

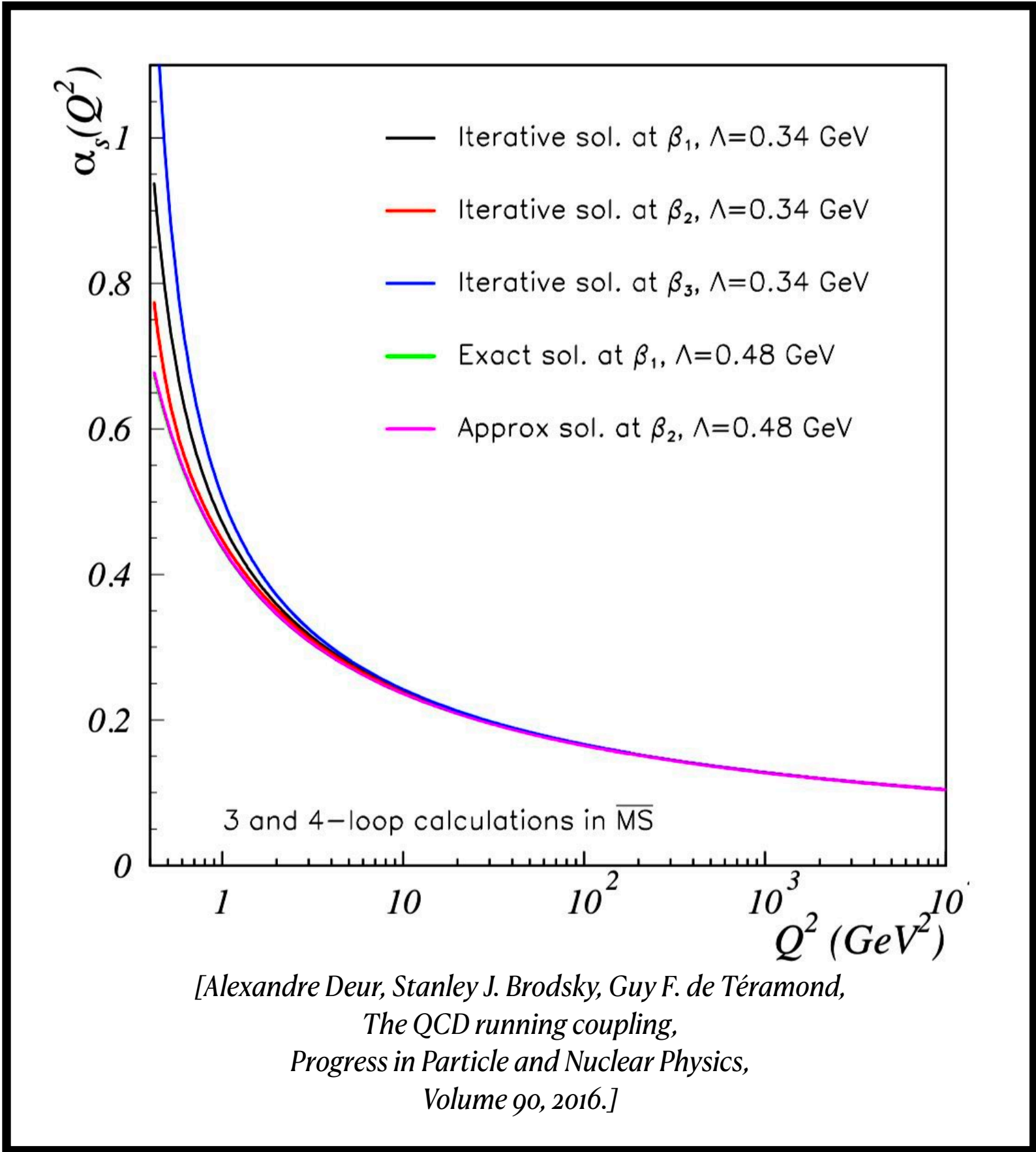
# **Studio dei fattori di forma di transizione dei barioni $\Lambda$ e $\Lambda(1520)$**

Nicolò Baldicchi

Simone Pacetti

Alessio Mangoni

# Introduzione



A basse energie  $\alpha_{QCD}$  diverge

**Barione  $\Lambda$ :  $m_\Lambda \simeq 1.115$  GeV**

$J^P = \frac{1}{2}^+$

**Barione  $\Lambda(1520)$ :  $m_{\Lambda(1520)} \simeq 1.514$  GeV**

$J^P = \frac{3}{2}^-$

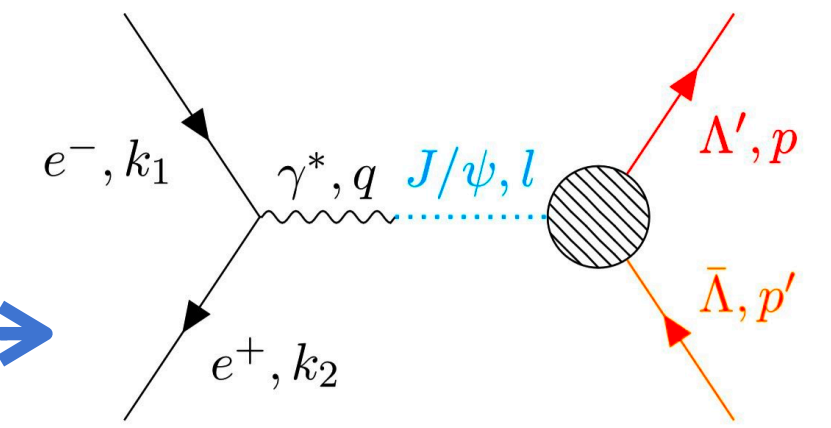
**Mesone  $J/\psi$ :  $m_{J/\psi} \simeq 3.096$  GeV**

$J^P = 1^-$

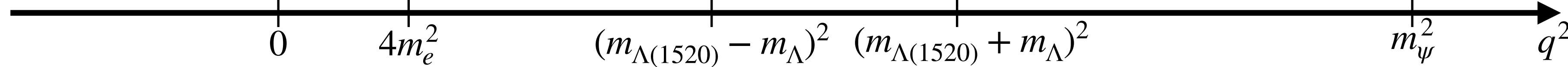
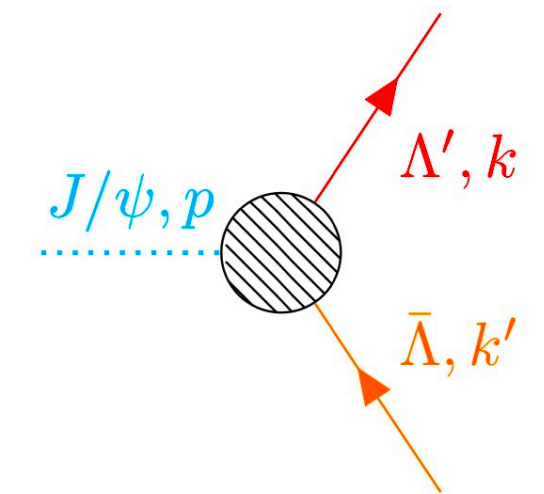
Uso dei fattori di forma di transizione

# Introduzione

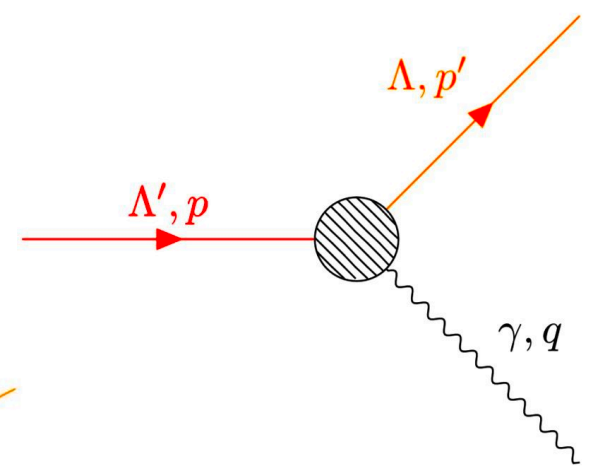
Produzione coppia in canale  $s$   $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow J/\psi \rightarrow \Lambda(1520)\bar{\Lambda} + c.c.$



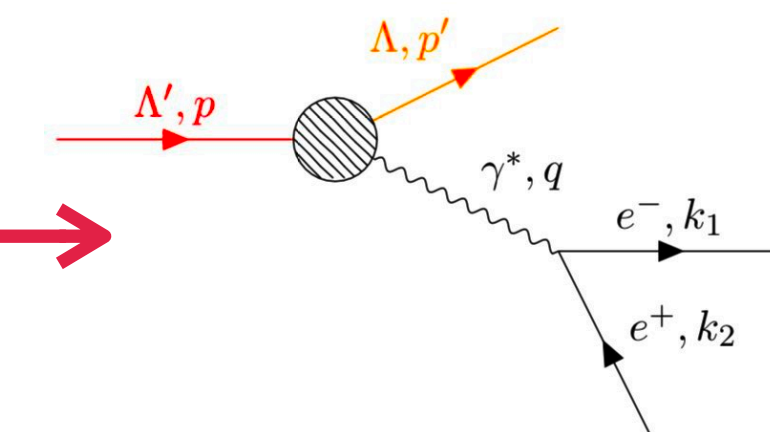
Decadimento a due corpi  $J/\psi \rightarrow \Lambda(1520)\bar{\Lambda} + c.c.$



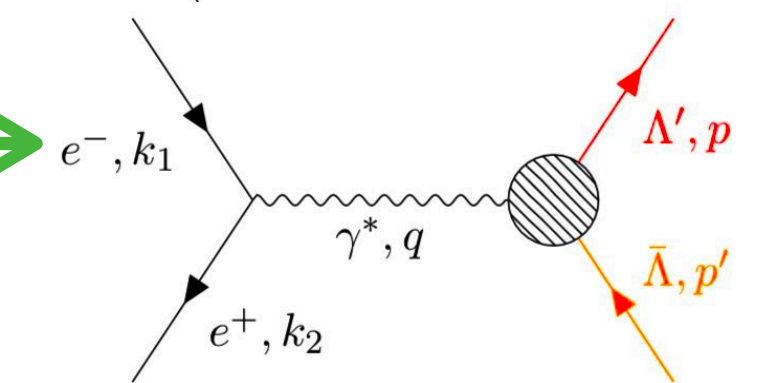
Decadimento radiativo  $\Lambda(1520) \rightarrow \Lambda\gamma$



Decadimento a tre corpi (o Dalitz)  $\Lambda(1520) \rightarrow \Lambda\gamma^* \rightarrow \Lambda e^+e^-$



Produzione coppia nel canale  $s$   $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \Lambda(1520)\bar{\Lambda} + c.c.$



# Fattori di forma

Descrivono la struttura elettromagnetica degli adroni

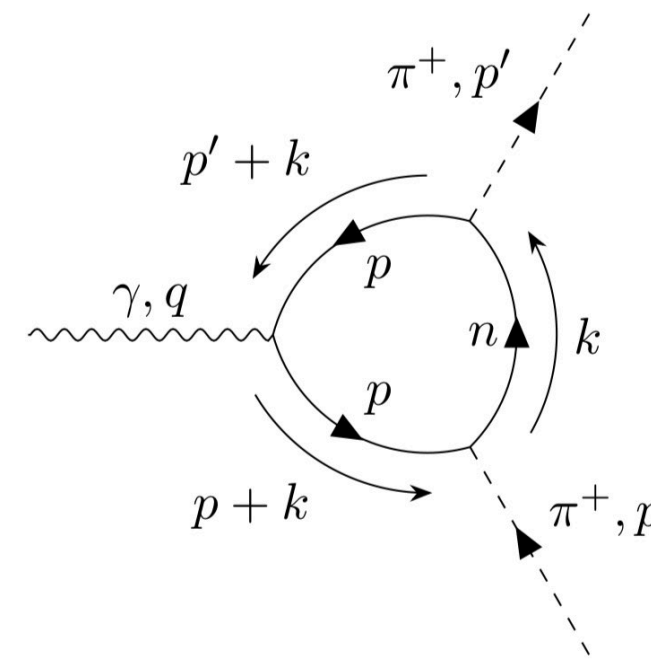
Trasformata di Fourier della densità di carica

$$F(q^2) = \int d^3\vec{r} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} \rho(\vec{r})$$

Limite particella puntiforme

$$F(q^2) = 1$$

Ad esempio otteniamo il fattore di forma del pione dalla correzione ad un "loop" della corrente elettromagnetica



$$F_\pi(q^2) \sim \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \frac{i}{k_\nu \gamma^\nu - M} i\gamma_5 \frac{i}{p'_\nu \gamma^\nu + k_\nu \gamma^\nu - M} e\gamma_\mu \frac{i}{p_\nu \gamma^\nu + k_\nu \gamma^\nu - M} i\gamma_5$$

## Fattori di forma di Bardeen-Tung-Tarrach (BTT)

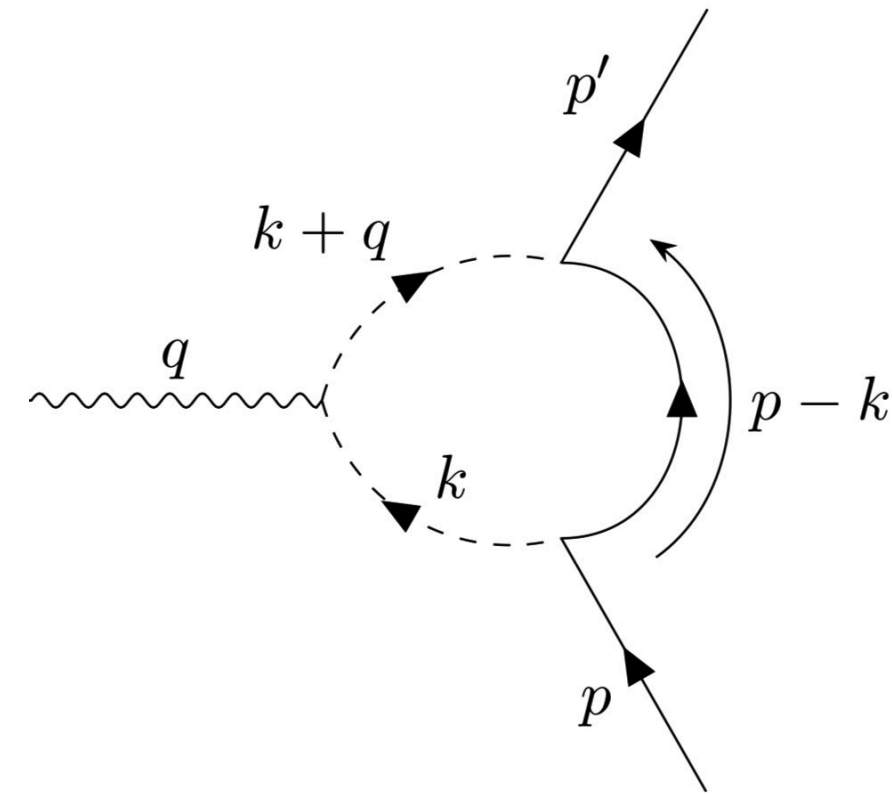
- Non descrivono transizioni tra stati fisici
  - Sono privi di singolarità e zeri
- Non entrano diagonalmente nei calcoli dell'elemento di matrice

## Ampiezze di elicità e fattori di forma di multipolo

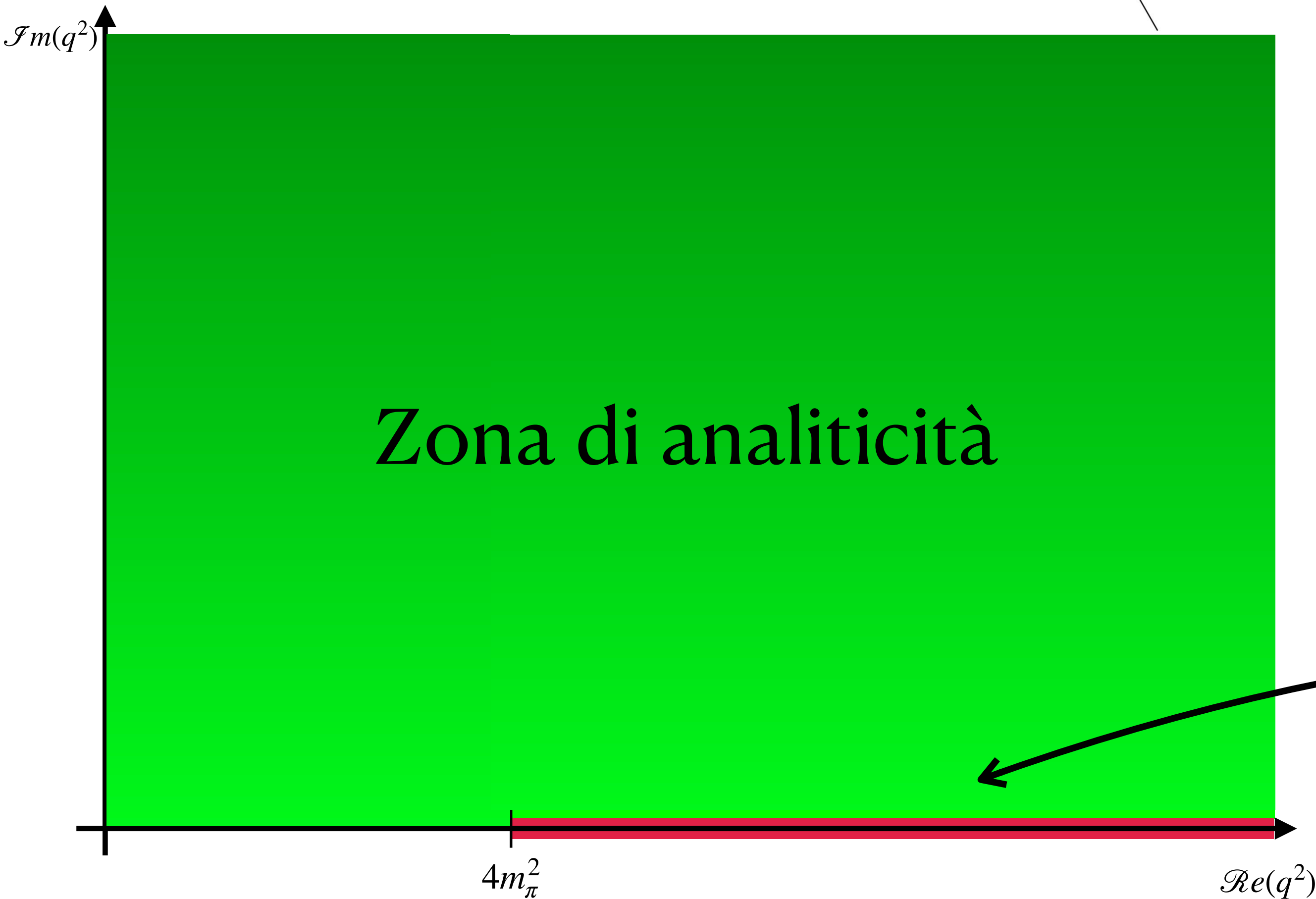
- Descrivono transizioni tra stati ad elicità o multipolo definiti
- Sono privi di singolarità ma hanno zeri
  - Entrano diagonalmente nei calcoli dell'elemento di matrice

# Fattori di forma

Correzione ad un "loop"  
della corrente elettromagnetica  
del protone



$$F(q^2) \sim \int_0^1 x dx \int_0^1 dy \frac{1}{(q^2 + i\epsilon)x^2y(1-y) - M^2(1-x)^2 - m_\pi^2x}$$



**Continuazione analitica del fattore  
di forma sul piano complesso**

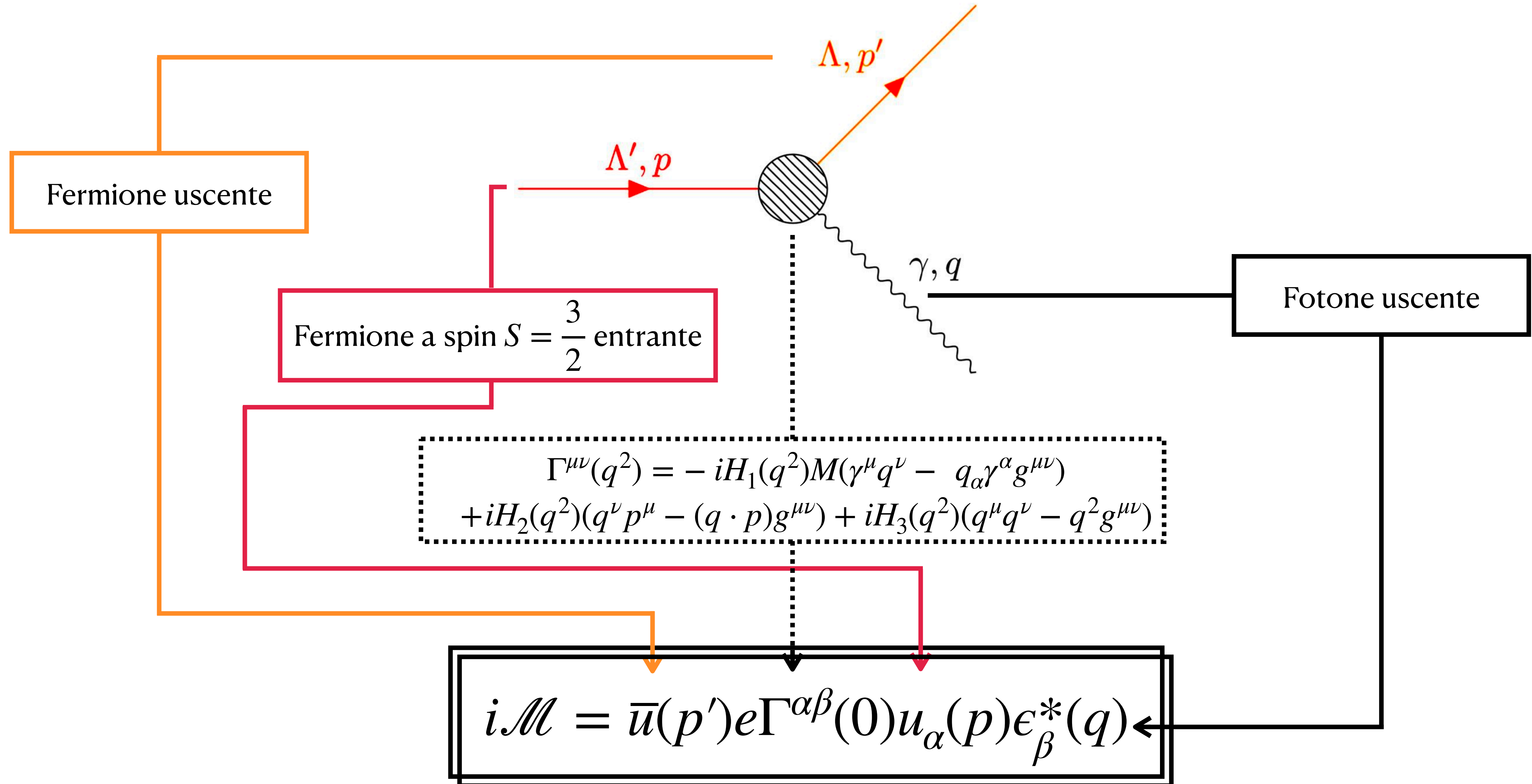
$$F(q^2) = \lim_{z \rightarrow q^2 + i\epsilon} F(z)$$

**Taglio sull'asse reale**

$$z = \frac{M^2(1-x)^2 + m_\pi^2x}{x^2y(1-y)}$$

$$\Rightarrow z \in (4m_\pi^2, \infty)$$

# Decadimento radiativo $\Lambda(1520) \rightarrow \Lambda\gamma$



# Decadimento radiativo $\Lambda(1520) \rightarrow \Lambda\gamma$

Rate di decadimento radiativo in funzione dei fattori di forma BTT

$$\Gamma_{\Lambda' \rightarrow \Lambda\gamma} = e^2 \frac{(M+m)^2(M^2-m^2)}{96\pi M^3} \left[ |H_1(0)|^2 B^2(3M^2+m^2) + |H_2(0)|^2 A^2(0) - \underline{H_1(0)H_2(0)A(0)B(3M+m)} \right]$$

Come atteso, contiene un termine di interferenza  $\propto H_1(0)H_2(0)$

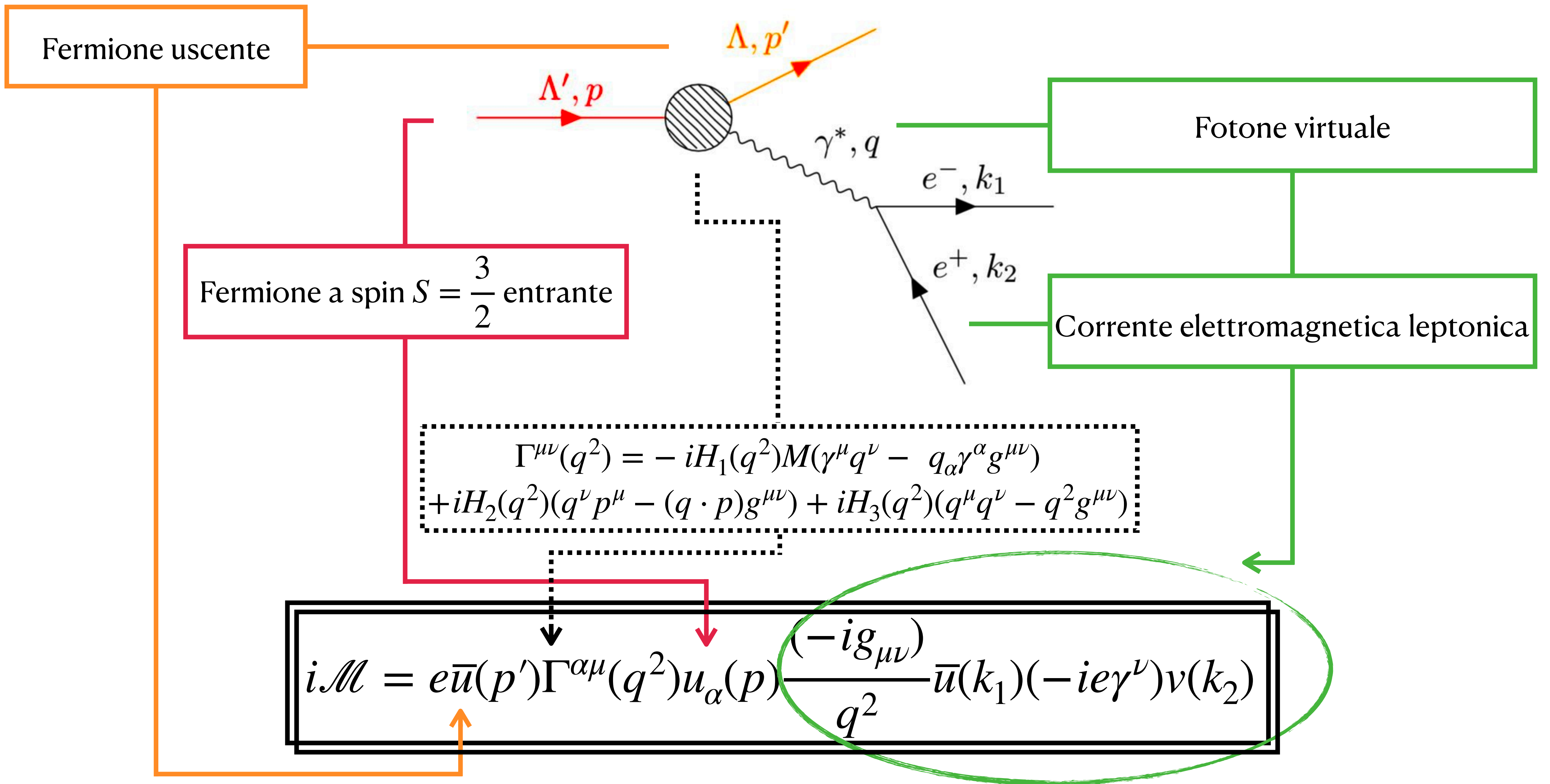
Ampiezze di elicità in funzione dei fattori di forma BTT

- $H_-(q^2) = -(M-m)MH_1(q^2) + \frac{1}{2}(M^2-m^2+q^2)H_2(q^2) + q^2H_3(q^2) \longrightarrow \boxed{\pm 3/2 \leftrightarrow \pm 1/2}$
- $H_+(q^2) = -(Mm-m^2+q^2)H_1(q^2) + \frac{1}{2}(M^2-m^2+q^2)H_2(q^2) + q^2H_3(q^2) \longrightarrow \boxed{\pm 1/2 \leftrightarrow \mp 1/2}$
- $H_0(q^2) = -(M-m)MH_1(q^2) + (M-m)MH_2(q^2) + \frac{M-m}{2M}(M^2-m^2+q^2)H_3(q^2) \longrightarrow \boxed{\pm 1/2 \leftrightarrow \pm 1/2}$

Rate di decadimento radiativo in funzione delle ampiezze di elicità

$$\Gamma_{\Lambda' \rightarrow \Lambda\gamma} = e^2 \frac{(M+m)^2(M^2-m^2)}{96\pi M^3} \left[ 3 |H_-(0)|^2 + |H_+(0)|^2 \right]$$

# Decadimento a tre corpi $\Lambda' \rightarrow \Lambda \gamma^* \rightarrow \Lambda e^+ e^-$





# Decadimento a tre corpi $\Lambda' \rightarrow \Lambda \gamma^* \rightarrow \Lambda e^+ e^-$

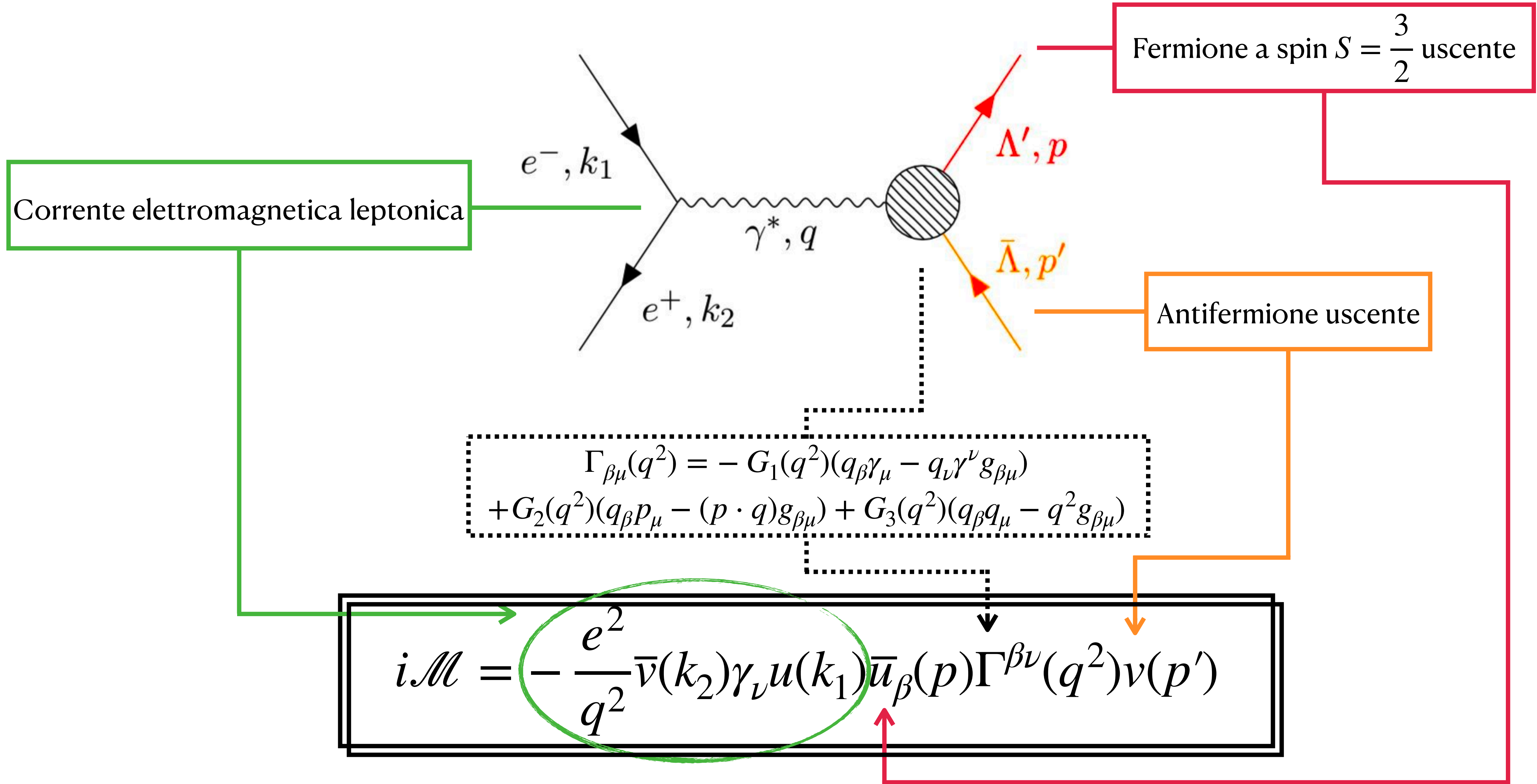
Rate di decadimento differenziale in termini di fattori di forma BTT

$$\frac{d\Gamma_{Dalitz}}{dq^2 d\cos\theta} = \frac{e^4 p_z \sqrt{q^2} \beta_e}{(2\pi)^3 192 M^3} \frac{(M+m)^2 - q^2}{q^2} \left\{ |H_1(q^2)|^2 [(1+C(q^2))(4M^2 B^2 + A^2(q^2) - 2MA(q^2)B) + 4q^2 M^2] \right. \\ \left. - \underline{H_1(q^2)H_2(q^2)} [(1+C(q^2))A(q^2)(2MB + A(q^2)) + 8q^2 M^2] - \underline{H_1(q^2)H_3(q^2)} 2q^2 [(1+C(q^2))(2MB + A(q^2)) + 2A(q^2)] \right. \\ \left. + |H_2(q^2)|^2 [(1+C(q^2))A^2(q^2) + 4q^2 M^2] + \underline{H_2(q^2)H_3(q^2)} 4q^2 [(1+C(q^2))A(q^2) + A(q^2)] + |H_3(q^2)|^2 q^2 \left[ (1+C(q^2))4q^2 + \frac{A^2}{M^2} \right] \right. \\ \left. + \cos^2\theta (1+C(q^2)) \left[ |H_1(q^2)|^2 (4M^2 B^2 + A^2(q^2) - 2MA(q^2)B - 4q^2 M^2) - \underline{H_1(q^2)H_2(q^2)} ((2MB + A(q^2))A(q^2) - 8q^2 M^2) \right. \right. \\ \left. \left. - \underline{H_1(q^2)H_3(q^2)} 2q^2 (2MB - A(q^2)) + |H_2(q^2)|^2 (A^2(q^2) - 4q^2 M^2) + |H_3(q^2)|^2 q^2 \left( 4q^2 - \frac{A^2}{M^2} \right) \right] \right\}$$

Rate di decadimento differenziale in termini delle ampiezze di elicità

$$\frac{d\Gamma_{Dalitz}}{dq^2 d\cos\theta} = \frac{e^4 p_z \sqrt{q^2} \beta_e}{(2\pi)^3 192 M^3} \frac{(M+m)^2 - q^2}{q^2} \left\{ [1 + \cos^2\theta + C(q^2)\sin^2\theta] \right. \\ \left. \times [3|H_-(q^2)|^2 + |H_+(q^2)|^2] + (\sin^2\theta + C(q^2)\cos^2\theta) \frac{4q^2}{B^2} |H_0(q^2)|^2 \right\}$$

**Canale s  $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \Lambda' \bar{\Lambda} + c.c.$**



**Canale s**  $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \Lambda'\bar{\Lambda} + c.c.$

Sezione d'urto differenziale in funzione delle ampiezze di elicità

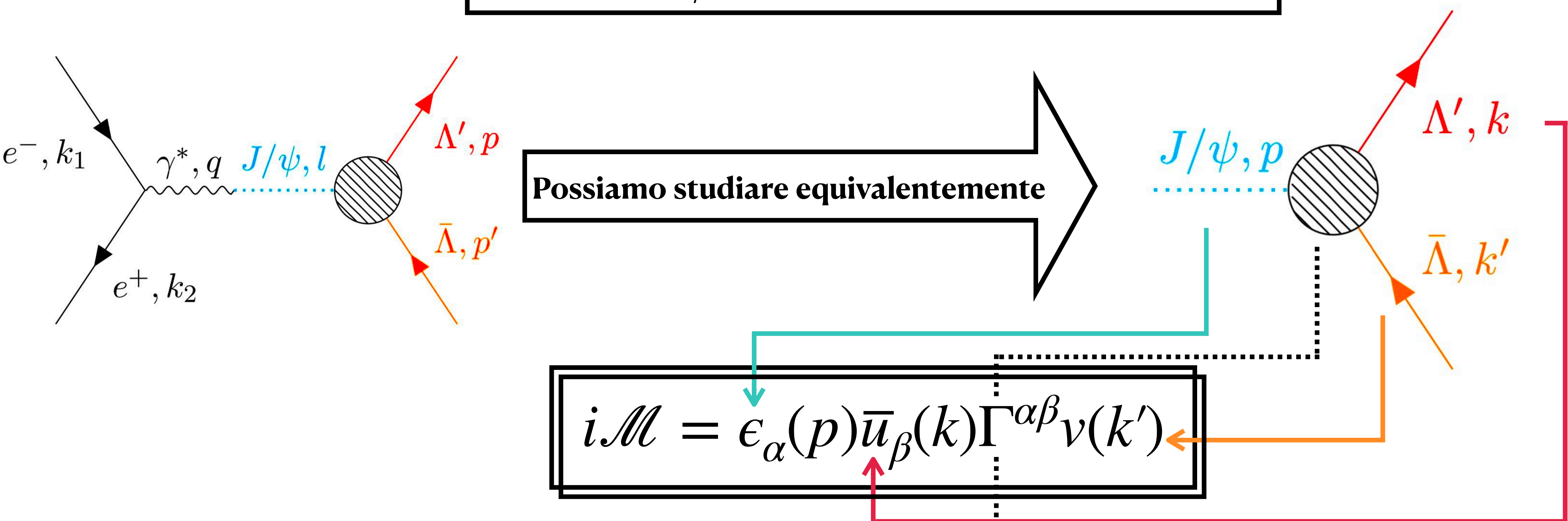
$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = 2\pi \frac{\alpha^2 p_z}{4q^5} \left[ \frac{1}{2} \left( |\Gamma^{1/2,-1/2}(q^2)|^2 + |\Gamma^{3/2,1/2}(q^2)|^2 \right) (1 + \cos^2\theta) + |\Gamma^{1/2,1/2}(q^2)|^2 \sin^2\theta \right]$$

Sezione d'urto totale in funzione dei fattori di forma  $G_i(q^2)$

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{8\pi\alpha^2 p_z^3}{q^3 Q^-} & \left\{ |G_1(q^2)|^2 \left( D^2(q^2) + \frac{1}{3}B^2 + \frac{2}{9}q^2 \right) + \frac{1}{9}|G_2(q^2)|^2 (A^2(q^2) - 2M^2q^2) \right. \\ & + \frac{1}{9}|G_3(q^2)|^2 \left( 4q^2 + \frac{A^2(q^2)}{2M^2} \right) q^2 - \frac{2}{3} \underline{\mathcal{R}e(G_1^*(q^2)G_2(q^2))} \left( D(q^2)A(q^2) + BA(q^2) + \frac{4}{3}Mq^2 \right) \\ & \left. - \frac{4}{3} \underline{\mathcal{R}e(G_1^*(q^2)G_3(q^2))} \left( D(q^2) + B + \frac{A(q^2)}{3M} \right) q^2 + \frac{4}{3} \underline{\mathcal{R}e(G_2^*(q^2)G_3(q^2))} A(q^2)q^2 \right\}. \end{aligned}$$

# Decadimento a due corpi $J/\psi \rightarrow \Lambda(1520)\bar{\Lambda} + c.c.$

Il mesone vettore  $J/\psi$  ha gli stessi numeri quantici del fotone  
 $\Rightarrow A q^2 = m_\psi^2$  il fotone ed il  $J/\psi$  possono accoppiarsi



$$i\mathcal{M} = \epsilon_\alpha(p) \bar{u}_\beta(k) \Gamma^{\alpha\beta\nu}(k')$$

$$\Gamma_{\beta\mu} = -g_1^\psi m_\psi (l_\beta \gamma_\mu - l_\nu \gamma^\nu g_{\beta\mu}) + g_2^\psi (l_\beta p_\mu - (p \cdot l) g_{\beta\mu}) + g_3^\psi (l_\beta l_\mu - m_\psi^2 g_{\beta\mu})$$

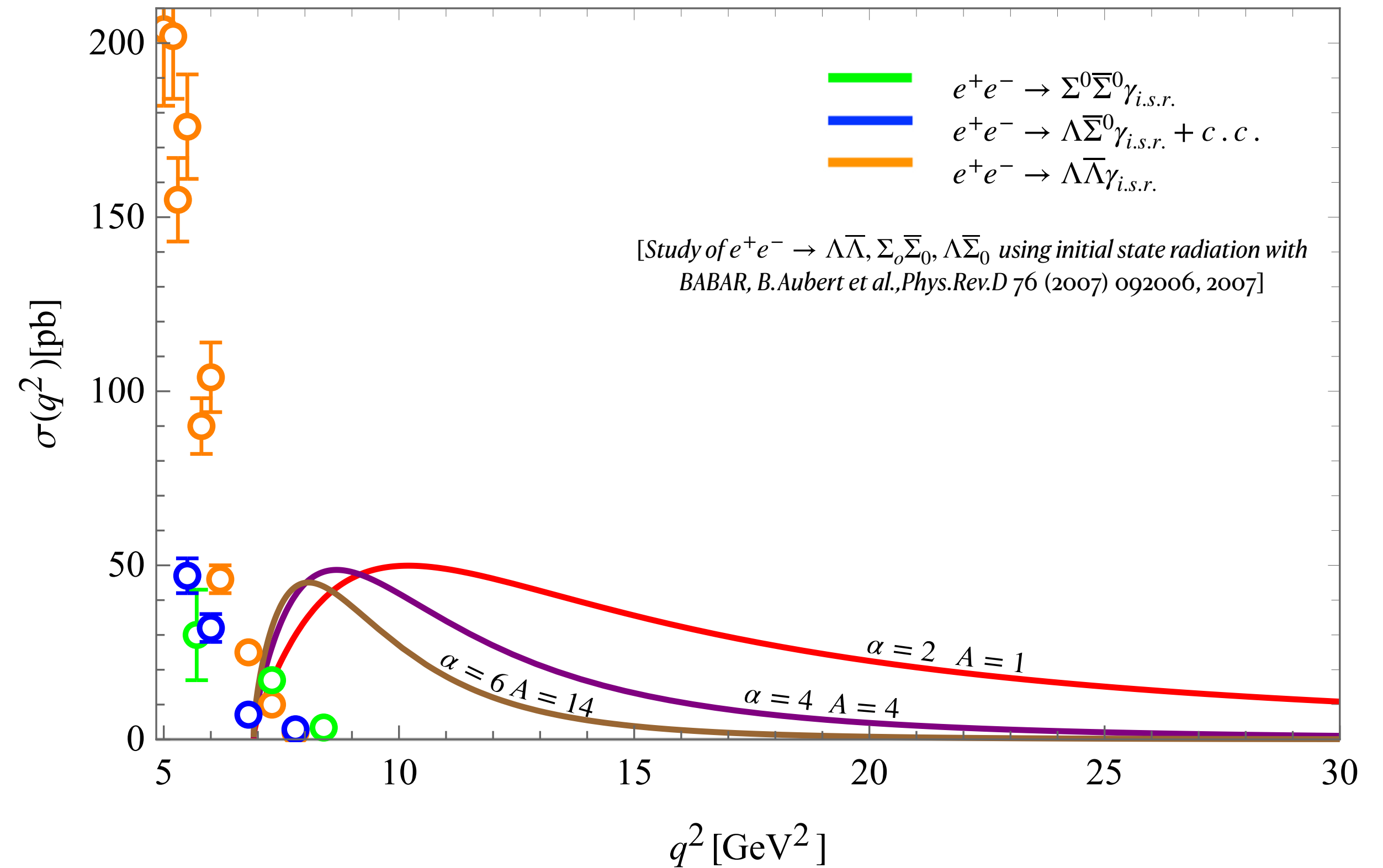
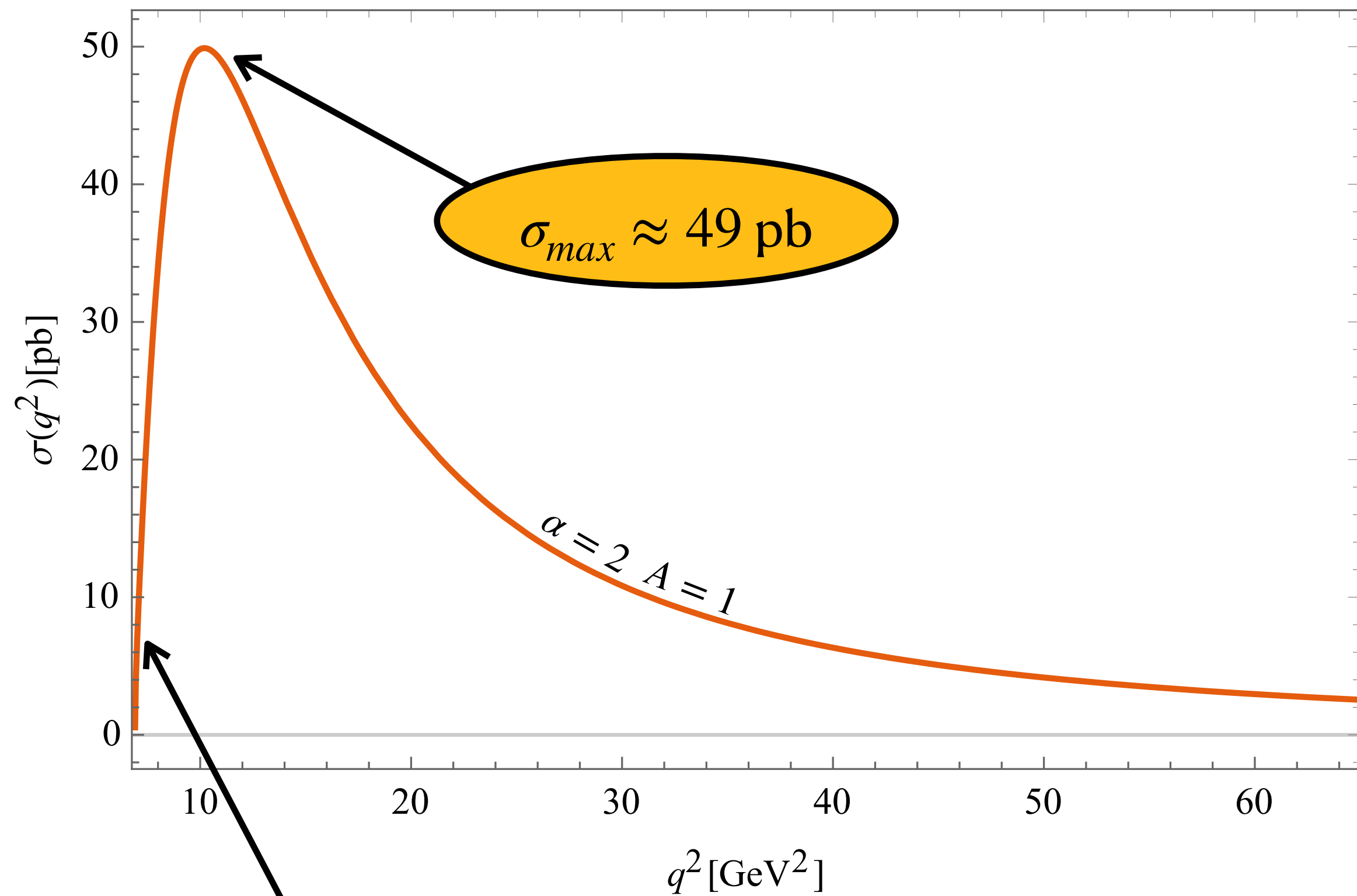
Contiene i **fattori di forma psionici**

$q^2 = m_\psi^2$   
 $\Rightarrow$  Sono costanti di accoppiamento

# Previsioni teoriche - Canale s

Ipotesi su fattori di forma BTT

$$G_1(q^2) = A_1 \frac{M^\alpha}{\sqrt{q^2}^{\alpha+1}}, \quad G_2(q^2) = A_2 \frac{M^\alpha}{(q^2)^{\alpha/2+1}}, \quad G_3(q^2) = A_3 \frac{M^\alpha}{(q^2)^{\alpha/2+1}}$$



- L'ordine di grandezza è confrontabile con quello di processi simili misurati da Babar
- Gli andamenti per i fattori di forma BTT non sono sufficientemente convergenti a zero

# Previsioni teoriche - Decadimento radiativo e decadimento Dalitz

Ipotesi sui fattori di forma BTT

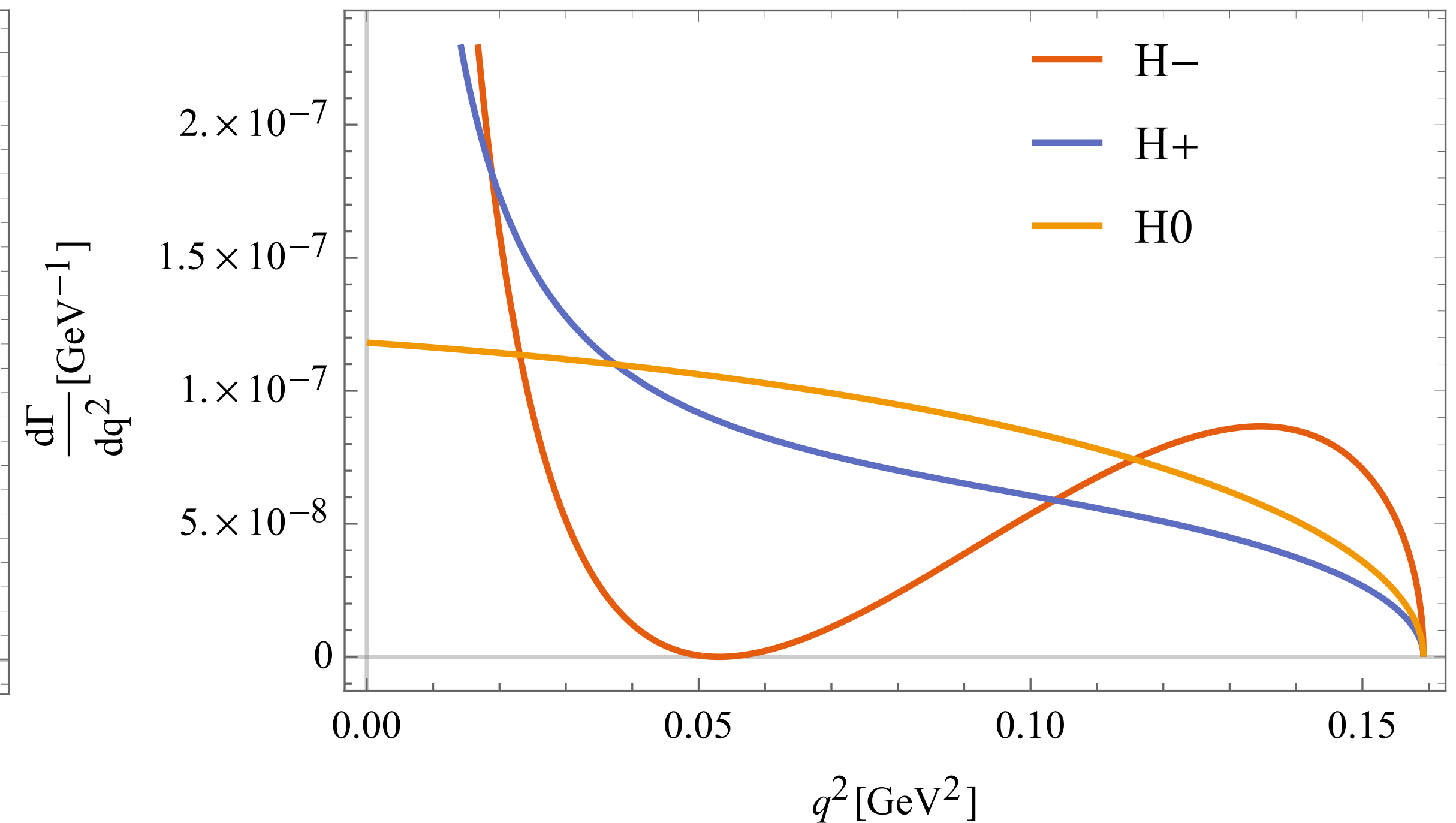
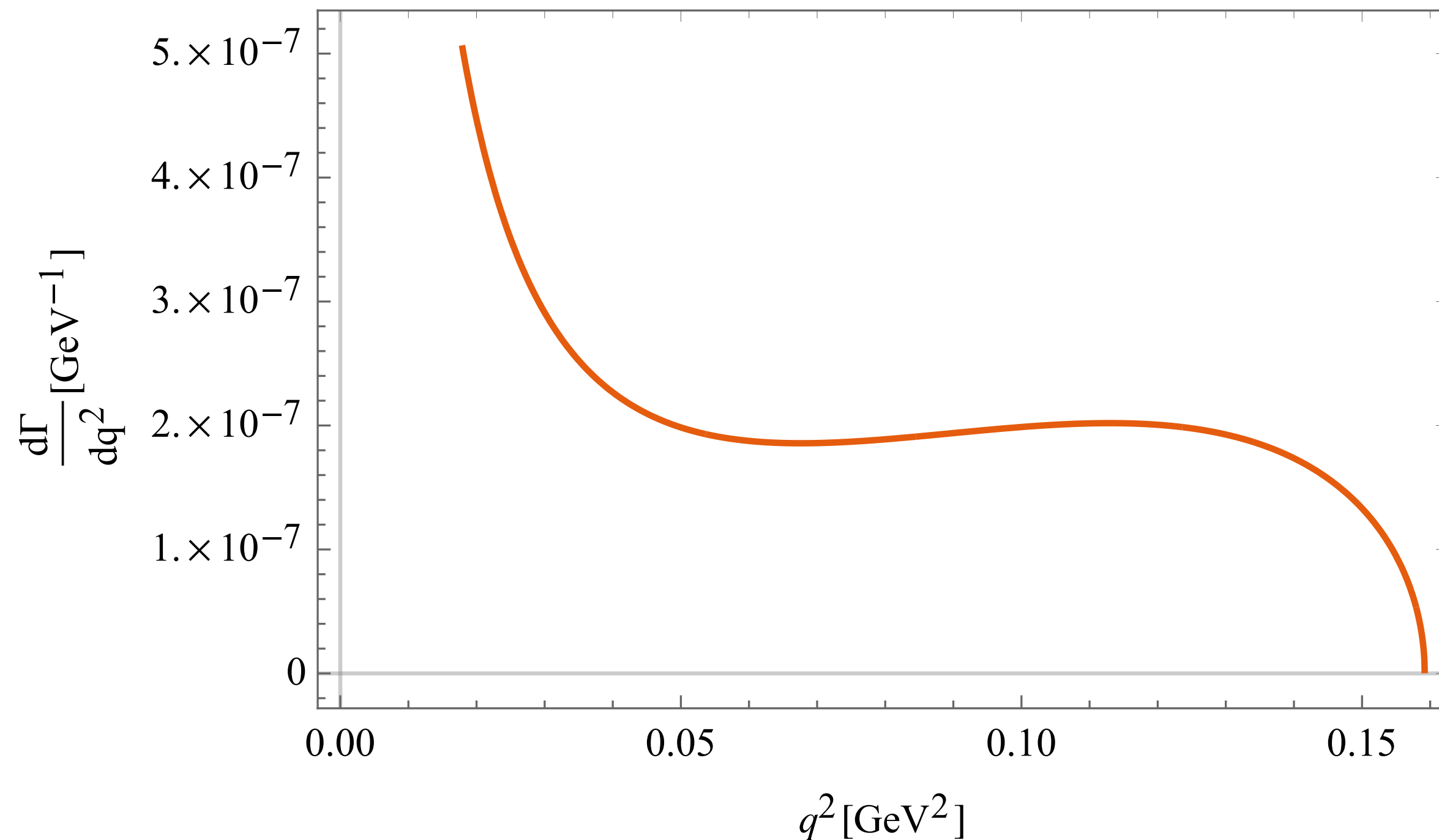
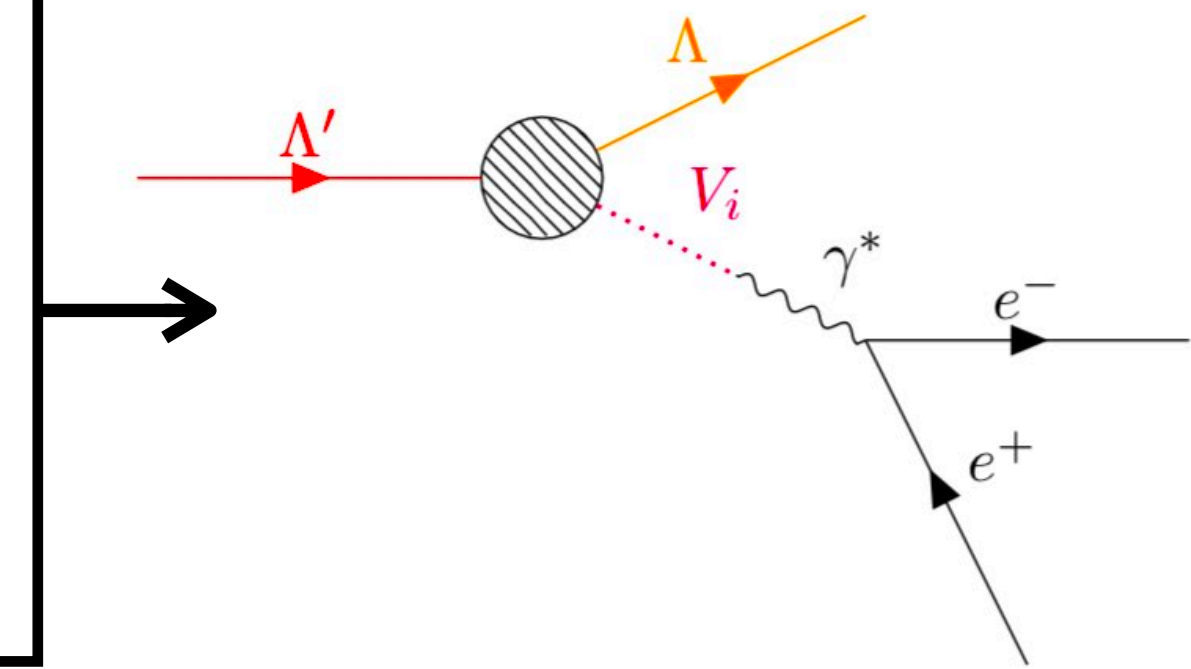
$$H_i(q^2) = A_i \frac{\Gamma_v^2 m_v^2}{(q^2 - m_v^2)^2 + \Gamma_v^2 m_v^2}$$

Modello "Vector Meson Dominance" (VMD)

$$m_v = 1 \text{ GeV}$$

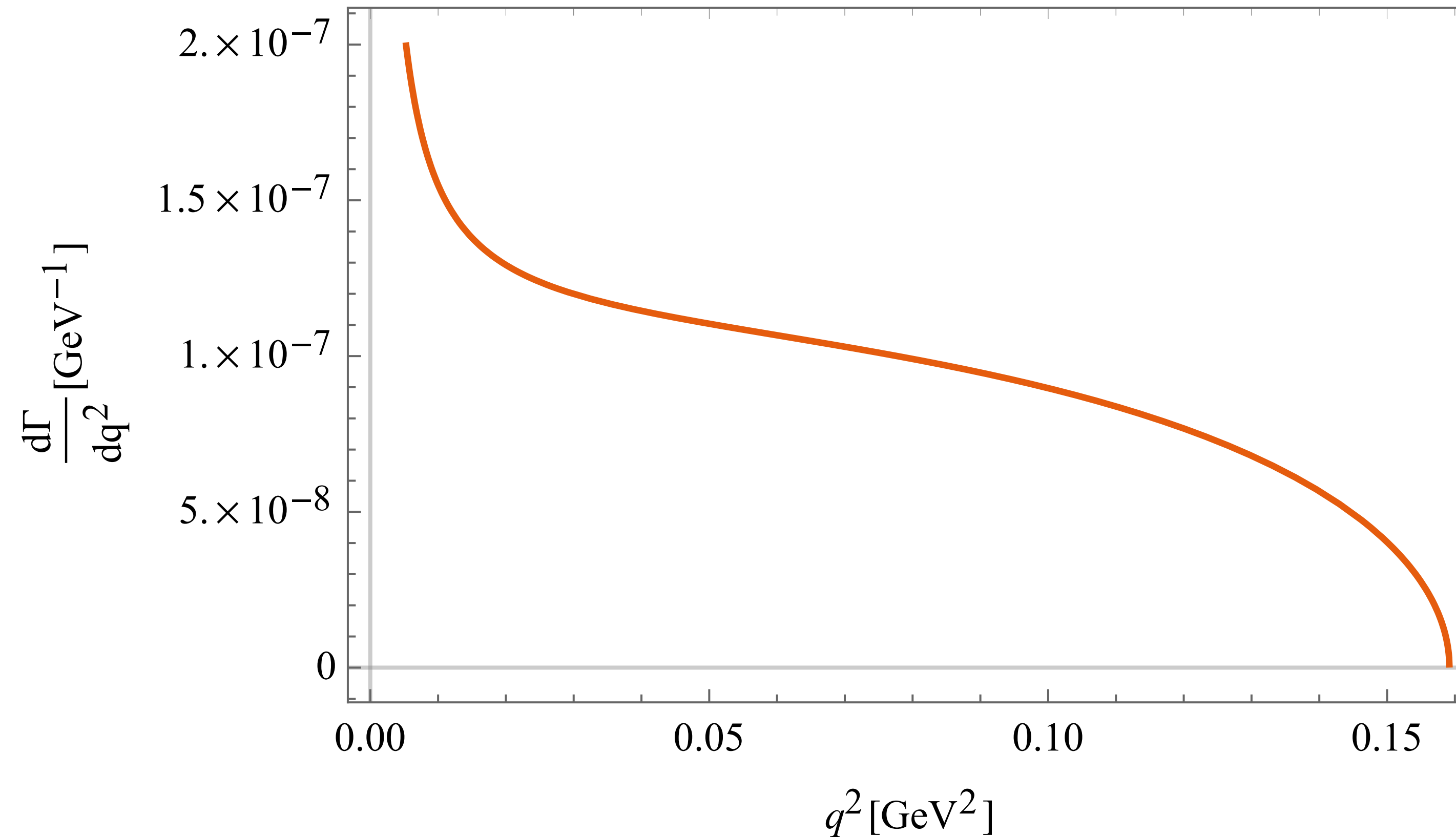
$$\Gamma_v = 0.5 \text{ GeV}$$

$A_i$  ricavate ponendo  $A_1 = A_2 = A_3 = A$  dal confronto con i dati sul rate di decadimento radiativo  $\Rightarrow A \approx 4.7 \text{ GeV}^{-2}$



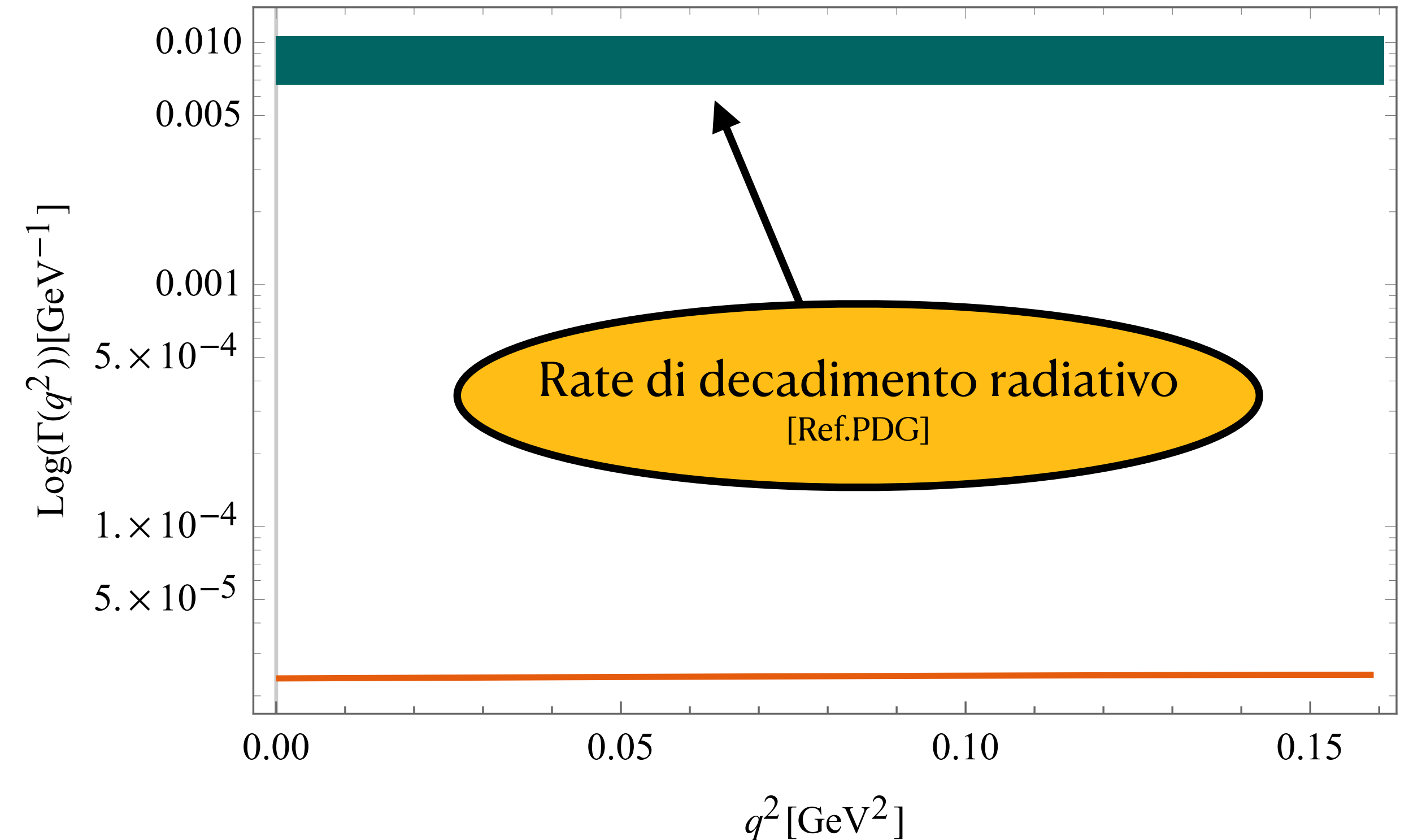
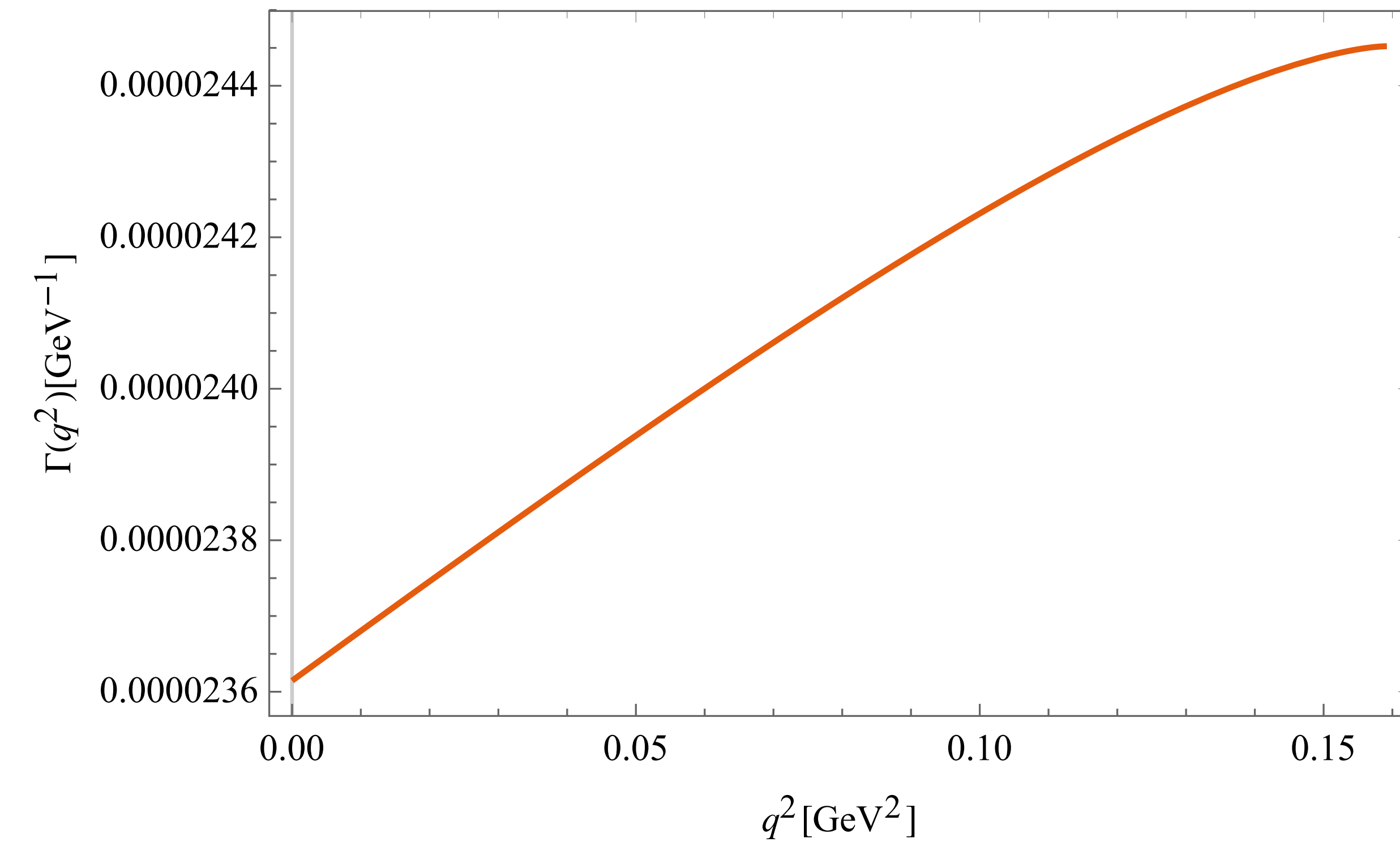
- Andamento crescente da  $q^2 \simeq 0.05 \text{ GeV}^2$  a  $q^2 \simeq 0.13 \text{ GeV}^2$  dovuto al contributo di  $H_-$
- Unificare ad un valore comune le  $A_i$  non considera i diversi pesi delle ampiezze di elicità nella formula del rate di decadimento

# Previsioni teoriche - Decadimento radiativo e decadimento Dalitz



Ponendo infatti a titolo esclusivamente esemplificativo  $A = 1$ , scompare l'andamento crescente trovato in precedenza

# Previsioni teoriche - Decadimento radiativo e decadimento Dalitz



Nel confronto con il dato sperimentale del rate di decadimento radiativo la crescita del rate di decadimento a tre corpi non è apprezzabile



# Previsioni teoriche - Accoppiamento forte

Rate di decadimento in termini di un unico  $g^\psi$

$$\Gamma_{J/\psi \rightarrow \Lambda' \bar{\Lambda} + c.c.} = - \frac{1}{12\pi m_\psi^3} \left[ m_\psi^4 + (M^2 - m^2)^2 - 2m_\psi^2(M^2 + m^2) \right]^{1/2} (m_\psi g^\psi)^2 \mathcal{S}(m_\psi, M, m)$$

Definiamo  $\tilde{\Gamma}_{J/\psi \rightarrow \Lambda' \bar{\Lambda} + c.c.}$  tale che  $\Gamma_{J/\psi \rightarrow \Lambda' \bar{\Lambda} + c.c.} = (g^\psi)^2 \tilde{\Gamma}_{J/\psi \rightarrow \Lambda' \bar{\Lambda} + c.c.}$

Ponendo  $\Gamma_{J/\psi \rightarrow \Lambda' \bar{\Lambda} + c.c.}$  pari al limite superiore misurato sperimentalmente [Ref.PDG] troviamo quello di  $g^\psi$

$$g^\psi = \sqrt{\frac{\Gamma_{Exp}}{\tilde{\Gamma}_{J/\psi \rightarrow \Lambda' \bar{\Lambda} + c.c.}}} \approx 1.57 \times 10^{-4} \text{ GeV}^{-2}$$

I fattori di forma per il canale s elettromagnetico allo stesso valore di  $q^2$  sono

$$G_2(m_\psi^2) = G_3(m_\psi^2) \approx 2.5 \times 10^{-2} \text{ GeV}^{-2}$$

Accoppiamento forte soppresso rispetto a quello elettromagnetico

# Conclusioni

Le ipotesi su i fattori di forma BTT nel canale s producono un andamento della sezione d'urto confrontabile con i dati sperimentali di processi simili, tuttavia l'andamento in funzione di  $q^2$  non è sufficientemente convergente a zero

Il modello "Vector Meson Dominance" necessita di dati sperimentali per ricavare dai fit valori ragionevoli per le costanti di accoppiamento  $A_i$

L'ipotesi di accoppiamento forte soppresso rispetto a quello elettromagnetico si riflette nel confronto tra i rispettivi fattori di forma

## Possibili sviluppi futuri:

Studio del processo

$$e^+e^- \rightarrow \Lambda'\bar{\Lambda}(\Lambda\bar{\Lambda}') \rightarrow \gamma^*\bar{\Lambda}(\Lambda) \rightarrow e^+e^-\Lambda(\Lambda)$$

