

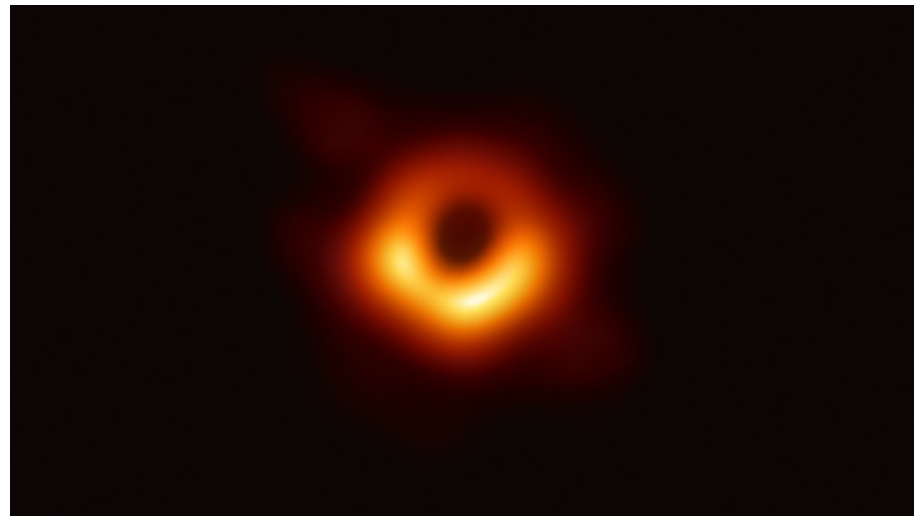
# Cento Anni di Relatività

Sergio Giudici

dipartimento di Fisica “Enrico Fermi”

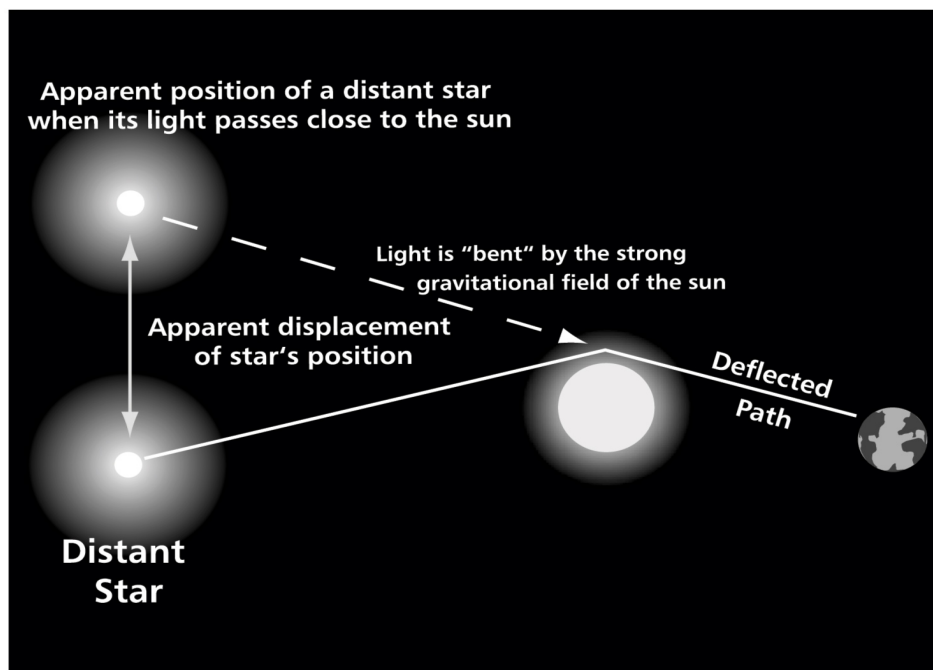
Università di Pisa

[sergio.giudici@unipi.it](mailto:sergio.giudici@unipi.it)



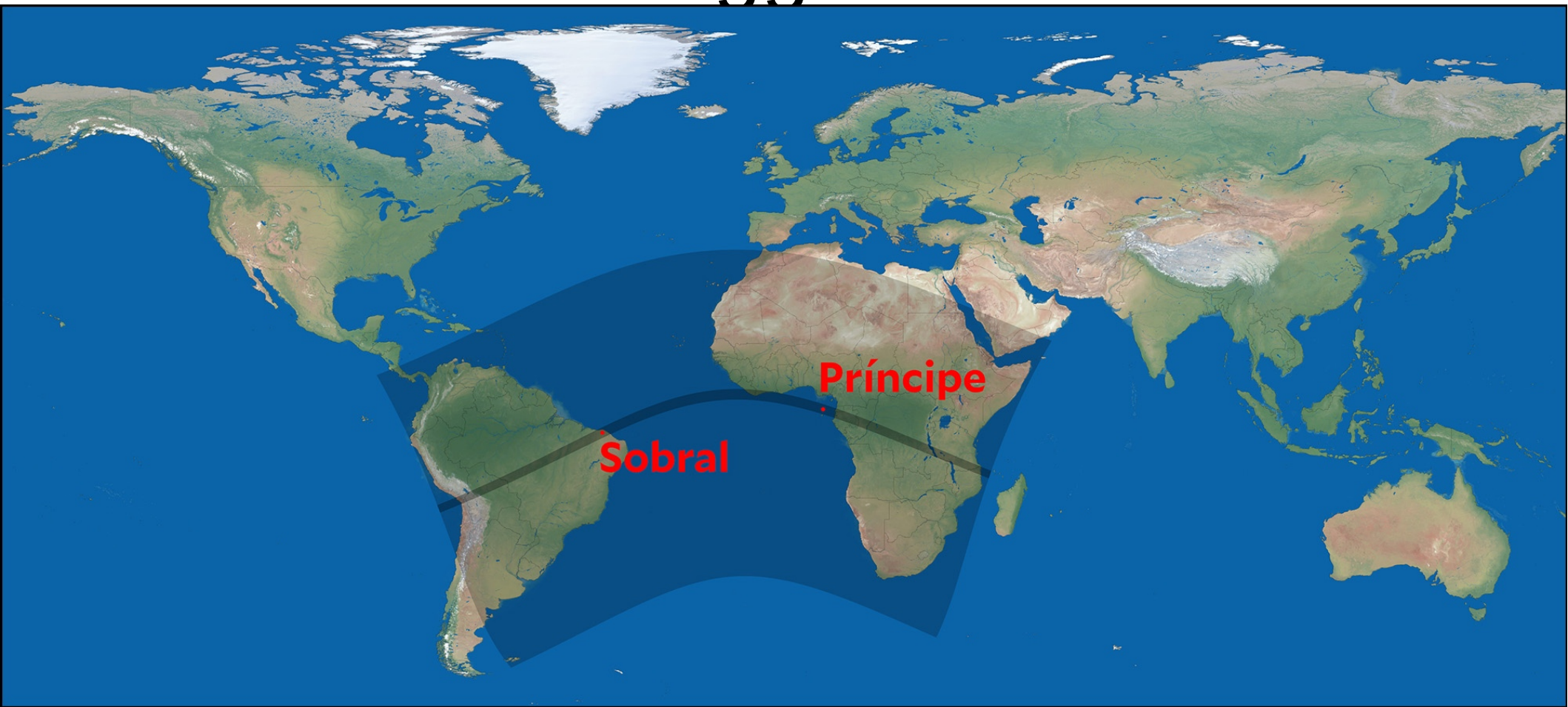
# Eclissi di Sole del 29 Maggio 1919

- L'evento fu l'occasione per effettuare la prima verifica sperimentale della Relatività Generale



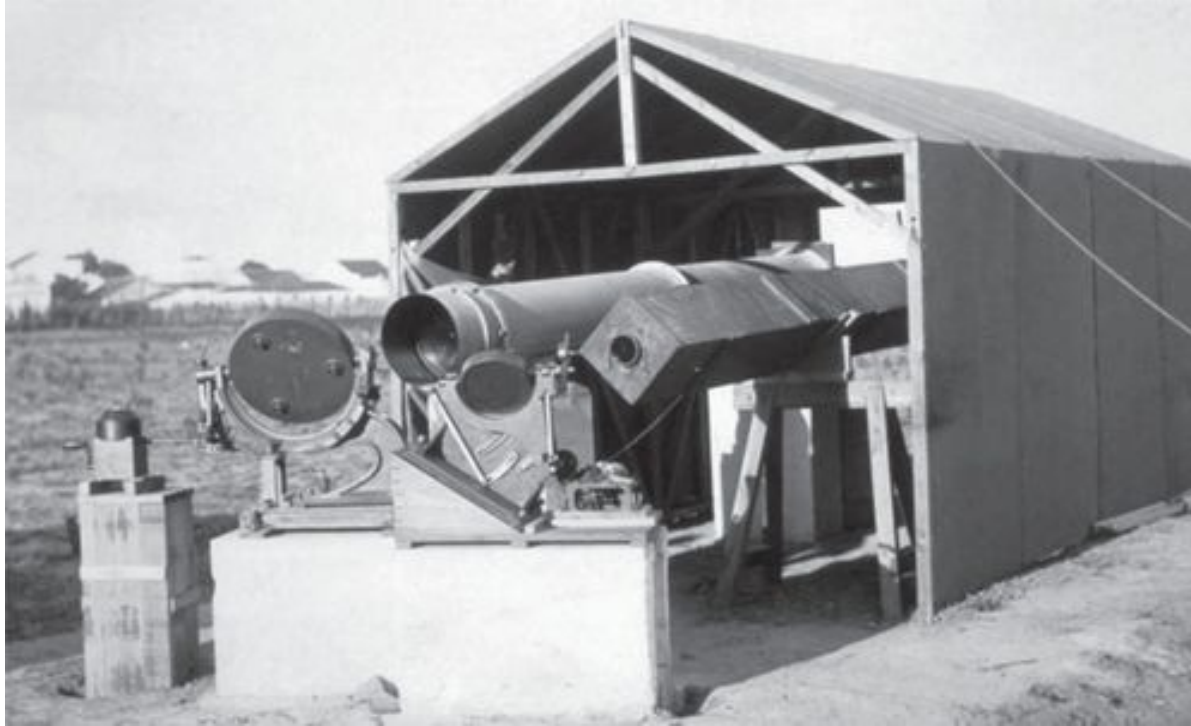
$$\delta = \frac{4GM_s}{R_s c^2} = 1.75''$$

# Circostanze dell'eclissi 29 maggio 1919



Due luoghi prescelti per l'osservazione: La cittadina costiera di Sobral (Brasile) e l'isola del Principe (davanti alle coste africane, all'epoca possedimento coloniale Portoghese)

# Postazione di Sobral



Lente da 16 pollici e coelostat (sulla sinistra) e un più piccolo telescopio di 4-pollici in scatola quadrata (sulla destra) con il suo coelostat collocati nella postazione di Sobral (Brazil).

# Report dalle due postazioni

## Report da Principe

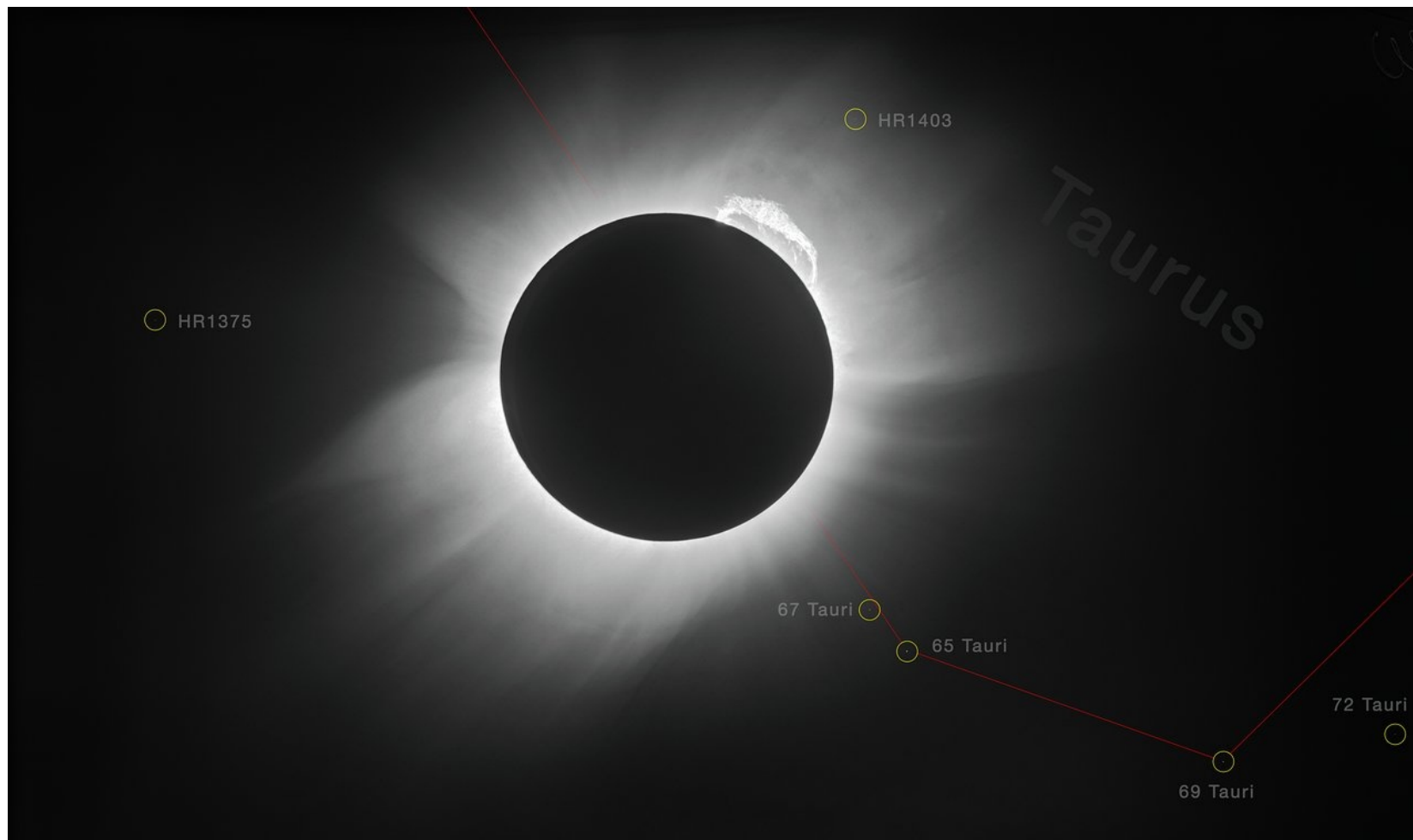
*“The days preceding the eclipse were very **cloudy**. On the morning of May 29 there was a very **heavy thunderstorm** from about 10 a.m. to 11.30 a.m. — a remarkable occurrence at that time of year. The sun then appeared for a few minutes, but the clouds gathered again. About half-an-hour before totality the crescent sun was glimpsed occasionally, and by 1.55 it could be seen continuously through drifting cloud. **The calculated time of totality was from 2h. 13m. 5s. to 2h. 18m. 7s. G.M.T.** Exposures were made according to the prepared programme, and 16 plates were obtained”*

## Report da Sobral

*“The results shown when the plates were developed were very disappointing. **The images were diffused and apparently out of focus**, although on the night of May 27 the focus was good. Worse still, this change was temporary, for without any changes in the adjustments, the instrument returned to focus when the comparison plates were taken in July”*

(Probabilmente il calore del Sole aveva danneggiato l'ottica ma fortunatamente telescopio più piccolo diede buone immagini. Le nuvole di Principe probabilmente hanno preservato l'ottica)

# Immagine presa da Principe



# Immagini analizzate al microscopio

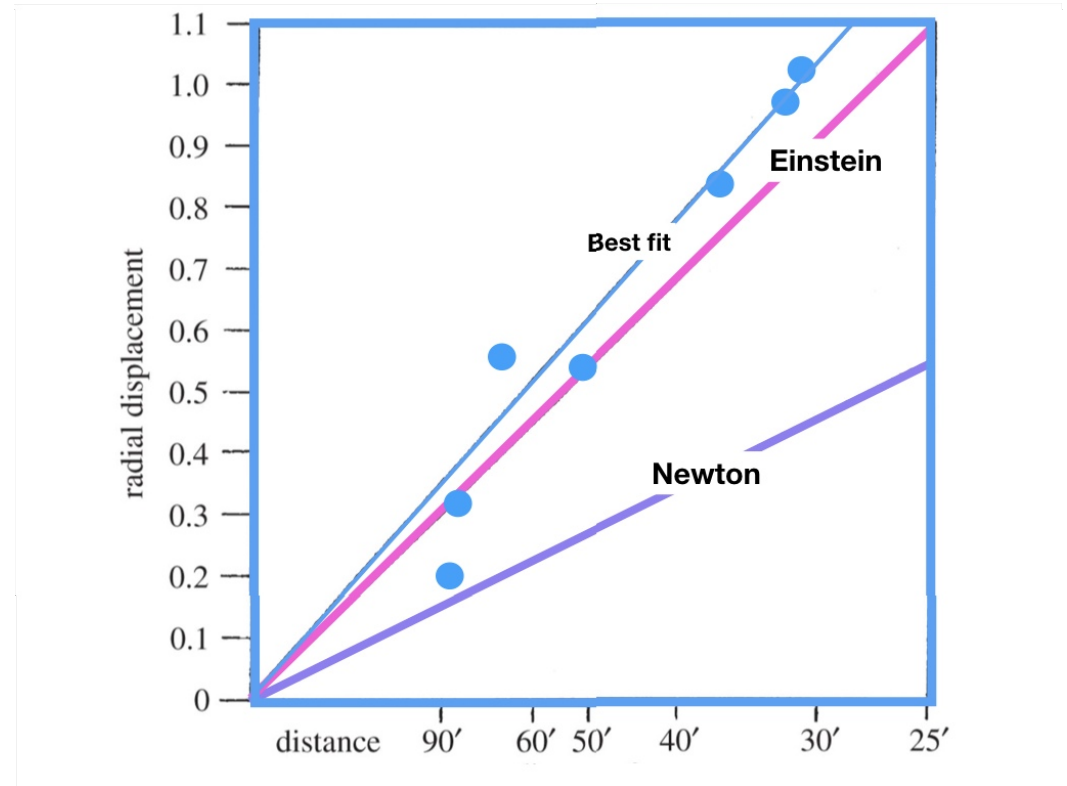
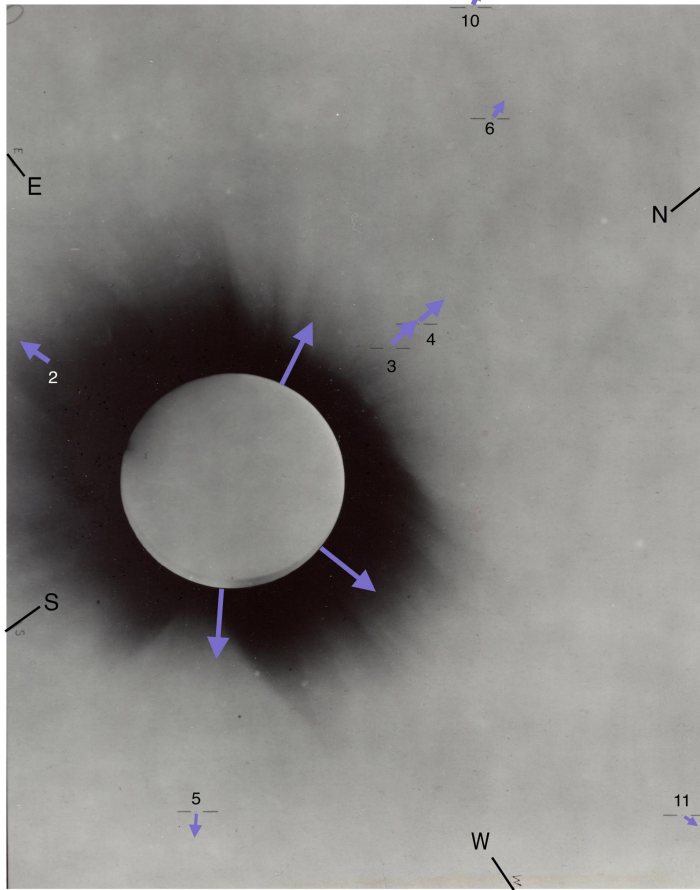


Tipicamente si osservava uno spostamento di  $27 \mu\text{m}$  di una stella che ha diametro di  $21 \mu\text{m}$  (strumento astrografico)

oppure uno spostamento  $47 \mu\text{m}$  contro un diametro di  $70 \mu\text{m}$  (telescopio tradizionale).



# Misura della deflessione



Da Sobral (telescopio):  $\delta = 1,98'' \pm 0,12$

Da Sobral (astrografico):  $\delta = 0,93 \pm ???$  (Dati rigettati)

Da Principe (telescopio): ----- (Mancanti causa nuvole)

Da Principe (astrografico):  $\delta = 1,61'' \pm 0,30''$

-----  
Teoria

$\delta = 1,75''$



# Per saperne di più

Articolo originale :

**By Sir F.W. Dyson, Astronomer Royal, Prof. A.S. Eddington and Mr. C. Davidson “A determination of the Deflection of Light by the Sun's Gravitational Field, from Observation made at the total Eclipse of May 29, 1919”**

**(Communicated by the Joint Permanent Eclipse Committee)**

**Received October 30, - Read November 6, 1919**

[ <http://w.astro.berkeley.edu/~kalas/labs/documents/dyson1920.pdf>]

Ricostruzioni storiche e ri-analisi

**D. Kennefick, No Shadow of a Doubt, Princeton University Press, 2019**

**G.Pegna, *L'Eclissi del 1919: un Esperimento di grande delicatezza*, La Fisica nella Scuola, XLIII, 1, 2010**

# LIGHTS ALL ASKEW IN THE HEAVENS

Men of Science More or Less  
Agog Over Results of Eclipse  
Observations.

## EINSTEIN THEORY TRIUMPHS

Stars Not Where They Seemed  
or Were Calculated to be,  
but Nobody Need Worry.

## A BOOK FOR 12 WISE MEN

No More in All the World Could

Fre  
AGO  
trast  
a-  
taur  
nou  
mon  
will  
woo  
pose  
be  
thor  
A  
head  
orga  
fair  
acce  
lieve  
HOI  
The  
uenza  
bron-  
spect-  
these  
tealth  
the  
Dute  
of

# DON'T WORRY OVER NEW LIGHT THEORY

Physicists Agree That It Can Be  
Disregarded for Practical  
Purposes.

## NEWTON'S LAW IS SAFE

At Most It Suffers Only Slight  
Correction, Says Prof. Bum-  
stead of Yale University.

## OTHER PROFESSORS' VIEWS

# EINSTEIN EXPOUNDS HIS NEW THEORY

It Discards Absolute Time and  
Space, Recognizing Them Only  
as Related to Moving Systems.

## IMPROVES ON NEWTON

Whose Approximations Hold for  
Most Motions, but Not Those  
of the Highest Velocity.

## INSPIRED AS NEWTON WAS

La  
I  
Th  
su  
its  
2  
co  
Ir  
Se  
de  
ill.  
S.  
7  
Go  
pr  
bl  
th  
en  
In  
ur  
st  
R  
ad  
Ur  
pr

Articles in The Times from Nov. 10, 1919, left; Nov. 16, 1919, center; and Dec. 3, 1919.



Giovanni Boccardi, Direttore dell'osservatorio Astronomico di Torino

*“Quella deviazione può essere attribuita a cento altre cause, fra cui non ultima la distorsione delle lastre stesse. Del resto la precisione della misura delle lastre non è tale da farci garantire assolutamente  $0'',10$ , mentre i fautori dello Einstein gridano alla coincidenza fino a  $0'',01$  ! E poi il caso della grande cometa dei 1882, la quale si avvicinò talmente al sole da penetrare nella sua stessa atmosfera, senza subire deviazione alcuna dal cammino calcolato secondo la legge di Newton, quando invece secondo Einstein doveva aversi la massima deviazione, questo fatto dice moltissimo, agli astronomi, checché ne pensino i matematici puri. L'orbita di quella cometa è calcolata con tale precisione che una deviazione di  $1'',75$  non sarebbe assolutamente sfuggita agli astronomi”*

**'In difesa della Legge di Newton'**, La Stampa 28 settembre 1921]



Risposta di Guido Fubini, Matematico presso il Politecnico

*La cometa [...] non prova nulla fino a che anche per essa non si siano fatti i calcoli relativi, che non sono quelli validi per un raggio di luce* **'La teoria della Relatività da Galileo ad Einstein'**, La stampa 9 Ottobre 1921,3;]

La Querelle è andata avanti per un mese !!

# Origine della Relatività

Meccanica classica

$$F(x) = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ v/c & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

Gruppo di Galileo

$$v_1 \oplus v_2 = v_1 + v_2$$

Radiazione Elettromagnetica

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) A_\mu = J_\mu$$

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma \beta & \beta \\ \beta & \gamma \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

Gruppo di Lorentz

$$v_1 \oplus v_2 = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

Quale dei due gruppi rappresenta la simmetria realizzata in Natura ?

Il gruppo di Galileo è il limite per  $v \rightarrow 0$  del gruppo di Lorentz  
---> la meccanica classica è il limite a basse energie della  
meccanica relativistica

**Esempio:** L'oscillatore armonico relativistico non è isocrono,  
Diventa asintoticamente isocrono a basse energie  $E \rightarrow 0$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \left( 1 + \frac{3}{8} \frac{kA^2}{mc^2} + \dots \right)$$

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

Oscillatore Armonico Classico

$$\gamma^3 \ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

Oscillatore Armonico Relativistico

L'equazione classica del moto è infatti invariante per  
trasformazione di scala  $\mathbf{x} \rightarrow \lambda \mathbf{x}$  mentre quella relativistica  
non lo è

Una altra vittima illustre sono le classiche leggi di Keplero

$$\ddot{x} + \frac{k}{x^2} = 0$$

L'equazione classica è invariante per la trasformazione di scala  $x \rightarrow \lambda x$ ,  $t \rightarrow \tau t$  se  $\lambda^3 = \tau^2$  che equivale alla 3° legge di Keplero

In relatività NON è possibile riscalarlo tempo e spazio in modo indipendente perché la velocità della luce deve restare costante! ---> Addio alla terza legge!

La ellisse non è più soluzione e in generale le orbite non sono curve chiuse.



- COME MODIFICARE LA GRAVITAZIONE ?

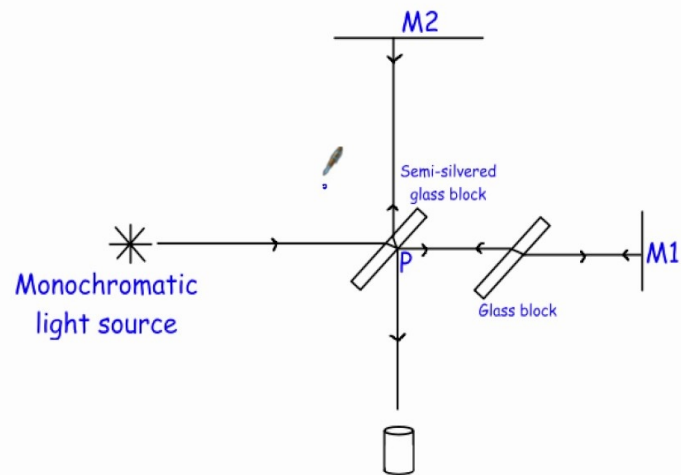


Lo spazio dice alla materia come muoversi  
La materia dice allo spazio come incurvarsi

*In my own development Michelson's result has not had a considerable influence. I even do not remember if I knew of it at all when I wrote my first paper on the subject (1905). The explanation is that I was, for general reasons, firmly convinced that there does not exist absolute motion and my problem was only how this could be reconciled with our knowledge of electro-dynamics. One can therefore understand why in my personal struggle Michelson's experiment played no role or at least no decisive role.*

[Einstein to F.G. Davenport, 9 February 1954, EA (i.e. Einstein Archive, Jerusalem) 17 199. See also (Holton 1969/1995), pp. 343-344.]

The Michelson-Morley experiment



2478. ... No. XI-31.  
D.V. 1/2  
Prof. TULLIO LEVI-CIVITA )



Lezioni di calcolo differenziale assoluto 2

RACCOLTE E COMPILATE  
DAL  
Dot. ENRICO PERSICO

1/2 tta



MCMXXV  
ALBERTO STOCK - EDITORE  
ROMA

Einstein elaborò la RG utilizzando l'analisi tensoriale descritta in

**G. Ricci-Curbastro e T. Levi-Civita, *Méthodes du calcul différentiel absolu et leurs applications*, in *Math. Annalen*, LIV (1900)**

incomprensibile alla maggioranza dei fisici dell'epoca, tranne quei pochi disposti ad imparare i formalismi della geometria differenziale.

**Non sorprende che all'inizio la RG fosse più accettata dai Matematici che dagli Astronomi (come avvenne nel caso della Querelle italiana)**

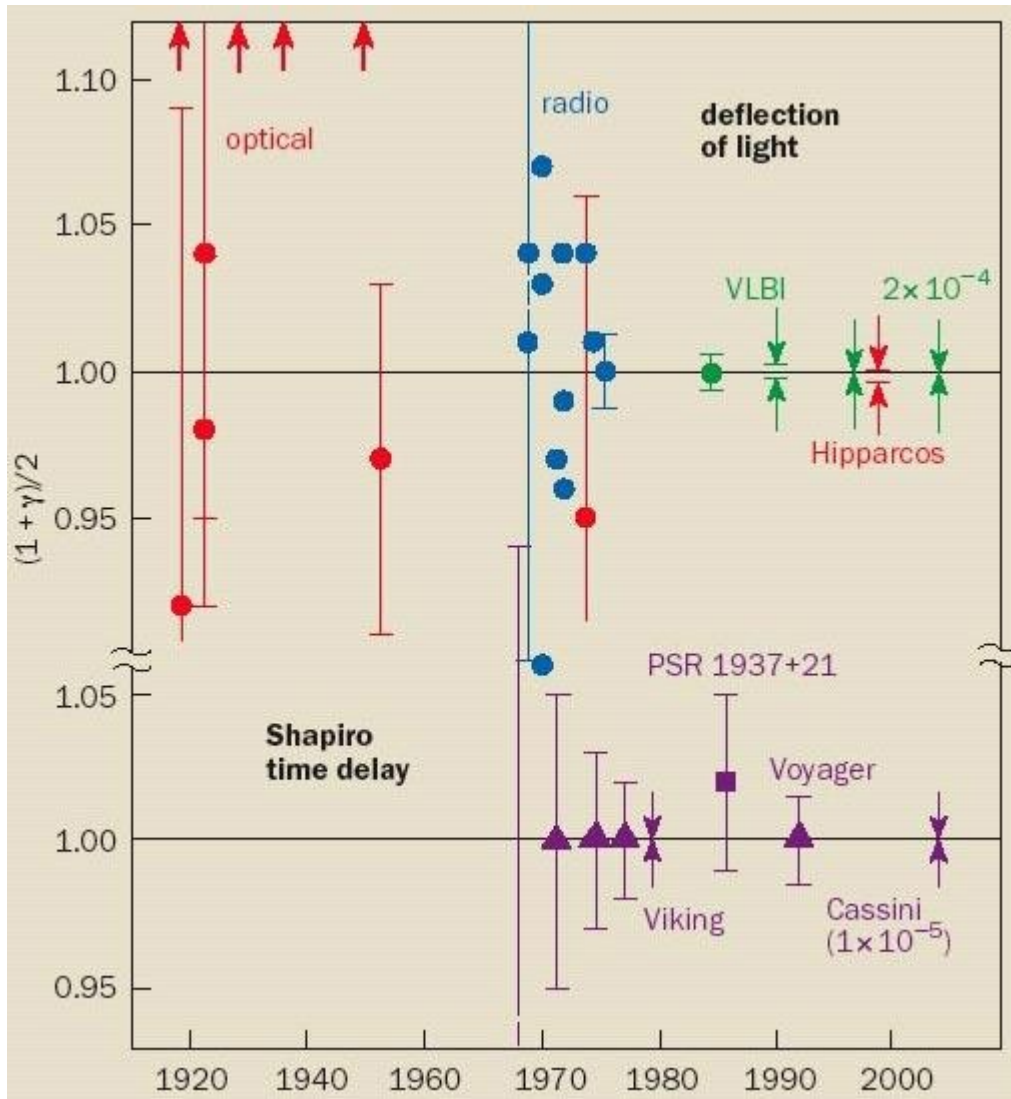
**... Fa eccezione Eddington**

*Un aneddoto, forse apocrifo, restituisce bene l'aura esoterica che inizialmente avvolgeva la RG ai suoi esordi. Durante una lezione fu detto ad Eddington: <<Professor, you must be one of three persons in the world who understands general relativity>>. Poiché esitava nel replicare, l'intervistatore lo incalzò ulteriormente: <<Don't be modest!>> e finalmente Eddington rispose: <<On the contrary, I'm trying to think who the third person is>> [Non so se Eddington abbia mai smentito questa storiella]*





# Misure di Deflessione e Delay time dal 1919 a oggi



*La misura della deflessione fu ripetuta negli anni '20 nel corso di ma sostanzialmente dopo i primi successi la RG non riceve più attenzione.*

*Gli interessi si spostano verso la MQ, Fisica Nucleare, Fisica delle Particelle.*

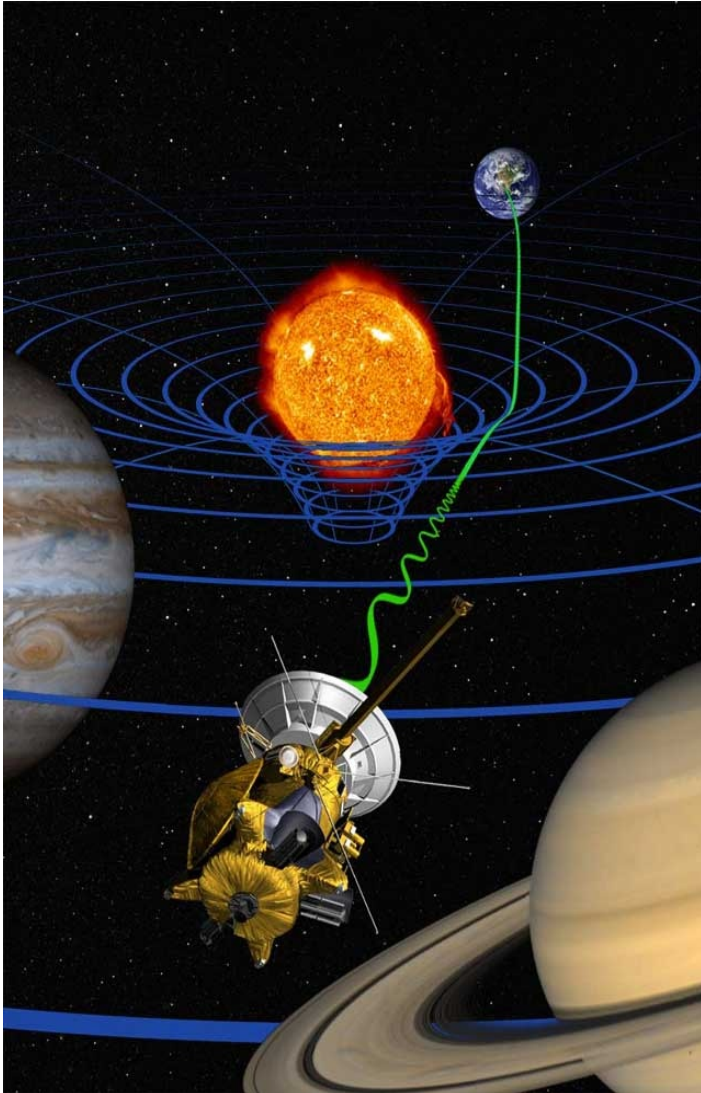
*RG rinasce negli anni '60*

# Negli anni '60 tre fatti fanno tornare l'interesse per la RG

- La misura del Ritardo di un eco radar da Venere (Shapiro delay Time)
- Misura del Red-Shift Gravitazionale (Rebka e Pound)
- Elaborazione di formalismi e teorie alternative (Approccio spinoriale di R. Penrose, Teoria di Brans-Dicke) ... Se ci sono teorie diverse tra cui discriminare gli sperimentali sono “motivati”.



# Shapiro Delay Time

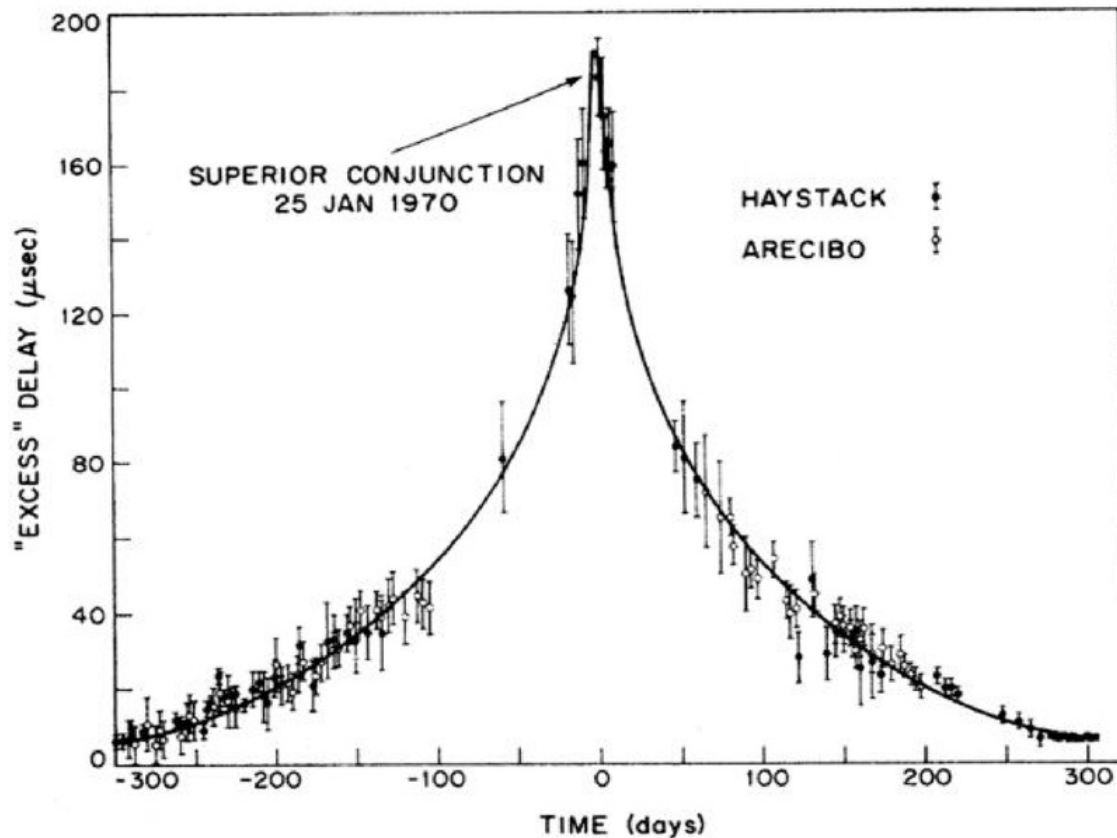


*Il cammino ottico di un segnale EM ha lunghezza diversa rispetto alla distanza "euclidea" tra sorgente e ricevitore..  
.soprattutto quando la traiettoria è radente la superficie solare*

$$\Delta t = \frac{R_s}{c} \ln(1 - \cos \alpha)$$

*$R_s = 3 \text{ Km}$  raggio di Scharschild del Sole (  
 $\alpha =$  distanza angolare della sorgente dal Sole (vista dal ricevitore)*

# Misura del Eco di Venere



Light path	Time delay
Earth-Sun	53 $\mu s$
Around Sun	15 $\mu s$
Sun-Venus	27 $\mu s$
<b>Total (2x)</b>	<b>190 <math>\mu s</math></b>

$$\Delta t = (2GM/c^2) \ln(r_0/r)$$

# Esperimento di Rebka & Pound

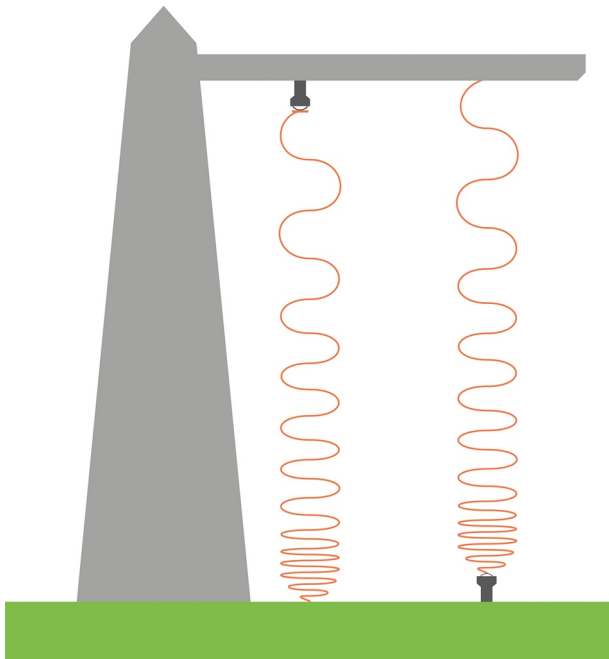
- La RG prevede che un fotone viaggiando dall'alto verso il basso aumenta la sua frequenza (Blue-shift) e viceversa (Red-Shift)

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{gh}{c^2} \approx 2 \times 10^{-15}$$

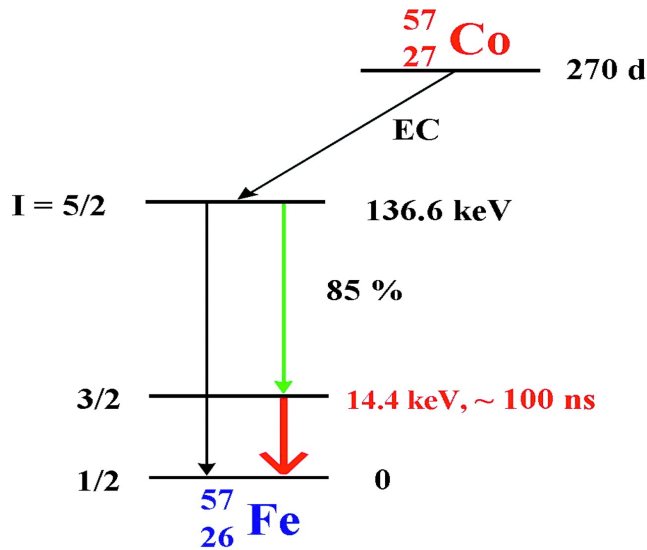
*Si può misurare facendo muovere la sorgente ad una velocità tale che l'effetto Doppler cancelli l'effetto gravitazionale. Ciò avviene se  $v = gh/c$  ( $10^{-7}$  m/s)*

*Si controlla se la cancellazione effettivamente avviene tramite **effetto Mossbauer**.*

*Esempio Mirabile di contaminazione tra settori diversi: RG ibridata con tecniche di Fisica Nucleare!!!*



# Effetto Mossbauer

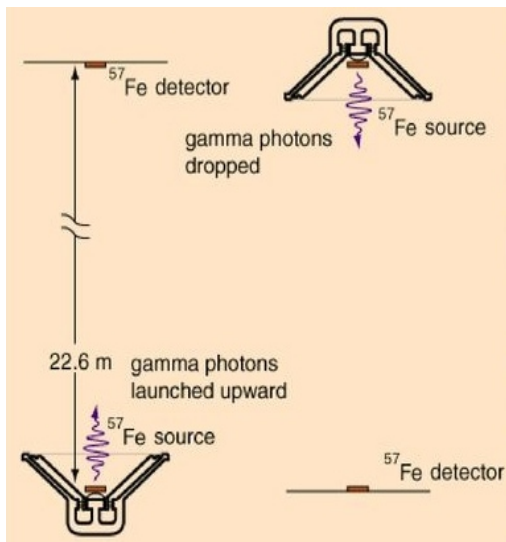


Il fotone di 14.4 KeV emesso dal  $\text{Fe}^*$  (20 m più in alto) è assorbito (**assorbimento risonante**) dal Fe in basso solo se **entrambi sono ben fermi nei loro reticoli cristallini** Non ci devono essere **effetti di rinculo**..(La temperatura va controllata entro  $0.1^\circ$ )

La misura è possibile perché la larghezza della risonanza è molto stretta

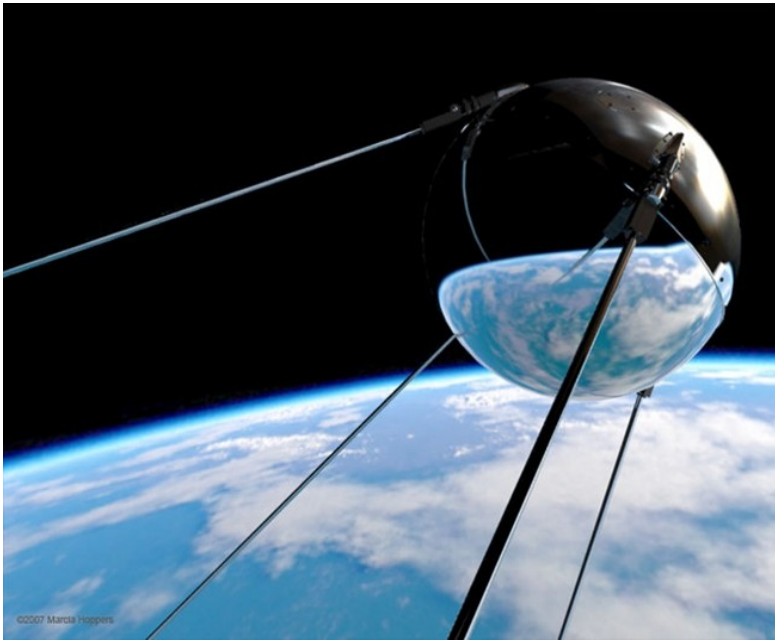
$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{\Gamma^2}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2}, \quad \Gamma/E_0 \approx 10^{-12}$$

Notare la finezza di far “vibrare” la sorgente e il ricevitore usando altoparlanti (10-50 Hz) per “esplorare” il picco della risonanza (Ovviamente tenendo traccia nei dati della fase)



- Una piccola digressione didattica. Notare come la Fisica Moderna parla per metafore tratte dalla Fisica classica..
- “Assorbimento Risonante”, “Risonanza” vengono dall'Acustica
- “rinculo” sembra l'esercizio del cannone che torna indietro quando spara....
- La fisica moderna spesso si comprende per analogia con il caso classico. Le analogie sono come ponti malfermi che ci fanno passare dall'altra parte. Non importa se dopo crollano, l'importante è passare !

# Lo Sputnik sovietico (1957) due giovani fisici e le origini del GPS





# Dall'effetto Doppler è possibile ricostruire la traiettoria della sorgente ?

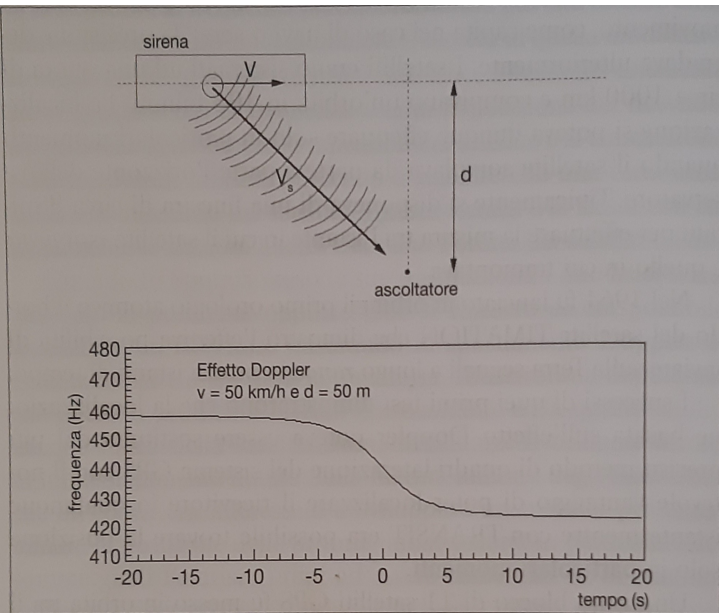


Figura 6.1. Frequenza percepita in funzione del tempo nel caso di moto rettilineo uniforme della sorgente rispetto all'ascoltatore. Il grafico si riferisce ad una sirena che viaggia a 50 km/h in linea retta ed emette un «LA» a 440 Hz. L'ascoltatore percepisce un suono che cala di circa 30 Hz (corrispondente quasi ad un glissando di semitono) nell'arco di 10 secondi. La rapidità della variazione dipende dalla distanza minima di avvicinamento.

William Guier e George Weiffenbach si “divertono” ad ascoltare il segnale radio dello Sputnik, ne “sentono” l'effetto Doppler e si chiedono se è possibile dedurre la traiettoria del satellite (Lo stesso problema se lo stanno ponendo i militari)

Ne parlano con il loro direttore F. Mc Clure e si chiedono se si può risolvere anche il problema inverso ovvero:

**Nota l'orbita del satellite e misurato il Doppler si può ricavare la posizione del ricevitore? .**

**Nasce così l'idea di localizzazione satellitare**

Assunti immediatamente dalla US NAVY

# Breve storia della Localizzazione Satellitare

## Primi passi...

**1957**, W.H. Guier e G.C. Weiffenbach riescono a intercettare il segnale radio dello Sputnik e in breve sono in grado di ricostruire l'orbita del satellite sfruttando l'effetto doppler del segnale.

**1958**, la primavera successiva il loro direttore F. McClure suggerisce la possibilità di risolvere il problema inverso, cioè di determinare la posizione a terra, nota l'orbita del satellite.

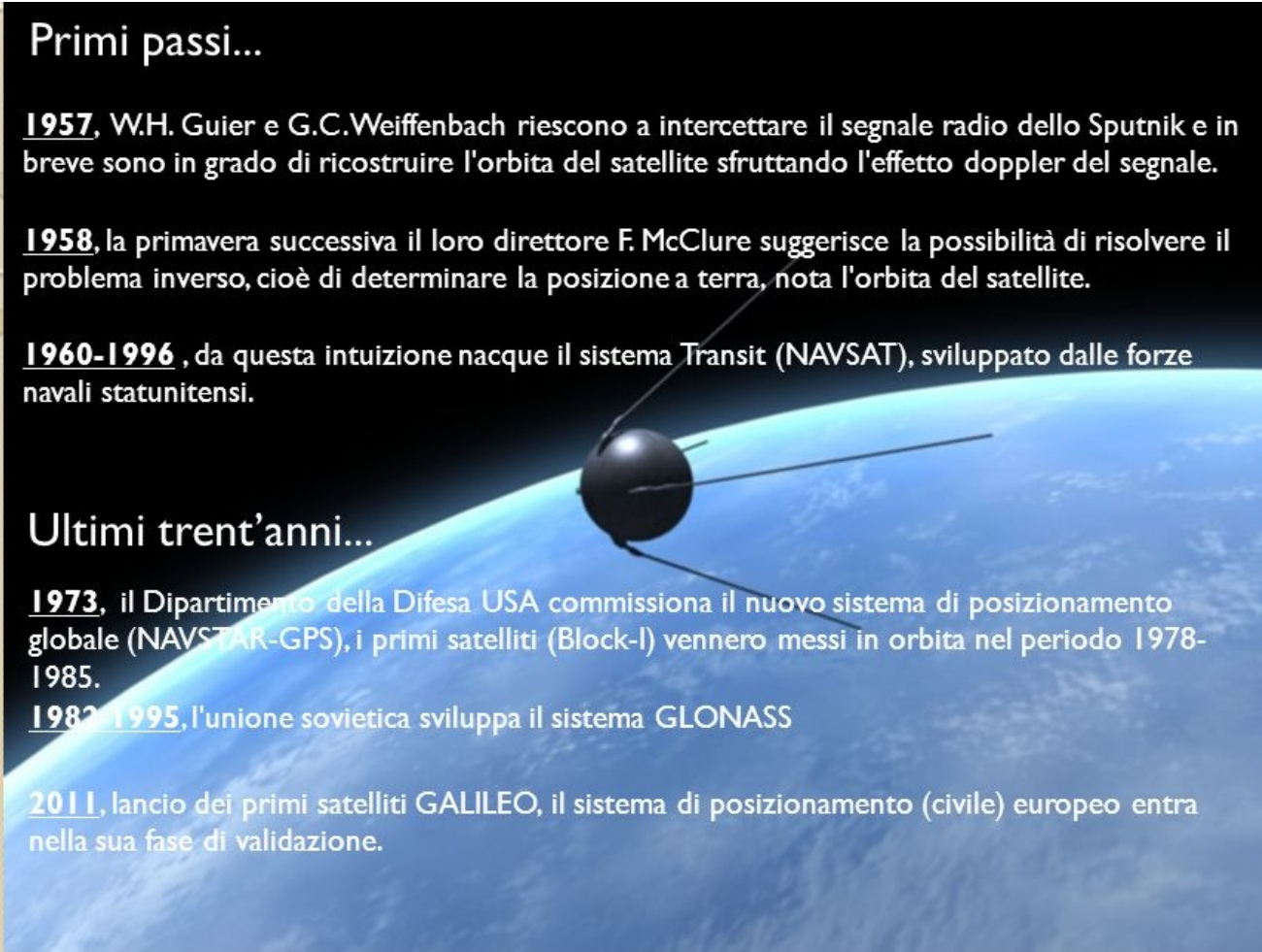
**1960-1996**, da questa intuizione nacque il sistema Transit (NAVSAT), sviluppato dalle forze navali statunitensi.

## Ultimi trent'anni...

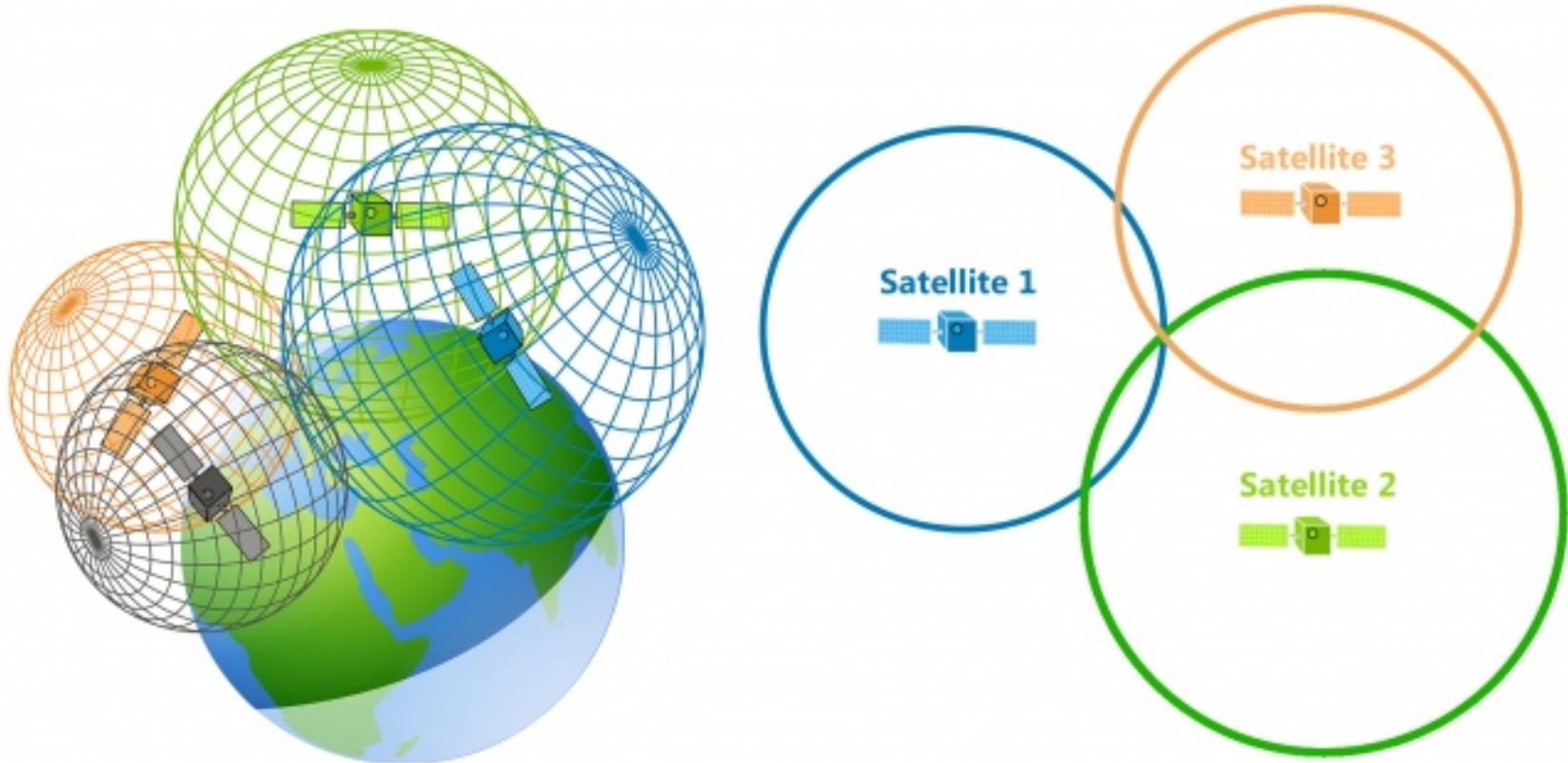
**1973**, il Dipartimento della Difesa USA commissiona il nuovo sistema di posizionamento globale (NAVSTAR-GPS), i primi satelliti (Block-I) vennero messi in orbita nel periodo 1978-1985.

**1982-1995**, l'unione sovietica sviluppa il sistema GLONASS

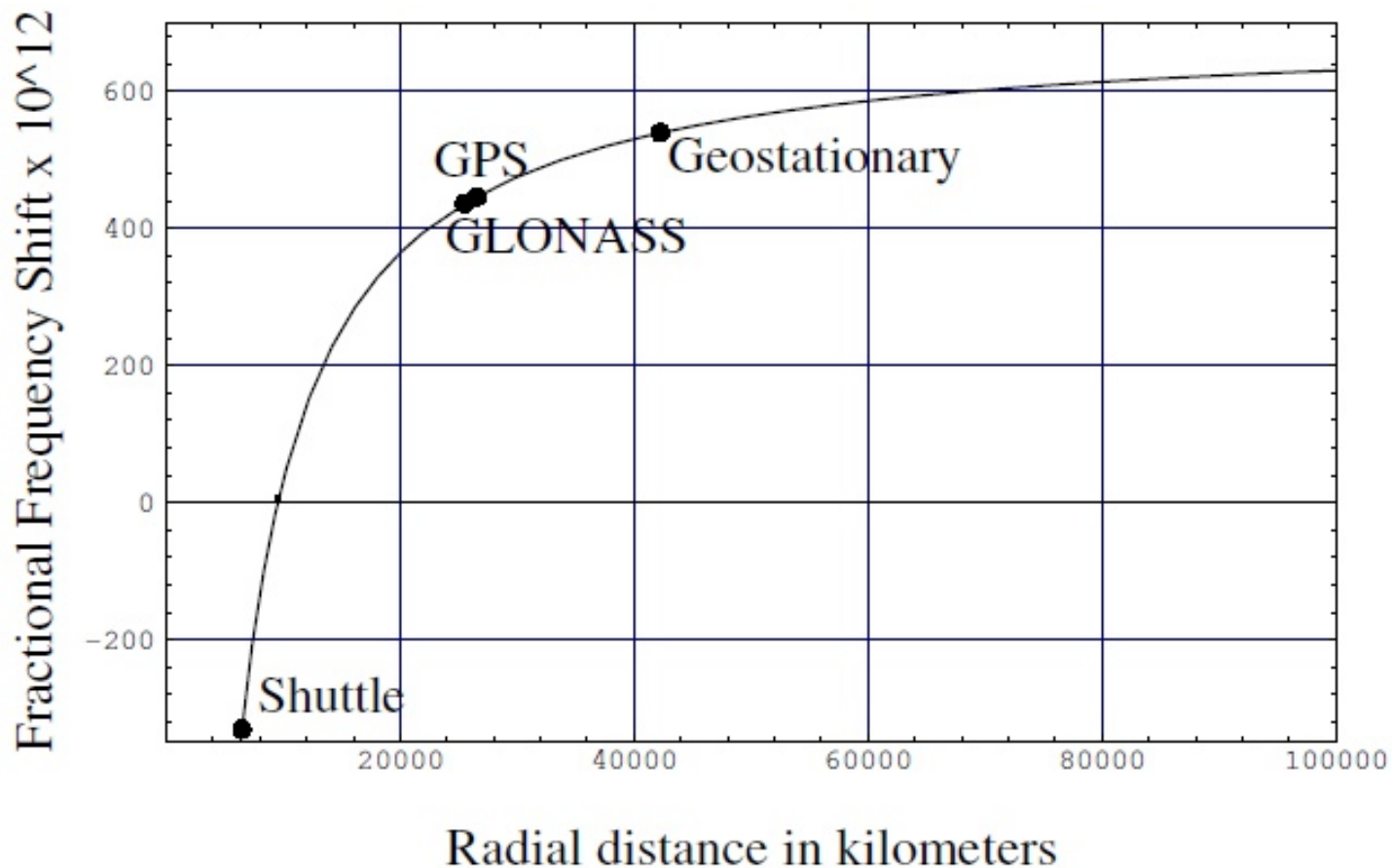
**2011**, lancio dei primi satelliti GALILEO, il sistema di posizionamento (civile) europeo entra nella sua fase di validazione.



**Nel sistema GPS la posizione si trova misurando il tempo impiegato dal segnale per viaggiare dal satellite al ricevitore ...  
Essenziale è che i satelliti abbiano a bordo un orologio atomico e siano sincronizzati tra loro**



$\Delta T/T \approx 40 \mu\text{s}/\text{giorno}$  di fuori sincrono tra  
orologio a terra e quello in quota GPS  
(corrisponde a  $\sim 10 \text{ Km}$  contro una  
risoluzione tipica del GPS di  $1 \text{ m}$ )



# Correzione per l'eccentricità (I satelliti non percorrono orbite circolari)

- Per un satellite di eccentricità  $e = 1\%$ , tipicamente la correzione vale  $\pm 23 \text{ ns}$
- La massima eccentricità tollerata nel sistema è  $3\%$
- Se la correzione non fosse applicata si avrebbe in certe circostanze una risoluzione in posizione non inferiore a  $7\text{m}/\sqrt{n}$  ( $n$  è il numero di satelliti visibili)
- **Alle nostre latitudini  $n \sim 7$**  ma peggiora sensibilmente nel nord Europa dove spesso i satelliti sono bassi all'orizzonte e quindi poco adatti alla localizzazione



# “Black Hole” come oggetto sfida

*Gli storici della Scienza chiamano “challenging object” (oggetti-sfida) quelli oggetti o sistemi (immaginari o reali) la cui comprensione ha rappresentato una sfida (teorica e/o sperimentale)...in certi casi vero proprio “accanimento” !*

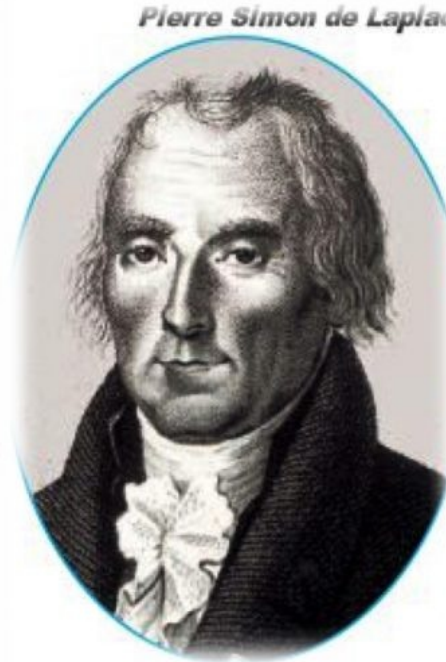
- *La Luna per la meccanica celeste (Newton, Laplace, Plana, etc...)*
- *Il Pendolo per Huyghens (La ricerca dell'isocronismo perfetto)*
- *Le Macchine termiche per la Fisica dell'800 (Quanto calore si può trasformare in Lavoro ?)*
- *L'atomo di Idrogeno per la MQ*
- *I buchi neri sono stati “challenging” per tutto il '900 e lo sono ancora*



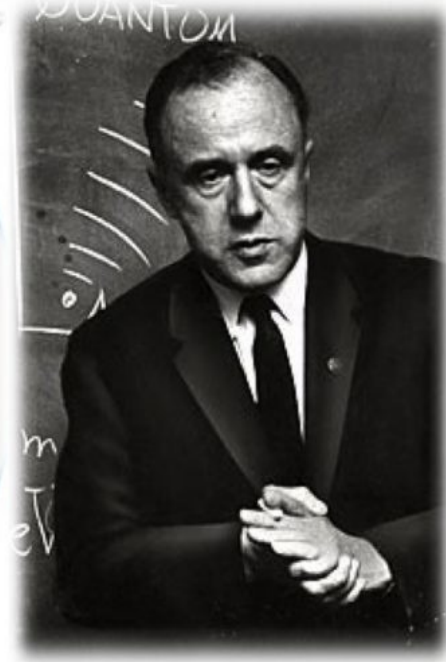
Black Hole nasce nel 1783 da una idea di John Michell, ripresa da Laplace e a J. Wheeler si deve l'espressione "Buco Nero"



*John Michell*



*Pierre Simon de Laplace*



# Il BH (ri)emerge nel '900 in vari contesti

- *Nella metrica di Schwarzschild (Soluzione delle equazioni di campo di Einstein nel caso di campo statico generato da una massa sferica, non ruotante e priva di carica elettrica)*
- *Come inevitabile evoluzione delle stelle aventi massa superiore a  $2.25 \pm 0.75$  masse solari (Limite di Tolmann-Oppenheimer-Volkov) [ Il valore è citato proviene da Wikipedia che rimanda ad un lavoro del collega Ignazio Bombaci ... ]*
- *Termodinamica dei buchi neri (Bekenstein-hawking)*

# Il BH (ri)emerge nel '900

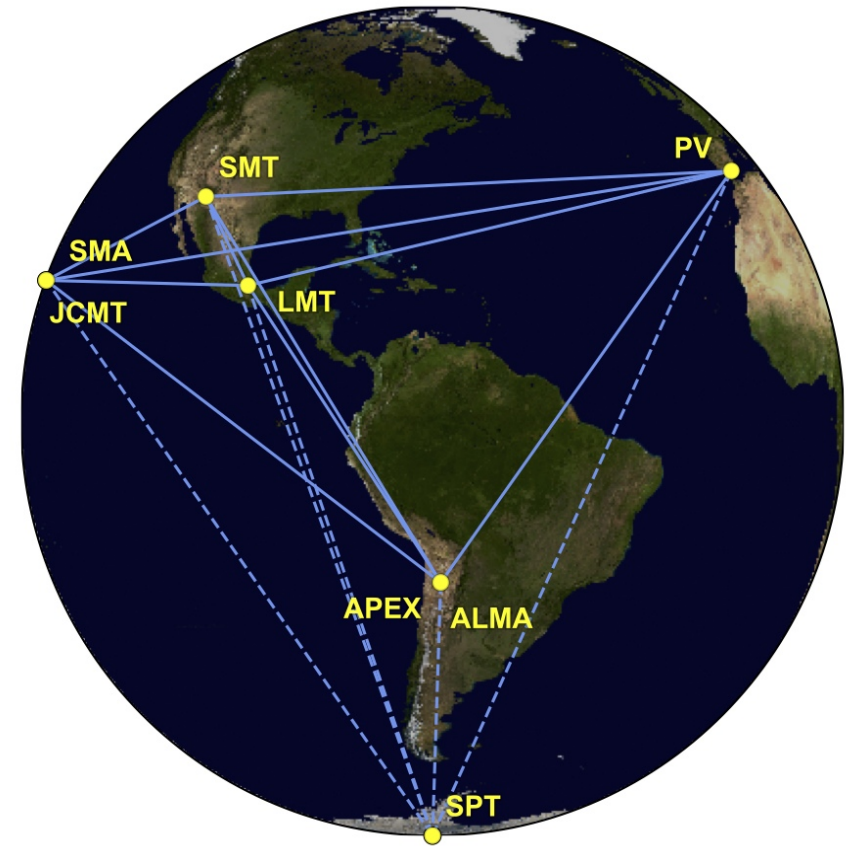
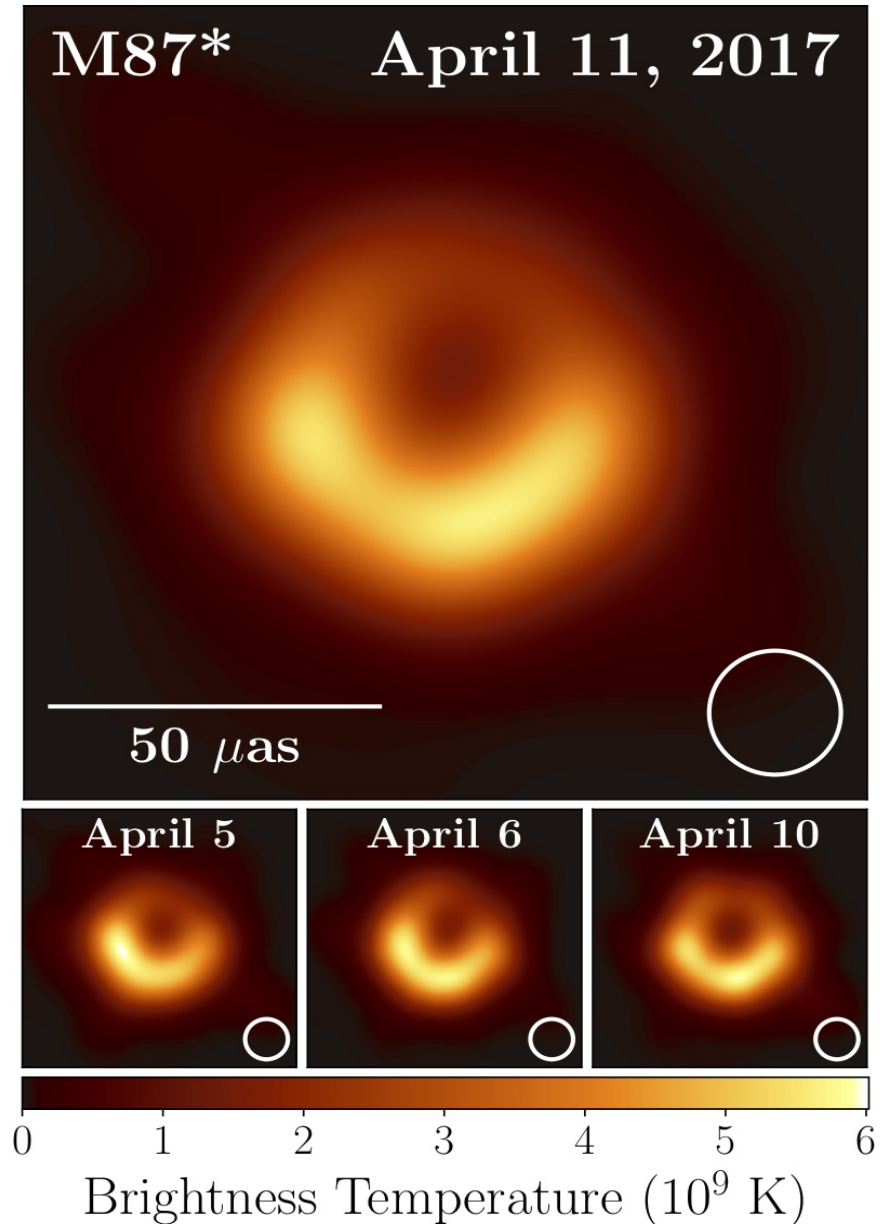
- *Nella metrica di Schwarzschild (Soluzione delle equazioni di campo di Einstein nel caso di campo statico generato da una massa sferica)*
- *Come inevitabile destino di stelle con massa superiore a  $2.25 \pm 0.75$  masse solari (Limite di Tolmann-Oppenheimer-Volkov)*
- *Nella Termodinamica dei buchi neri (Bekenstein-Hawking)*

$$dM = kdA + \Omega dJ + \Phi dQ$$

$$dE = TdS + dW$$

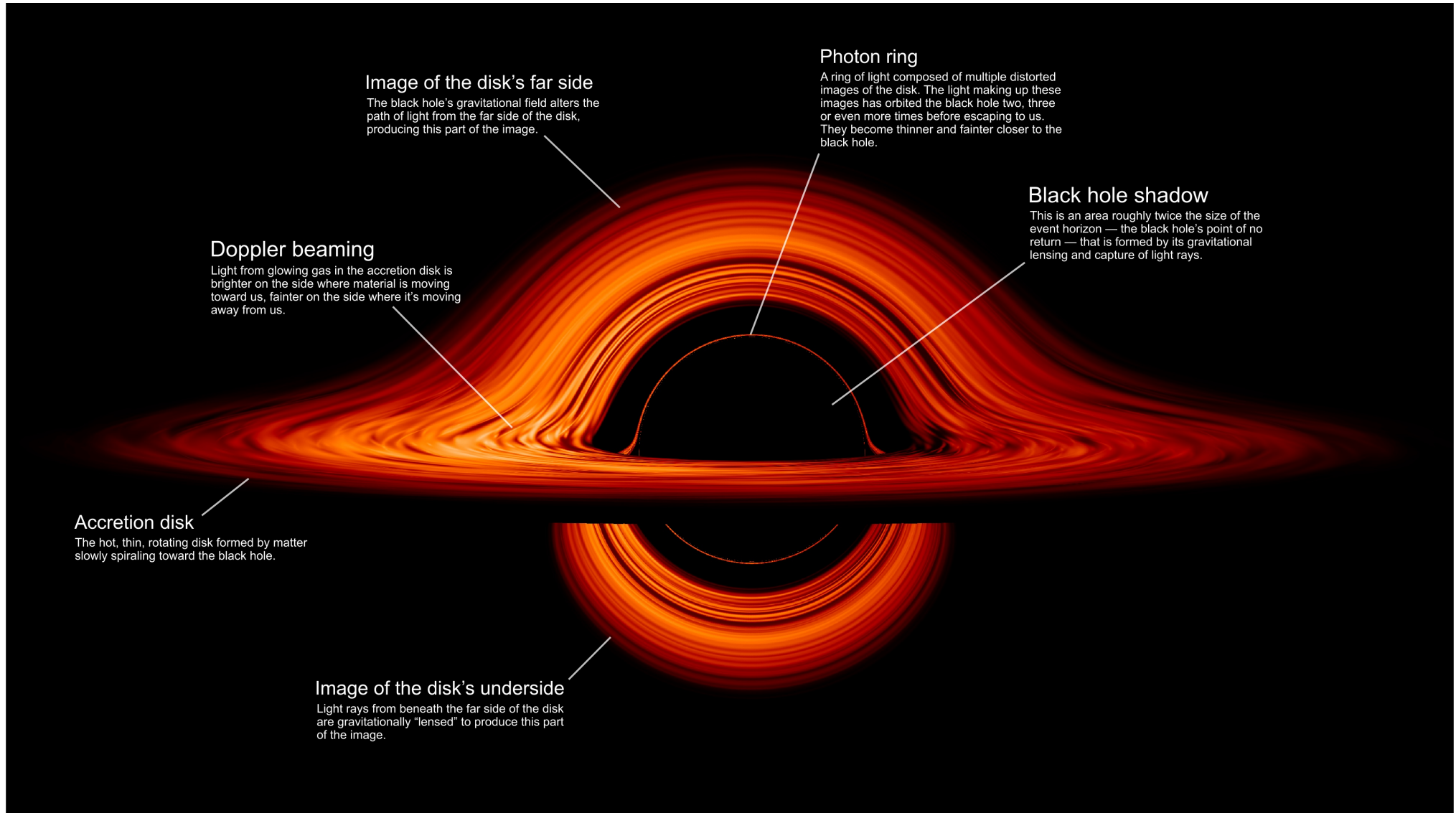
- *Esistono veramente i BH ? (Come si vedono ? Solo Indirettamente?)*
- *Cosa succede se due BH si scontrano ?*

# Ecco Finalmente un BH termografato



*EHT (Event Horizon Telescope) rete di radio-telescopi che operano in modalità interferometrica. Come fossero un unico strumento (VLBI) ... una specie di termometro che lavora nell'infrarosso*

# Simulazione di un BH visto quasi di taglio (Credits: NASA NASA's Goddard Space Flight Center/Jeremy Schnittman



<https://www.nasa.gov/feature/goddard/2019/nasa-visualization-shows-a-black-hole-s-warped-world>

- **“Simulations and movies like these really help us visualize what Einstein meant when he said that gravity warps the fabric of space and time”**
- **“Until very recently, these visualizations were limited to our imagination and computer programs. I never thought that it would be possible to see a real black hole.”** ( Jeremy Schnittman, autore della simulazione)



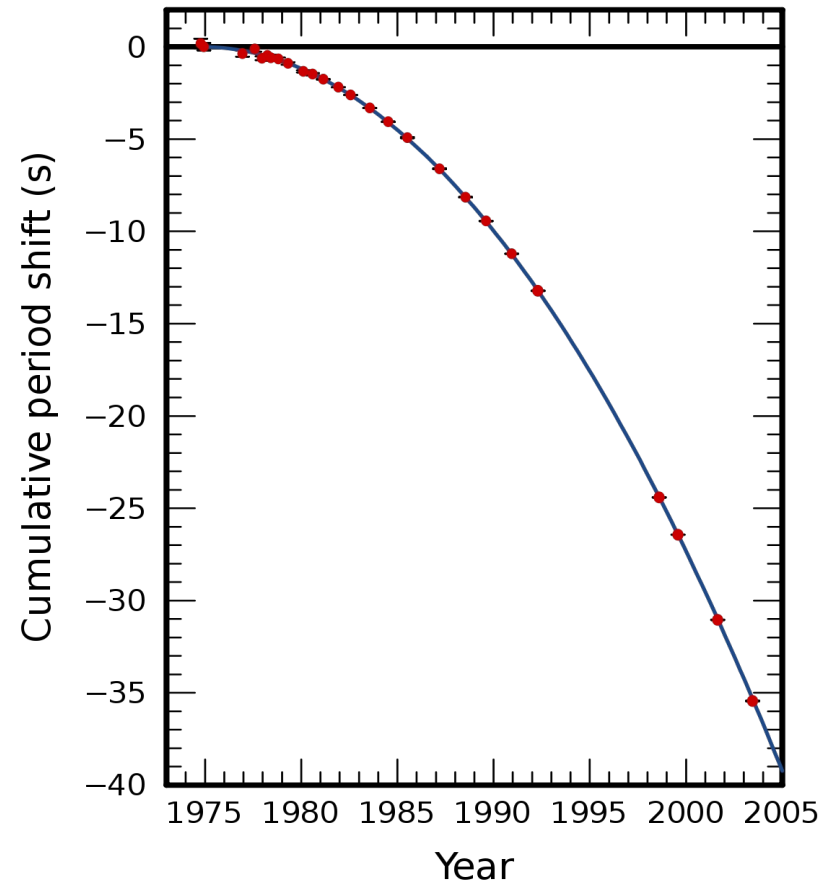
# Onde gravitazionali

- Previste come soluzione (approssimata) non stazionaria delle equazioni di campo
- Potenza Irraggiata per un sistema binario (lontano dalla coalescenza)

$$\frac{dE}{dt} = \frac{16}{5} \frac{G}{c^5} M^2 R^4 \omega^6$$

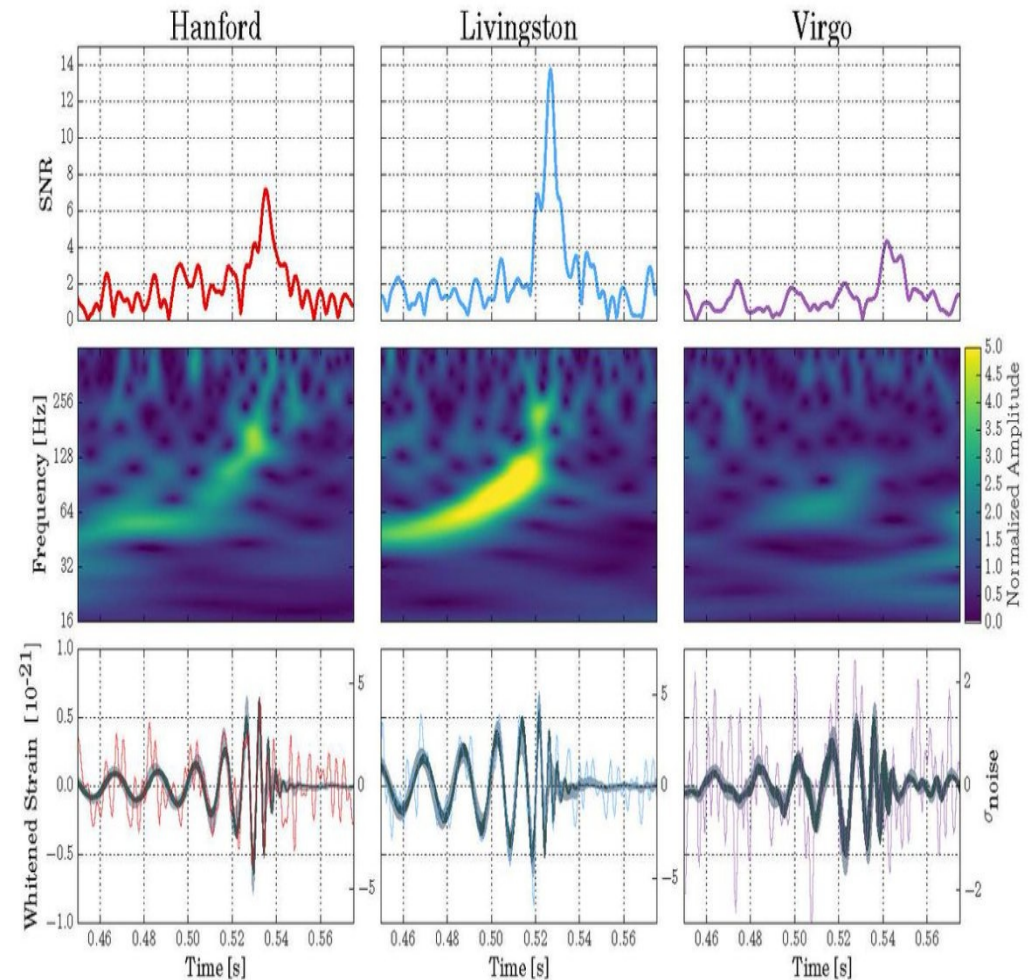
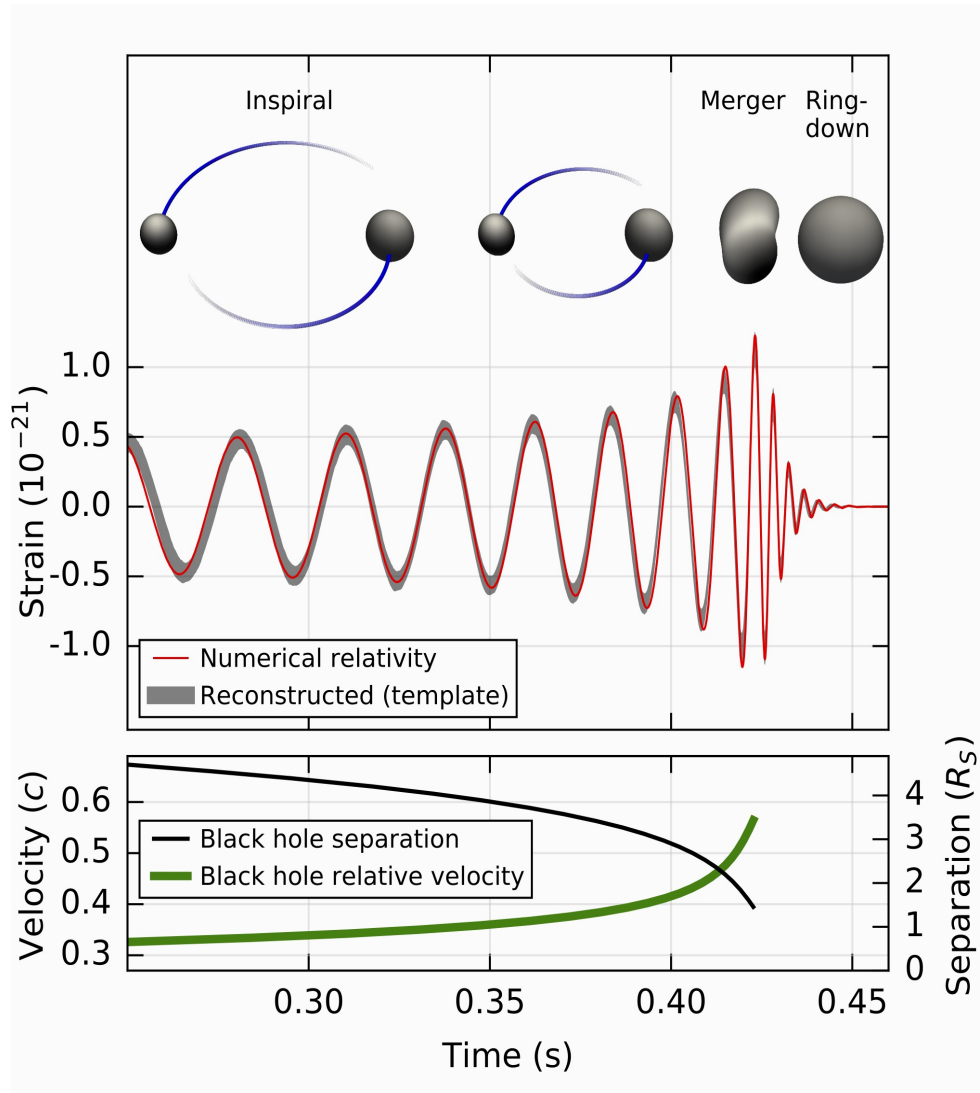
# Diminuzione del periodo orbitale della pulsar binaria 1913 + 16 rispetto all'anno di riferimento 1975

Hulse e Taylor, Nobel 1993



# Segnale GW nell'istante della coalescenza (fusione di due BH)

(Credits: Caltech/MIT/LIGO Laboratories & Ego/Virgo Observatory)



# E per finire ... GR e Deep Learning

- I colleghi e amici Massimiliano e Elena propongono di usare tecniche Neural Networks e Deep learning per classificare il noise nei rivelatori GW
- <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6382/aab793>
- M.Razzano and E. Cuoco, *Image-based deep learning for classification of noise transients in gravitational wave detectors*, Published 5 April 2018 • © 2018 IOP Publishing Ltd

# Grazie Per l'Attenzione

Alcuni testi di cui mi sono servito per il seminario

- D. Kennefick, *No Shadow of a Doubt*, Princeton University Press, 2019
- *Einstein parla italiano*, a cura di S. Linguerri, R. Simili, Pendragon, 2008
- *Relativity in the Global Positioning System*, Ashby, N. Living Rev. Relativ. (2003) 6: 1.  
<https://doi.org/10.12942/lrr-2003-1>
- Clifford Will, *La Rinascita della Relatività Generale*, in *La nuova Fisica* a cura di Paul Davies, Bollati Boringhieri