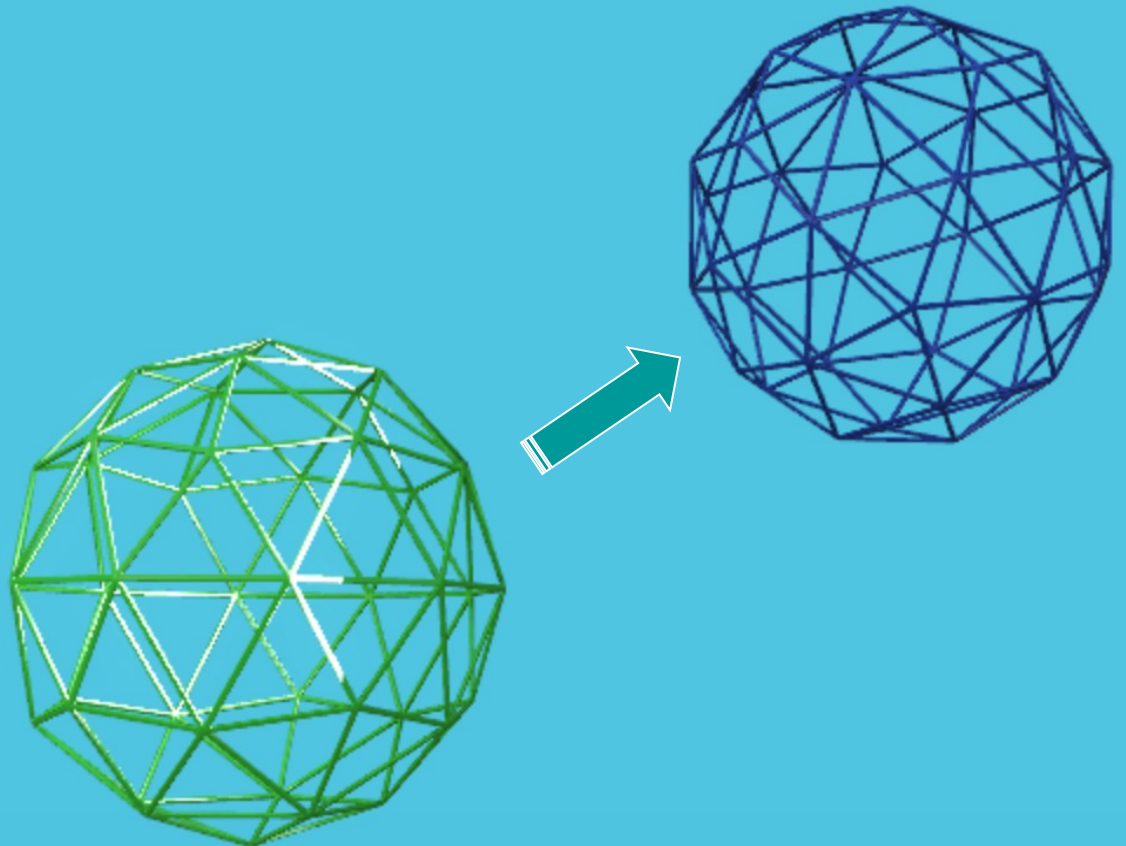
- 
- 
- 

## Simmetrie continue :

Invarianza per traslazioni  
nello spazio

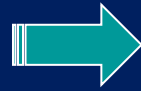


conservazione, della  
quantita' di moto

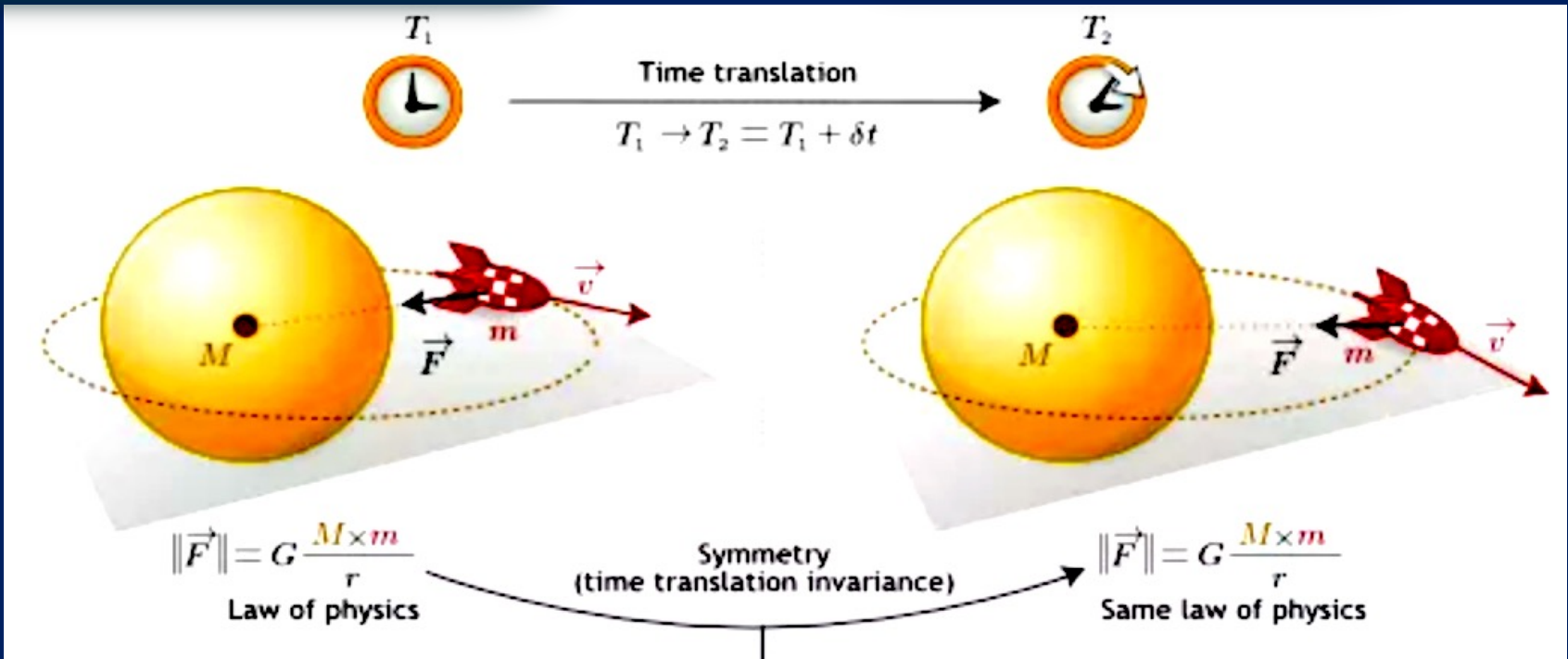


# Simmetrie continue :

Invarianza per traslazioni nel tempo



conservazione dell'energia.



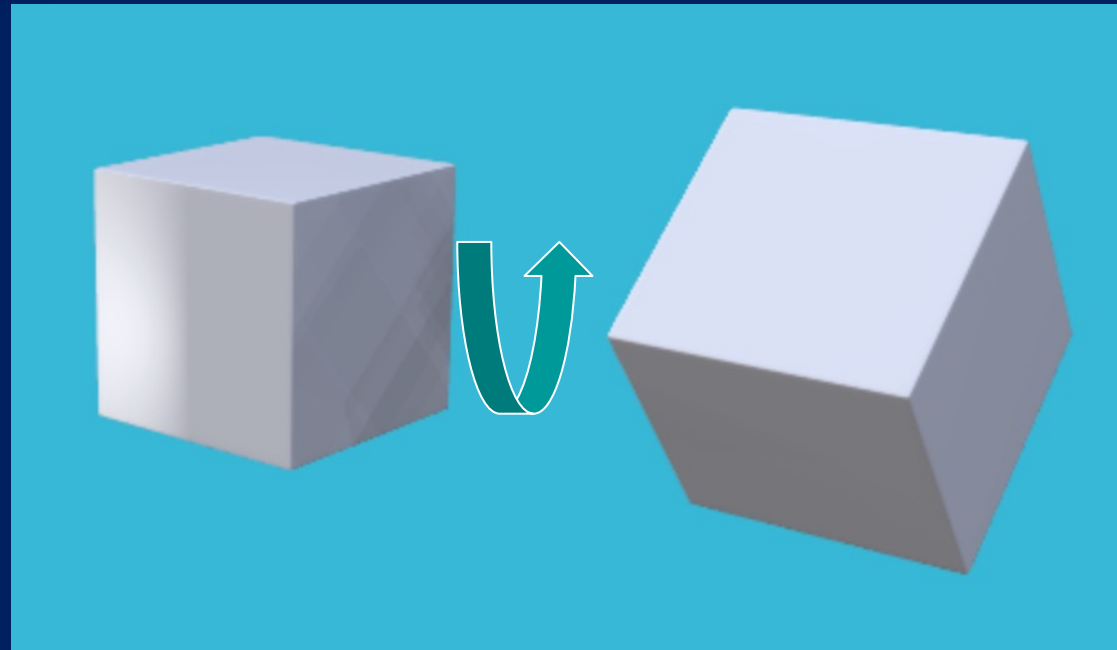
- 
- 
- 

## Simmetrie continue:

Invarianza per rotazioni spaziali



conservazione del momento angolare

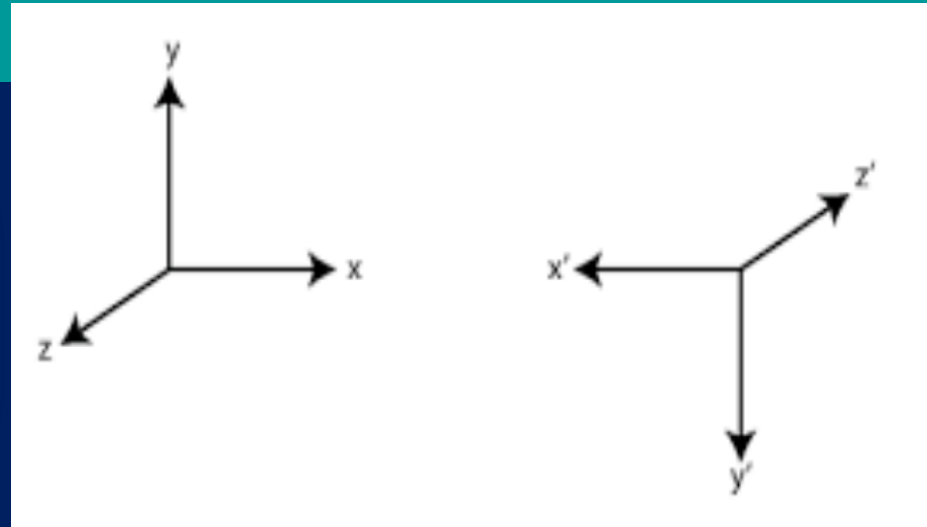


- 
- 
- 

## - Trasformazioni discrete

### 1) parita' ovvero riflessione spaziale

Fare una trasformazione di parita' equivale ad invertire il verso di tutti gli assi del sistema di riferimento



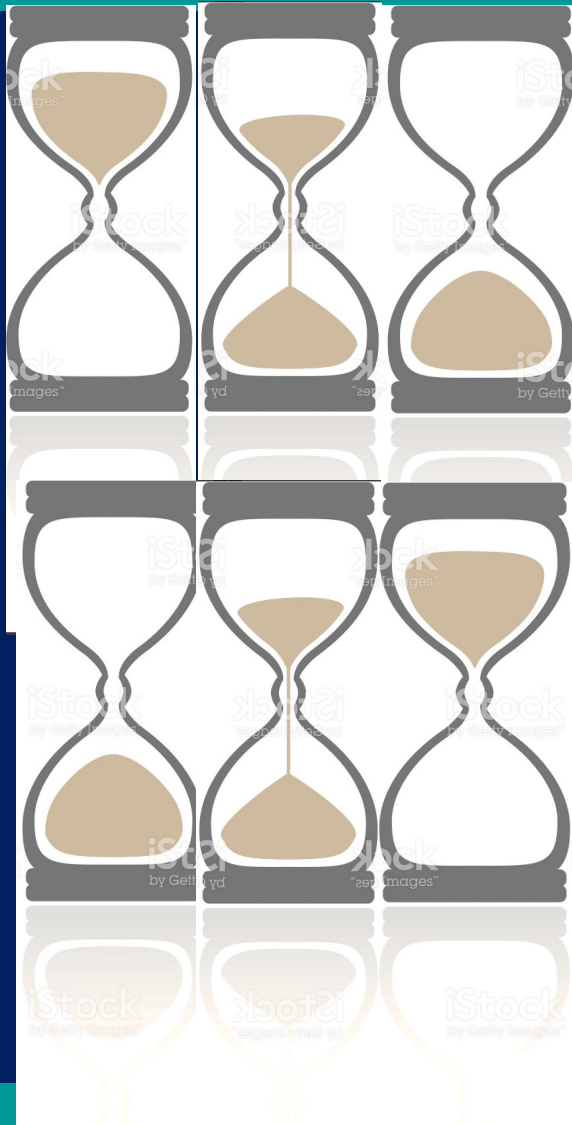
**Se un sistema e' simmetrico rispetto alla parita', ossia se e' invariante per riflessioni spaziali allora la parita' e' conservata.**

**Se la parita' e' conservata il sistema e' uguale a se stesso in una immagine speculare.**



# - Trasformazioni discrete

## 2) inversione temporale



L'inversione temporale  $e'$  la trasformazione  $t \rightarrow -t$ , a cui corrisponde l'operatore di inversione temporale  $T$ .



## - Trasformazioni discrete

### 3) scambio materia-antimateria.

Un'altra trasformazione discreta e' quella che si ottiene sostituendo ad ogni particella la relativa antiparticella, scambiando quindi il segno della carica e degli altri numeri quantici interni (numero barionico, leptonico ecc.) e lasciando invariate le grandezze dinamiche (impulso, spin ecc.).

