

MECCANICA



Sandra Zavatarelli , Stefano Davini

Istituto Nazionale di Fisica Nucleare - Sezione di Genova

aggiornaMenti

Corso di formazione per insegnanti

Un concetto un po' esotico.. La massa!

- Ma quante masse ha un corpo???
- Facciamo alcuni esperimenti : ci servono una scatoletta di tonno vuota, una piccola di pelati, una grande e un asciugacapelli



La massa inerziale

- Gli oggetti sottoposti alla stessa forza (asciugacapelli) mostrano una “resistenza” più o meno grande a mettersi in moto
- La massa inerziale esprime questa resistenza:

Seconda legge dinamica : $F = m_i \cdot a$

Forza

Accelerazione

Me esiste anche un'altra massa..



Se appendo gli oggetti ad un elastico lo allungano in modo differente

Questo effetto dipende dalla loro massa gravitazionale:

$$m_g$$

Qui la massa ha un ruolo attivo.. allunga l'elastico!!!



Newton: la forza di gravita'

- Newton intuì che la forza che fa cadere una mela per terra è la stessa che fa ruotare la Luna intorno alla Terra



Se R e' la distanza dal centro della Terra:

$$F = G \frac{m_g \cdot M_g}{R^2}$$

- La massa m_g e M_g (del corpo e della Terra) che compare in questa equazione è detta massa gravitazionale, perché rappresenta la sorgente della forza gravitazionale.

Massa inerziale = Massa gravitazionale?

- Gli esperimenti hanno verificato che $m_i = m_g$ fino al millesimo di miliardo..
- Se si assume che massa inerziale e massa gravitazionale siano la stessa cosa ($m_i = m_g$, principio di equivalenza) allora tutti i corpi nel campo gravitazionale terrestre cadono effettivamente con la stessa accelerazione (per dettagli, clicca su <https://www.asimmetrie.it/in-caduta-libera>)

$$a = G \frac{M}{R^2} \equiv g$$

Galileo lo aveva intuito..e dimostrato..

- “...cascai in opinione, che se si levasse totalmente la resistenza del mezzo, tutte le materie discenderebbero con eguali velocità (Galileo, Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze, 1638)
- La scoperta di Galileo è conseguenza di una delle cose più sorprendenti in natura, quello che noi ora formalizziamo nel principio di equivalenza.
- Come dimostrarlo?

Corpi leggeri e corpi pesanti: chi arriva prima a terra?



- Se lasci cadere una moneta e un pezzo di carta, chi arriva prima?
- E se ora appoggi il pezzo di carta sulla moneta, cosa osservi?
- Galileo scoprì che tutti i corpi cadono a terra con la stessa accelerazione. Perché nel primo caso non è ciò che osserviamo? Cos'è cambiato nel secondo caso?

Un'esperienza sulla resistenza dell'aria



Materiale : una pompa per
bottiglie di spumante, una
bottiglia, un pezzettino di carta
ed un sassolino

Come ci si sentirebbe in un sistema in caduta libera?

- Quali sarebbero le vostre sensazioni all'interno di un ascensore coi cavi spezzati in caduta libera? Proviamo a immaginarlo osservando che succede lasciando cadere una bottiglia con una moneta



- Dove viene a trovarsi la moneta relativamente alla bottiglia al momento dell'urto col suolo? Sul fondo o nella posizione iniziale? Cosa possiamo dedurre relativamente alla gravità all'interno della bottiglia in caduta libera?

Perché e gli astronauti “galleggiano” nella ISS?

- Abbiamo tutti presenti le immagini degli astronauti Samantha Cristoforetti o Luca Parmitano all'interno della International Space Station. Gli astronauti, e tutti gli oggetti all'interno della stazione spaziale, ci appaiono fluttuare in assenza di gravità. Perché?



Perché e gli astronauti “galleggiano” nella ISS?

- Abbiamo tutti presenti le immagini degli astronauti Samantha Cristoforetti o Luca Parmitano all'interno della International Space Station. Gli astronauti, e tutti gli oggetti all'interno della stazione spaziale, ci appaiono fluttuare in assenza di gravità. Perché?



- La prima spiegazione che viene in genere data è che essendo molto distante dalla Terra la stazione spaziale si troverebbe in assenza di gravità. E' la spiegazione corretta? Proviamo a ragionare

Perché e gli astronauti “galleggiano” nella ISS?

- Calcoliamo l'accelerazione di gravità alla quota h (rispetto al livello del mare) cui si trova la ISS e confrontiamola con quella a terra:

$$g_{\text{ISS}} = G \frac{M}{(R + h)^2} \quad \text{vs} \quad g_{\text{Terra}} = G \frac{M}{R^2}$$

- Abbiamo pertanto che : $g_{\text{ISS}}/g_{\text{Terra}} = \frac{R^2}{(R + h)^2}$

- Poiché è $R \approx 6400$ km e $h \approx 400$ km, è evidente che il fatto che dentro la

- ISS non si percepisca la gravità non dipende dalla distanza! Si ha infatti:

$$\frac{g_{\text{ISS}}}{g_{\text{Terra}}} \approx \frac{6400^2}{(6400 + 400)^2} \approx 0.89$$

- Sulla cima di una montagna alla quota dell'ISS l'accelerazione di gravità sarebbe solo un 10% più debole che a livello del mare.

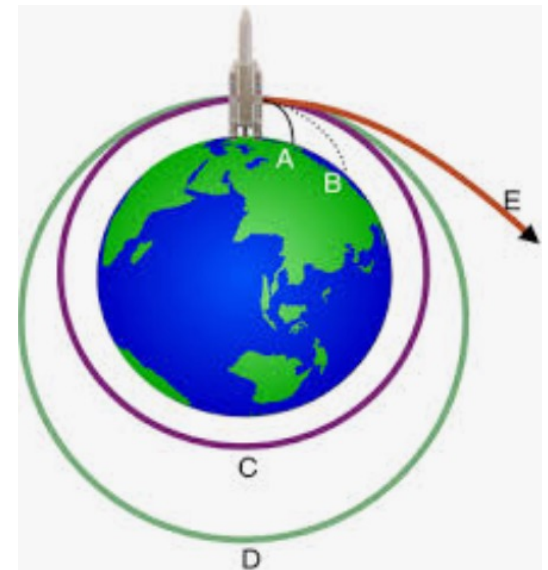
Perché e gli astronauti “galleggiano” nella ISS?

- La ISS è però un sistema in caduta libera, che si muove ciò soggetto solo alla forza di gravità: dentro di essa non si percepisce alcuna gravità

$$E_{mecc, iniz} = E_{mecc, fin}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_f^2 - G \cdot \frac{M \cdot m}{R} = 0$$

$$V_f = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$



- Per la Terra : velocità di fuga: 11.2 km/s

Concetto importante. Se noi e tutti gli oggetti che ci circondano stiamo precipitando insieme come facciamo a renderci conto che stiamo cadendo? => serve un “riferimento” esterno

Sistemi di riferimento e misura di g

- Materiale: un pannello con righe metriche, due cellulari, una bottiglia



Un cellulare con il cronometro,
L'altro acquisisce il video in slow
Motion

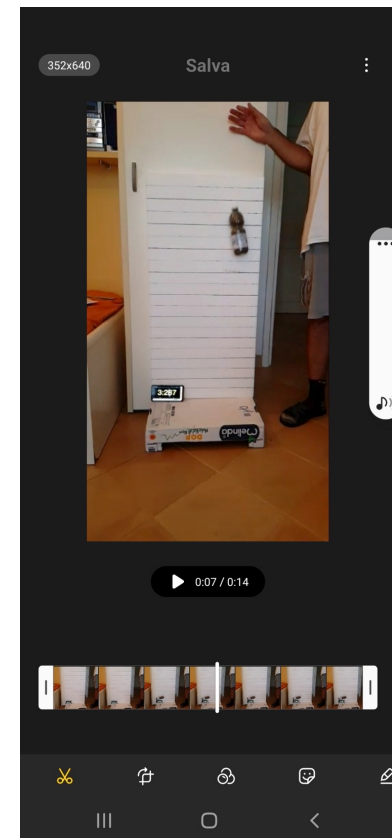
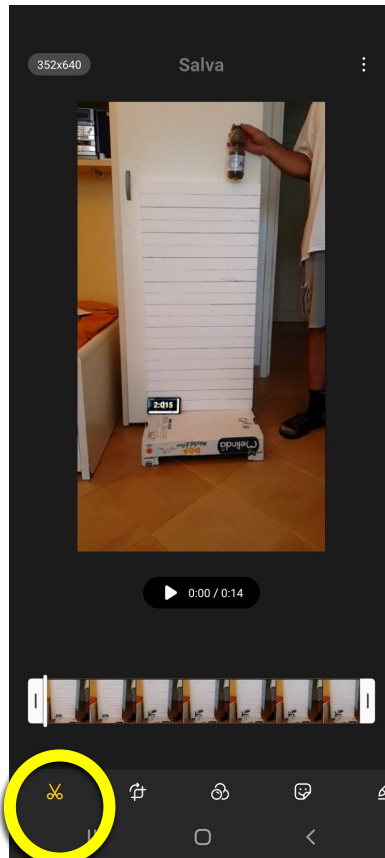
Usiamo la relazione :
(valida se il corpo parte da fermo)

$$S = \frac{1}{2} g t^2$$

se $v_0 = 0$

Sistemi di riferimento e misura di g

- Materiale: un pannello con righe metriche, due cellulari, una bottiglia



Sistemi di riferimento e misura di g

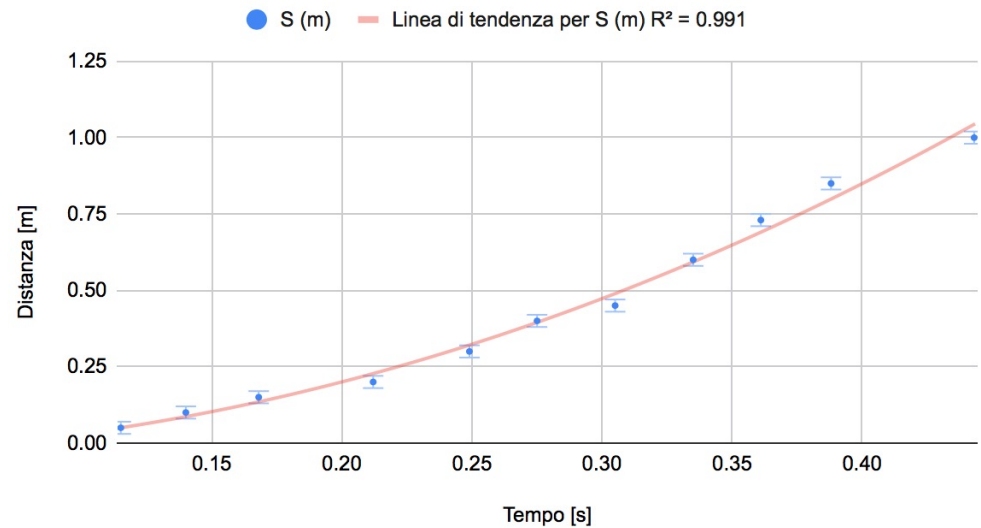
T (s)	(T-T ₀)	(T-T ₀) ²	S (m)	$g=2*S/(T-T_0)^2$

Si riempie questa tabella..
e alla fine si può fare un
valor medio dei singoli
punti

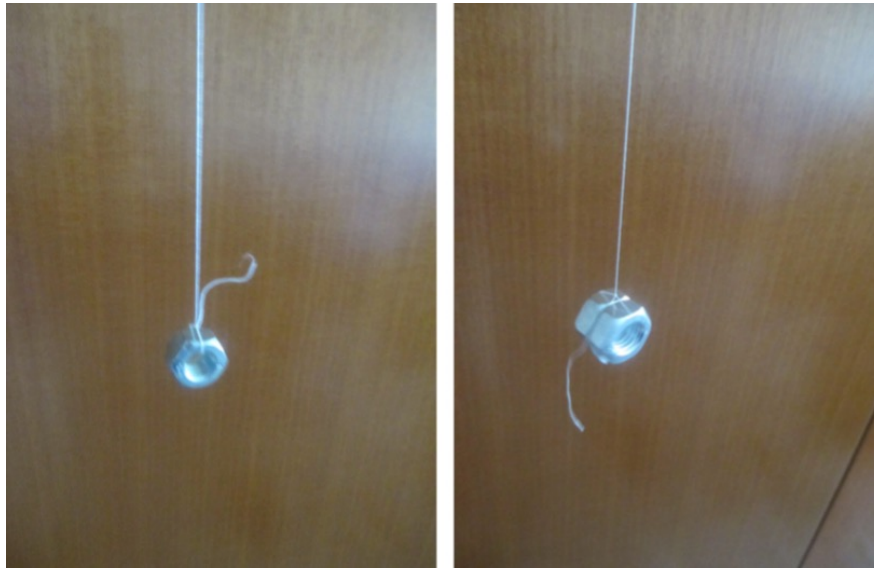
Sistemi di riferimento e misura di g

T0=	3.038		
T (s)	T-T0	S (m)	$g=2*S/(T-T0)^2$
3.15	0.12	0.05	7.56
3.18	0.14	0.10	10.20
3.21	0.17	0.15	10.63
3.25	0.21	0.20	8.90
3.29	0.25	0.30	9.68
3.31	0.28	0.40	10.58
3.34	0.31	0.45	9.67
3.37	0.34	0.60	10.69
3.40	0.36	0.73	11.20
3.43	0.39	0.85	11.29
3.48	0.44	1.00	10.19
			g media
			10.05

Spazio percorso come funzione del tempo



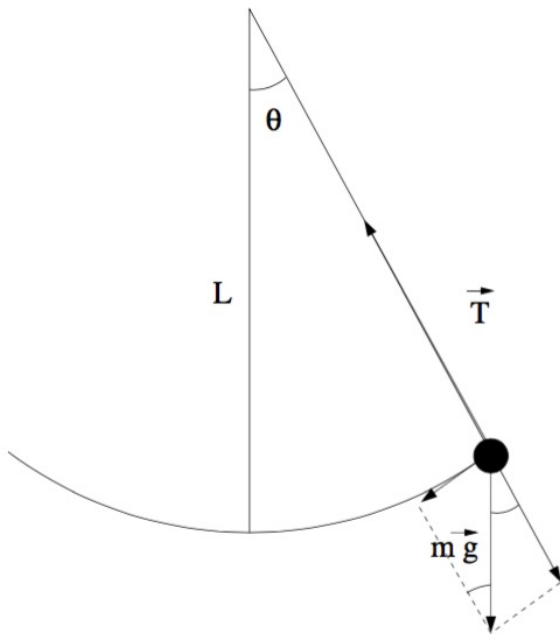
Il pendolo (matematico)



Per una
misura
piu'precisa

- Attacca un bullone pesante a un filo e lascialo oscillare.
- Cosa osservi allungando o accorciando il filo?
 - Cosa osservi facendo partire il bullone da un angolo maggiore o minore?
 - Cosa osservi attaccando due o più bulloni?

L'isocronismo del pendolo : stessa L, stesso T



➤ Per gli amanti della matematica l'equazione che descrive il moto di un pendolo è la seguente

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \phi)$$

- $\omega \equiv 2\pi/T = g/L$
- θ_0 è l'ampiezza massima dell'oscillazione
- ϕ dipende dalla condizione iniziale ($\phi = 0$ se lascia andare il pendolo da θ_0)

➤ Il periodo delle oscillazioni non dipende dalla massa del corpo (conseguenza del principio di equivalenza $ml \equiv mg$):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

➤ e consente, nota la lunghezza del pendolo, di ricavare l'accelerazione di gravità! Per qualche simulazione: <https://phet.colorado.edu/>

Misura piu' precisa di g :



- Costruisci un pendolo con filo e bulloni/viti
- Misura accuratamente la lunghezza L
- Con il cronometro del cellulare misura il periodo di 20 oscillazioni e poi dividilo per 20 $\Rightarrow T$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

- Ricavi un preciso valore di g : $g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$

Noto il valore di g ..“pesiamo” la Terra

- Dalla legge di attrazione gravitazionale abbiamo

$$g = G \frac{M}{R^2} \quad \longrightarrow \quad M = \frac{gR^2}{G}$$

- Misurando (in unità del Sistema internazionale) $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $R \approx 6.4 \cdot 10^6 \text{ m}$ e $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ si ottiene

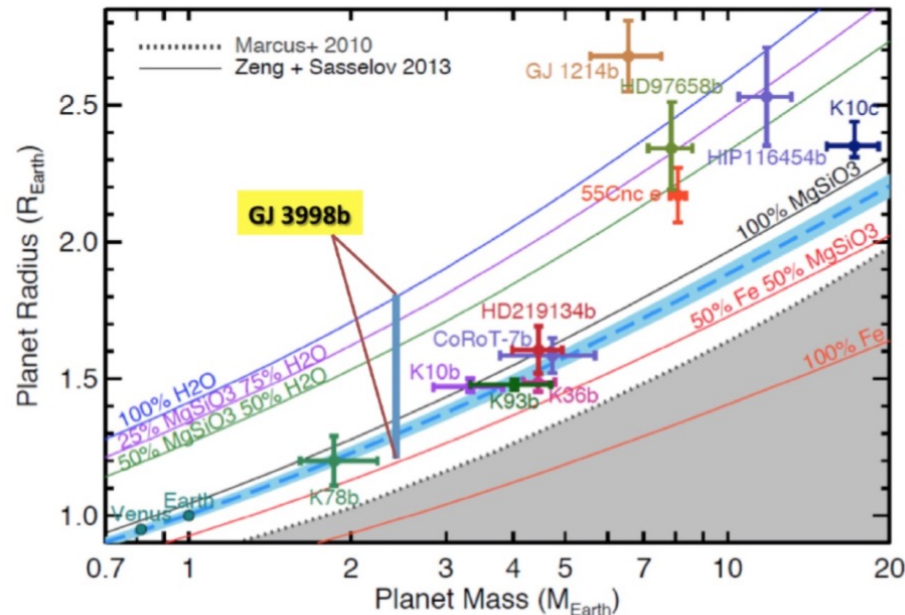
➤
$$M_{\text{Terra}} \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

- Analogamente otteniamo la densità media del nostro pianeta:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4\pi}{3} R^3} = \frac{3g}{4\pi G R} \approx 5.5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

- circa 5.5 volte la densità dell'acqua. Questa è un'informazione molto importante perché ci consente di estrarre informazione sulla composizione dell'interno del nostro pianeta!

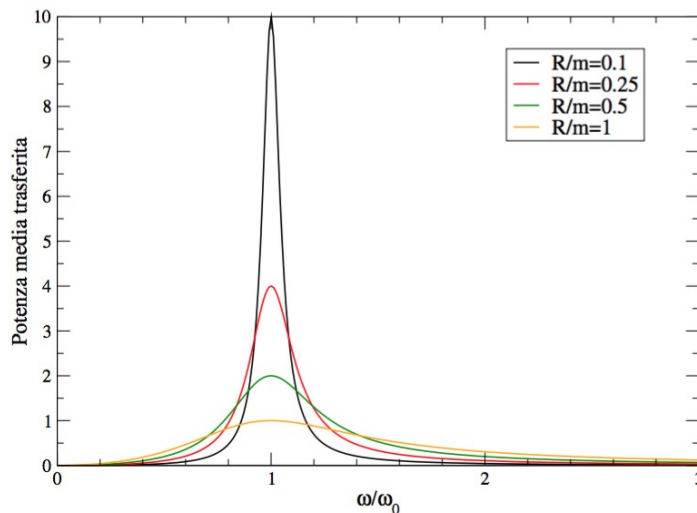
Conoscere i pianeti extrasolari



- Gli astronomi hanno ormai scoperto migliaia di pianeti extrasolari (www.media.inaf.it) e di tanti di essi sono riusciti a misurare massa e raggio. Questo ci consente di fare una stima della loro composizione interna, di capire cioè se sono pianeti gassosi (come Giove), rocciosi (come la Terra) o ferrosi (come il nucleo della Terra).

Trasferire energia a un pendolo

- Provate a tenere in mano il filo di un pendolo e a trasmettere oscillazioni alla sua massa. Con che frequenza dovete agire perché e la massa oscilli intorno alla sua posizione di equilibrio?
- Con che frequenza dovete spingere un'altalena per farle fare oscillazioni sempre maggiori?



- Agendo su un pendolo con una forza periodica di pulsazione $\omega \equiv 2\pi/T$, la potenza media trasferita in un periodo è :

$$w \sim \frac{R/m}{(\omega - \omega_0^2/\omega)^2 + (R/m)^2}$$

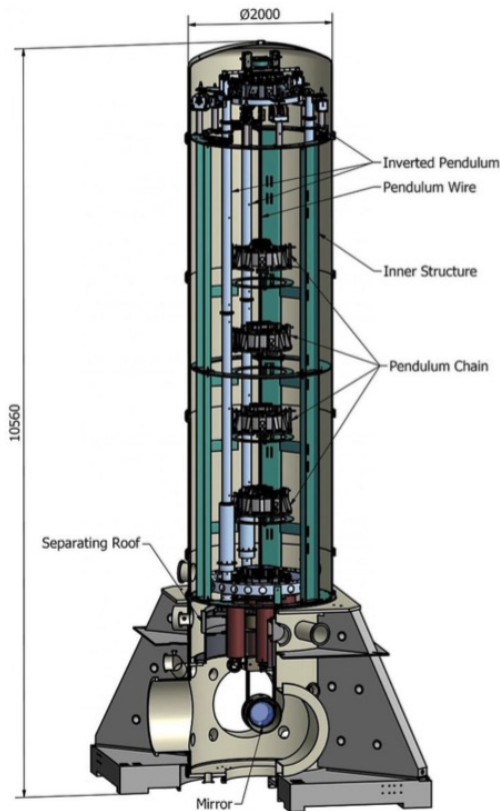
- dove R/m è il coefficiente d'attrito per unità di massa e ω_0 è la pulsazione del pendolo privo di attrito

- Riesco a trasferire energia solo agendo in risonanza ($\omega \approx \omega_0$) con la frequenza propria del pendolo!

La risonanza e la progettazione dei ponti

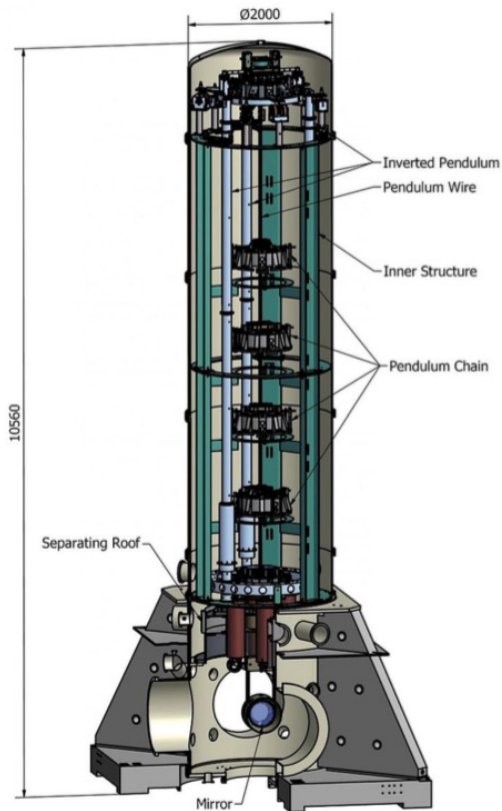
- Fenomeni di risonanza, dovuti all'energia trasferita dal vento o banalmente dalle persone che camminano, possono avere conseguenze catastrofiche per i ponti, fino a causarne il loro crollo. Possiamo trovare in rete video di fenomeni simili avvenuti nel passato:
- Giugno 2020 : chiusura ponte Humen nella Cina Meridionale
<https://www.youtube.com/watch?v=HBEHPNFmFQ0>
- Crollo del Tacoma Narrows Bridge, dovuto a un modesto vento a 67 km/h (<https://www.youtube.com/watch?v=Dz4mcE63pE0>);
- Chiusura del Millenium Bridge a Londra, a seguito delle oscillazioni dovute al movimento regolare delle persone che vi camminavano il giorno dell'inaugurazione (<https://www.youtube.com/watch?v=HBEHPNFmFQ0>)

L'importanza della risonanza: gli specchi di Virgo



➤ L'interferometro Virgo, che ha recentemente scoperto insieme ai compagni Ligo le onde gravitazionali, si trova ad affrontare la sfida di mettere in evidenza un segnale corrispondente a una variazione di lunghezza dei suoi bracci di 10^{-18} m (un protone ha un raggio di 10^{-15} m, un atomo un raggio di 10^{-10} m!). Questo in un intervallo di frequenza tra 10 e 5000 Hz. Come distinguere questo piccolissimo segnale dai disturbi ambientali, come il rumore sismico?

L'importanza della risonanza: gli specchi di Virgo



➔ Gli specchi di Virgo sono sospesi a una catena di pendoli: in questo modo le vibrazioni sismiche con frequenza maggiore a 10 Hz sono ridotte di 10^{12} volte! Le vibrazioni sismiche non sono in grado di mettere in oscillazioni i pendoli, perché non operano alla loro frequenza di risonanza.

Pendoli accoppiati

- Lungo un filo teso attacca alcuni pendoli e metti in oscillazione il primo



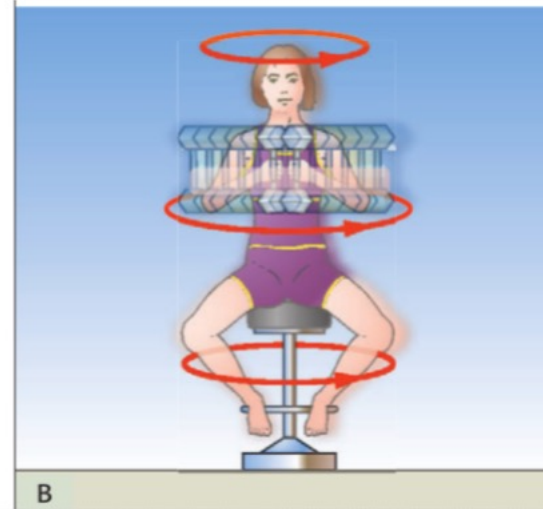
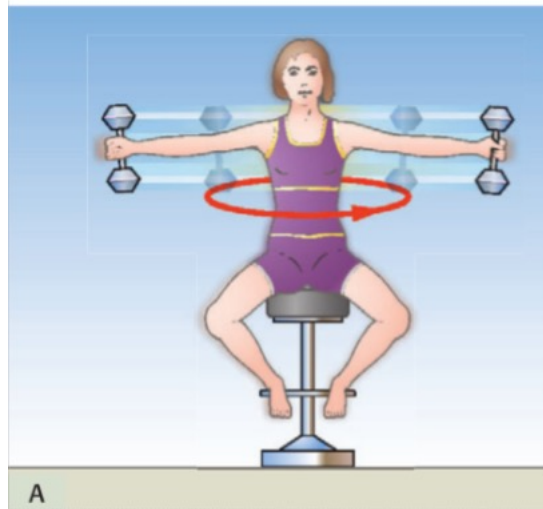
- Cosa succede ai pendoli con la stessa lunghezza? Cosa succede ai pendoli di lunghezza diversa?

La torsione del filo trasmette l'oscillazione del primo pendolo a quelli in grado di oscillare con la stessa frequenza: le oscillazioni si propagano!

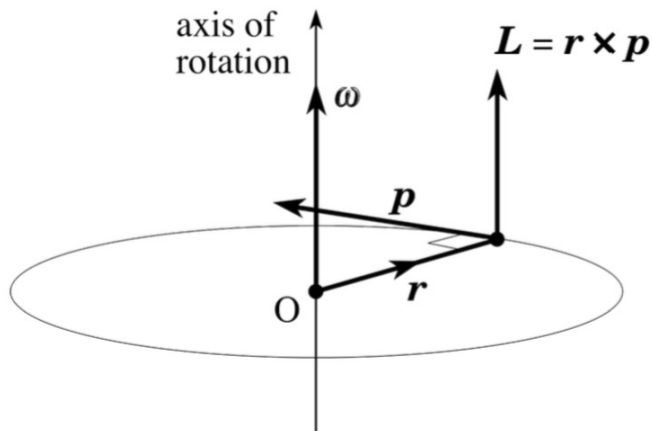
Backup

Corpi che ruotano: il momento angolare

- Inizia a ruotare su uno sgabello impugnando dei pesi lontani a braccia distese, poi porta le braccia vicino al busto: cosa osservi? La velocità aumenta o diminuisce?



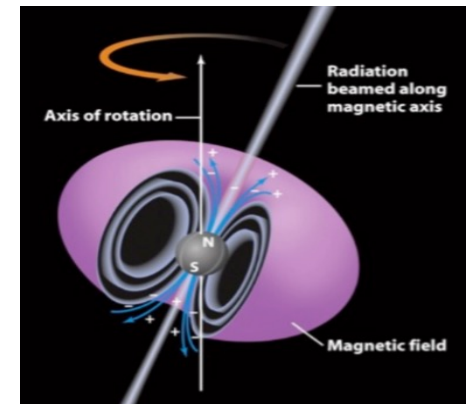
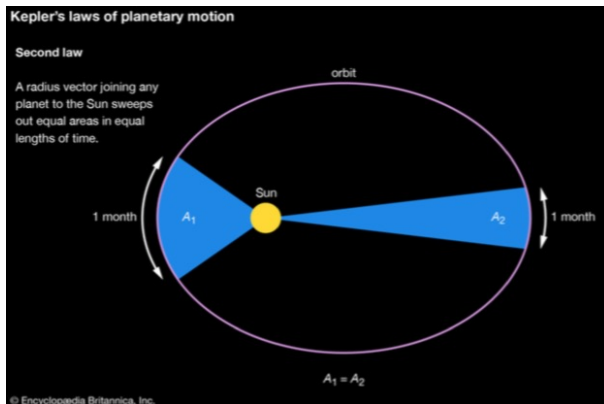
Corpi che ruotano: il momento angolare



La maggiore velocità di rotazione quando avvicini le braccia al corpo è conseguenza della conservazione del momento angolare, $\vec{L} \equiv \vec{r} \times \vec{p}$, che per una massa puntiforme è dato dal prodotto vettoriale della sua distanza dall'asse di rotazione $\vec{r}$ per la quantità di moto $\vec{p} \equiv m\vec{v}$.

Quando avvicini le braccia al busto la distribuzione della massa del tuo corpo è più vicina all'asse di rotazione, $\vec{r}$ diminuisce e quindi deve aumentare $\vec{p}$!

La conservazione del momento angolare in astrofisica



- La seconda legge di Keplero (il raggio Sole-Terra descrive aree uguali in tempi uguali) discende dalla conservazione del momento angolare: le orbite sono ellittiche e dove la distanza è minore, la velocità del pianeta è maggiore, in modo da conservare l'area. Conseguenza sulla data degli equinozi: 20-21 marzo vs 22-23 settembre!;
- La rotazione delle stelle è conseguenza del collasso delle nubi molecolari da cui si originano;
- L'enorme rotazione (10-100 volte al secondo) delle stelle di neutroni ($R \sim 10$ km, $M \sim 1 - 2$ masse solari) è conseguenza del collasso delle stelle progenitrici ($R \sim 10^6$ km) alla fine della loro vita, quando hanno esaurito il combustibile nucleare.

Il rotolamento dei corpi



- Quale delle due scatolette di tonno, poste su un piano inclinato, arriverà con la velocità maggiore?

Il rotolamento dei corpi



➤ L'energia in cima al piano sarà tutta potenziale ($E = Mgh$), in fondo al piano tutta cinetica. Tuttavia, per un corpo che rotola, l'energia cinetica non è data solo dal moto di traslazione del centro di massa:

$$T_{\text{CM}} = \frac{1}{2} M v_{\text{CM}}^2$$

➤ ma anche dell'energia cinetica associata alla rotazione di ogni piccolo volumetto del corpo:

$$T_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \sum_i \Delta M_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_i \Delta M_i r_i^2 \omega^2$$

➤ La scatola con le masse concentrate al centro arriva con velocità maggiore, perché il contributo dovuto alla rotazione è meno importante