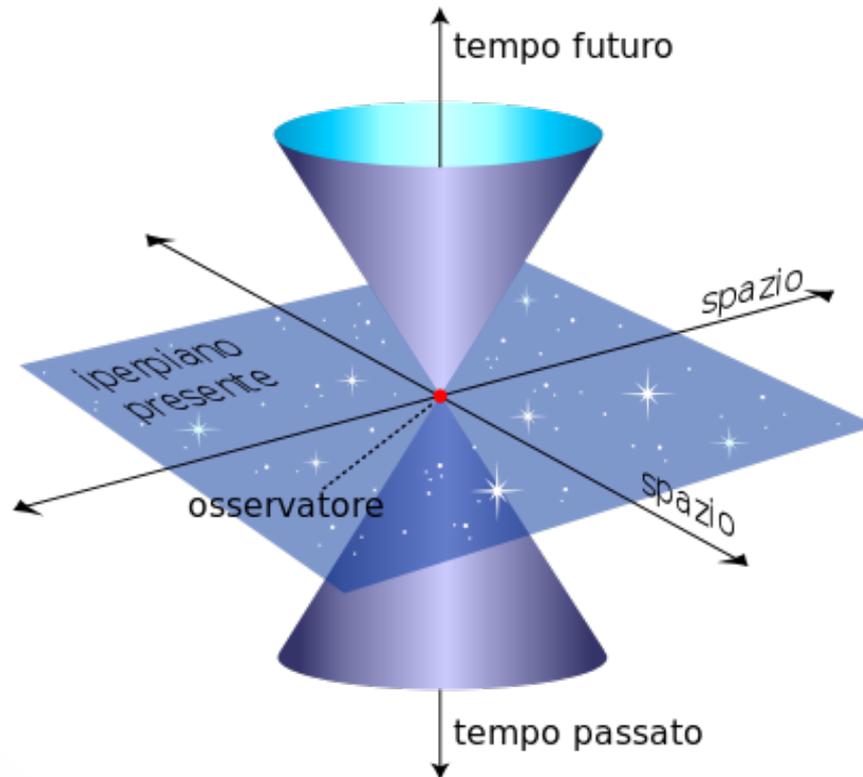


La velocità della luce e la relatività galileiana



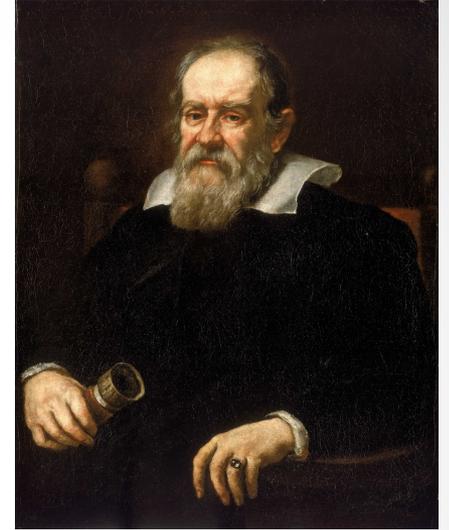
Introduzione

- Ripercorreremo le tappe di questo capitolo fondamentale per il passaggio dalla Fisica Classica a Fisica Moderna.
- Discuteremo la Relatività Ristretta di Einstein
- Evidenzieremo le conseguenze sulla Fisica contemporanea e sulla tecnologia.

Relatività Galileiana

Galileo ha intuito che non è possibile verificare, con solo esperimenti di meccanica interni al sistema, se un sistema è fermo o in moto:

« Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animalletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; suspendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animalletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi, gettando all'amico alcuna cosa, non più gagliardamente la dovrete gettare verso quella parte che verso questa, quando le lontananze sieno eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazii passerete verso tutte le parti. Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia che mentre il vassello sta fermo non debbano succeder così, fate muover la nave con quanta si voglia velocità; ché (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, né da alcuno di quelli potrete comprender se la nave cammina o pure sta ferma»



Relatività Galileiana

sia $t' = t = 0$ l'istante in cui $O \equiv O'$

$$\begin{cases} x' = x - Vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

\longleftrightarrow Il tempo è assoluto

$$\begin{cases} \underline{v'_x = v_x - V} \\ v'_y = v_y \\ v'_z = v_z \end{cases} \longleftrightarrow \text{La velocità è relativa}$$

$$\begin{cases} a'_x = a_x \\ a'_y = a_y \\ a'_z = a_z \end{cases} \longrightarrow a = a'$$

- Non esiste un sistema di riferimento privilegiato
- Le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi inerziali

Elettromagnetismo e velocità della luce

- Le leggi fondamentali dell'elettromagnetismo sono state sintetizzate per la prima volta da J.C.Maxwell nel "A Treatise on Electricity and Magnetism" pubblicato nel 1873

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

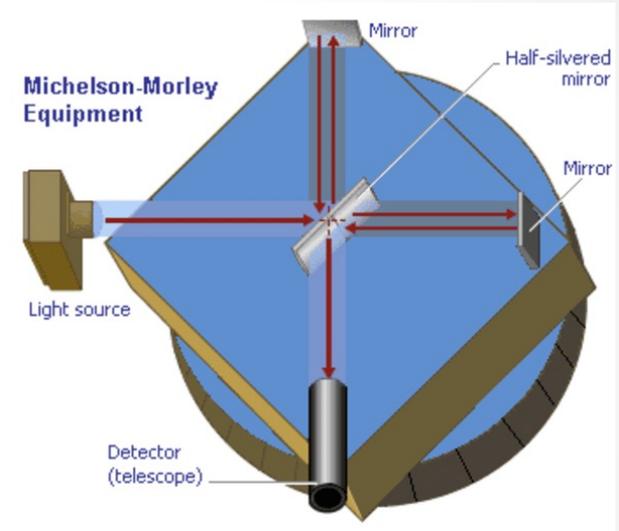
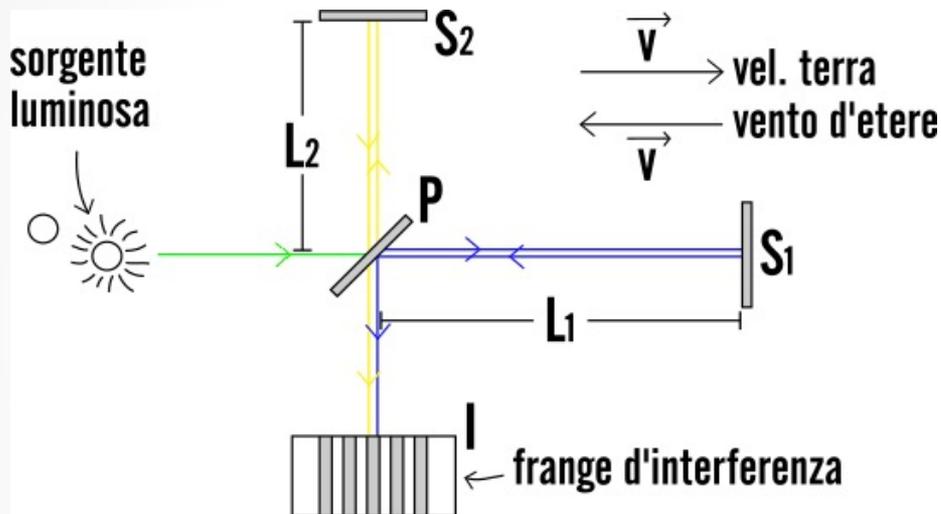
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 i_{enc}$$

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 299,795,638 \text{ [m/s]}$$

- La luce è un'onda elettromagnetica e la sua velocità nel vuoto è un valore **costante** predetto dalla teoria.
- Le equazioni di Maxwell non sono invarianti per trasformazioni di Galileo

Etere: esperimento M&M

- Per anni si cercò un mezzo di riferimento privilegiato (ETERE) in cui le onde elettromagnetiche (e quindi la luce) si propagassero.
- **Esperimento di Michelson-Morley**



- Se esiste l'etere (e vale la relatività galileiana) la velocità della luce varrà $c+v$ o $c-v$ a seconda che la luce viaggi in senso concorde o discorde rispetto alla Terra.
- L'effetto è rilevato tramite il fenomeno dell'interferenza (interferometro di Michelson & Morley)

Salviamo l'etere ?

- Tentativo di “salvataggio” del concetto di etere
Lorentz concepiva i corpi materiali come composti da particelle tenute insieme dalle forze elettromagnetiche. Se queste forze sono propagate dall'etere, dipendono dal vento d'etere (come d'altronde la propagazione della luce), allora anche la forma dei corpi deve dipendere dal loro stato di moto rispetto all'etere. In base ad alcune assunzioni sulle forze elettromagnetiche, egli dimostrò che il vento d'etere doveva produrre un accorciamento dei corpi lungo la direzione del vento. Questo accorciamento, pure predetto da G.F. Fitzgerald, alterava i tempi di percorrenza della luce entro l'apparato di Michelson e Morley in modo da nascondere completamente l'effetto cercato.
- Sulla base di queste assunzioni elaborò trasformazioni (trasformazioni di Lorentz) rispetto alle quali le equazioni dell'elettromagnetismo fossero invarianti.



Relatività di Einstein

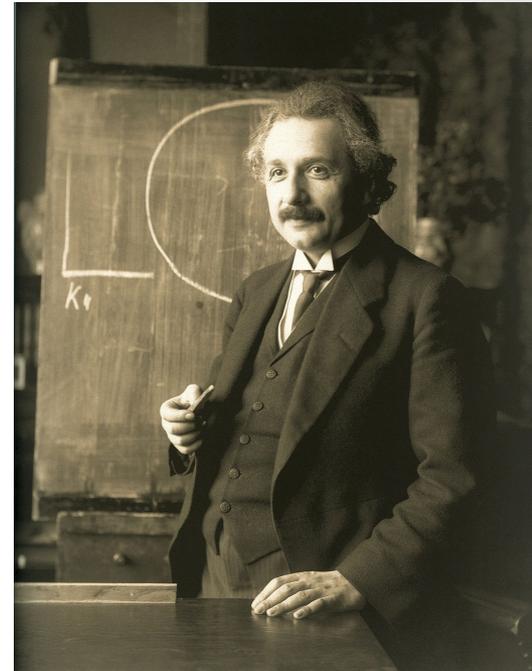
- Einstein capovolse il punto di vista

Concetti che si sono dimostrati utili per ordinare le cose acquistano una tale autorità su di noi che ci dimentichiamo la loro origine terrena e li accettiamo come dati inalterabili. Così essi diventano “necessità del pensiero”, “dati a priori”, ecc. Il cammino del progresso scientifico è spesso reso impossibile per lungo tempo proprio da questi errori. Einstein, Ernst Mach, «Phys. Zeitschrift» 17 (1916)

- Principi

- Le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi inerziali
- La velocità della luce è la stessa in tutti i sistemi di riferimento.

- Assumendo che le trasformazioni siano lineari, con semplici passaggi algebrici, si ottengono le trasformazioni di Lorentz (vedi appendice).



Relatività ristretta

- Trasformazioni di Lorentz valide per tutte le leggi fisiche
- Il tempo non è più assoluto ma dipende dal sistema di riferimento
- Coincidono con le trasformazioni di Galileo per $v \ll c$
- La somma delle velocità in Fisica non è la somma algebrica della Matematica (ma tende ad essa per $v \ll c$)

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}$$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

Relatività ristretta

- Il tempo scorre più lentamente nei sistemi in moto
 - Δt non è più una quantità indipendente dall'osservatore (simultaneità dipendente dal sistema di riferimento)

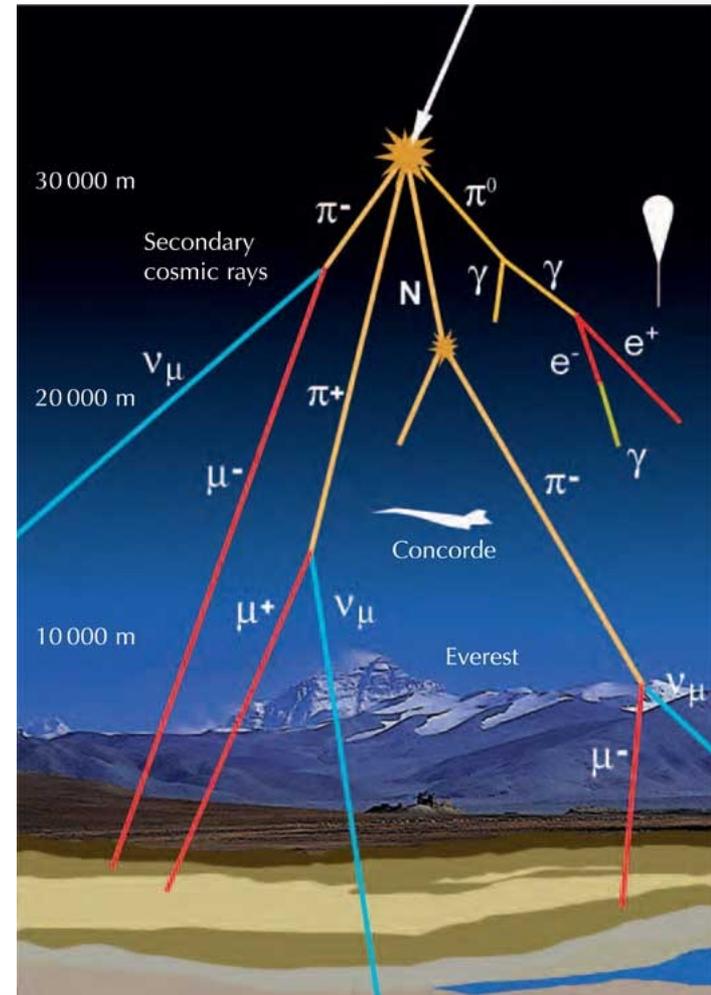
$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

- Gli oggetti in moto si accorciano
 - ΔL non è più una quantità indipendente dall'osservatore

$$\Delta L = \Delta L' \sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}$$

Dilatazione relativistica: vita media dei muoni

- Muoni veloci prodotti nella parte alta dell'atmosfera dai raggi cosmici
- A riposo le metà dei muoni decade dopo $1.6 \mu\text{s}$
- Alla velocità della luce potrebbero percorrere al massimo $\sim 650 \text{ m}$
- Eppure percorrono $\sim 10 \text{ km}$ e arrivano al suolo perché la dilatazione relativistica li fa vivere più a lungo



GPS



- Per il corretto funzionamento dei GPS occorre una precisione sulle misure di tempo di 20-30 ns
- La dilatazione temporale dovuta alla relatività ristretta fa ritardare di $7 \mu\text{s}$
- Gli effetti di relatività generale causano un anticipo di $45 \mu\text{s}$
- Senza tali correzioni non sarebbe possibile raggiungere la precisione necessaria.

Universo a 4D

- La grandezza invariante per le trasformazioni di Galileo è la distanza tra due punti

$$s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = \text{cost.}$$

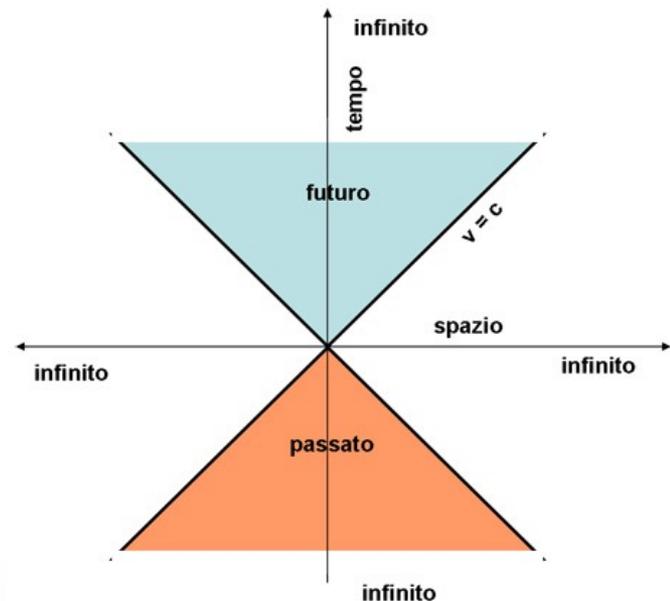
- In relatività ristretta il vettore spaziale diventa un vettore a quattro dimensioni (quadrivettore)

$$(x, y, z) \longrightarrow (ct, x, y, z)$$

in cui la prima componente è il tempo (moltiplicato per la velocità della luce)
La grandezza invariante in questo caso è:

$$s^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 = \text{cost.}$$

- Si distinguono i casi
 - $S^2 = 0$ i due punti possono essere collegati con un raggio di luce
 - $S^2 > 0$ i due punti possono essere collegati con $v < c$
 - $S^2 < 0$ i due punti non possono essere mai collegati



Energia/Quantità di moto

- In maniera analoga al quadrivettore posizione si costruisce il quadrivettore impulso-energia

$$(E/c, p_x, p_y, p_z) = m(c, v_x, v_y, v_z) \sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}$$

- La grandezza invariante è, in maniera analoga al quadrivettore posizione:

$$m^2 c^2 = E^2/c^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2$$

- Implicazioni:

- Equivalenza massa-energia
- Una particella che si disintegra (a riposo) può rilasciare energia pari alla sua massa

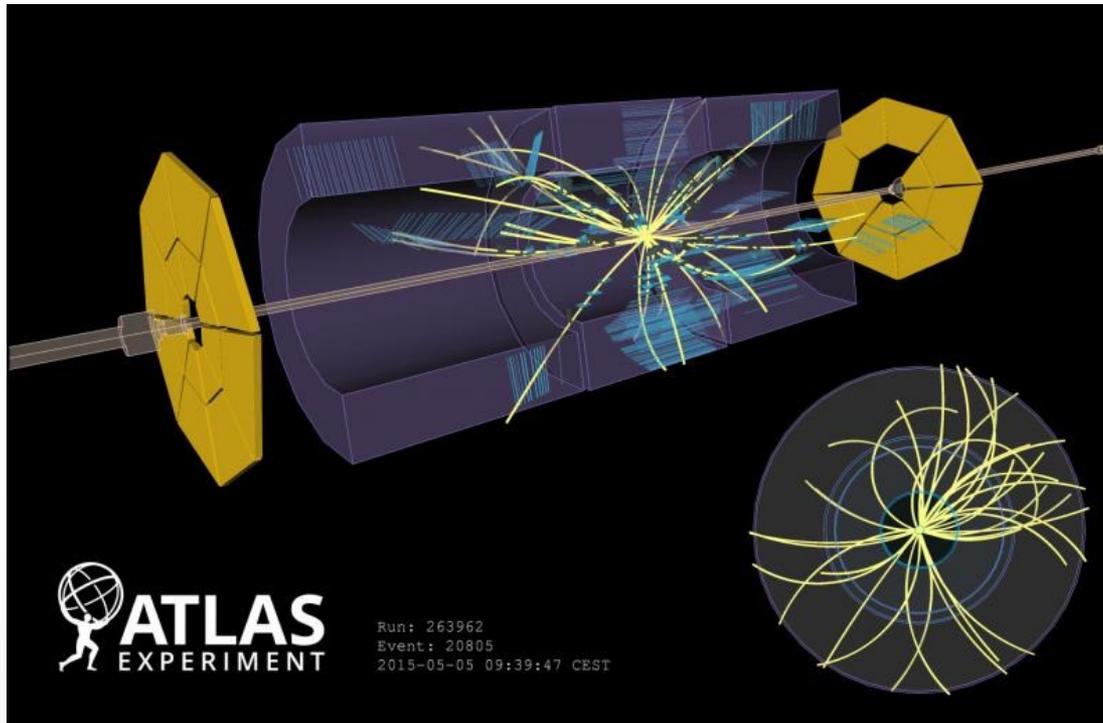
$$E = mc^2$$

- Se fornisco abbastanza energia posso «creare» particelle di massa m (con $mc^2 < E$)
- Se conosco il quadrivettore impulso di una particella posso calcolare la sua massa

Fisica delle particelle

- Facendo collidere particelle di materia nota posso creare particelle di massa elevata (instabili, esistite nei primi istanti dopo il Big Bang). Come succede ad esempio al collider protone-protone LHC del CERN.

$$E = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}$$

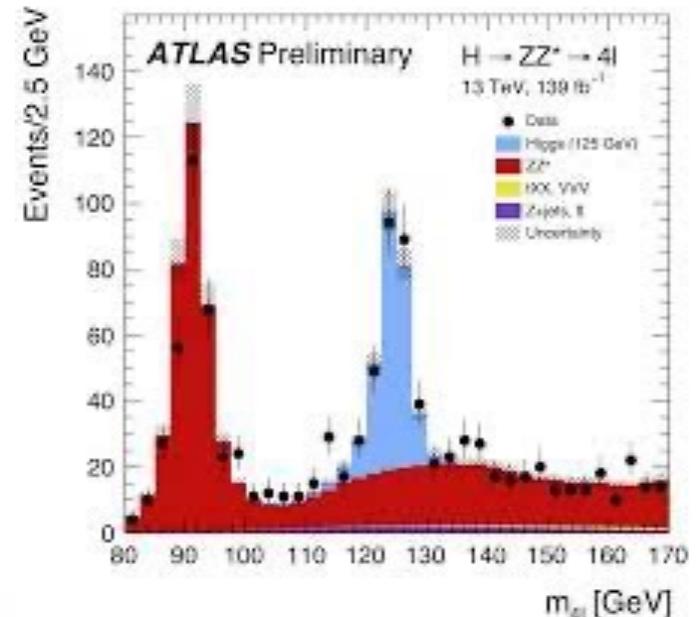


Fisica delle particelle

- Una volta prodotte le particelle instabili decadono in particelle stabili (e quindi rivelabili)
- Come posso capire cosa è successo ?
- Posso combinare le particelle ricostruite, fare la somma dei quadri-impulsi e calcolare la massa secondo la formula

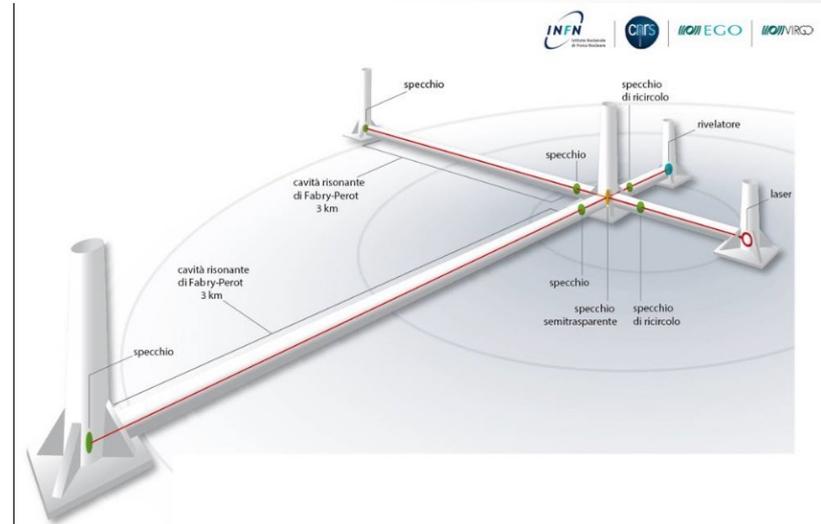
$$m^2 c^2 = E^2 / c^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2$$

- Ogni volta che «pesco» la combinazione giusta (derivante cioè da un decadimento di una particella) accumulo eventi in corrispondenza del valore di massa della particella che decade.
- Ultimo esempio (di una lunga serie) scoperta del bosone di Higgs (2012)

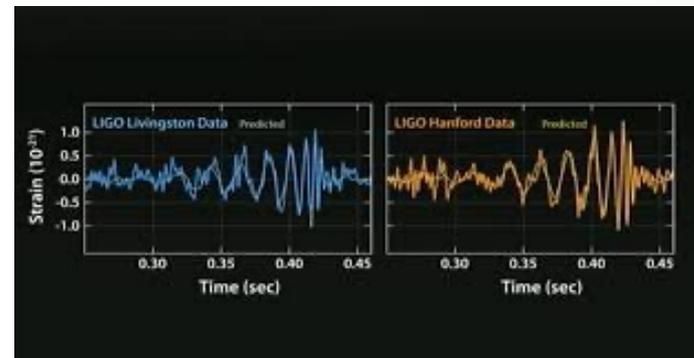


Interferometri moderni

- Interferometri di precisione (concettualmente simili a M&M) sono usati per la ricerca di onde gravitazionali (Virgo, Ligo). Effetto dell'ordine di 10^{-15} m su 1 km !



- Scoperta onde gravitazionali (2017)



La relatività nell'arte

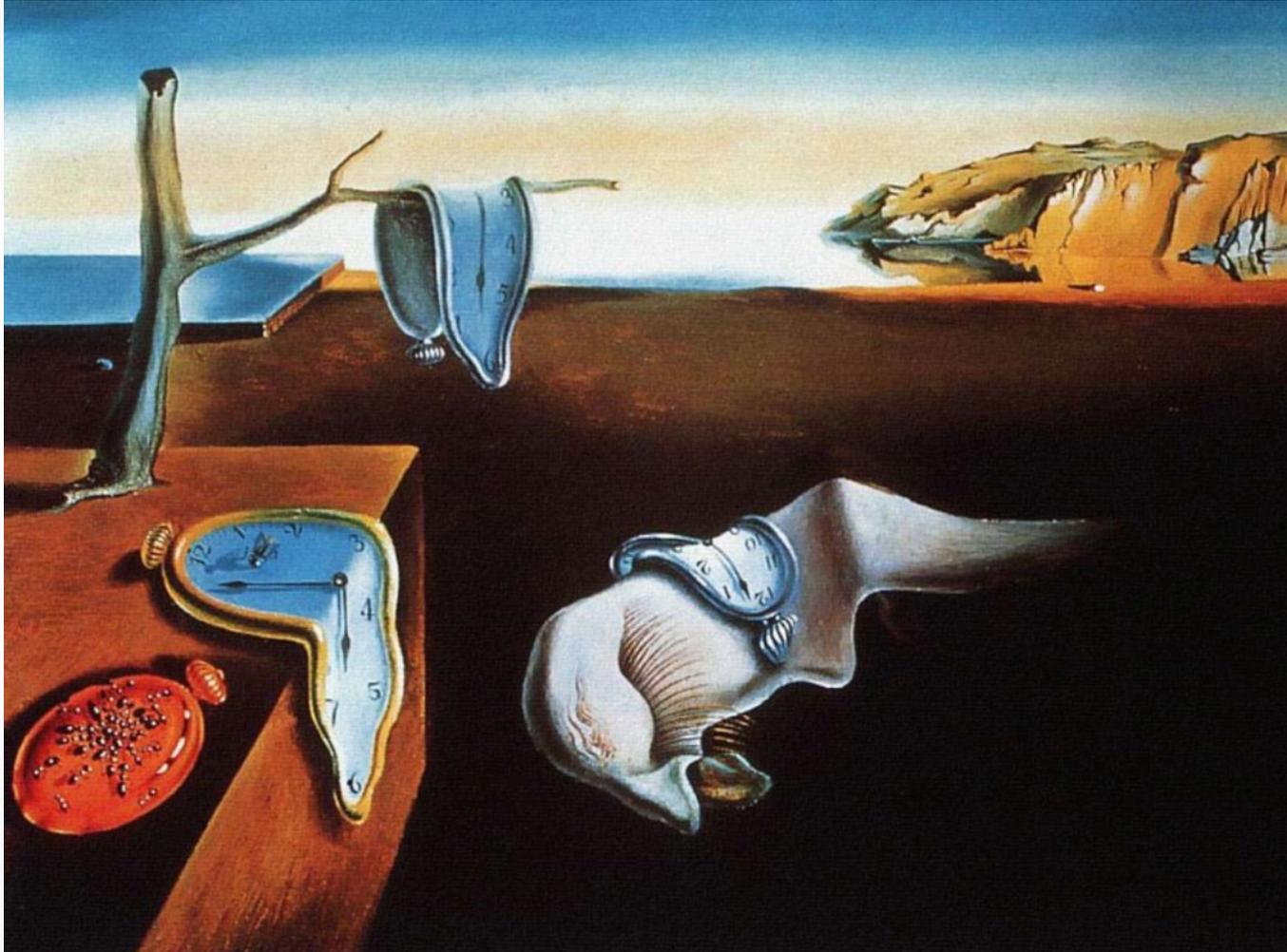
All'inizio del '900 l'arte fu scossa/influenzata dalla nuova concezione del mondo dovuta alla relatività.

In un suo scritto del 1911, **Guillaume Apollinaire** (1880-1918), affermava «Sinora le tre dimensioni della geometria euclidea hanno soddisfatto l'inquietudine che il sentimento dell'infinito suscita nei grandi artisti. I nuovi pittori non si sono certo proposti, più degli antichi, di essere geometri. Ma si può dire che la geometria è per le arti plastiche ciò che la grammatica è per l'arte dello scrittore. **Oggi gli scienziati non si attengono più alle tre dimensioni euclidee.** I pittori sono stati portati naturalmente, e per così dire intuitivamente, a preoccuparsi delle nuove possibilità di misurare lo spazio che, nel linguaggio figurativo dei moderni, sono indicate **con il termine di quarta dimensione**».

La quarta dimensione



La relatività del tempo



Appendice: derivazione trasformazioni di Lorentz

Siano dati i sistemi S ed S' . S' è in moto, lungo l'asse x , rispetto a S con velocità V . Le origini dei due sistemi coincidono per $t = t' = 0$.

Galileo:

$$x' = x - Vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

Lorentz:

$$x' = \gamma(x - Vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z - Vt$$

$$t' = at + bx$$

1. Scriviamo $c(x - Vt)$ affinché le origini di S' e di S coincidano al tempo t (misurato in S).
2. c dipende solo da v (isotropia) e deve essere adimensionale, inoltre: $\gamma(V = 0) = 1$ per ritrovare le trasformazioni di Galileo
3. $t' = at + bx$ trasformazione lineare più generale possibile per il tempo

Appendice: derivazione trasformazioni di Lorentz

I due sistemi coincidono per $t = t' = 0$. Se in quel momento un raggio di luce viene emesso dall'origine (comune), poiché la velocità della luce è la stessa nei due sistemi, si deve avere:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$$

$$x'^2 - c^2 t'^2 = x^2 - c^2 t^2$$

$$\gamma^2(x - Vt)^2 - c^2(at + bx)^2 = x^2 - c^2 t^2$$

Appendice: derivazione trasformazioni di Lorentz

Eguaglio e pongo a zero i coefficienti di x^2 , xt e t^2 (la relazione deve valere per ogni x e t)

$$x^2 : \gamma^2 - c^2 b^2 = 1$$

$$xt : -2\gamma^2 V - 2c^2 ab = 0$$

$$t^2 : \gamma^2 V^2 - c^2 a^2 = -c^2$$

Notiamo innanzitutto che $a > 0$ (limite galileiano) e $b < 0$ (altrimenti l'eq. per xt non ha soluzione).

$$b^2 = \frac{1}{c^2}(\gamma^2 - 1) \quad a^2 = \gamma^2 \frac{V^2}{c^2} + 1$$

$$\gamma^2 V^2 + c^2 \frac{1}{c} \sqrt{\gamma - 1} \sqrt{\gamma^2 \frac{V^2}{c^2} + 1} = 0$$

Con semplici passaggi algebrici si ottiene:

$$a = \gamma \quad b = -\gamma V/c^2 \quad \gamma = 1/\sqrt{1 - (V/c)^2}$$

Come volevasi dimostrare.

Velocità massima

$$E = mc^2 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2}$$