

# NUMERICAL SIMULATION OF LASER PLASMA INTERACTION

Francesco Tani

# FLUID MODEL

## Ipotesi

plasma freddo  
no collisioni  
 $n\lambda_D^3 \gg 1$



## Modello

Modello a due fluidi  
ioni fissi



Equazione di Vlasov

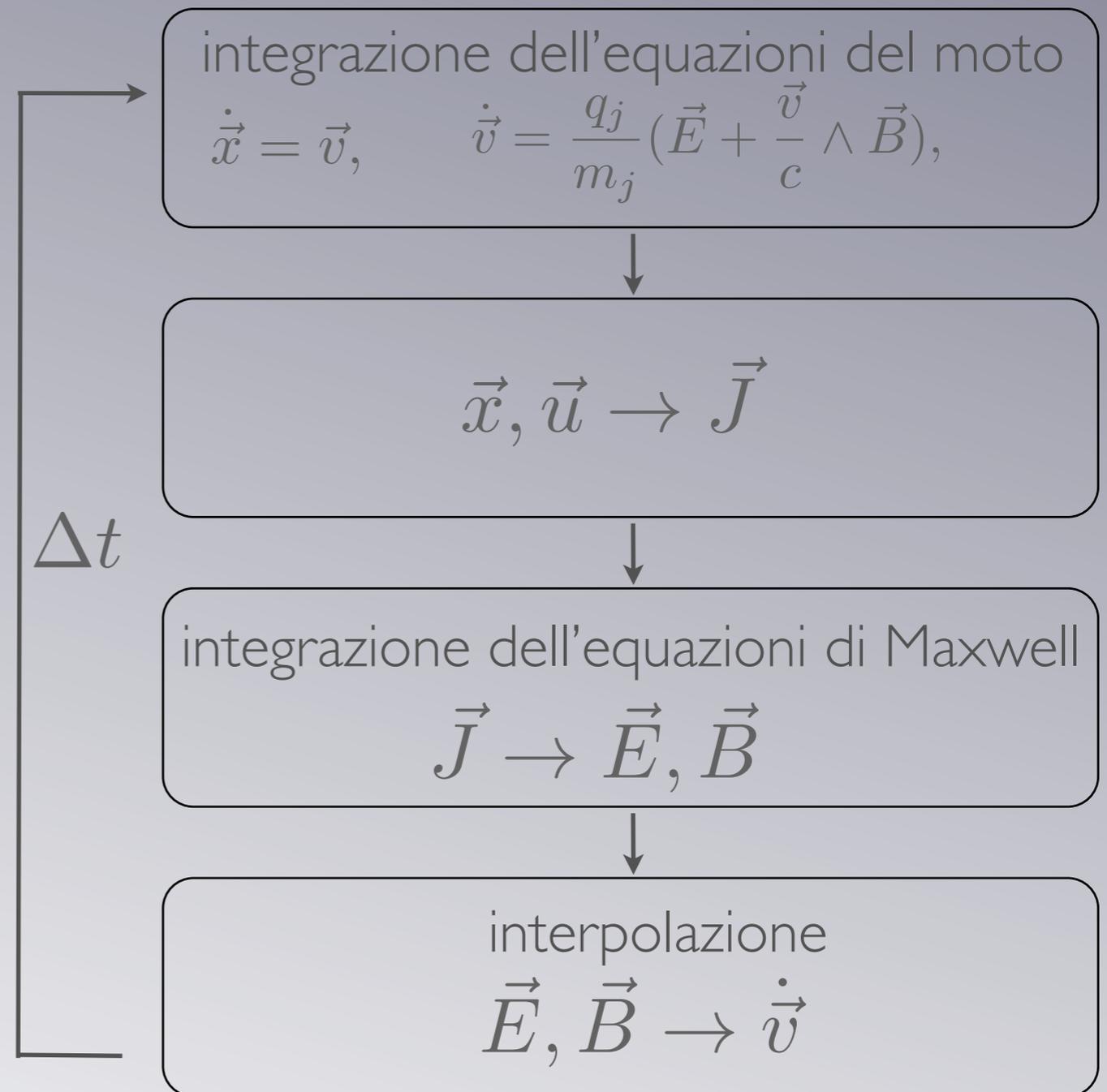
$$\frac{\partial f_j}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{x}} f_j + \frac{q_j}{m_j} (\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{v}} f_j = 0.$$

Equazioni di Maxwell

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

# PIC

- Lo spazio delle fasi viene diviso in celle;
- Per ogni cella vengono calcolati:  $\vec{x}, \vec{v}, \vec{J}, \vec{E}, \vec{B}$ ;
- I termini collisionali vengono eventualmente aggiunti tramite un montecarlo



# FAST SIMULATION

- La densità e la velocità sono mediate sull'intero spazio, non più sulle singole celle;
- il passo di integrazione deve essere maggiore della lunghezza di Debye, affinché il modello fluido sia valido;
- Modello unidimensionale valido per tempo di diffrazione molto maggiore del tempo caratteristico di evoluzione dell'impulso, da cui  $r_{\text{spot}} \gg \lambda_p$  ;
- Laser polarizzato linearmente;

# FAST SIMULATION

Nel caso non relativistico unidimensionale si deve risolvere il sistema di equazioni:

$$1) \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial z}$$

$$2) \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{1}{\epsilon_0} J_y$$

$$3) J_y = -enc\beta_y$$

$$4) \frac{\partial n}{\partial t} + c \frac{\partial n\beta_z}{\partial z} = 0$$

$$5) \frac{\partial \beta_y}{\partial t} = -\frac{e}{mc} (E_y + \mu_0 c \beta_z H_x)$$

$$6) \frac{\partial \beta_z}{\partial t} = \frac{e}{mc} (\nabla \phi + \mu_0 c \beta_y H_x)$$

dove

$$\nabla^2 \phi = -\nabla E_z = e \frac{\delta n}{\epsilon_0}$$

# FAST SIMULATION

Le equazioni di Maxwell 1) e 2) vengono risolte tramite il metodo FDTD;

Il campo elettrico e magnetico nel discreto diventano:

$$E_y(z, t) = E_y(m\Delta z, t\Delta t) = E_y^q[m]$$

$$H_x(z, t) = H_x((m + 1/2)\Delta z, (t + 1/2)\Delta t) = H_x^{q+1/2}[m + \frac{1}{2}].$$

e le rispettive derivate spaziali e temporali:

$$\frac{\partial E_y(z, t)}{\partial z} = \frac{E_y^q[m + 1] - E_y^q[m]}{\Delta z},$$

$$\frac{\partial H_x(z, t)}{\partial t} = \frac{H_x^{q+\frac{1}{2}}[m] - H_x^{q-\frac{1}{2}}[m]}{\Delta t}$$

# FAST SIMULATION

Gli altri termini discretizzati:

$$n(z, t) \rightarrow n^{t+1/2}[m], \quad \frac{\partial \phi(z, t)}{\partial z} \rightarrow \nabla_z \phi^{t+1/2}[m]$$

$$\beta_y(z, t) \rightarrow \beta_y^{t+1/2}[m], \quad J_y(z, t) \rightarrow J_y^{t+1/2}[m],$$

$$\beta_z(z, t) \rightarrow \beta_z^{t+1}[m],$$

Le derivate:

$$\frac{\partial n(z, t)}{\partial z} \rightarrow \frac{n^{t+1/2}[m+1] - n^{t+1/2}[m-1]}{2\Delta z}$$

$$\frac{\partial \beta_z(z, t)}{\partial z} \rightarrow \frac{\beta_z^t[m+1] - \beta_z^t[m-1]}{2\Delta z}$$

# FAST SIMULATION

- FDTD:
- 1) I campi elettrico e magnetico, velocità e densità e le rispettive derivate nel continuo vengono sostituite con i loro corrispettivi nel discreto;
- 2) Si esplicitano i termini al tempo  $t + \Delta t / 2$  e  $t + \Delta t$  in funzione di quelli al tempo precedente;
- 3) Il processo viene ripetuto per il numero di passi temporali desiderato.

# FAST SIMULATION

$$1) \quad H_x^{t+1/2} = f(H_x^{t-1/2}, E_y^t)$$

$$2) \quad n^{t+1/2} = g(n^{t+1/2}, n^{t-1/2}, \beta_z^t)$$

$$3) \quad \nabla \phi^{t+1/2} = c(n^{t+1/2})$$

$$4) \quad \beta_y^{t+1/2} = h(E_y^t, \beta_z^t, H_x^{t+1/2})$$

$$5) \quad J_y^{t+1/2} = a(n^{t+1/2}, \beta_y^{t+1/2})$$

$$6) \quad E_y^{t+1} = b(J_y^{t+1/2}, H_x^{t+1/2})$$

$$7) \quad \beta_z^{t+1} = l(\nabla \phi^{t+1/2}, \beta_z^t, \beta_z^{t+1}, \beta_y^{t+1/2}, H_x^{t+1/2})$$

# FAST SIMULATION

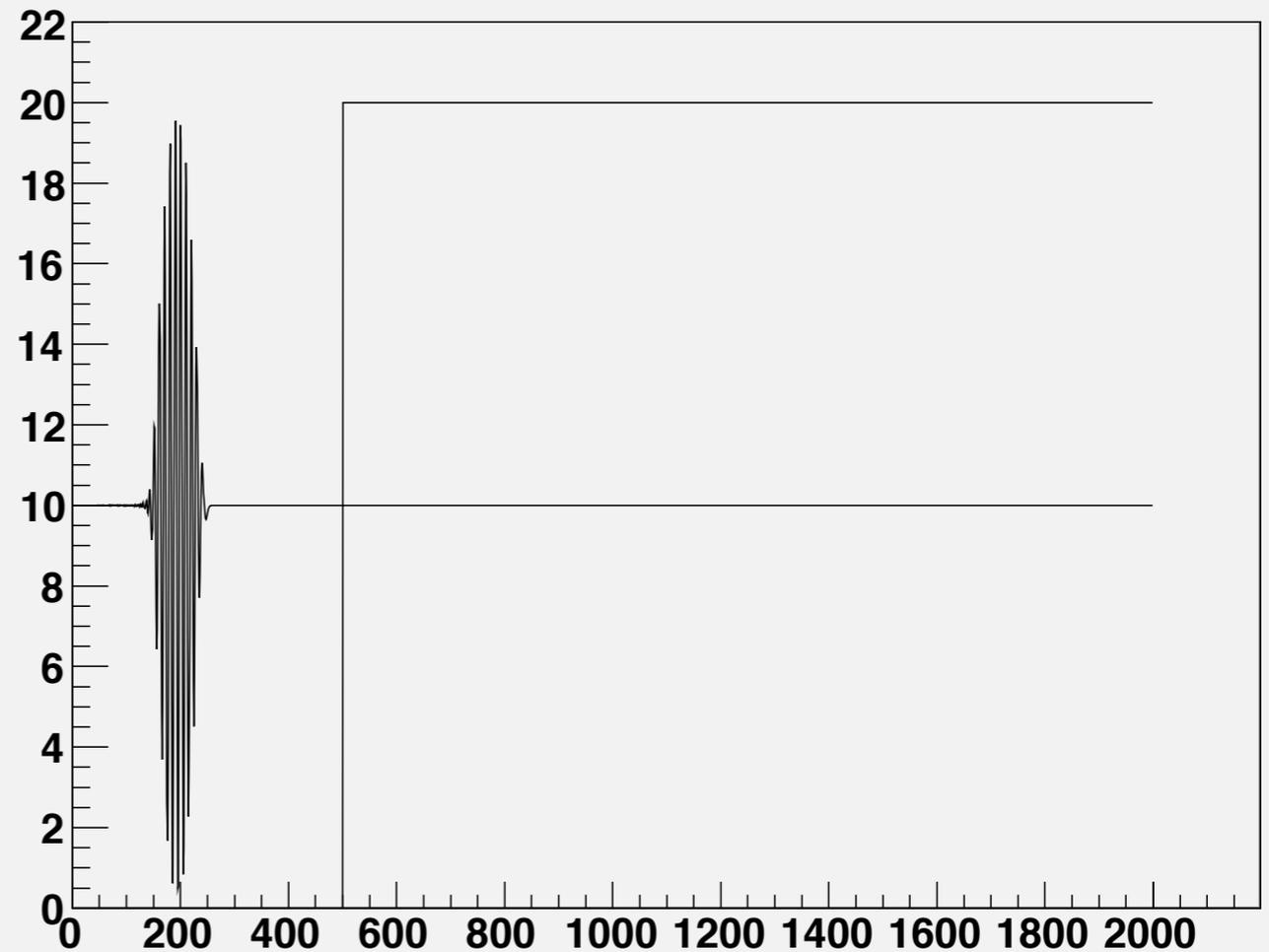
Condizioni iniziali

$$n[m] = \begin{cases} n_0, & m > on \\ 0, & m < on \end{cases}$$

$$H_x = \beta_y = \beta_z = 0,$$

$$E_y = e^{-\frac{(t - \frac{x}{c} - t_0)^2}{\tau^2}} e^{i(\omega t - kz)}$$

Graph



# FAST SIMULATION

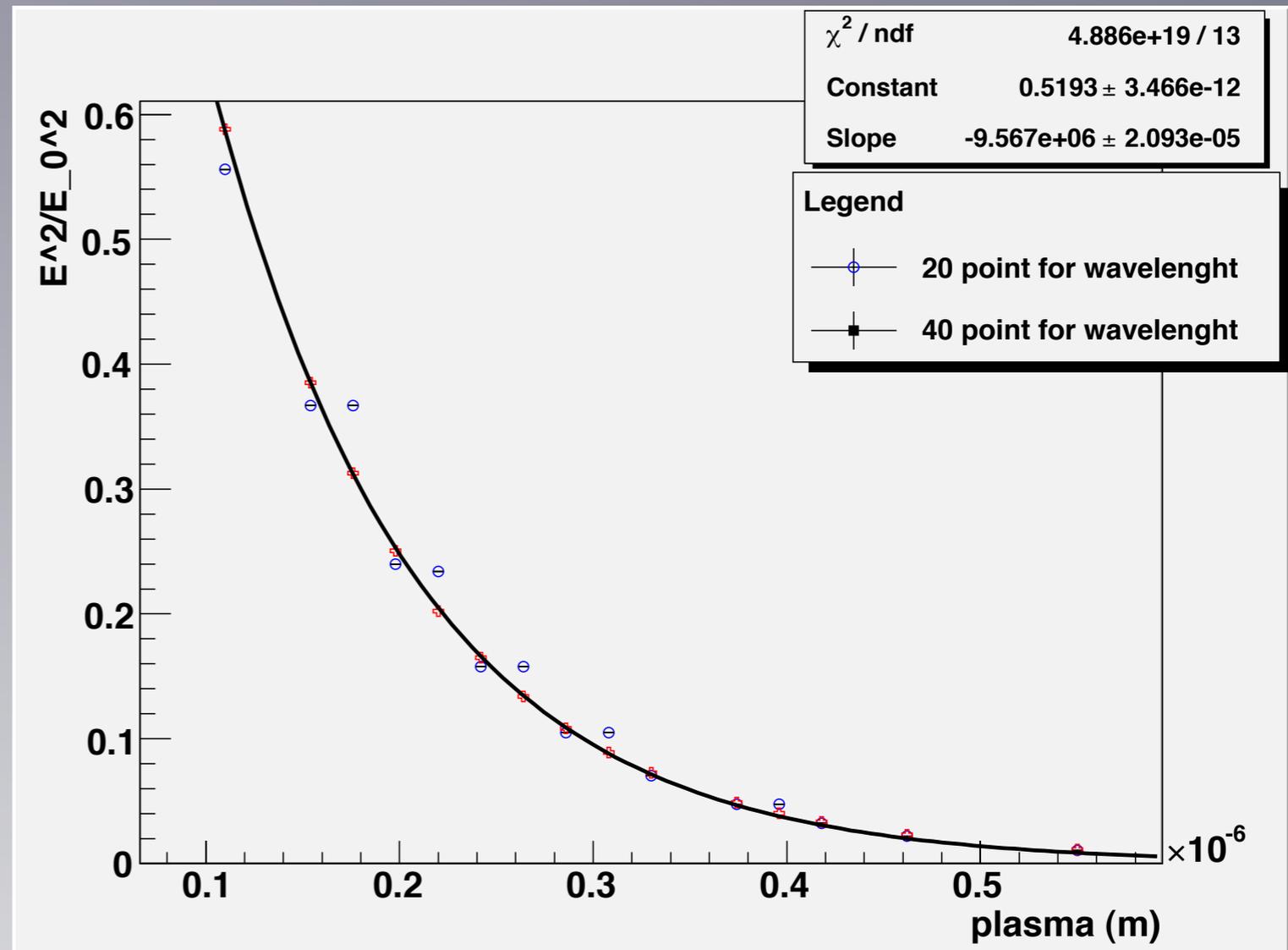
$$n = 2e^{27} m^{-3} > n_{cr}$$

$$I \propto e^{-2\alpha x}$$

$$\omega = 2.14 \cdot 10^{15} \text{ Hz},$$

$$\omega_p = 9.77 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

$$2\alpha = 2 \frac{\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2}}{c} = 8.86 \cdot 10^6.$$

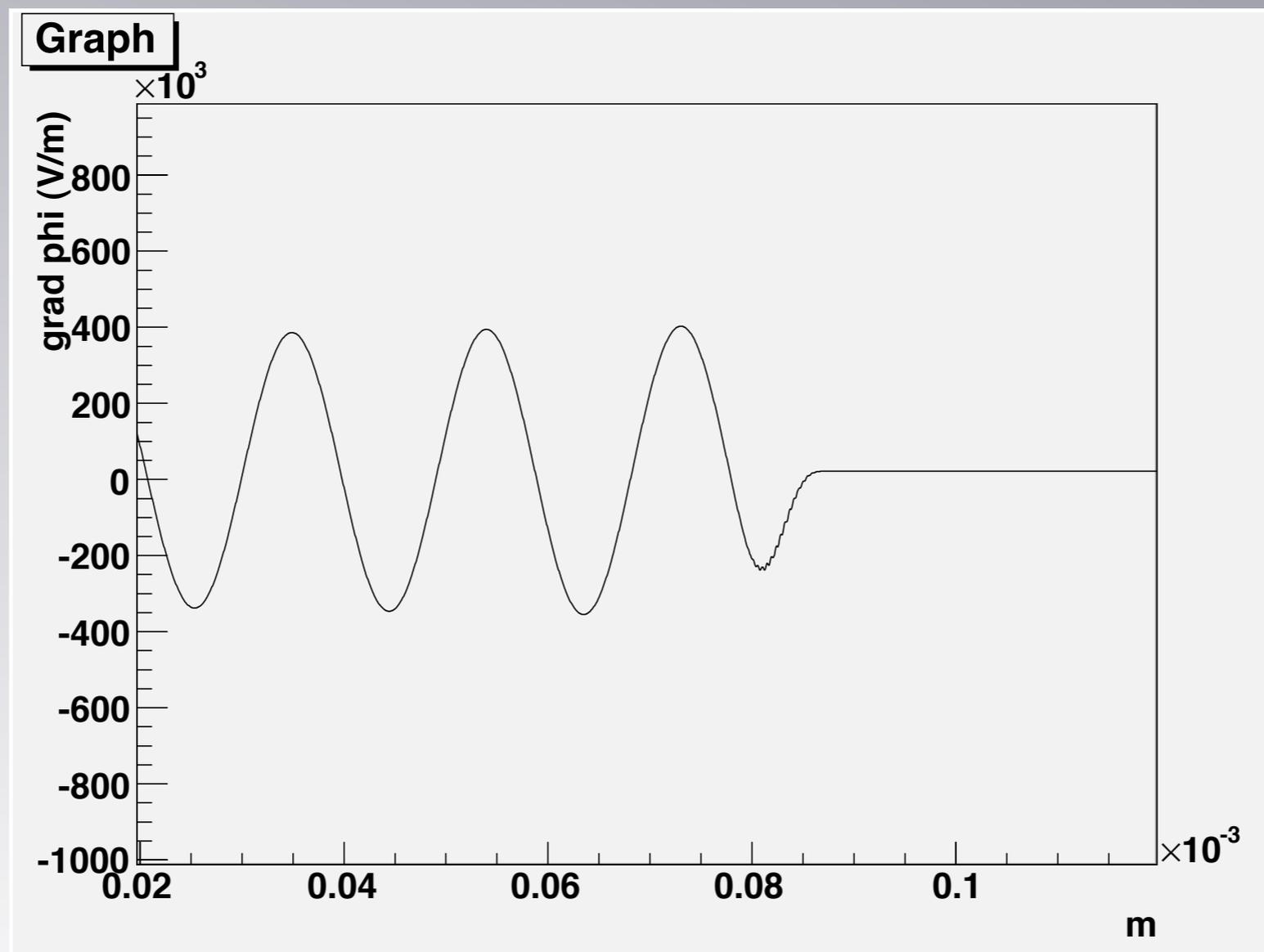


# FAST SIMULATION

$$dz = 4.4 \cdot 10^{-8} m, dt = 7.33 \cdot 10^{-17} s$$

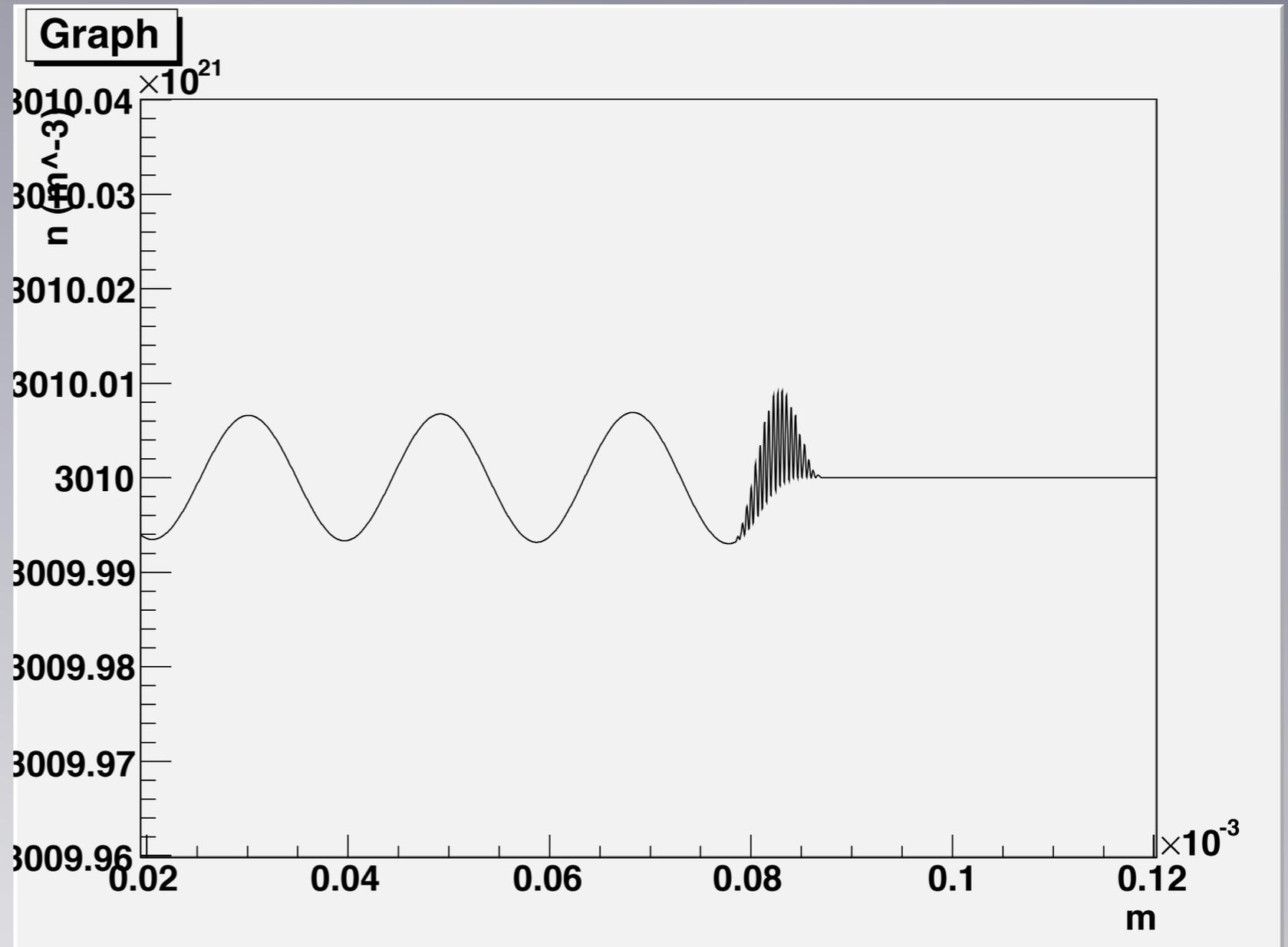
$$E_0 = 10^{10} V/m \rightarrow a_0 = 2.7 \cdot 10^{-3} \quad \lambda = 880 nm \rightarrow \omega = 2.14 \cdot 10^{15} Hz$$

$$n_0 = 3.01 \cdot 10^{24} m^{-3} \rightarrow \omega_p = 9.77 \cdot 10^{13} Hz$$



# FAST SIMULATION

oscillazioni a  
frequenza  $2\omega$   
in corrispondenza  
dell'impulso e a  
frequenza di plasma  
a fine impulso  
come ci si aspetta  
dalla teoria.



# FAST SIMULATION

- Stima delle osservabili  $\delta n$  e  $\nabla\phi$  ;
- Studio della variazione di densità al variare della forma dell'impulso;
- Tempo di run dell'ordine dei minuti;

## To do

- Implementazione caso relativistico;
- Confronto con PIC;
- Caso 2D;