Gravitational Waves

A. Trovato
Università degli studi di Trieste, INFN - Sezione di Trieste

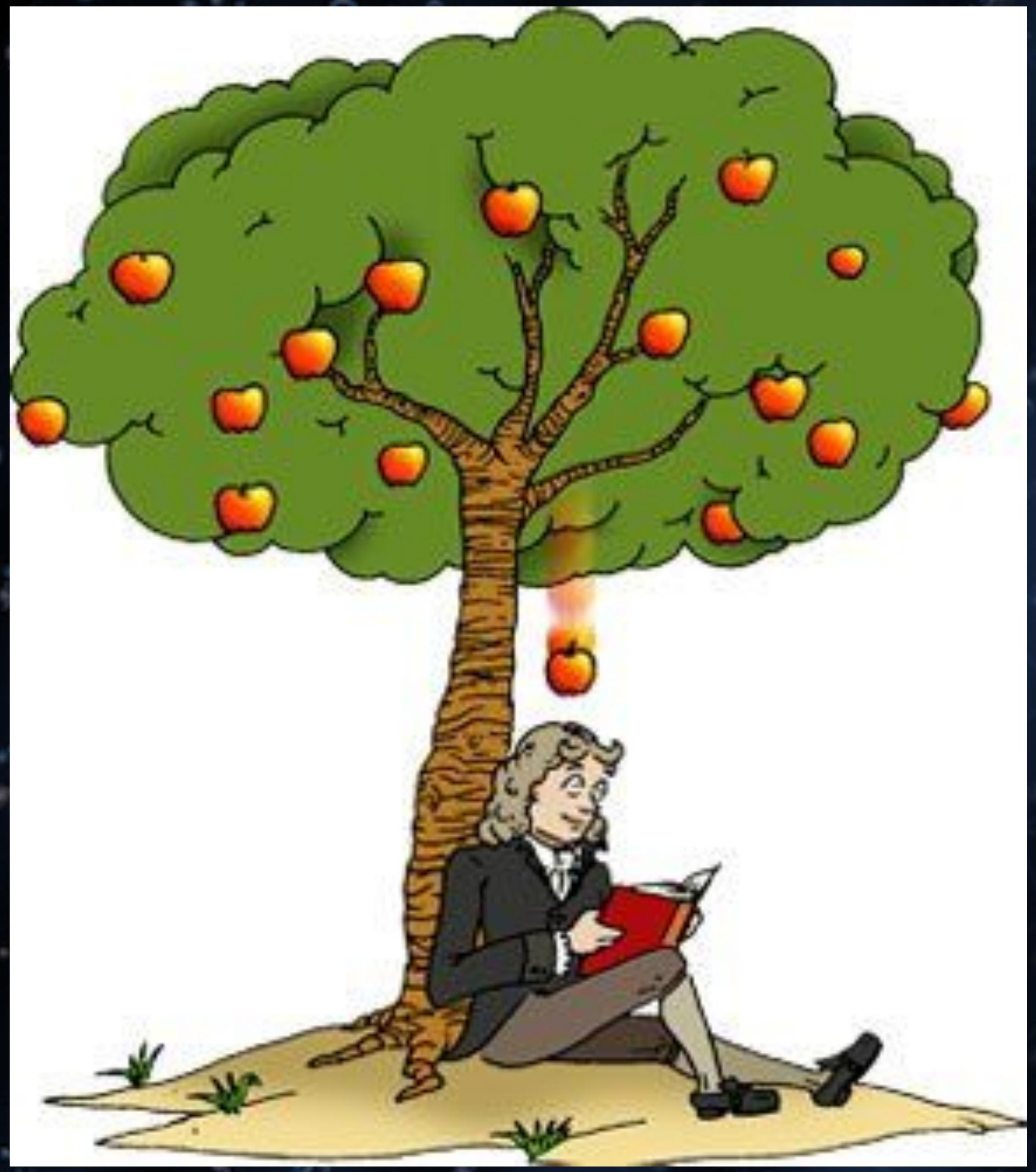
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

INFN
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare

From Newton to Einstein

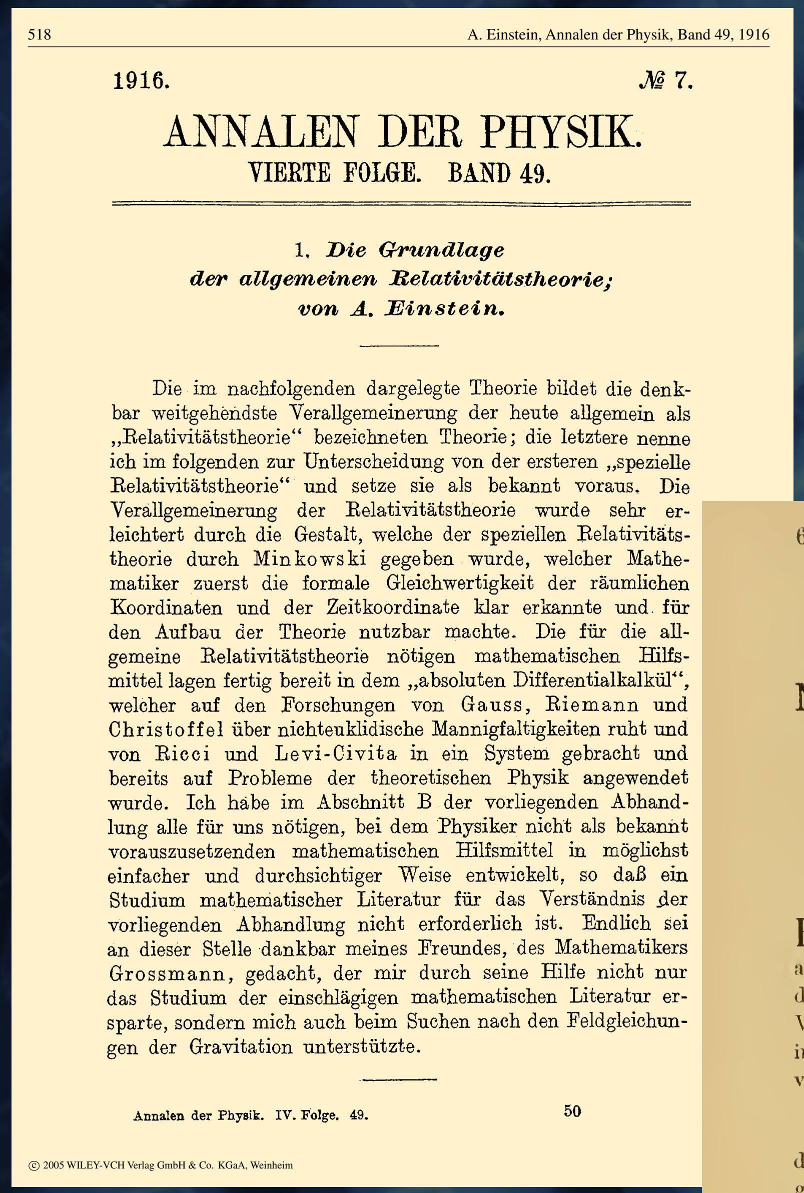
Newton's Law of Gravitation

$$F = G\,\frac{m_1\,m_2}{r^2}$$



The same law describes the Moon's orbit and the phenomenon of an apple falling on one's head on the Earth

Einstein's General Theory of Relativity (1916)



518 A. Einstein, Annalen der Physik, Band 49, 1916

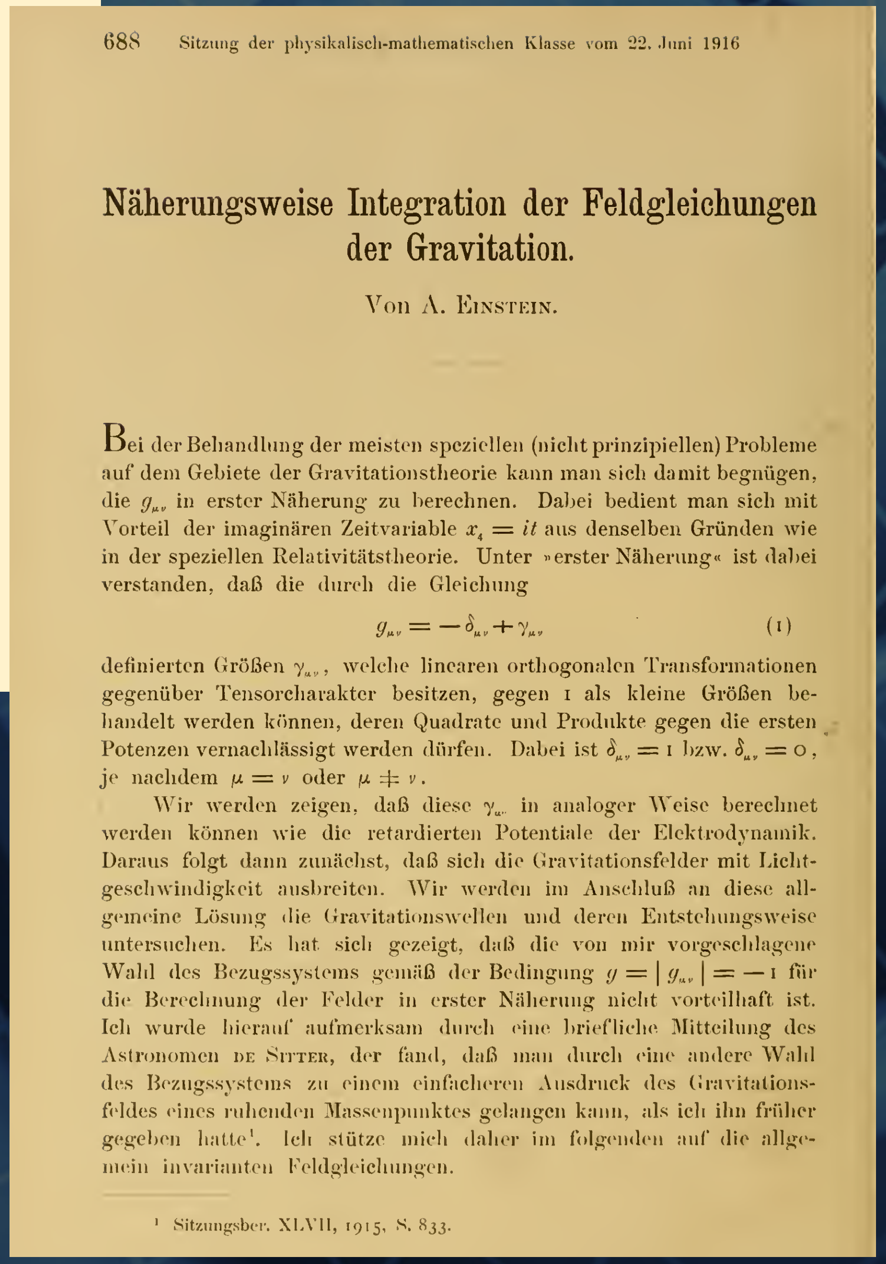
1916. № 7.

ANNALEN DER PHYSIK.
VIERTE FOLGE. BAND 49.

1. *Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie;*
von A. Einstein.

Die im nachfolgenden dargelegte Theorie bildet die denkbar weitgehendste Verallgemeinerung der heute allgemein als „Relativitätstheorie" bezeichneten Theorie; die letztere nenne ich im folgenden zur Unterscheidung von der ersteren „spezielle Relativitätstheorie" und setze sie als bekannt voraus. Die Verallgemeinerung der Relativitätstheorie wurde sehr erleichtert durch die Gestalt, welche der speziellen Relativitätstheorie durch Minkowski gegeben wurde, welcher Mathematiker zuerst die formale Gleichwertigkeit der räumlichen Koordinaten und der Zeitkoordinate klar erkannte und für den Aufbau der Theorie nutzbar machte. Die für die allgemeine Relativitätstheorie nötigen mathematischen Hilfsmittel lagen fertig bereit in dem „absoluten Differentialkalkül", welcher auf den Forschungen von Gauss, Riemann und Christoffel über nichteuklidische Mannigfaltigkeiten ruht und von Ricci und Levi-Civita in ein System gebracht und bereits auf Probleme der theoretischen Physik angewendet wurde. Ich habe im Abschnitt B der vorliegenden Abhandlung alle für uns nötigen, bei dem Physiker nicht als bekannt vorauszusetzenden mathematischen Hilfsmittel in möglichst einfacher und durchsichtiger Weise entwickelt, so daß ein Studium mathematischer Literatur für das Verständnis der vorliegenden Abhandlung nicht erforderlich ist. Endlich sei an dieser Stelle dankbar meines Freundes, des Mathematikers Grossmann, gedacht, der mir durch seine Hilfe nicht nur das Studium der einschlägigen mathematischen Literatur ersparte, sondern mich auch beim Suchen nach den Feldgleichungen der Gravitation unterstützte.

Annalen der Physik. IV. Folge. 49. 50



688 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 22. Juni 1916

Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation.

Von A. Einstein.

Bei der Behandlung der meisten speziellen (nicht prinzipiellen) Probleme auf dem Gebiete der Gravitationstheorie kann man sich damit begnügen, die $g_{\mu\nu}$ in erster Näherung zu berechnen. Dabei bedient man sich mit Vorteil der imaginären Zeitvariable $x_4 = it$ aus denselben Gründen wie in der speziellen Relativitätstheorie. Unter »erster Näherung« ist dabei verstanden, daß die durch die Gleichung

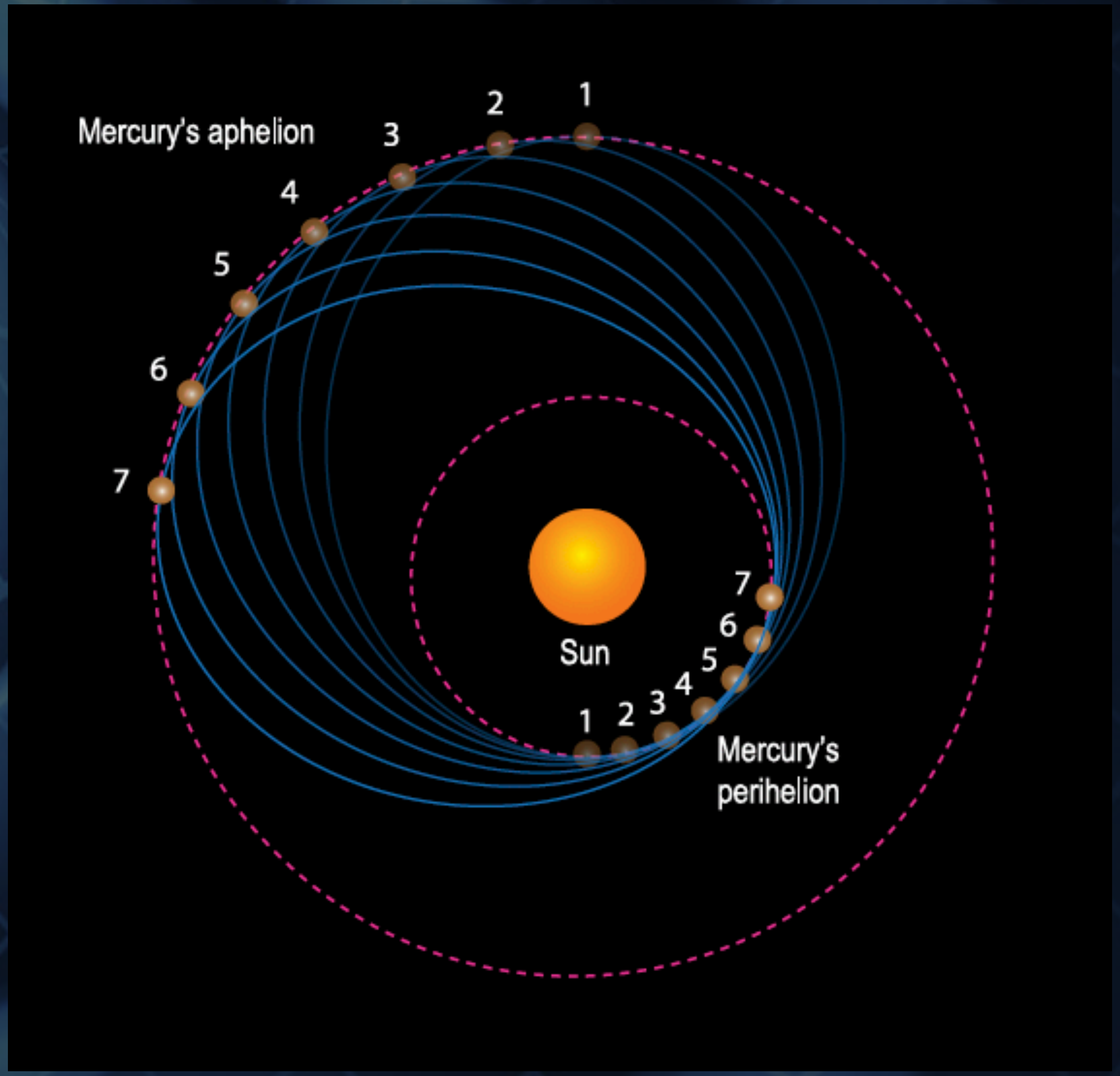
$$g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu} \qquad (1)$$

definierten Größen $\gamma_{\mu\nu}$, welche linearen orthogonalen Transformationen gegenüber Tensorcharakter besitzen, gegen 1 als kleine Größen behandelt werden können, deren Quadrate und Produkte gegen die ersten Potenzen vernachlässigt werden dürfen. Dabei ist $\delta_{\mu\nu} = 1$ bzw. $\delta_{\mu\nu} = 0$, je nachdem $\mu = \nu$ oder $\mu \neq \nu$.

Wir werden zeigen, daß diese $\gamma_{\mu\nu}$ in analoger Weise berechnet werden können wie die retardierten Potentiale der Elektrodynamik. Daraus folgt dann zunächst, daß sich die Gravitationsfelder mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Wir werden im Anschluß an diese allgemeine Lösung die Gravitationswellen und deren Entstehungsweise untersuchen. Es hat sich gezeigt, daß die von mir vorgeschlagene Wahl des Bezugssystems gemäß der Bedingung $g = |g_{\mu\nu}| = -1$ für die Berechnung der Felder in erster Näherung nicht vorteilhaft ist. Ich wurde hierauf aufmerksam durch eine briefliche Mitteilung des Astronomen de Sitter, der fand, daß man durch eine andere Wahl des Bezugssystems zu einem einfacheren Ausdruck des Gravitationsfeldes eines ruhenden Massenpunktes gelangen kann, als ich ihn früher gegeben hatte[1]. Ich stütze mich daher im folgenden auf die allgemein invarianten Feldgleichungen.

[1] Sitzungsber. XLVII, 1915, S. 833.

Example: discrepancy in the advancement of Mercury's perihelion



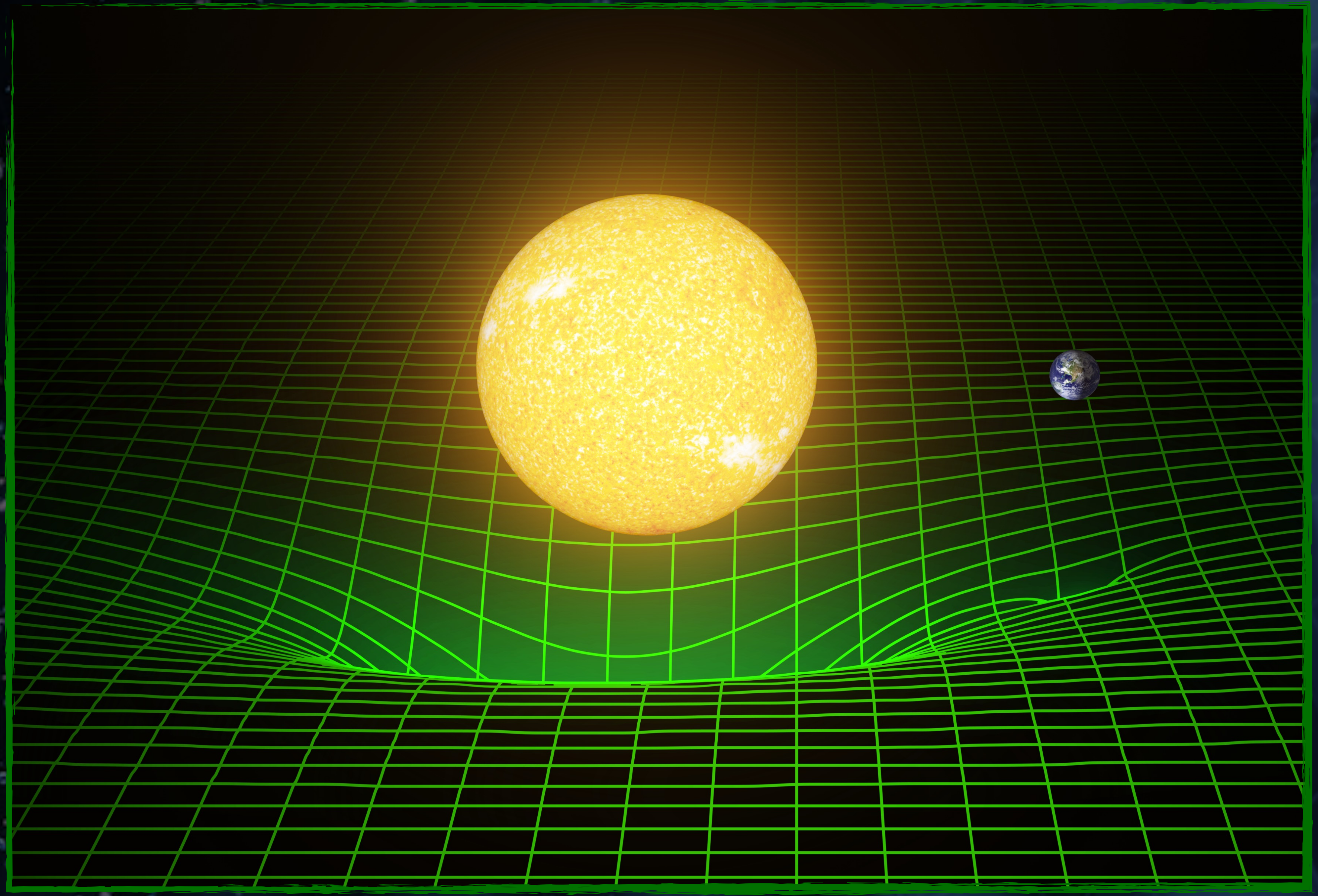
General relativity and Gravitational waves

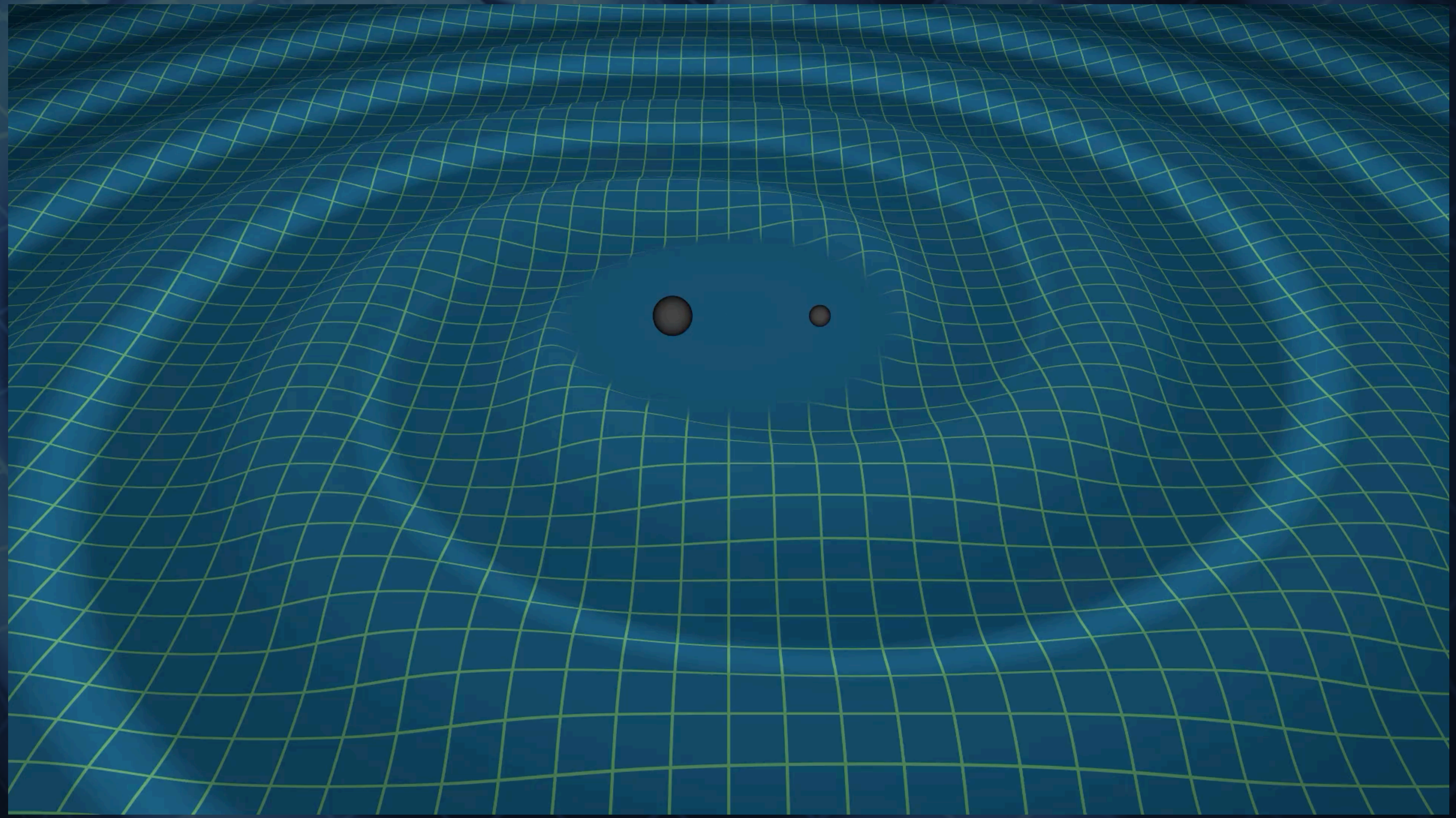
- Gravity is the result of spacetime being distorted
- “Space-time tells matter how to move; matter tells space-time how to curve”, J. Wheeler

Einstein tensor $G_{\mu\nu} = 8\pi G_N T_{\mu\nu}$ Stress-energy tensor of matter fields

Electric charge and electric currents → Electromagnetic waves

Mass distribution modification → Gravitational waves





Link to the video: https://www.ligo.caltech.edu/video/ligo20160615v1

Electromagnetic waves vs Gravitational waves

- Dipole EM radiation
  - two opposing signs of charge

$$p = \sum_i q_i \vec{r}_i$$

- Radiated EM power

$$P = \frac{2}{3}\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 c^3}\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2$$

- Waves are easy to detect, but easily blocked

- **No dipole radiation**

$$p = \sum_i m_i \vec{r}_i \Rightarrow \dot{p} = \sum_i m_i \vec{v}_i = \text{const}. \Rightarrow \ddot{p} = 0$$

- Gravitational radiation is **quadrupolar** (at leading order)
  - Perturbation of mass distribution keeping spherical symmetry —> no emission of gravitational waves

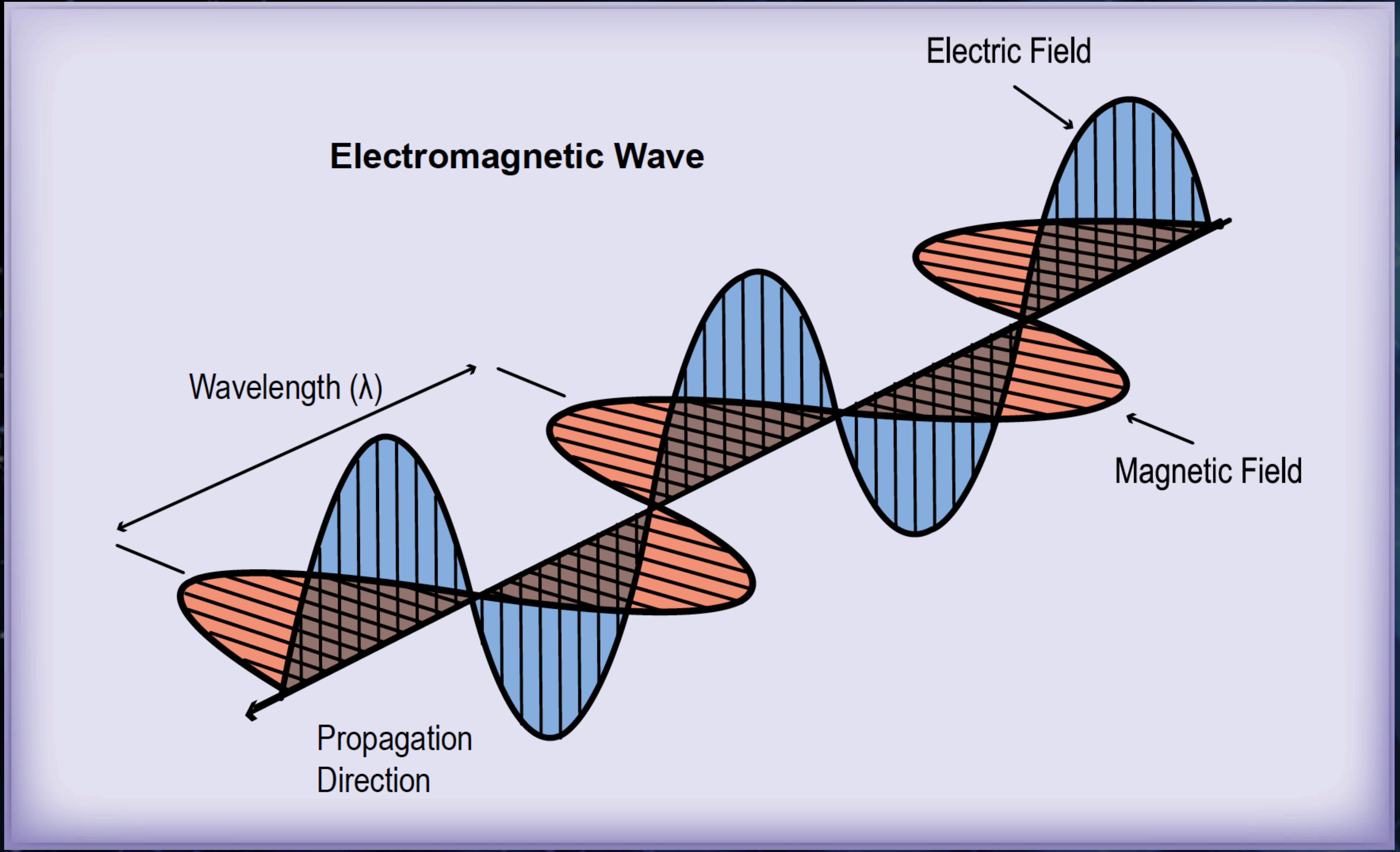
- Radiated GW power

$$P = \frac{1}{5}\frac{G_N}{c^5}\sum_{j,k}\left(\frac{d^3Q_j,k}{dt^3}\right)^2 \qquad Q_j,k = \text{quadrupole moment}$$

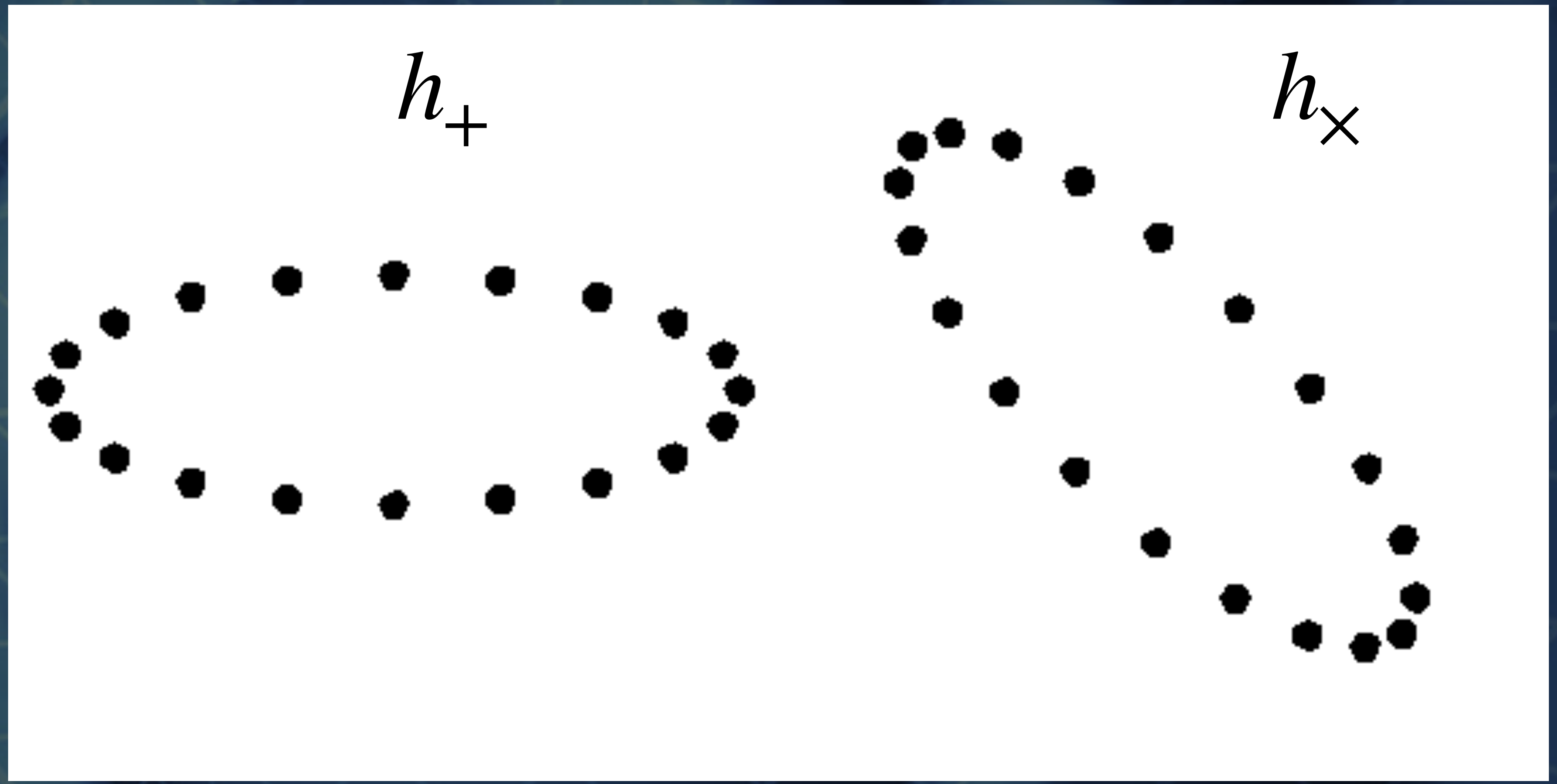
- Waves are hard to detect, but pass undisturbed through anything

Waves polarization

For transverse waves, the polarization specifies the geometrical orientation of the oscillations



Gravitational Waves have two polarizations

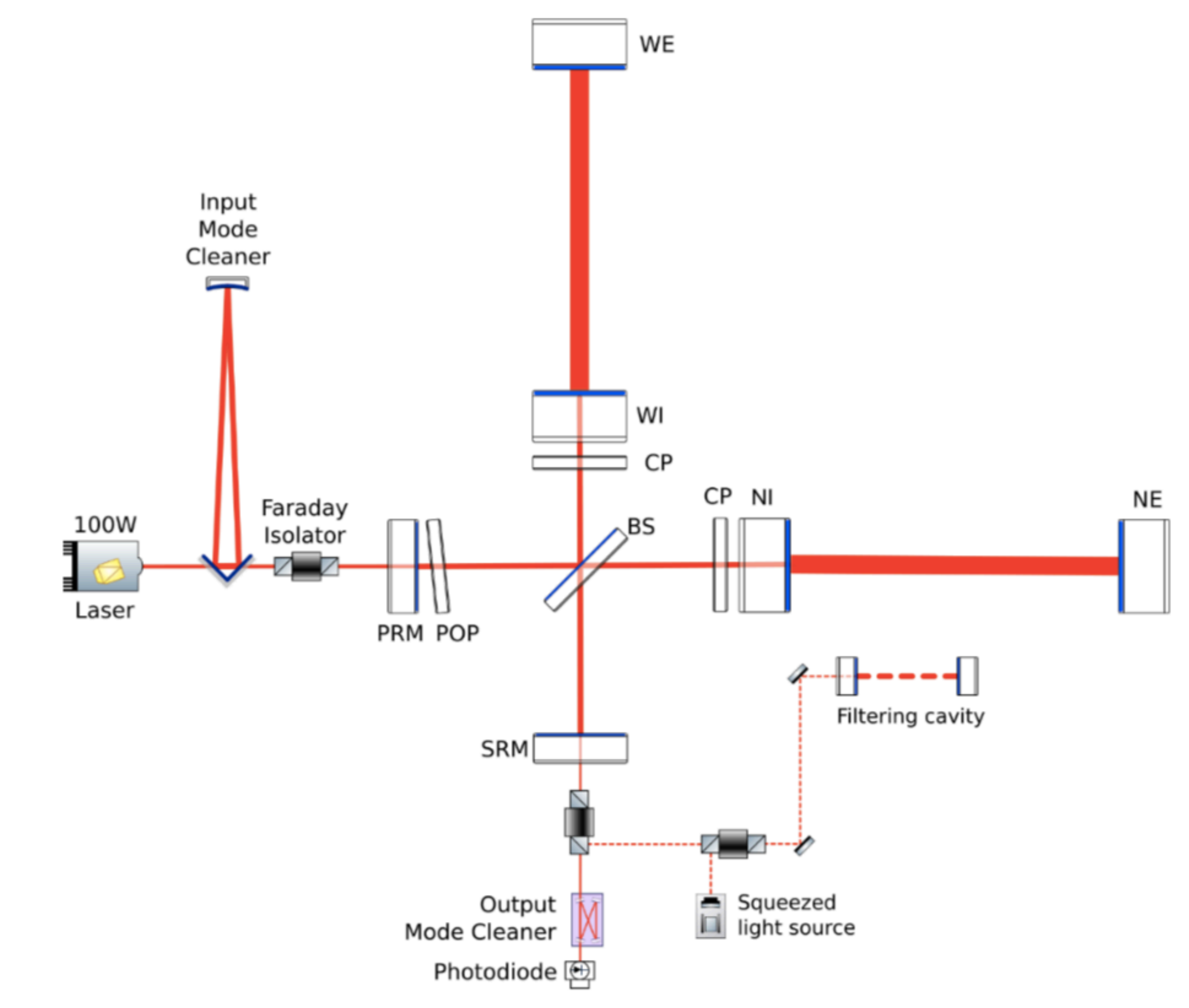


$$h = F_+ h_+ + F_\times h_\times$$

Antenna patterns (depend on the source localization)

Link to the video: https://www.ligo.caltech.edu/video/ligo20160211v6

Modified Michelson interferometer



- The interferometers we need to use are very complex instruments

$\Delta L \sim h\,L$

Length of the interferometer arms ~ km

Gravitational wave strain

$h \sim 10^{-21}$

$\Delta L < 10^{-18}$ m

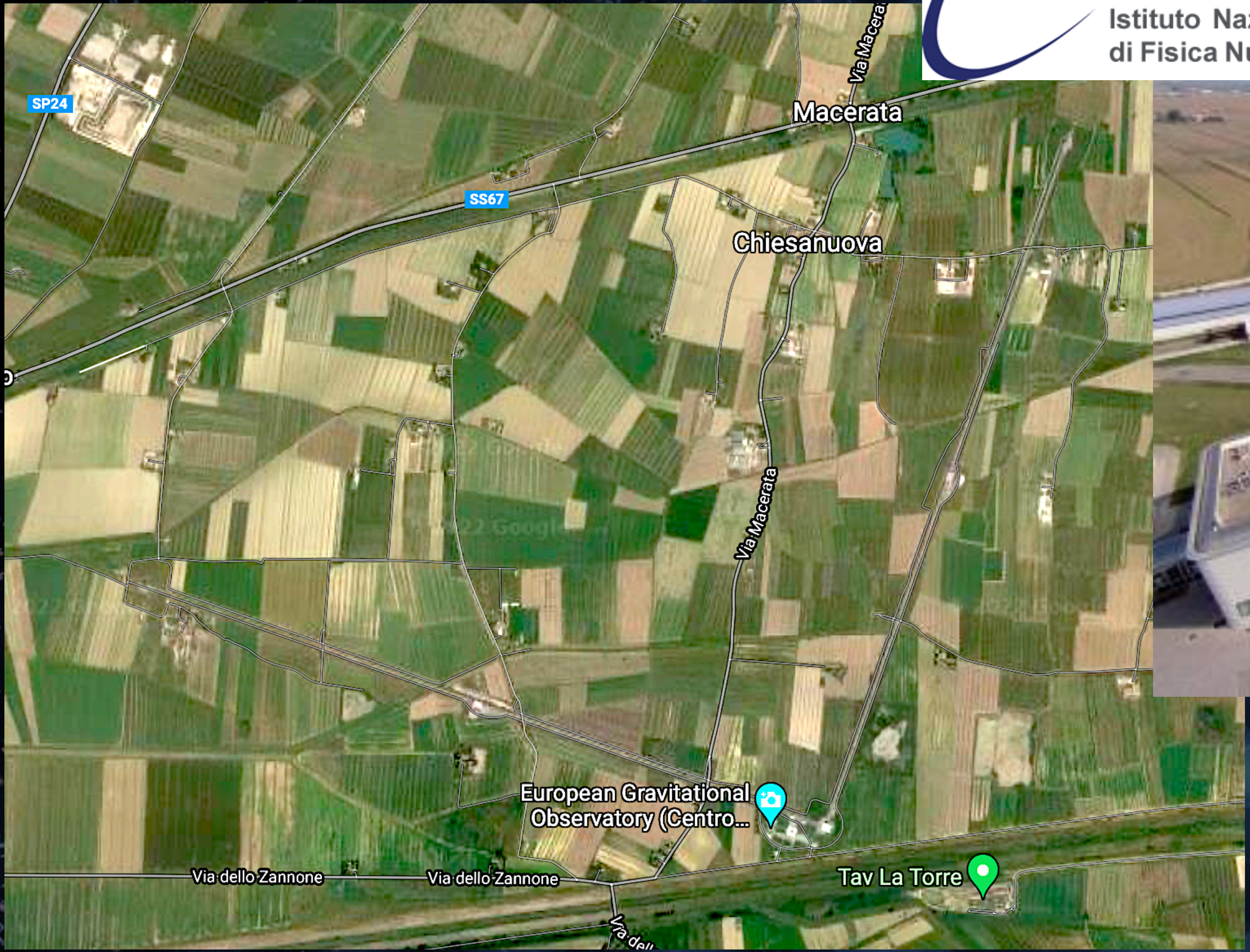
Variation of distance 1/1000th the diameter of a proton!

Worldwide network of gravitational observatories

Virgo

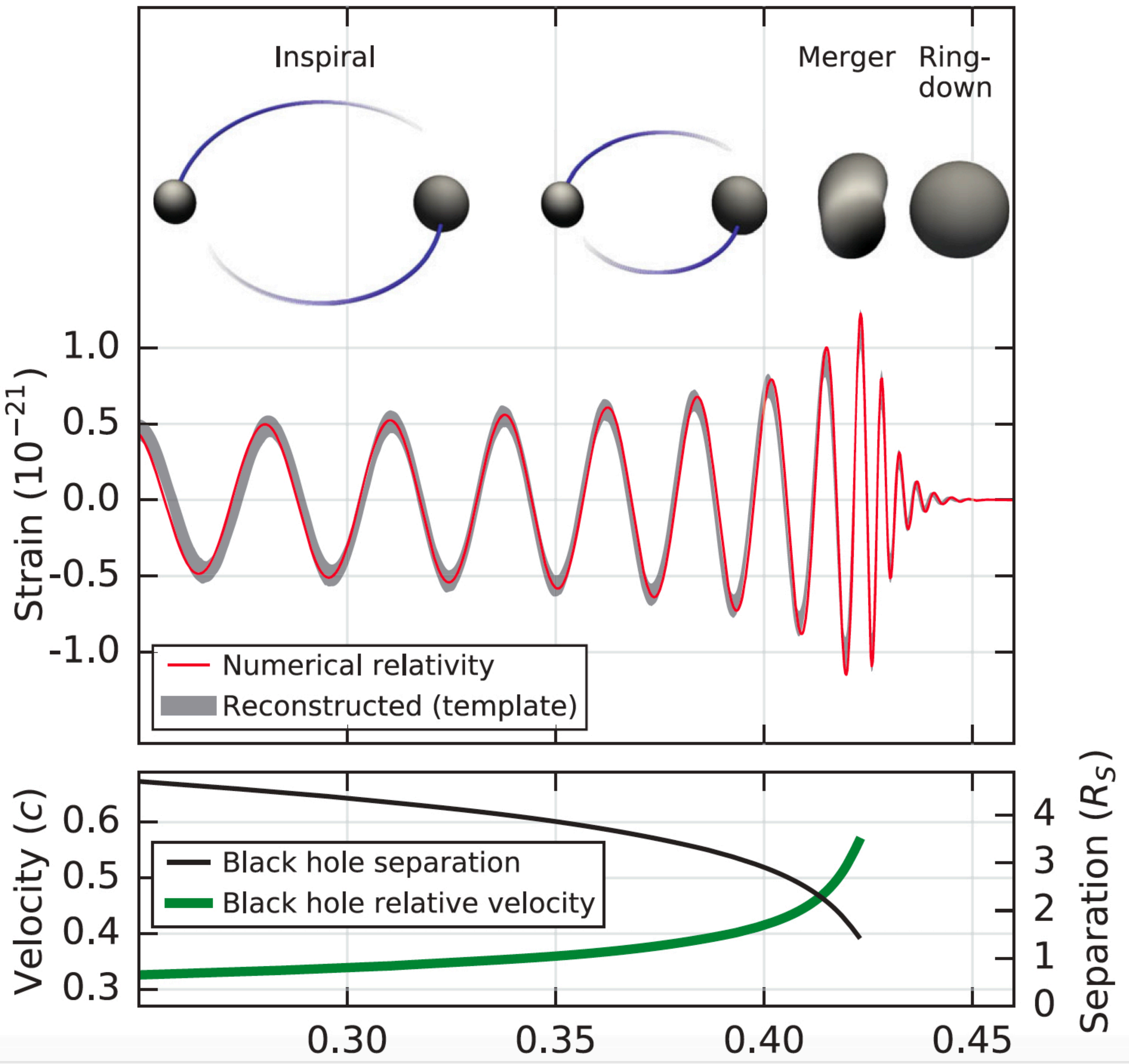
INFN
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare

cnrs
centre national de la recherche scientifique



- Construction started in 1997 (INFN + CNRS)
- 2007: agreement for a common operation of Virgo with the LIGO detectors in the US

GW expected signals



- Coalescence of compact objects: **Black holes** or **Neutrons stars**
- Modelling requires a combination of analytic and numerical relativity
  - No exact solution for Einstein equation
  - Approximate analytical solutions
  - Numerical relativity ➡ Very computationally expensive ➡ cannot be used to model many orbits
- GWs are defined by 15-17 parameters (masses, spins, positions, orientations, …)

PRL 116, 061102 (2016)

BH and NS

Black Hole

- A region of spacetime where gravity is so strong that nothing can scape from it
- Schwarzschild radius (1916)

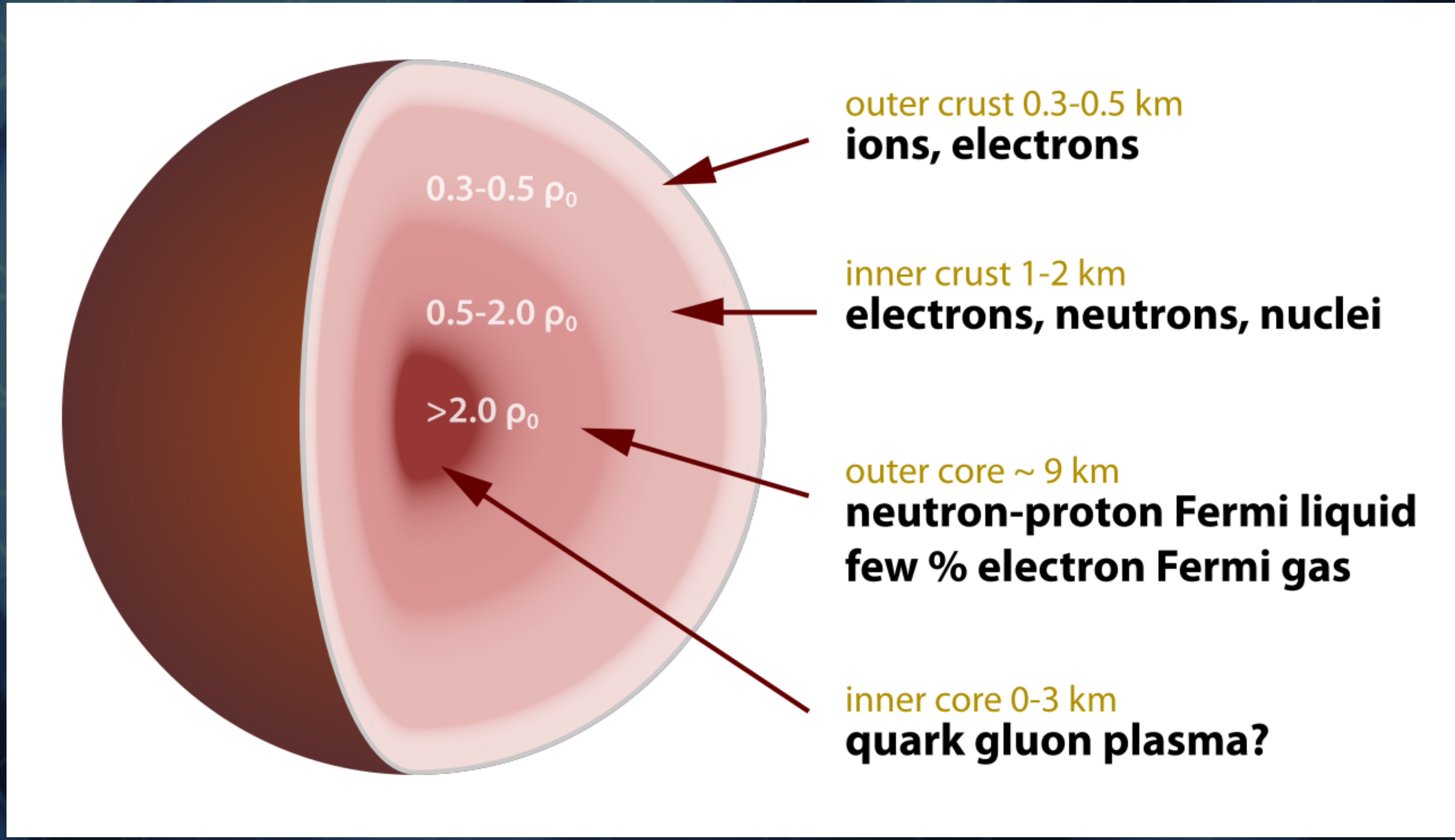
$$R_S = \frac{2GM}{c^2}$$

- For M=solar mass, R_S = 3 km!

M87 seen by Event Horizon Telescope

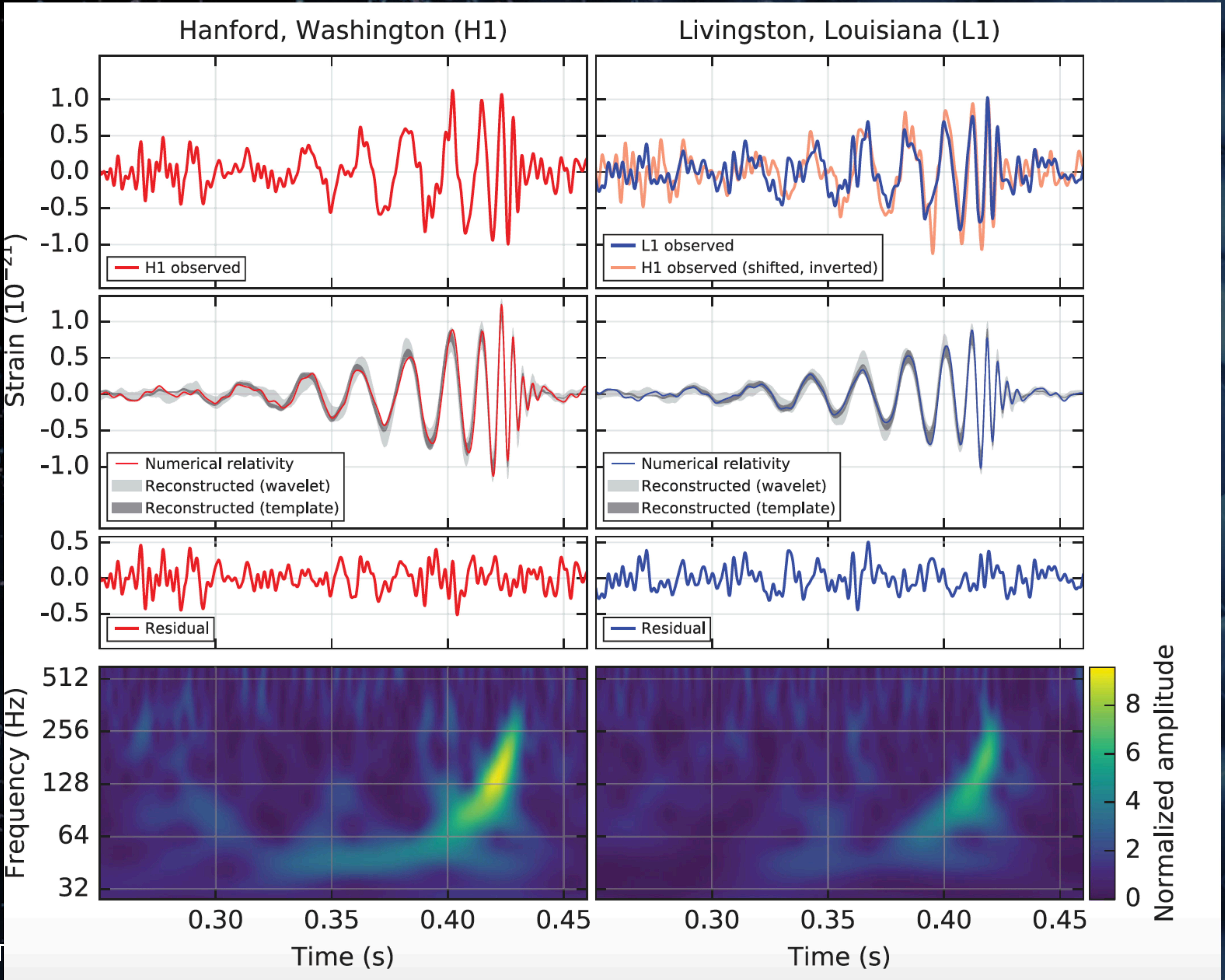
Neutron star

- Extremely dense object which remains after the collapse of a massive star



R ~ 10 km ; M ~ 1.4 solar masses

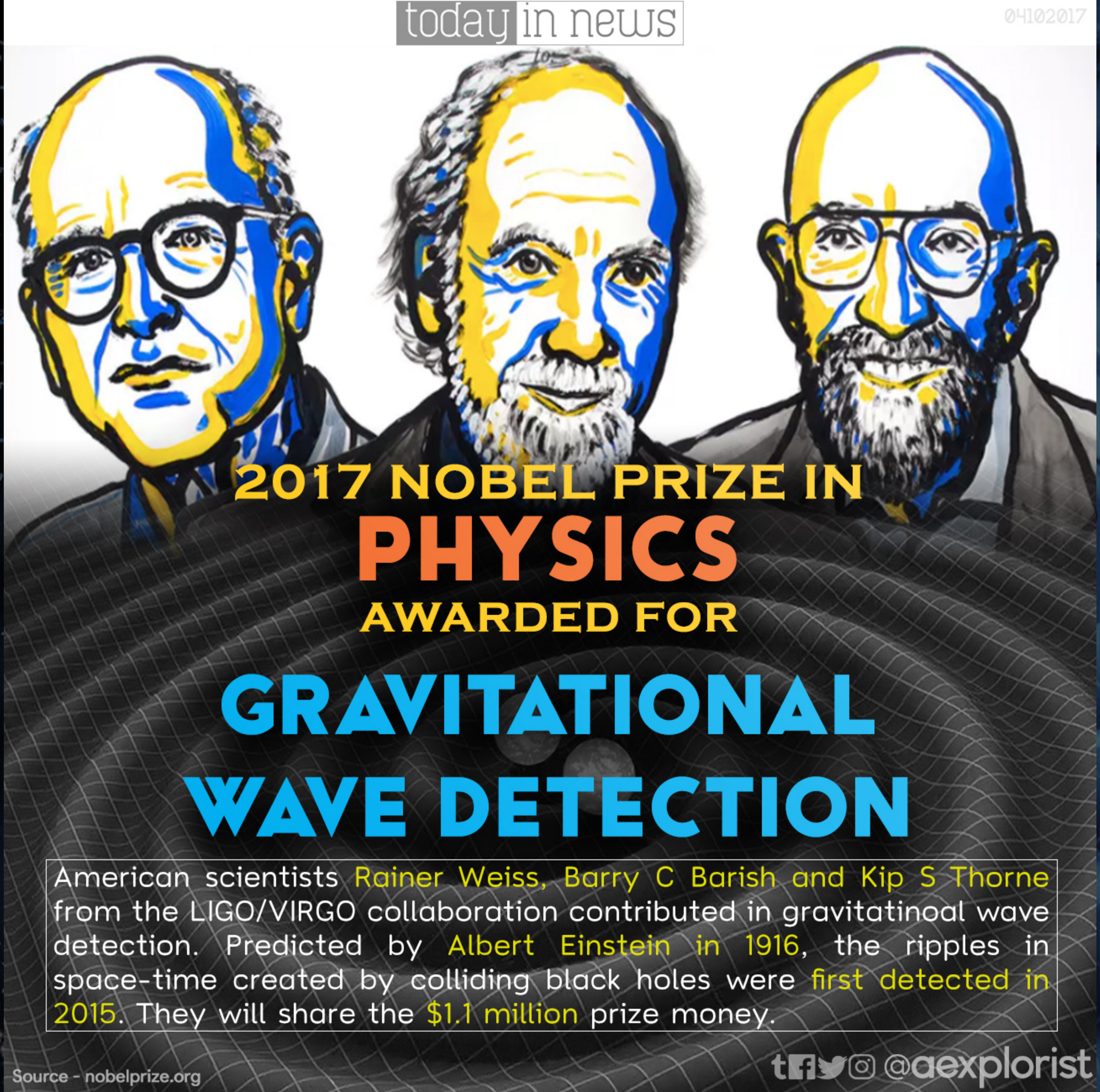
First direct gravitational wave detection



GW150914

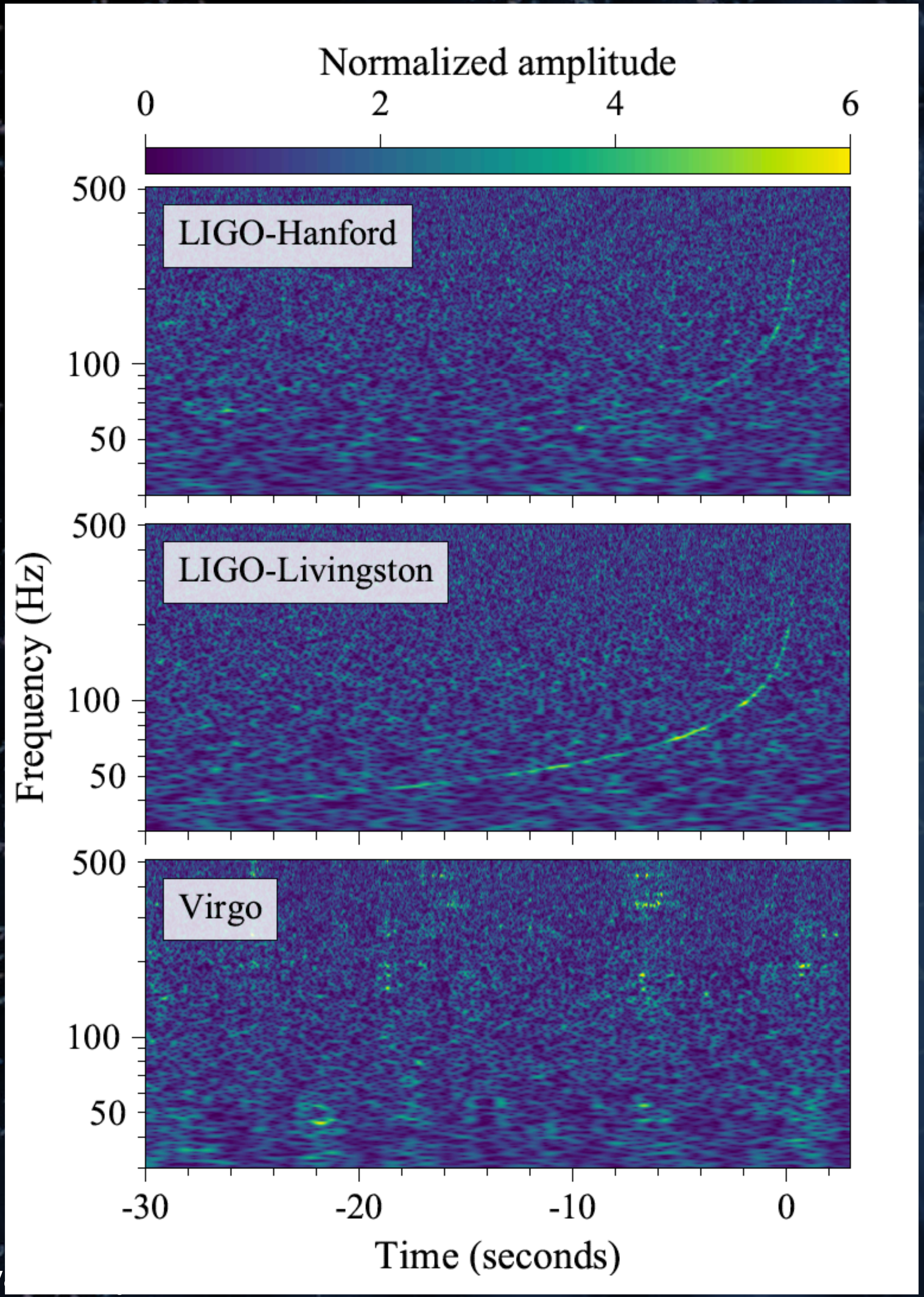
- One century after Einstein theory!
- Binary black hole (BBH)
  - Masses about 30 times the solar mass
  - Diameter about 150 km
  - Speed ~ c/2
- Luminosity distance ~ 400 Mpc
- 3 solar masses emitted in energy

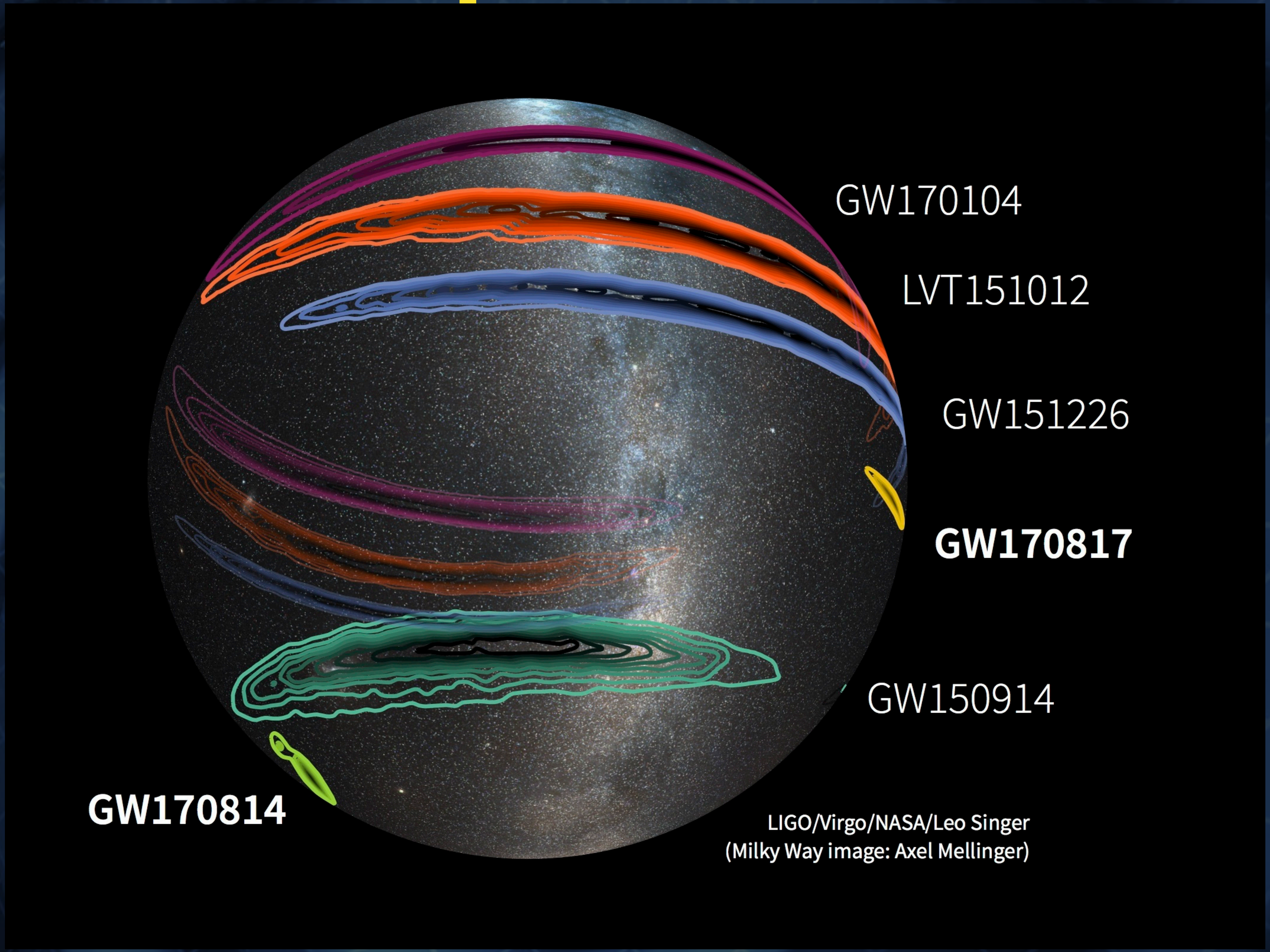
PRL 116, 061102 (2016)



Nobel Prize in Physics 2017

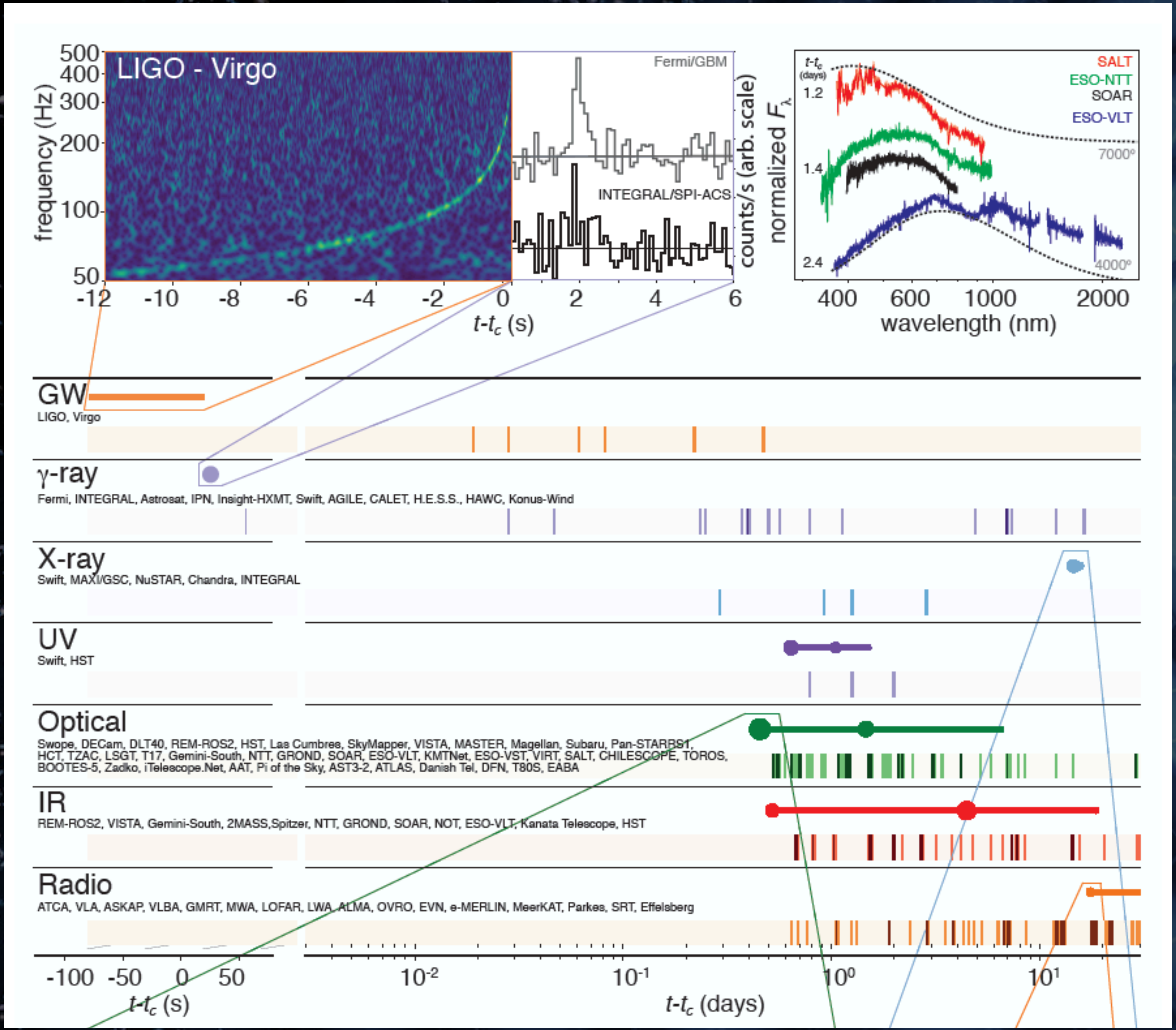
GW170817 - part I





- Precise **sky localisation** (thanks to Virgo!) -> 28 deg^2 -> fundamental for multi-messenger

GW170817 - part II



- Gamma-ray burst (GRB170817A) ~ 1.7 s after the GW merger time
- Around 50 galaxies firstly identified for follow-up
- Optical transient in NGC4993 (+10.87 hr, Swope telescope, Chile)
- unprecedented observational campaign
- **Speed of gravitational waves**
- **Kilonova**
  - Only a theory before
  - Heavy elements, such as lead and gold, are created
- **Hubble constant** measure

GWTC: Gravitational Waves Transient Catalog - 3

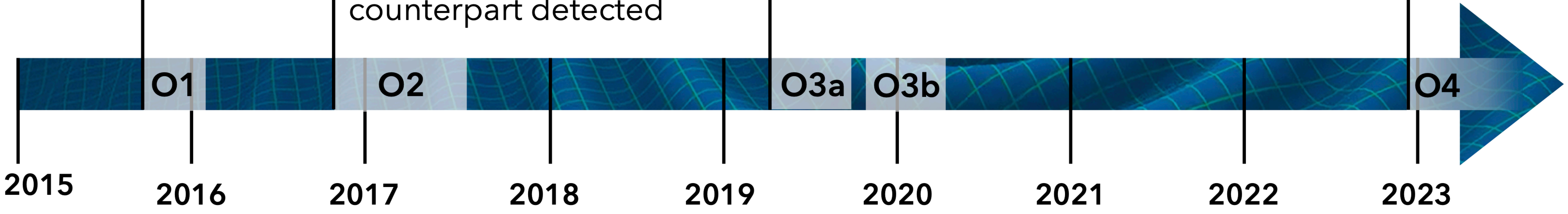
arXiv
1811.12907
2108.01045
2111.03606

- **3 GW detection during O1**
- First direct detection of GW
- From coalescing binary systems of black holes

- **8 GW detection during O2**
- 1 coalescing binary system of neutron stars: electromagnetic counterpart detected

- **79 GW detection during O3**
- 44 during O3a, including 1 confirmed binary system of neutron stars
- 35 during O3b, including 2 confirmed systems of neutron stars - black holes
- No electromagnetic counterpart

- **O4 to start in 2022**
- Planned for December



90 GW detections reported

Coalescence of compact objects (black holes, neutron stars)

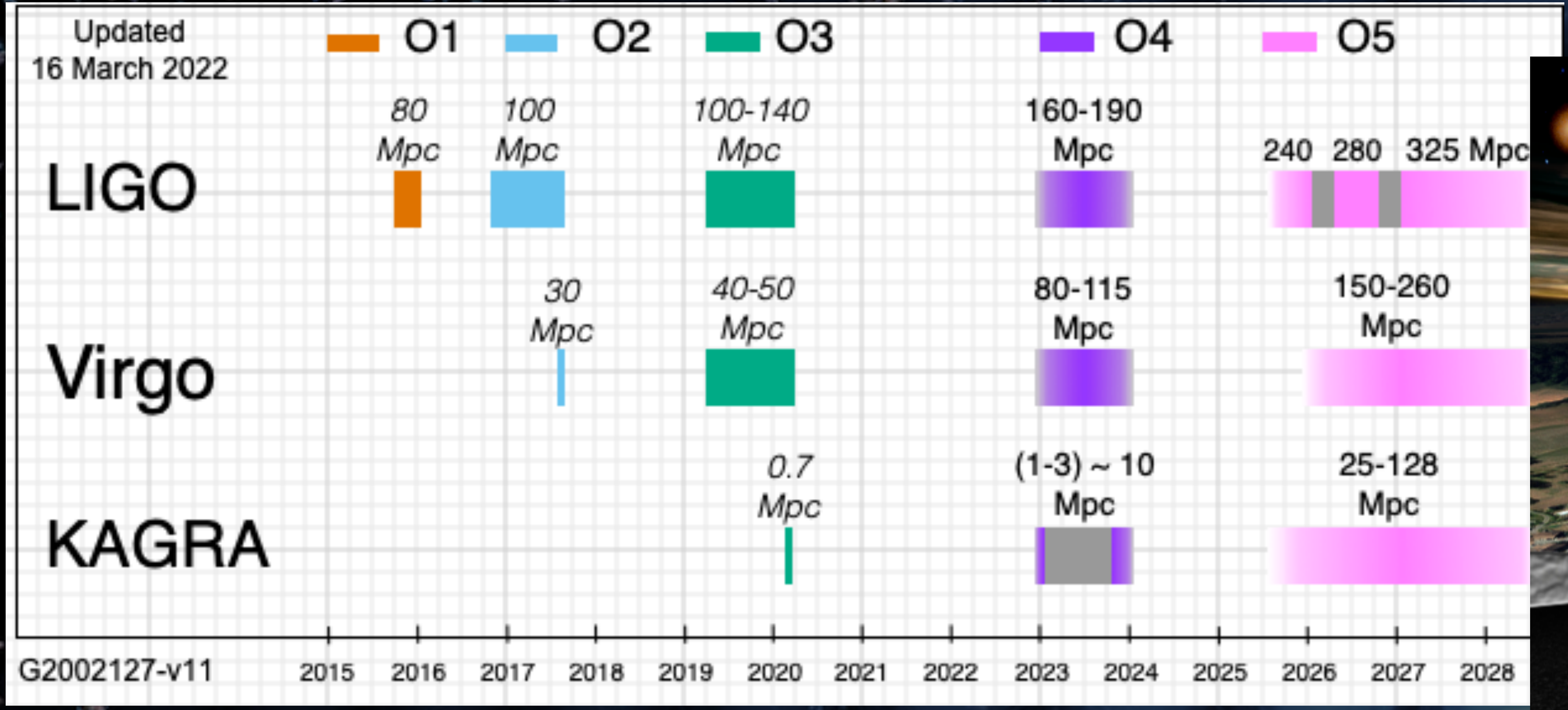
1 multimessenger event (GW + EM observation)

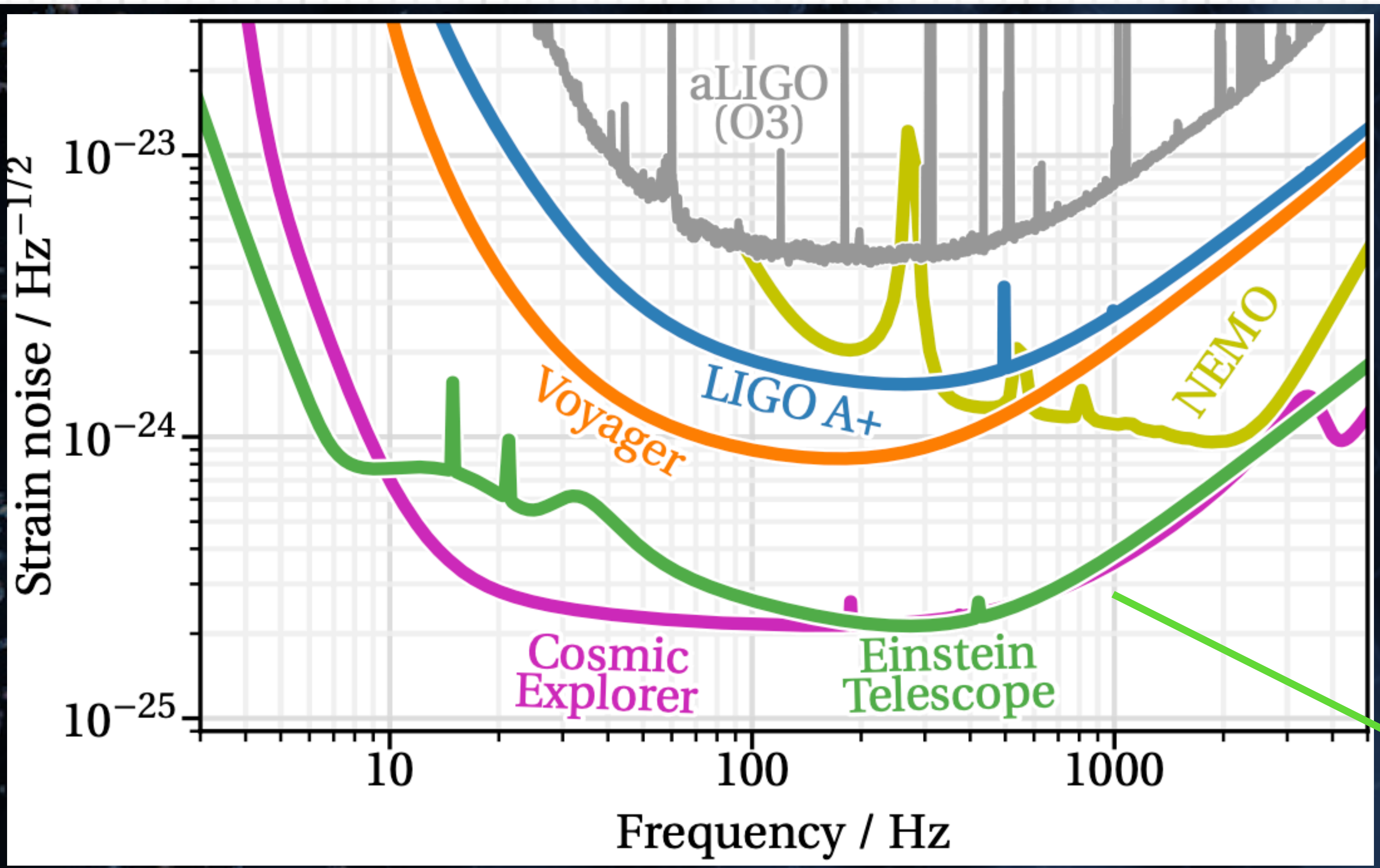
Mass range 1.2 → 107 $M_\odot$ (stellar)

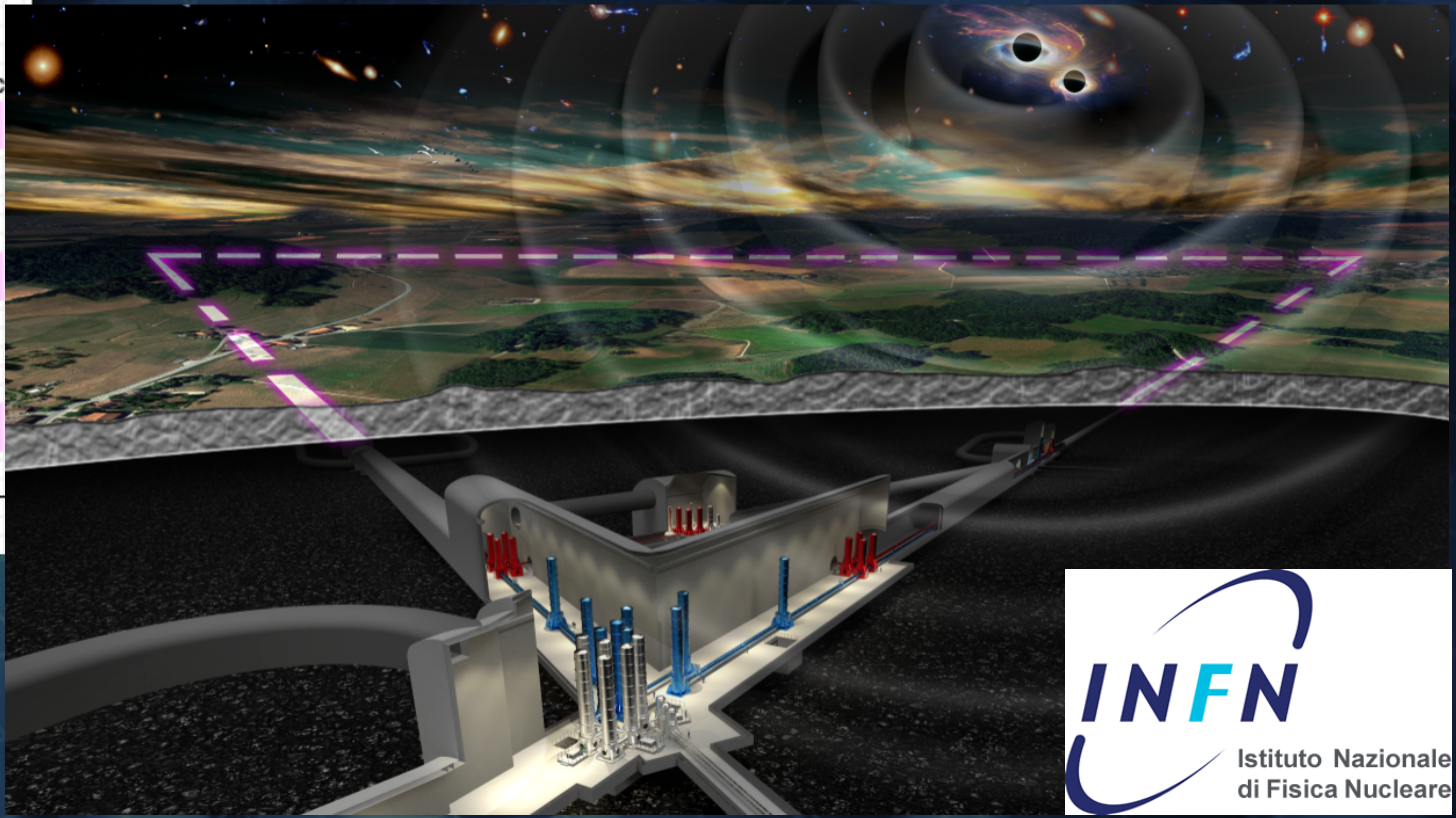
Distance range 40 Mpc → 6 Gpc (z → 0.45)

Leïla Haegel

What happen next?





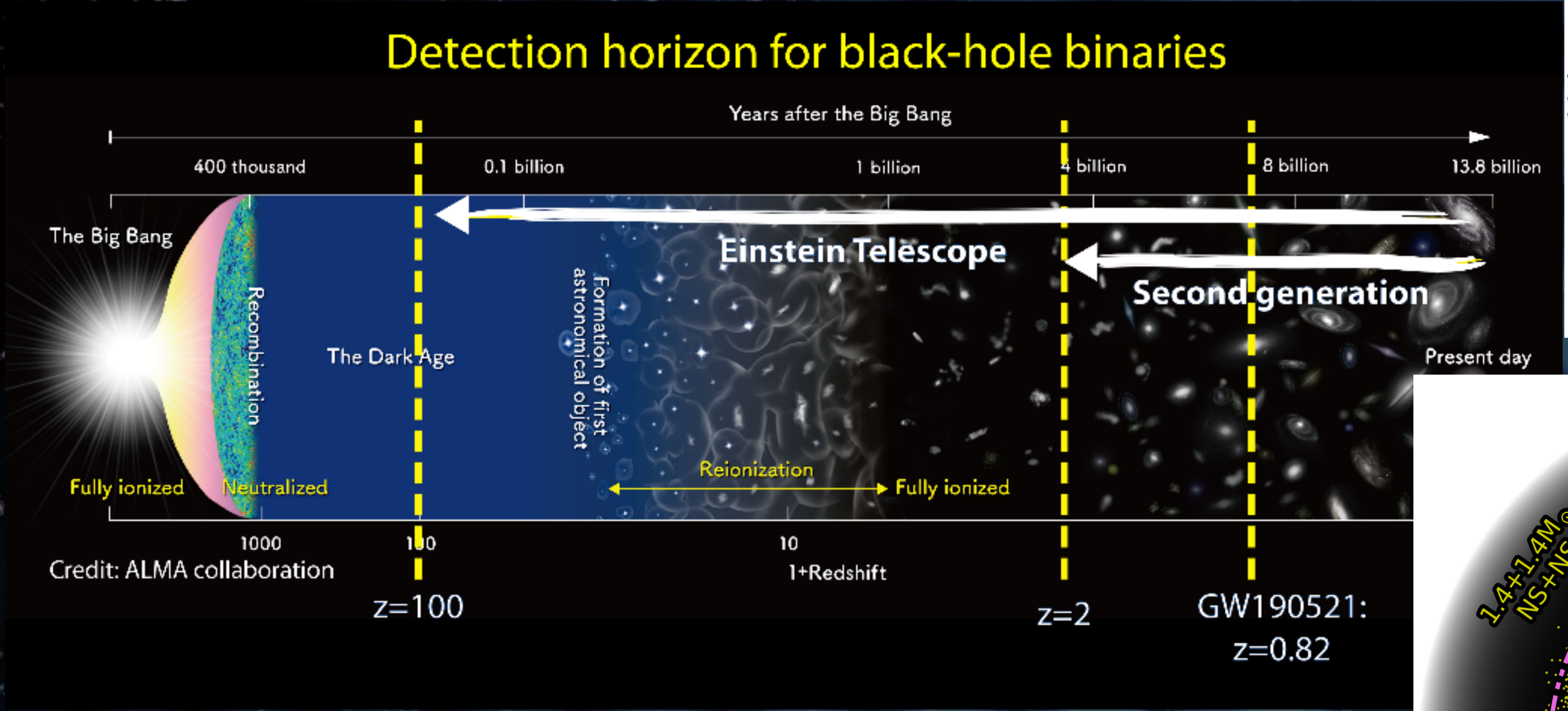


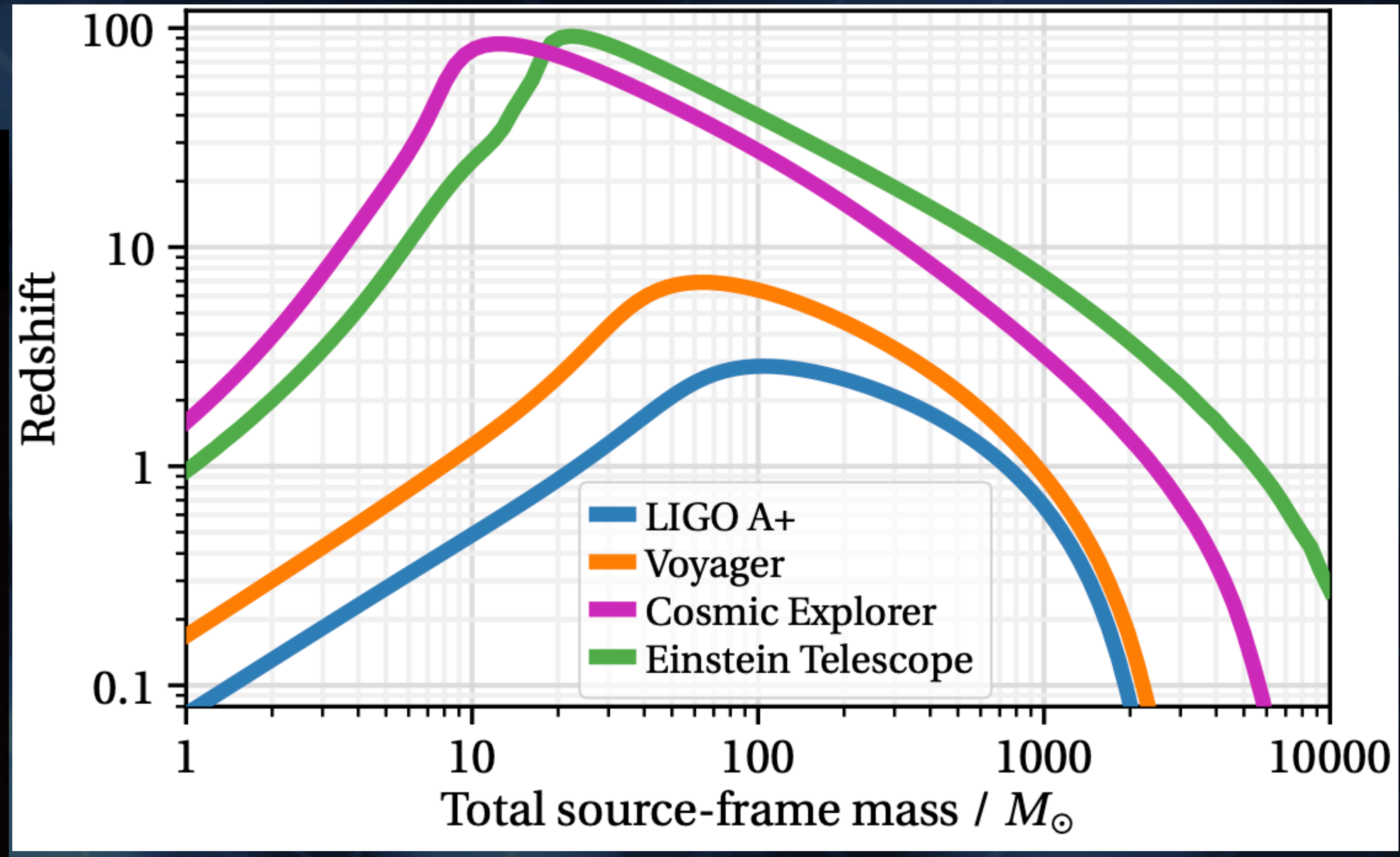
Einstein Telescope

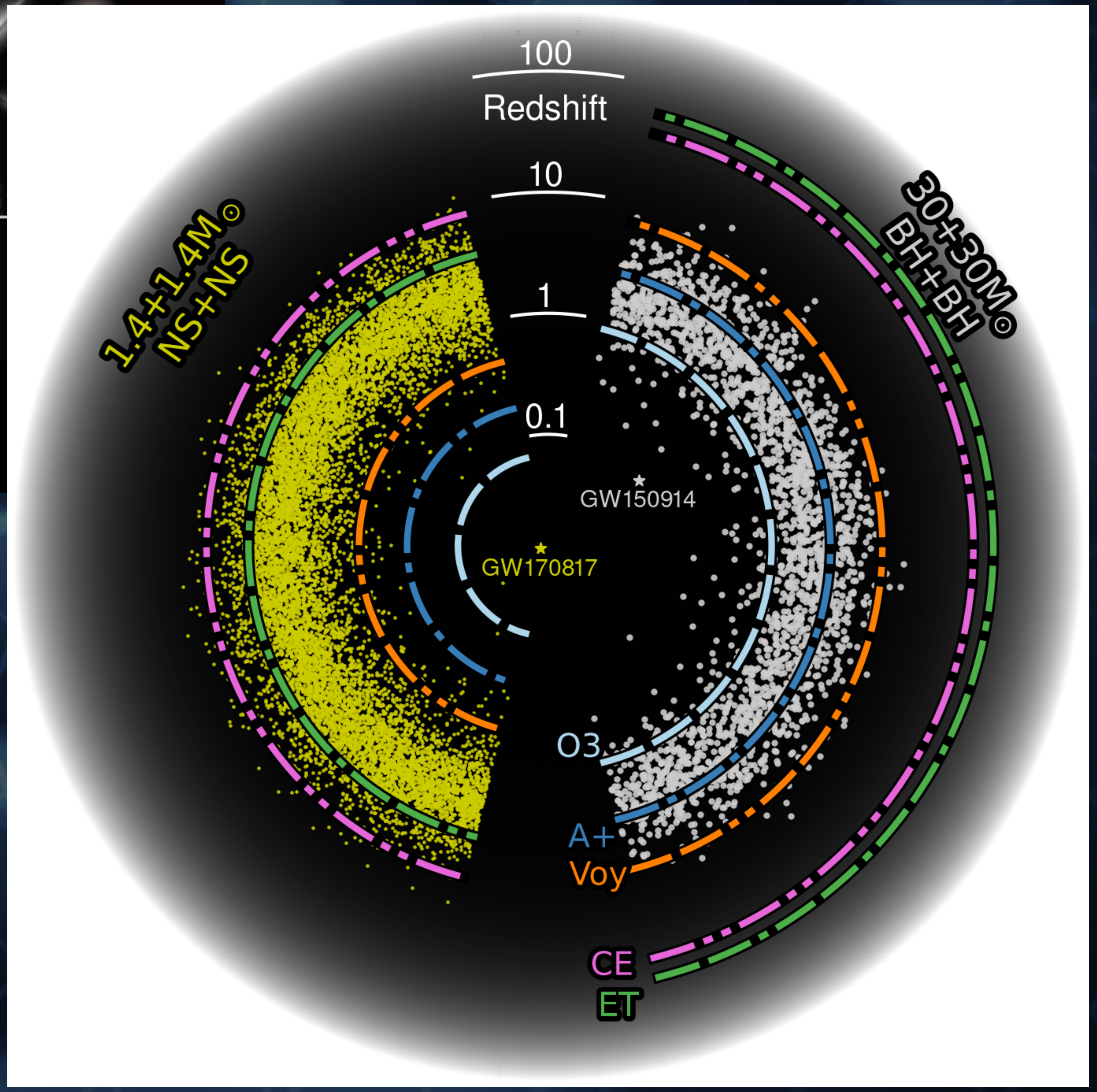
- 2026 - constructions starts
- 2035 - science run

10x sensitivity of today's observatories

3G detectors

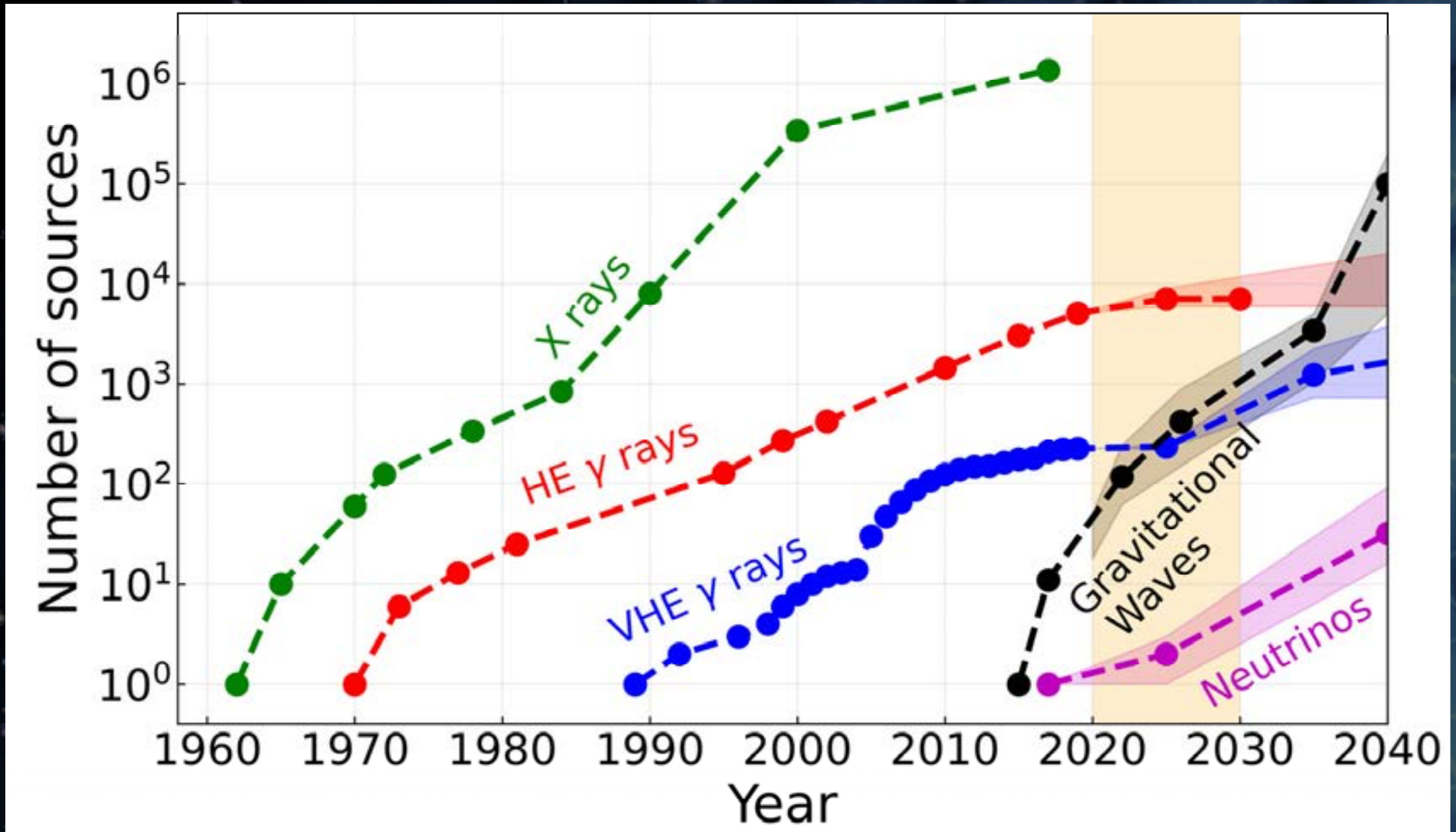


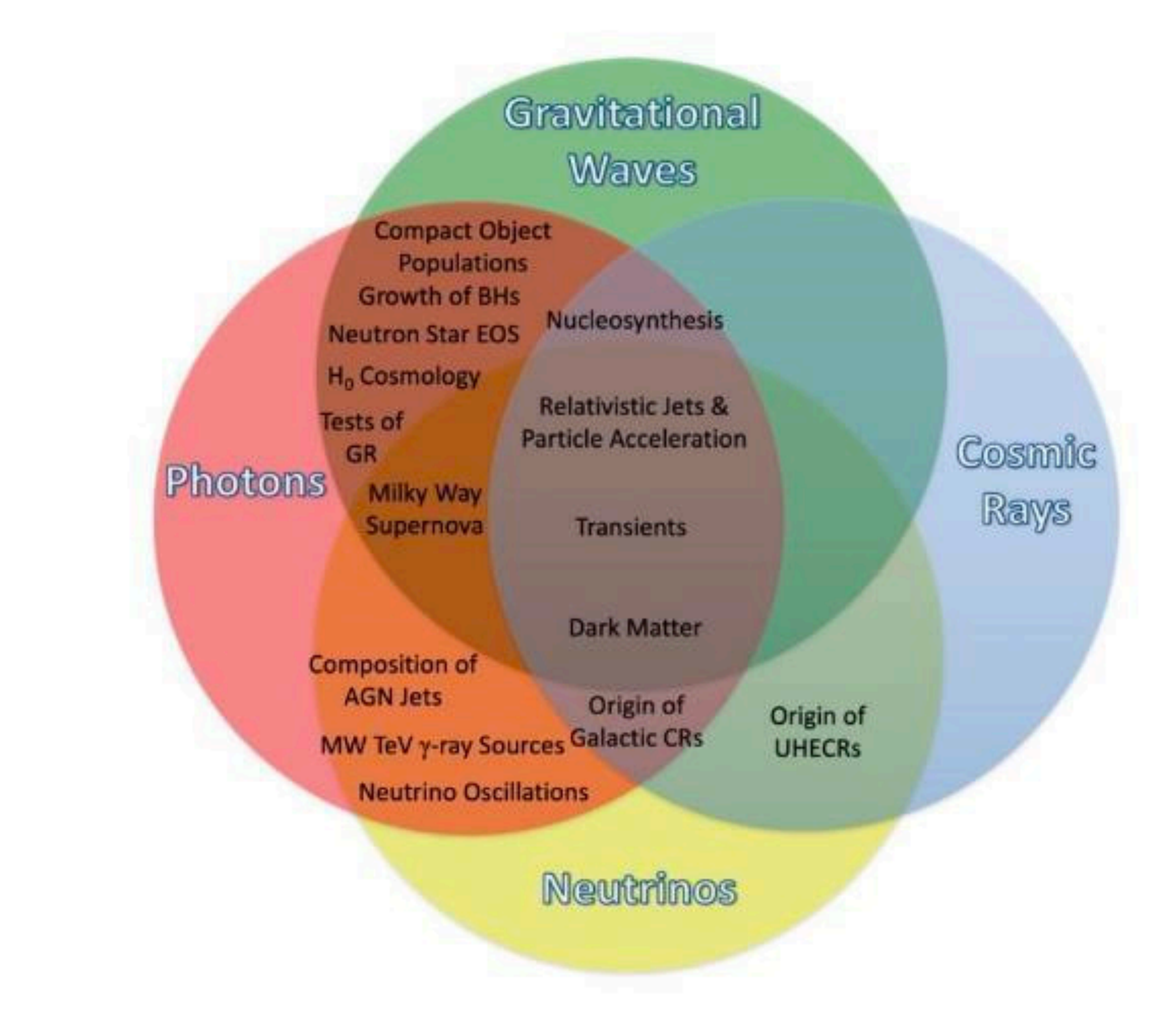




- Reveal for the first time the complete population of stellar-mass black holes, starting from an epoch when the universe was still assembling its first stars
- Investigating the Densest Matter in the Universe
- Exploring the Gravitational Wave Frontier

Future is multi messenger





GW Open Data Workshop

May 23 - 25, 2022

https://www.gw-openscience.org/odw/odw2022/

Receive a crash-course in gravitational wave data analysis!

The workshop includes lectures by data analysis experts, hands on experience with software tutorials, and a data challenge designed to test your new skill in GW data analysis.

Hybrid format: on-line lectures + in-person Study Hubs where experts will help you with the python tutorials

Join our study hub at the Physics Department of the University of Trieste!

Contact: Agata Trovato agata.trovato@units.it


Stay tuned: exiting times are ahead of us!!!
Thanks for your attention