

Perché il sole brilla?

Francesco Vissani,
Laboratori Nazionali del Gran Sasso

vissani@lngs.infn.it

Liceo Scientifico "Galilei", Pescara, anno 2015

Indice

1	Introduzione	2
1.1	Numeri importanti relativi al Sole	3
1.2	L'energia solare è davvero tanta	3
1.3	Unita di misura dell'energia ed un trucco mnemonico	4
2	Ipotesi della energia chimica	4
2.1	Che il sole funzioni come un motore di un'auto?	4
2.2	★ L'energia di una singola reazione chimica	5
3	Ipotesi della energia gravitazionale	6
3.1	Come calcolare l'energia disponibile	6
3.2	Una stima per il sole	7
3.3	★★ Come fare un calcolo più preciso	8
4	Ipotesi della energia dal nucleo dell'atomo	8
4.1	Repulsione elettromagnetica nel nucleo	8
4.2	Una applicazione della formula di Einstein	9
5	Sviluppi (molto) recenti: i neutrini solari	10
A	★ Qualche concetto in più sugli atomi	12

B	Proposte per consolidare e/o approfondire	13
B.1	Quanto idrogeno si fonde ogni secondo nel sole?	13
B.2	* Come è distribuita la materia nel sole?	13
B.3	* Quali sono i modi per sfruttare la luce del sole?	13
B.4	Quanto è grande un atomo?	14
B.5	Quanto possiamo comprimere la materia?	14
B.6	** Come siamo arrivati a capire l'esistenza del neutrino?	14
B.7	*** Cosa sono le oscillazioni di neutrino?	14

1 Introduzione

Queste note sono state preparate per una discussione con gli studenti del quinto anno del Liceo Scientifico Galileo Galilei di Pescara (2015). Affrontiamo la domanda presentata nel titolo, traendo vantaggio da nozioni scientifiche a disposizione degli studenti di un Liceo e svolgendo alcuni semplici calcoli. In vari punti, vengono offerte occasioni di approfondimento per studenti particolarmente interessati o motivati; queste sezioni possono essere omesse in prima lettura e possono essere facilmente identificate perché il loro titolo è preceduto da qualche stellina. Incoraggio i lettori a contattarmi presso vissani@lngs.infn.it nel caso avessero dubbi o desiderio di approfondire qualche aspetto particolare.

Bene, a questo punto possiamo passare all'introduzione vera e propria. Mentre il sole è stato oggetto di speranze, sentimenti, timori e ragionamenti in tutte le civiltà dell'uomo di cui abbiamo notizia, è bene ricordare che solo da poco siamo riusciti a capire come funziona: meno di un secolo. Infatti, le prove definitive che la nostra conoscenza poggia su solide basi sono molto recenti. Mi riferisco in particolare ai risultati dell'esperimento Borexino, ottenuti l'anno scorso (2014) presso i Laboratori Nazionali del Gran Sasso, che discuteremo al termine di queste note.

La storia di come siamo arrivati a capire come brilla il sole,¹ proprio come molte storie, ha proceduto per tentativi ed errori. In questo caso, siamo arrivati a formulare le giuste domande, ed alla fine ad ottenere quella che oggi pensiamo sia *la* risposta. Nella prima parte di queste note, ripercorreremo insieme alcune delle principali tappe di questa storia esaminando varie possibilità che sono state proposte e scartate, fino ad arrivare a quella che invece abbiamo accettato. Vorrei usare questa occasione per presentare quel modo particolare di argomentare che si usa in fisica, insistendo in particolare sulla importanza

¹Avrete notato che il titolo di questa discussione è *perché il sole brilla*. A questo punto, mi sembra doveroso ammettere che avrei preferito un titolo più vicino a quello che discutiamo davvero, tipo *Come funziona il sole*; ma allo stesso tempo, riconosco che il titolo prescelto è più efficace da un punto di vista oratorio.

del principio di conservazione dell'energia. Le stime che presento sono in gran parte semi-quantitative; l'obiettivo che ho in mente non è quello di svolgere ragionamenti rigorosissimi o fornire numeri estremamente precisi, quanto piuttosto di indicare, di volta in volta, quali sono i giusti ordini di grandezza da tenere in conto.

1.1 Numeri importanti relativi al Sole

Cominciamo da due grandezze caratteristiche e importantissime, la massa del sole

$$M_{\odot} = 2 \times 10^{30} \text{ kg} \quad (1)$$

(circa 300 mila volte quella della terra) ed il suo raggio

$$R_{\odot} = 7 \times 10^8 \text{ m} \quad (2)$$

(circa 100 volte quello della terra). Le useremo nel seguito a più riprese. Per quello che ci riguarda direttamente in questa discussione, però, la quantità più interessante è la potenza irradiata (che in astronomia viene chiamata *luminosità*)

$$P_{\odot} = 4 \times 10^{26} \text{ W, dove } W = \frac{\text{Joule}}{\text{sec}} \quad (3)$$

Siccome la distanza tipica del sole dalla terra è

$$D = 150 \text{ milioni di km} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m} \quad (4)$$

la potenza distribuita sulla superficie di una sfera di raggio D , che è detto flusso di energia vale

$$F = \frac{P_{\odot}}{4\pi D^2} = 1.4 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} \quad (5)$$

Questa quantità è nota anche come *costante solare*.

1.2 L'energia solare è davvero tanta

Una *sfera di Dyson* è un ipotetico manufatto capace di intercettare una certa parte della energia irradiata da una stella. Questa idea, apparsa per la prima volta nella letteratura fantascientifica, è stata proposta alla attenzione del più vasto pubblico dal famoso scienziato inglese Freeman Dyson. Per una sua descrizione puntuale si veda il sito

<http://www.aleph.se/Nada/dysonFAQ.html>

Useremo questo concetto solo per capire meglio quanto è grande l'energia che il nostro sole emette. Supponiamo di essere in grado di intercettare tutta l'energia dal sole, con una

sfera di Dyson, per esempio, una posta più o meno alla distanza della terra dal sole, con superficie $S = 4\pi D^2 = 3 \times 10^{23} \text{ m}^2$. Poiché una lavatrice consuma una potenza di 2-3 kW, in linea di principio saremmo in grado di alimentarne un po' più di 10^{23} , tenendole sempre accese. Confrontiamo questo numero con un ipotetico numero di abitanti nella nostra Galassia. Facciamo una stima in eccesso, considerando che tutte le stelle abbiano 1 pianeta popolato come il nostro (7 miliardi di abitanti). Siccome ci sono 200 miliardi di stelle, ogni abitante avrebbe sempre a disposizione... circa 100 lavatrici!

1.3 Unità di misura dell'energia ed un trucco mnemonico

Abbiamo usato il kW, cioè mille Watt, una unità che si incontra nella vita quotidiana (per esempio, se la vostra casa va in sovraccarico di energia elettrica, e la corrente salta). Da questo si desume una unità di energia di uso comune, moltiplicando la potenza per un tipico tempo di utilizzazione di un ora, il *kilowattora*

$$\text{kW-h} \approx 4 \text{ MJ} \quad (6)$$

Un'altra unità di misura della energia, comunemente usata in fisica atomica, è poi l'*electronvolt*

$$\text{eV} \approx 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} \quad (7)$$

La precedente unità è l'energia guadagnata da un elettrone (con carica $e = -1.9 \times 10^{-19} \text{ C}$) in una differenza potenziale di un volt.

Il trucco menzionato nel titolo riguarda la stima dei secondi in un anno. Potete verificare da soli la seguente stima, piuttosto precisa e facile da ricordare:

$$1 \text{ anno} = \pi \times 10^7 \text{ s} \quad (8)$$

Per i nostri scopi ci è sufficiente anche una stima meno precisa: 1 anno=30 milioni di secondi.

2 Ipotesi della energia chimica

Per prima cosa, proviamo a vedere se è ragionevole pensare che il sole produca luce per mezzo di reazioni chimiche, come quelle liberate in un processo di combustione. In altre parole, ci chiediamo se si possa letteralmente dire che il sole *brucia*.

2.1 Che il sole funzioni come un motore di un'auto?

Utilizziamo come esempio di reazioni chimiche proprio quelle che permettono il funzionamento dei motori delle nostre auto. Come potete vedere dai vostri libri di chimica, o da

Wikipedia, ogni kg di benzina o gasolio permette di liberare circa

$$40 \frac{\text{MJoule}}{\text{kg}} \quad (9)$$

a seguito dell'aggiunta di 3 kg circa di ossigeno. Supponiamo allora di avere la giusta miscela di ossigeno e benzina. Siccome il sole ha una massa di 2×10^{30} kg, potrebbe liberare

$$E_{chim} = \frac{1}{4} (2 \times 10^{30} \text{ kg}) \times 40 \frac{\text{MJoule}}{\text{kg}} = 2 \times 10^{37} \text{ Joule} \quad (10)$$

Ma il sole irradia $P_{\odot} = 4 \times 10^{26}$ Joule/sec, quindi questo tipo di reazione potrebbe bastare per un tempo determinato da $E_{chim} = P_{\odot} \times T_{chim}$, ovvero corrispondente al rapporto

$$T_{chim} = \frac{2 \times 10^{37}}{4 \times 10^{26}} \text{ sec} = 2000 \text{ anni} \quad (11)$$

che è davvero troppo piccolo: anche dimenticando le pitture rupestri, abbiamo documenti sumeri o egiziani di 5000 anni fa! Non si guadagna molto a cambiare reazione chimica; per questo, possiamo tranquillamente accantonare l'ipotesi chimica.

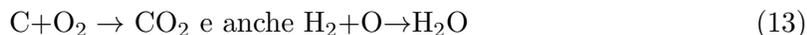
2.2 ★ L'energia di una singola reazione chimica

Prima di passare oltre, cogliamo l'occasione per approfondire la comprensione delle reazioni chimiche dal punto di vista della teoria atomica.

Per prima cosa, vediamo quali reazioni sono coinvolte. La composizione chimica approssimata della benzina/gasolio è

$$n = 8 - 12 \text{ unità di } \text{CH}_2 \quad (12)$$

Ognuna delle unità funzionali del CH_2 subisce due reazioni di ossidazione



che in totale producono 600 kJoule per mole. Quindi un chilo di CH_2 rilascia

$$600 \frac{\text{kJoule}}{\text{mole}} \times \frac{10^3 \text{ mole}}{12 + 2 \text{ kg}} = 40 \frac{\text{MJoule}}{\text{kg}} \quad (14)$$

dove 12 è il peso atomico del carbonio ed 1 quello di dell'idrogeno. Notare che per ogni CH_2 servono 3 atomi di ossigeno, che avendo peso atomico 16, pesano circa 3 volte di più!²

È poi molto interessante valutare l'energia di una singola reazione. Considerando l'identità

$$\frac{\text{eV}}{\text{molecola}} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}}{\text{mole}} \times 6 \times 10^{23} = 100 \frac{\text{kJoule}}{\text{mole}} \quad (15)$$

²Penso che sia utile ricordare questi numeri quando si discute di ecologia.

vediamo che l'energia media rilasciata per ognuna delle 2 reazioni di ossidazione è

$$3 \text{ eV} \tag{16}$$

È un numero facile da ricordare, in quanto le pile che si usano di solito offrono voltaggi di questo ordine di grandezza. In altre parole, permettono ad ogni elettrone, con carica e , di guadagnare un'energia potenziale di qualche eV, a spesa di reazioni chimiche. Il lettore davvero interessato troverà in appendice un'ulteriore discussione relativa a questi numeri, che si rifà in modo puntuale alla ipotesi atomica.

3 Ipotesi della energia gravitazionale

La seconda ipotesi che vogliamo esplorare è quella della energia potenziale gravitazionale.

3.1 Come calcolare l'energia disponibile

La formula che ci interessa applicare è quella che descrive l'energia potenziale tra due corpi di massa m_1 ed m_2 . Supponiamoli inizialmente a distanza infinita, quando li avviciniamo a distanza r , guadagniamo una energia

$$E_{grav} = \frac{G_N m_1 m_2}{r} \tag{17}$$

dove $G_N = 7 \times 10^{-11} \text{ N (m/Kg)}^2$ è la costante di gravitazione universale, o di Newton. Notiamo che questa formula corrisponde strettamente a quella della *forza* di attrazione gravitazionale, che attira i due corpi uno verso l'altro con intensità

$$F = \frac{G_N m_1 m_2}{r^2} \tag{18}$$

(notare che c'è un r in più a denominatore nella formula della forza). In altre parole, avvicinando i corpi, si rende disponibile energia.

Un altro commento prima di procedere: tipicamente nei libri si dice che l'energia potenziale è negativa, cioè si definisce $U = -E_{grav}$, sottolineando che si farà fatica a separare due corpi che sono vicini e si attraggono; a noi però interessa capire quanta energia possiamo guadagnare avvicinandoli, per quello abbiamo deciso di ragionare sulla quantità E_{grav} invece che sulla energia potenziale U .

Per impratichirci, vediamo quanta energia guadagniamo a portare sulla Terra una montagna di materiale, che descriviamo come una piramide alta $h = 1 \text{ km}$ e con una base quadrata di $L = 10 \text{ km}$ di lato, con la densità di massa tipica delle rocce terrestri, $\rho = 3$

tonnellate per m³. La sua massa è $m_{monte} = \rho hL^2/3 = 10^{14}$ kg, mentre la massa della terra è $M_{\oplus} = 6 \times 10^{24}$ kg. Applichiamo la formula e troviamo

$$E_{grav} = \frac{G_N m_{monte} M_{\oplus}}{R_{\oplus}} = 6 \times 10^{21} \text{ J} \quad (19)$$

dove ho usato come raggio della terra il valore approssimato di $R_{\oplus} = 7000$ km. Ci siamo abituati ai grandi numeri e questo potrebbe non sembrare molto grosso, ma se immaginiamo che un meteorite del genere ci cada addosso... capiamo subito e con precisione che cosa significhi!

3.2 Una stima per il sole

Se adesso vogliamo stimare quanta energia gravitazionale immagazzini il sole, possiamo pensare di metterlo insieme pezzettino per pezzettino. La risposta dettagliata dipenderà da come è distribuita la materia. A questo punto del discorso, non abbiamo ancora abbastanza informazioni su di questo; come procedere?

Iniziamo ad immaginare di aggiungere un po' di massa al sole, così come è adesso, per esempio, proprio per mezzo di meteoriti e comete con masse m_1, m_2, m_3, \dots . In base alla formula data sopra, avremo come risultato $G_N M_{\odot} (m_1 + m_2 + m_3 + \dots) / R_{\odot}$. Da qui si intuisce che una stima ragionevole del totale sarà dell'ordine

$$E_{grav} = \frac{G_N M_{\odot}^2}{R_{\odot}} \quad (20)$$

a meno di un coefficiente numerico, che dipende da come è distribuita la materia (e che noi assumiamo non sia nè zero nè infinito).³ Sostituendo i numeri nella stima qua sopra ottenuta, si trova

$$\frac{G_N M_{\odot}^2}{R_{\odot}} = 4 \times 10^{41} \text{ J} \quad (21)$$

Il valore è 20 mila volte più grande del valore dell'energia chimica che abbiamo visto precedentemente, quindi il punto di partenza è molto più promettente. Ripetendo lo stesso calcolo, dividendo cioè per l'energia disponibile per la potenza irradiata, stimiamo quanto tempo è possibile sostenere l'emissione solare tramite la gravità:

$$T_{grav} = \frac{E_{grav}}{P_{\odot}} = \frac{4 \times 10^{41} \text{ J}}{4 \times 10^{26} \text{ W}} = 40 \text{ milioni di anni} \quad (22)$$

è un tempo ragguardevole. Questa stima è stata ottenuta per la prima volta nella metà del 1800 da Lord Kelvin, che è noto a tutti come l'ideatore della scala termometrica assoluta.

³Un altro modo per arrivare alla stessa risposta è questo. La distanza che abbiamo a disposizione è R_{\odot} mentre la massa è M_{\odot} . Siccome vogliamo usare la formula per E_{grav} , non c'è molta scelta! Chi ancora non fosse convinto, può trovare un argomento più raffinato in sezione 3.3.

L'ironia della sorte è che, negli stessi anni, i geologi da una parte (sulla base dello studio delle rocce) e Charles Darwin dall'altra (sulla base della sua teoria dell'evoluzione) convergevano nell'indicare che la terra ed il sole dovessero avere almeno 300 milioni di anni. Questa cifra è indicata infatti esplicitamente nella prima edizione del celebre libro *L'Origine delle specie*. Le feroci critiche ricevute proprio da Lord Kelvin, e l'autorità scientifica dello stesso, convinsero Darwin a non riportare quella frase nelle successive edizioni del libro. Ma con il senno di poi, e come vedremo nelle prossime pagine, aveva ragione proprio Darwin...

3.3 ★★ Come fare un calcolo più preciso

La densità del sole è all'incirca

$$\rho(r) = \rho_c e^{-r/a} \quad (23)$$

dove il valore della densità centrale è $\rho_c = 150 \text{ g/cm}^3$ ed il fattore di scala $a = R_\odot/8.6$. La massa di ogni corona sferica dM è data dal prodotto della densità ρ appena discussa per il suo volume⁴ $dV = 4\pi r^2 dr$. Se sommiamo le masse di tutte le corone, o in pratica integriamo sull'elemento di massa dM , troviamo il valore corretto della massa solare

$$\sum dM \approx \int dM = \int_0^{R_\odot} \rho(r) dV = M_\odot \quad (24)$$

Nello stesso modo, possiamo calcolare l'energia gravitazionale sommando i contributi di tutti gli elementi di massa $dM = \rho dV$,

$$\int_0^{R_\odot} \frac{G_N M(r) dM(r)}{r} = 5 \times 10^{41} \text{ J} \quad (25)$$

Vediamo che questa stima più corretta dell'energia gravitazionale è abbastanza vicina a quella presentata sopra.

4 Ipotesi della energia dal nucleo dell'atomo

4.1 Repulsione elettromagnetica nel nucleo

Non è difficile intuire quanto sia grande l'energia immagazzinata nei nuclei degli atomi, quando si adoperano concetti di fisica moderna. Difatti, ci viene insegnato che il nucleo dell'atomo è molto piccolo ed è fatto da particelle dette protoni e neutroni; i protoni hanno carica uguale ed opposta agli elettroni, mentre i neutroni sono neutri. Bene, la domanda che sorge spontanea a chi conosce le forze elettriche, è: ma come fanno i protoni a stare insieme? La risposta è che c'è una nuova forza all'opera, che per definizione chiamiamo forza nucleare.

⁴Per trovare il volume della corona sferica, pensiamo ad un cilindro di base $4\pi r^2$ ed altezza dr .

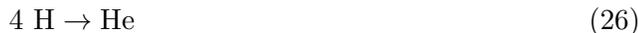
Immaginiamo di ‘sganciare’ per un attimo l’effetto della forza nucleare (per esempio, provocando un urto tra due nuclei, o magari aggiungendo un neutrone): cosa succederà? I frammenti nucleari, contenenti protoni, cominceranno a respingersi con una grande forza elettromagnetica! Anzi, possiamo portare avanti l’argomento. Per prima cosa, il nucleo dell’atomo è più piccolo dell’atomo stesso di circa

100 mila volte

(questo è un numero importante da ricordare per capire come stanno le cose; la prima evidenza è stata ottenuta da Rutherford e dai suoi collaboratori Geiger e Marsden circa 100 anni fa.) Siccome l’energia elettromagnetica è inversamente proporzionale alla distanza, stiamo ragionando di energie 100 mila volte più grandi di quelle che riguardano gli elettroni. Quindi possiamo immaginare che queste energie potrebbero sostenere il sole (e altre stelle) per tempi 100 mila volte più lunghi di quelli dovute alle reazioni chimiche considerate nel paragrafo 2, che è ancora di più di quello che abbiamo stimato sia possibile con l’energia gravitazionale come esaminato nel paragrafo 3. Difatti, l’energia utilizzabile è ancora più grande - anche se come si vede, ragionando del nucleo ci muoviamo nella direzione giusta.⁵ Vediamo adesso come stimarla.

4.2 Una applicazione della formula di Einstein

Per capire meglio le cose, dobbiamo considerare delle reazioni in cui un elemento chimico si tramuta in un altro. Queste reazioni alla fin fine avvengono grazie a riarrangiamenti del nucleo degli atomi, ma non preoccupiamoci troppo dei dettagli. Iniziamo il ragionamento, ipotizzando con Perrin che nel centro del sole possa avvenire la trasformazione tra atomi di idrogeno in atomi di elio⁶



Troviamo su Wiki le masse degli atomi coinvolti,⁷ scoprendo che c’è un eccesso di massa

$$4 m_{\text{H}} - m_{\text{He}} = 5 \times 10^{-29} \text{ kg} \quad (27)$$

A questo punto, ricordiamo la famosissima equazione di Einstein $E = mc^2$, che recita:

l’energia è uguale alla massa per la velocità della luce al quadrato

⁵Ci sono parecchie cose da considerare. Per esempio, nei nuclei con parecchi protoni, la repulsione aumenta con la carica. Inoltre, l’energia potenziale elettrostatica è più grande delle *variazioni* di energia potenziale elettrostatica, vedi appendice. Infine e molto semplicemente, la forza nucleare è più forte di quella elettromagnetica.

⁶L’astrofisico Eddington argomentò la plausibilità della ipotesi di Perrin nel 1920, desumendo da ragionamenti teorici l’enorme temperatura che vige al centro del sole.

⁷Le masse vengono fornite in unità di massa atomica (u.m.a.), quindi bisogna sapere quanto vale un u.m.a. ... ma su Wiki trovate anche questo. (Attenti però a controllare sempre le informazioni, con libri, ragionamenti, buon senso ed aiuto di altri, quando serve).

Siccome la velocità della luce (detta c dal latino *celeritas*) vale circa

$$c = 300 \text{ mila km/s} \quad (28)$$

arriviamo alla conclusione che l'ipotetica reazione di trasmutazione nucleare deve essere accompagnata da una emissione di energia, che vale:

$$(4 m_{\text{H}} - m_{\text{He}}) \times c^2 = 4 \times 10^{-12} \text{ J} \quad (29)$$

Se moltiplichiamo questa quantità per il numero di atomi di idrogeno del sole, e dividiamo per 4, abbiamo l'energia disponibile.

Un altro modo un po' più veloce per valutare quanta energia abbiamo a disposizione è il seguente. Ogni 4 atomi di idrogeno abbiamo un eccesso di massa. Quindi la frazione che viene convertita in energia è

$$\frac{4 m_{\text{H}} - m_{\text{He}}}{4 m_{\text{H}}} = 0.7\% \quad (30)$$

Pertanto, immaginando in buona approssimazione che il sole sia fatto di idrogeno, ci aspettiamo che l'energia disponibile sia

$$E_{\text{nucl}} = 0.7\% \times M_{\odot} c^2 = 10^{45} \text{ J} \quad (31)$$

Dividendo infine per la luminosità solare, abbiamo la stima di quanto tempo potrebbe durare il sole

$$T_{\text{nucl}} = \frac{E_{\text{nucl}}}{P_{\odot}} = 100 \text{ miliardi di anni} \quad (32)$$

infatti, questa è una supervalutazione: l'astrofisica ci spiega che solo il 10% dell'idrogeno solare verrà convertito in elio. Ma è evidente che l'energia nucleare faccia al caso nostro. Ci stiamo avviando a rispondere alla domanda *perché il sole brilla!*⁸

5 Sviluppi (molto) recenti: i neutrini solari

È vero che oggi l'esistenza della energia nucleare è una cosa notoria, ma va anche notato che gli argomenti presentati sopra sono teorici, piuttosto che basati su osservazioni dirette di quello che succede nel sole.⁹ A prima vista sembrerebbe impossibile vedere il centro del

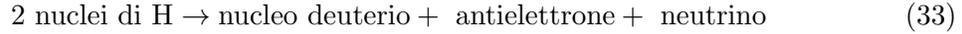
⁸Ma perché non si creda (erroneamente) che le idee procedano da sole, ricordiamo come nel 1932 Albert Einstein dichiarava che *“Non c'è la minima indicazione che l'energia nucleare sarà mai ottenibile. Significherebbe che l'atomo può essere ridotto a piacere in frantumi”*; un anno dopo, Ernest Rutherford ammoniva che *“L'energia dalla scomposizione dell'atomo è robbaccia. Chiunque si aspetti una fonte di energia dalla trasformazione degli atomi sta parlando di scemenze.”*

⁹Ci sono vari punti che vengono messi in gioco da questa posizione intellettuale. In primo luogo, mi riferisco alle 'regole stesse della scienza, ovvero all'atteggiamento cosiddetto galileiano, ma c'è anche un riferimento alla comoda e gratificante posizione mentale “è solo teoria”, che spesso sentiamo espressa, e che invece merita invece una risposta più ferma. Una recente discussione è in

<http://blogs.scientificamerican.com/guest-blog/2011/06/15/the-power-of-theory-in-science/>
Cade poi a proposito la frase di I. Kant: *Non c'è niente di più pratico di una buona teoria.*

sole in funzione, mentre l'elio si trasforma in idrogeno... o no? Per quanto questo sembri strano, non solo è possibile, ma l'abbiamo iniziato a fare proprio pochi mesi fa al Gran Sasso: vediamo come.

Per prima cosa, occorre precisare la natura delle reazioni nucleari che ci interessano. Quella ipotizzata da Perrin, se pure ragionevole, non è completamente corretta. Infatti le trasformazioni del nucleo non si limitano a tramutare tra di loro neutroni, protoni ed elettroni (senza mai cambiare la somma di neutroni e protoni) ma coinvolgono necessariamente anche una nuova e leggerissima particella, il neutrino: lo dicono gli esperimenti. La reazione tra nuclei difatti andrebbe schematizzata così:



dove l'antielettrone (con carica positiva) permette che si rispetti la carica elettrica. In seguito ad altre reazioni, due nuclei di deuterio si possono fondere in uno di elio. Il risultato netto è la reazione che abbiamo visto sopra in eq. 26, accompagnata dall'emissione della quantità di energia che abbiamo stimato sopra, più un piccolo contributo dovuto alla annichilazione dell'antielettrone con un qualche elettrone del mezzo circostante, meno l'energia portata via dalla coppia di neutrini; ma questi ultimi non contano molto per quanto riguarda le nostre stime. Infatti, il neutrino porta via solo una piccola frazione dell'energia disponibile. Tutto il resto diventa, alla fin fine, luce (non importa come: quello che importa per il nostro ragionamento è che l'energia non vada persa e che il sole sia in condizioni per così dire stabili).

Il motivo che rende i neutrini interessanti è che possono fungere da spie delle reazioni nucleari. Infatti, la 'luce' - o meglio energia radiante - prodotta nel centro del sole, interagisce con il mezzo solare e viene modificata, fino a giungere sulla superficie del sole, dove viene emessa come radiazione visibile. Il neutrino invece riesce ad uscire dal sole indisturbato ed in questo modo giunge sulla terra, identico a come è stato prodotto nel centro del sole. In altre parole, i neutrini funzionano un po' come i raggi X in medicina, che permettono di vedere l'interno dei nostri corpi. In modo simile, i neutrini ci permettono di vedere l'interno del sole, e le reazioni nucleari proprio mentre sono all'opera.

Dai precedenti calcoli e ragionamenti, sappiamo che ogni volta che nel sole si producono 4×10^{-12} J, devono essere emessi due neutrini. Quindi, siccome conosciamo la potenza solare, possiamo desumere quanti neutrini vengono emessi

$$\frac{2 \times \text{costante solare}}{\text{energia per ogni nucleo di elio}} = \frac{2 \times 1.4 \times \text{kW/m}^2}{4 \times 10^{-12} \text{ J}} = 7 \times 10^{14} \frac{\text{neutrini}}{\text{m}^2 \text{ s}} \quad (34)$$

che significa: 700 milioni di milioni di neutrini per metro quadro e per secondo arrivano sulla terra. Siccome i neutrini riescono a passare attraverso il sole senza essere disturbati, è chiaro che non sarà facile catturarli e vederli; tutto quello che possiamo fare è catturarne qualcuno, in un esperimento grande e sensibile.

Questo è stato fatto grazie ad una serie di esperimenti, culminati nell'esperimento Borexino del Laboratorio del Gran Sasso. Proprio l'anno scorso questo esperimento è riuscito ad osservare per la prima volta i neutrini solari che abbiamo appena discusso, coronando la nostra comprensione di come funziona il sole. Per questi motivi riteniamo che la discussione sui principi generali di funzionamento del sole si sia alla fin fine conclusa, anche se ci resta molto da imparare su parecchi dettagli interessanti che stiamo studiando, come la composizione interna e superficiale del sole, l'effetto di altre reazioni nucleari, le particolari proprietà dei neutrini...

A ★ Qualche concetto in più sugli atomi

Quanto spazio occupa un atomo? Quanto pesa? Per farci un'idea, prendiamo una sostanza tipica, l'acqua. Come sappiamo bene, la sua formula chimica è H_2O . Il peso molecolare dell'idrogeno è circa 1 e quello dell'ossigeno è circa 16 (il peso molecolare è nelle cosiddette unità atomiche, ricordando che protoni e neutroni pesano *quasi* una unità). Allora il peso della molecola di acqua è 18, il che significa che 18 grammi di acqua sono una mole. Quindi

$$18 \text{ g di acqua contengono } 6 \times 10^{23} \text{ molecole} \quad (35)$$

dove ho usato il valore approssimato del numero di Avogadro $N_A \approx 6 \times 10^{23}$. Per l'ipotesi atomica, il volume viene ripartito tra le molecole individuali. Se trattiamo ognuna di queste come una sferetta di raggio R , il cui volume è $4/3\pi R^3$, troviamo che

$$18 \text{ cm}^3 = 6 \times 10^{23} \frac{4}{3}\pi R^3 \quad (36)$$

dove abbiamo ricordato che un litro di acqua corrisponde ad un chilo, cioè 1000 grammi; quindi un centimetro cubo corrisponde ad 1 grammo. La precedente equazione ha come soluzione

$$R = 2 \times 10^{-10} \text{ m} \quad (37)$$

Difatti il raggio tipico di un atomo è nell'ordine di $10^{-8} \text{ cm} = 100 \text{ pm}$.¹⁰ Seguendo lo stesso ragionamento, troviamo il peso di un singolo protone o neutrone m_N dalla condizione

$$18 \text{ g} = 18 \times N_A \times m_N \Leftrightarrow m_N = 1/N_A \text{ g} = 1.6 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad (38)$$

Come applicazione di questi risultati, vediamo quanta energia potenziale ha un elettrone intorno ad un atomo con un protone. La formula per il potenziale coulombiano è nota,¹¹ e ci dice

$$\text{energia coulombiana} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{4\pi \cdot 9 \times 10^{-12} \times 10^{-10}} = 14 \text{ eV} \quad (39)$$

¹⁰ Come è evidente dal ragionamento riportato nella appendice, c'è uno stretto legame tra il numero di Avogadro (che *non* è stato misurato da Avogadro) e le dimensioni dell'atomo.

¹¹ Un lettore attento noterà che l'energia potenziale elettrostatica ha più o meno la stessa forma di quella gravitazionale. Entrambe, variano con l'inverso della distanza, r ; entrambe sono proporzionali ad una ca-

Il confronto con il valore dell'energia nelle reazioni di ossidoriduzione, stimata nel paragrafo 2.2 valere qualche eV, è coerente con l'idea più generale che tutte le reazioni chimiche siano dovute alla riorganizzazione delle posizioni degli elettroni intorno all'atomo. In effetti, è ragionevole immaginarsi come gli elettroni esterni di atomi diversi avranno posizioni di equilibrio un po' diverse tra di loro, o ancora che, avvicinando due atomi, i loro elettroni possano assestarsi in nuove posizioni di equilibrio, liberando l'energia in eccesso in varie forme—per esempio, in forma di calore. In base ad argomenti del genere, possiamo credere che l'energia rilasciata in una reazione chimica, pari alla differenza di energia tra le due configurazioni, sarà plausibilmente una frazione della energia sopra stimata.

B Proposte per consolidare e/o approfondire

In questa ultima sezione proponiamo un certo numero di esercizi o piccole ricerche, per consolidare le nozioni discusse, proporre nuovi argomenti o approfondire quelli precedentemente trattati, sia dal punto di vista formale che dal punto di vista della scienza.

B.1 Quanto idrogeno si fonde ogni secondo nel sole?

Utilizzando l'ipotesi che il sole sia in uno stato in equilibrio e la conservazione dell'energia, calcolare quanto idrogeno viene fuso in elio al secondo. Confrontare con la quantità di idrogeno contenuta entro mari ed oceani della terra.

B.2 * Come è distribuita la materia nel sole?

Studiare attentamente la sezione 3.3, poi calcolare e disegnare la distribuzione della massa contenuta all'interno di un certo raggio $r \leq R_{\odot}$. Quanta massa è contenuta dentro mezzo raggio solare? Approfondire come sia possibile studiare l'interno del sole per mezzo dello studio delle sue vibrazioni superficiali, una scienza detta *eliosismologia*. Confrontare con la distribuzione della materia all'interno della terra.

B.3 * Quali sono i modi per sfruttare la luce del sole?

Come abbiamo visto, il sole fornisce tantissima energia. Approfondire quali sono al presente le tecnologie già mature e quelle in via di sviluppo, perché questa energia sia utilizzabile dall'uomo. Come possibili riferimenti sul web, suggerisco i bei seminari dati dal mio amico e collega Paolo Gambino, per esempio,

ratteristica specifica dei corpi che consideriamo (in un caso la carica elettrica, nell'altro la massa); entrambe hanno infine una costante di proporzionalità che ne quantifica l'intensità. Questa corrispondenza è fonte di preziosissime ispirazioni e informazioni per gli scienziati; sotto certi aspetti, non è ancora completamente compresa. Dal punto di vista storico, è divertente ricordare che Coulomb era un seguace francese di Newton; ma ad onor del vero, l'influenza di Cartesio, ai tempi di Coulomb, si era alquanto attenuata.

<http://personalpages.to.infn.it/~gambino/rivarolo2.pdf>

B.4 Quanto è grande un atomo?

Suggerisco di studiare anche i modi in cui sono stati per la prima volta misurati le grandezze degli atomi, e qualcuno dei modi in cui vengono oggi misurati. Per approfondire il legame con il cosiddetto numero di Avogadro, si veda l'appendice precedente. Si consideri in particolare il ruolo della *costante di Faraday*. Il web offre moltissimi punti di partenza, ne menzioniamo solo due a scopo di riferimento,

http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1926/perrin-lecture.html

http://en.wikipedia.org/wiki/Atomic_radius

B.5 Quanto possiamo comprimere la materia?

Un brillante astrofisico, Chandrasekhar, suggerì per primo la estrema situazione in cui il guscio di elettroni dell'atomo potesse crollare sotto l'effetto del peso della stella. Questo richiede evidentemente che la gravità sia particolarmente intensa e che si siano prodotte quelle specie nucleari, incapace di ulteriori reazioni. 1) Studiare quali sono questi nuclei. 2) Stimare raggio, massa e densità di questi oggetti estremi, detti *stelle di neutroni*. 3) Esaminare le evidenze osservative. Possibili riferimenti:

<http://abyss.uoregon.edu/~js/ast122/lectures/lec18.html>

http://en.wikipedia.org/wiki/Neutron_star

http://en.wikipedia.org/wiki/Semi-empirical_mass_formula

B.6 ** Come siamo arrivati a capire l'esistenza del neutrino?

Per approfondire la discussione di sezione 5, si può partire proprio dalle trasparenze che ho presentato. [Di nuovo, la conservazione dell'energia gioca un ruolo centrale!]

B.7 *** Cosa sono le oscillazioni di neutrino?

Durante l'esposizione, mi sono guardato bene da descrivere tutti i problemi che abbiamo incontrato, le sottigliezze in cui ci siamo imbattuti, e le cose che abbiamo imparato tramite lo studio di quelle particelle misteriose che sono i neutrini. Ma se qualcuno è arrivato a leggere fino a questo punto, penso abbia tutto il diritto di sapere che i neutrini hanno profondamente sorpreso i fisici, essendo soggetti ad un fenomeno quantistico detto *oscillazioni di neutrino* che li porta a trasformarsi tra di loro. Una breve introduzione a questi temi è nelle mie note

<http://www.asimmetrie.it/index.php/con-passo-leggero>

<https://www.linkedin.com/pulse/le-oscillazioni-di-neutrino-non-si-possono-proprio-spiegare-vissani/>

Non fatevi problemi a farvi vivi se volete saperne di più.