

Estrazione delle masse dei quarks da QCD su reticolo

Francesco Sanfilippo (Sapienza, Università di Roma)
Supervisore: G. Martinelli

In collaborazione con: Petros Dimopoulos, Vittorio Lubicz, Silvano Simula,
Cecilia Tarantino

ETM Collaboration

Masse dei quark

$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_q \bar{\psi}_q (\not{D} - m_q) \psi_q, \quad q = u, d, s, c, b, t$$

- m_q : parametri fondamentali NON misurabili direttamente (confinamento)
- Valori m_q necessari per molte predizioni in QCD:
- Confronto dati sperimentali → Coerenza interna SM → Nuova fisica

Masse dei quark

$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_q \bar{\psi}_q (\not{D} - m_q) \psi_q, \quad q = u, d, s, c, b, t$$

- m_q : parametri fondamentali NON misurabili direttamente (confinamento)
- Valori m_q necessari per molte predizioni in QCD:
- Confronto dati sperimentali \rightarrow Coerenza interna SM \rightarrow Nuova fisica

Come calcolare m_q ?

- Scelgo grandezza G^{FIS} che dipende da m_q ($M_{Hadr}, \Gamma_{Hadr \rightarrow X, \dots}$)
- Calcolo $G(m_q)$ secondo la QCD
- Ricavo m_q risolvendo: $G^{SM}(m_q) = G^{FIS}$

Masse dei quark

$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_q \bar{\psi}_q (\not{D} - m_q) \psi_q, \quad q = u, d, s, c, b, t$$

- m_q : parametri fondamentali NON misurabili direttamente (confinamento)
- Valori m_q necessari per molte predizioni in QCD:
- Confronto dati sperimentali \rightarrow Coerenza interna SM \rightarrow Nuova fisica

Come calcolare m_q ?

- Scelgo grandezza G^{FIS} che dipende da m_q ($M_{Hadr}, \Gamma_{Hadr \rightarrow X, \dots}$)
- Calcolo $G(m_q)$ secondo la QCD
- Ricavo m_q risolvendo: $G^{SM}(m_q) = G^{FIS}$

Quale grandezza usare?

- Processi alta energia \sim indipendenti da $m_{Up/Down/Strange}$
- Particelle piu' leggere sensibili a masse quarks (es: $m_\pi \rightarrow 0$ se $m_{u,d} \rightarrow 0$)

Grandezze piu' indicate: masse mesoni pseudoscalari

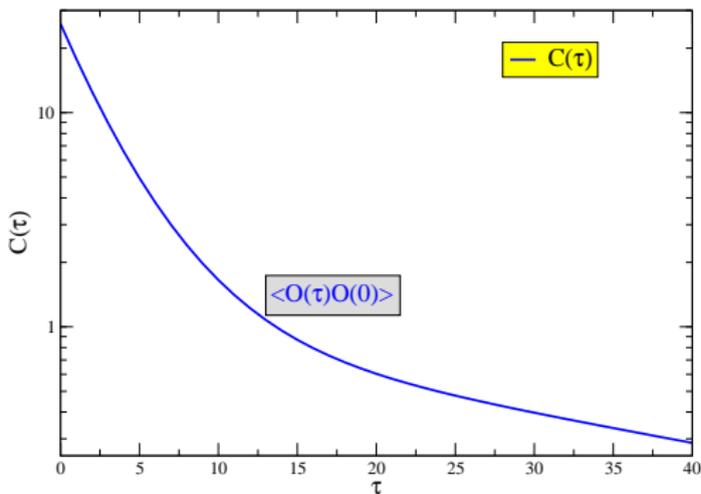
Come si calcola lo spettro di masse della teoria?

- Operatore O con numeri quantici $\{n\}$ (parita', carica, etc)

Come si calcola lo spettro di masse della teoria?

- Operatore O con numeri quantici $\{n\}$ (parita', carica, etc)
- Calcolo funzione di correlazione a due punti

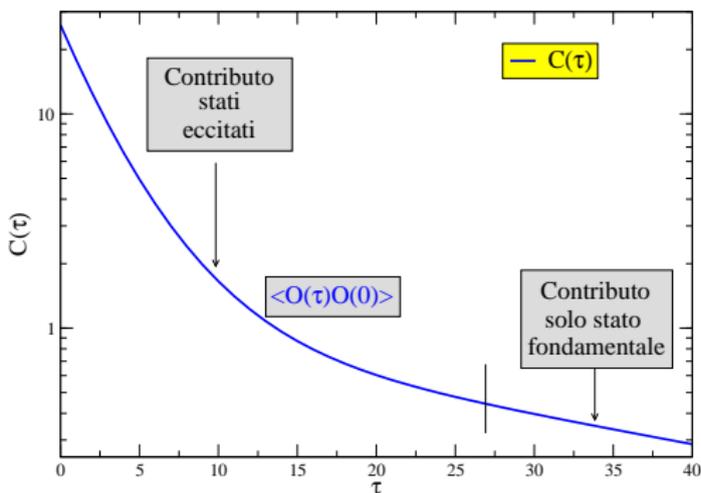
$$C(\tau) = \langle O^\dagger(\tau) O(0) \rangle = \frac{1}{Z} \int D[\psi] \left(\int d^3x O^\dagger(\tau, x) O(0) \right) e^{-S[\psi]}$$



Come si calcola lo spettro di masse della teoria?

- Operatore O con numeri quantici $\{n\}$ (parita', carica, etc)
- Calcolo funzione di correlazione a due punti

$$C(\tau) = \langle O^\dagger(\tau) O(0) \rangle = \frac{1}{Z} \int D[\psi] \left(\int d^3x O^\dagger(\tau, x) O(0) \right) e^{-S[\psi]}$$

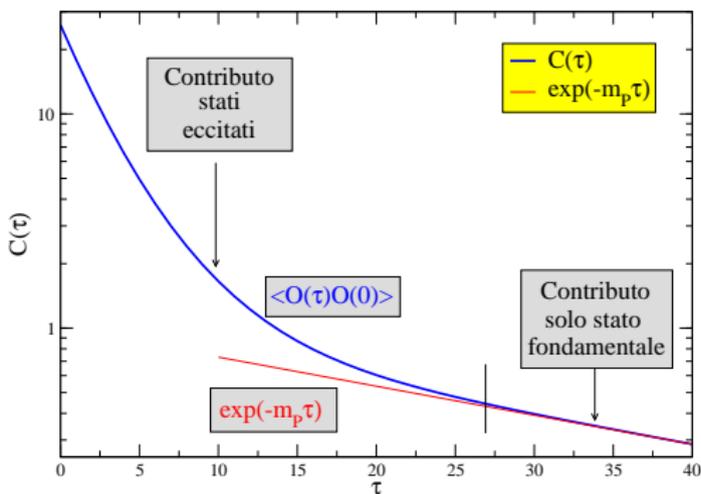


$$C(\tau) = \langle 0 | O_P^\dagger \sum_S \frac{|S\rangle e^{-m_S \tau} \langle S|}{2m_S} O_P | 0 \rangle$$

Come si calcola lo spettro di masse della teoria?

- Operatore O con numeri quantici $\{n\}$ (parita', carica, etc)
- Calcolo funzione di correlazione a due punti

$$C(\tau) = \langle O^\dagger(\tau) O(0) \rangle = \frac{1}{Z} \int D[\psi] \left(\int d^3x O^\dagger(\tau, x) O(0) \right) e^{-S[\psi]}$$



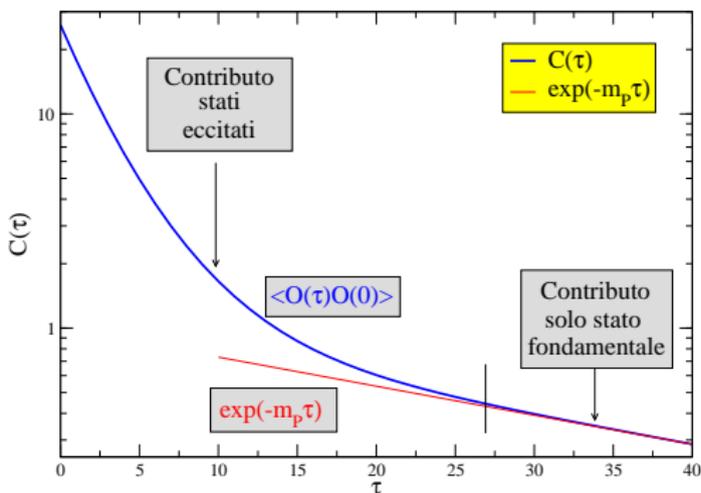
$$C(\tau) = \langle 0 | O_P^\dagger \sum_S \frac{|S\rangle e^{-m_S \tau} \langle S|}{2m_S} O_P | 0 \rangle$$

$\tau \rightarrow \infty : |\langle 0 | O_P | P \rangle|^2 e^{-m_P \tau} / 2m_P$
 $\rightarrow P$ particella più leggera con numeri quantici $\{n\}$

Come si calcola lo spettro di masse della teoria?

- Operatore O con numeri quantici $\{n\}$ (parita', carica, etc)
- Calcolo funzione di correlazione a due punti

$$C(\tau) = \langle O^\dagger(\tau) O(0) \rangle = \frac{1}{Z} \int D[\psi] \left(\int d^3x O^\dagger(\tau, x) O(0) \right) e^{-S[\psi]}$$



$$C(\tau) = \langle 0 | O_P^\dagger \sum_S \frac{|S\rangle e^{-m_S \tau} \langle S|}{2m_S} O_P | 0 \rangle$$

$\tau \rightarrow \infty$: $|\langle 0 | O_P | P \rangle|^2 e^{-m_P \tau} / 2m_P$
 $\rightarrow P$ particella più leggera con numeri quantici $\{n\}$

Operatore semplice per mesone pseudoscalare: $O = \bar{\psi} \gamma_5 \psi$

Problema

- Funzione di correlazione tra stati legati
- Processo non perturbativo
- Necessario framework non perturbativo: reticolo

Problema

- Funzione di correlazione tra stati legati
- Processo non perturbativo
- Necessario framework non perturbativo: reticolo

Il reticolo in 20 secondi

- Campi definiti su punti griglia x_i di estensione L e spaziatura a
- Cut-off ultravioletto $1/a$ ed infrarosso $1/L$
- Regolarizzazione integrale funzionale: $\int D[\psi(x)] \rightarrow \prod_i \int d\psi_i$
- Integrazione effettuata numericamente con metodi Monte Carlo
- Risultati fisici ottenuti nel limite $a \rightarrow 0, L \rightarrow \infty$

Problema

- Funzione di correlazione tra stati legati
- Processo non perturbativo
- Necessario framework non perturbativo: reticolo

Il reticolo in 20 secondi

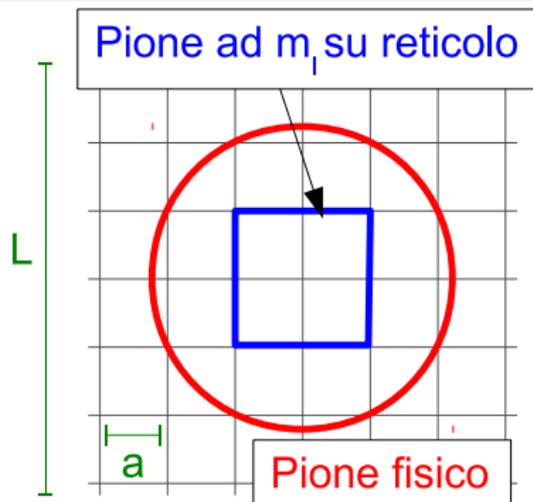
- Campi definiti su punti griglia x_i di estensione L e spaziatura a
- Cut-off ultravioletto $1/a$ ed infrarosso $1/L$
- Regolarizzazione integrale funzionale: $\int D[\psi(x)] \rightarrow \prod_i \int d\psi_i$
- Integrazione effettuata numericamente con metodi Monte Carlo
- Risultati fisici ottenuti nel limite $a \rightarrow 0, L \rightarrow \infty$

Punti di forza

- Metodo che parte da principi primi
- Errori diminuiscono indefinitamente al crescere della potenza di calcolo

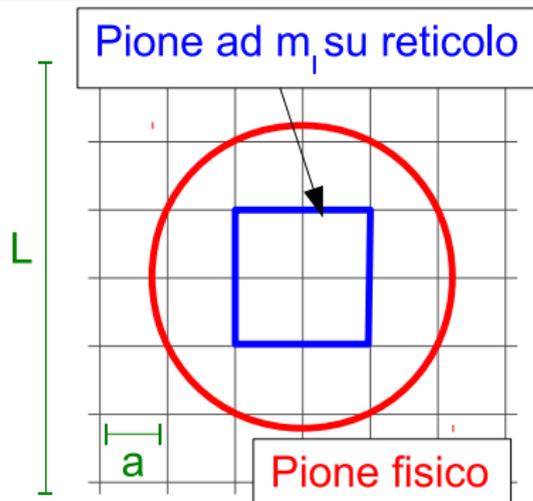
Impostazione del calcolo di $m_l = (m_u + m_d)/2$ su reticolo

- Fisso lattice spacing a , volume L
- Scelgo m_l e calcolo $\langle O^\dagger(\tau) O \rangle$, da cui estraggo $m_{PS}(m_l)$ puntualmente
- Vario m_l e ricalcolo m_{PS} fino a riprodurre il valore fisico m_π^{FIS}
- Ripeto diminuendo a ed aumentando L , estrapolando $a \rightarrow 0, L \rightarrow \infty$



Impostazione del calcolo di $m_l = (m_u + m_d)/2$ su reticolo

- Fisso lattice spacing a , volume L
- Scelgo m_l e calcolo $\langle O^\dagger(\tau) O \rangle$, da cui estraggo $m_{PS}(m_l)$ puntualmente
- Vario m_l e ricalcolo m_{PS} fino a riprodurre il valore fisico m_π^{FIS}
- Ripeto diminuendo a ed aumentando L , estrapolando $a \rightarrow 0, L \rightarrow \infty$



Su reticolo si ha sempre $m_l \gg m_l^{phys}$:

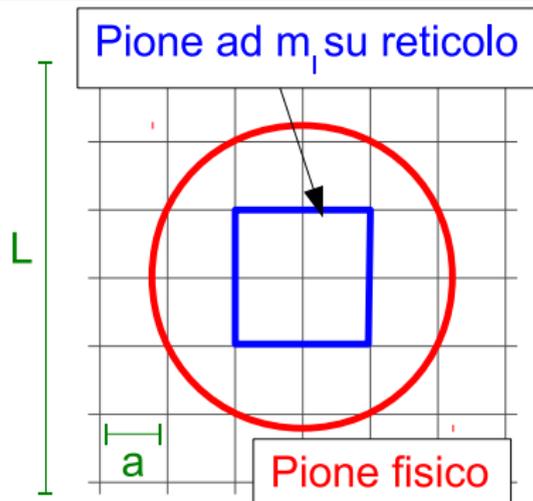
- al decrescere di m_l richiesta inversione matrice sempre piu' singolare
- vincolo di volume $L \gg 1/m_\pi$

Effetti L finito trattabili analiticamente

- vincoli: $L \gtrsim 2fm, M_\pi L \gg 1$
- formule Colangelo-Durr-Haefeli [hep-lat/0503014]

Impostazione del calcolo di $m_l = (m_u + m_d)/2$ su reticolo

- Fisso lattice spacing a , volume L
- Scelgo m_l e calcolo $\langle O^\dagger(\tau) O \rangle$, da cui estraggo $m_{PS}(m_l)$ puntualmente
- Vario m_l e ricalcolo m_{PS} fino a riprodurre il valore fisico m_π^{FIS}
- Ripeto diminuendo a ed aumentando L , estrapolando $a \rightarrow 0, L \rightarrow \infty$



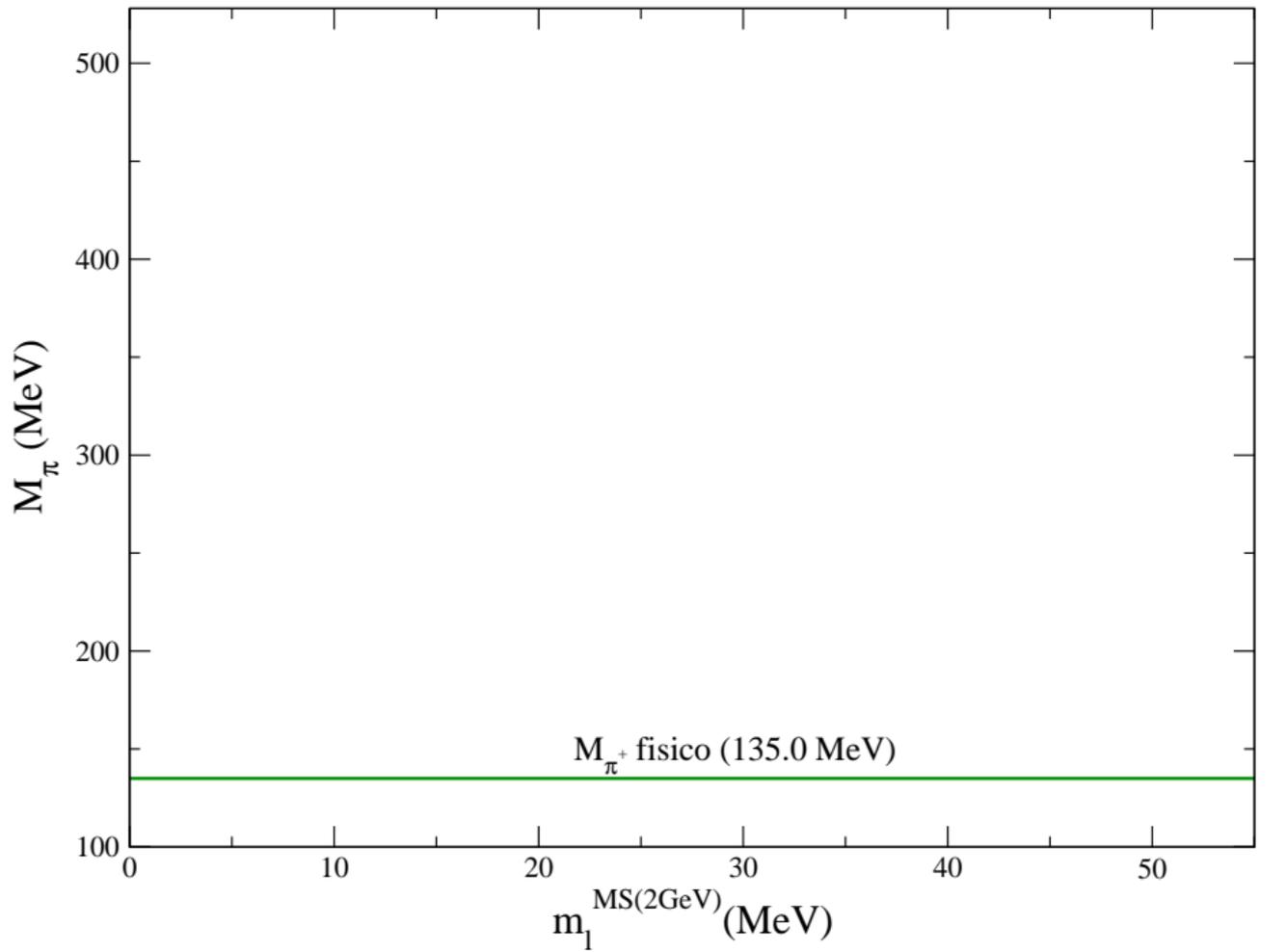
Su reticolo si ha sempre $m_l \gg m_l^{phys}$:

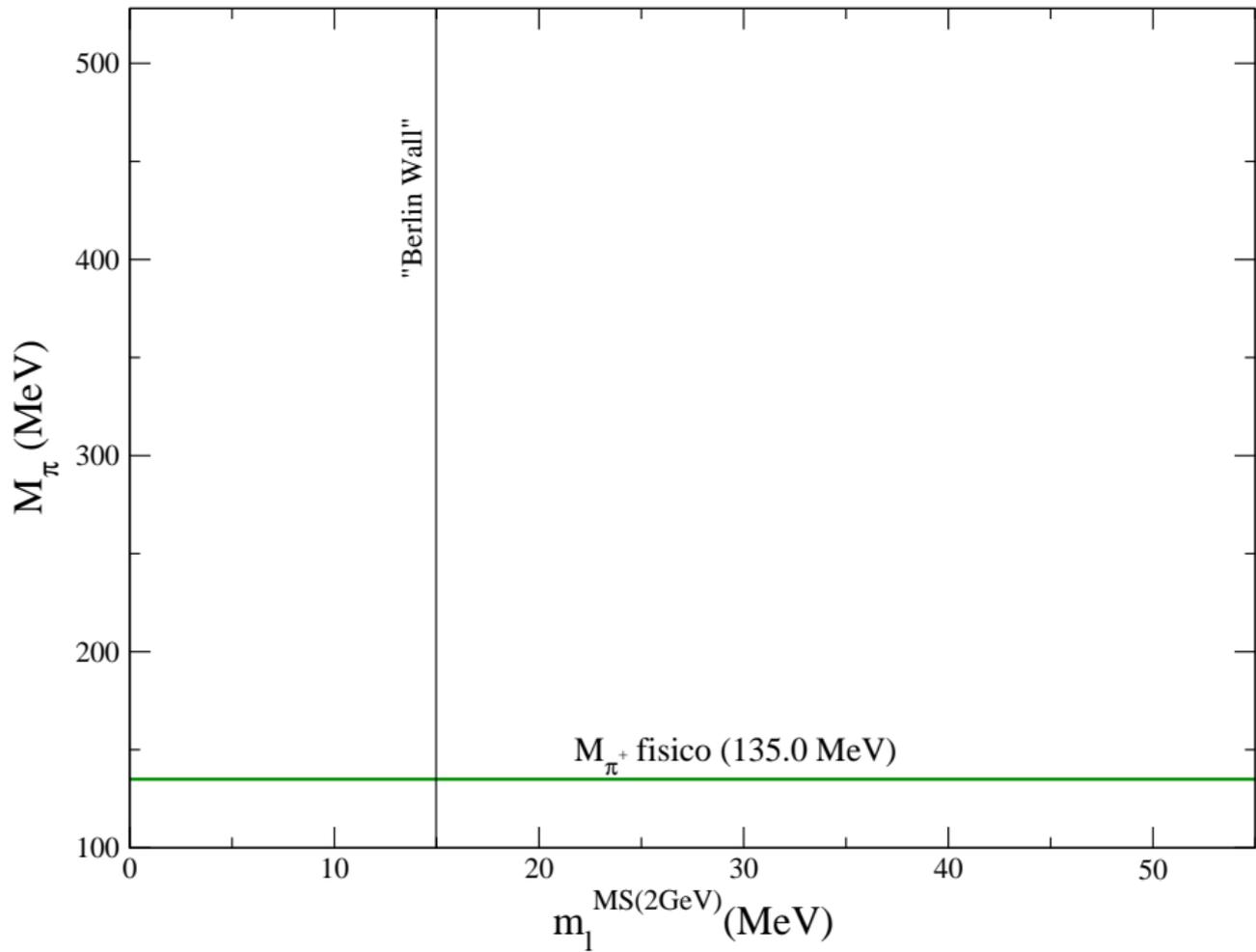
- al decrescere di m_l richiesta inversione matrice sempre piu' singolare
- vincolo di volume $L \gg 1/m_\pi$

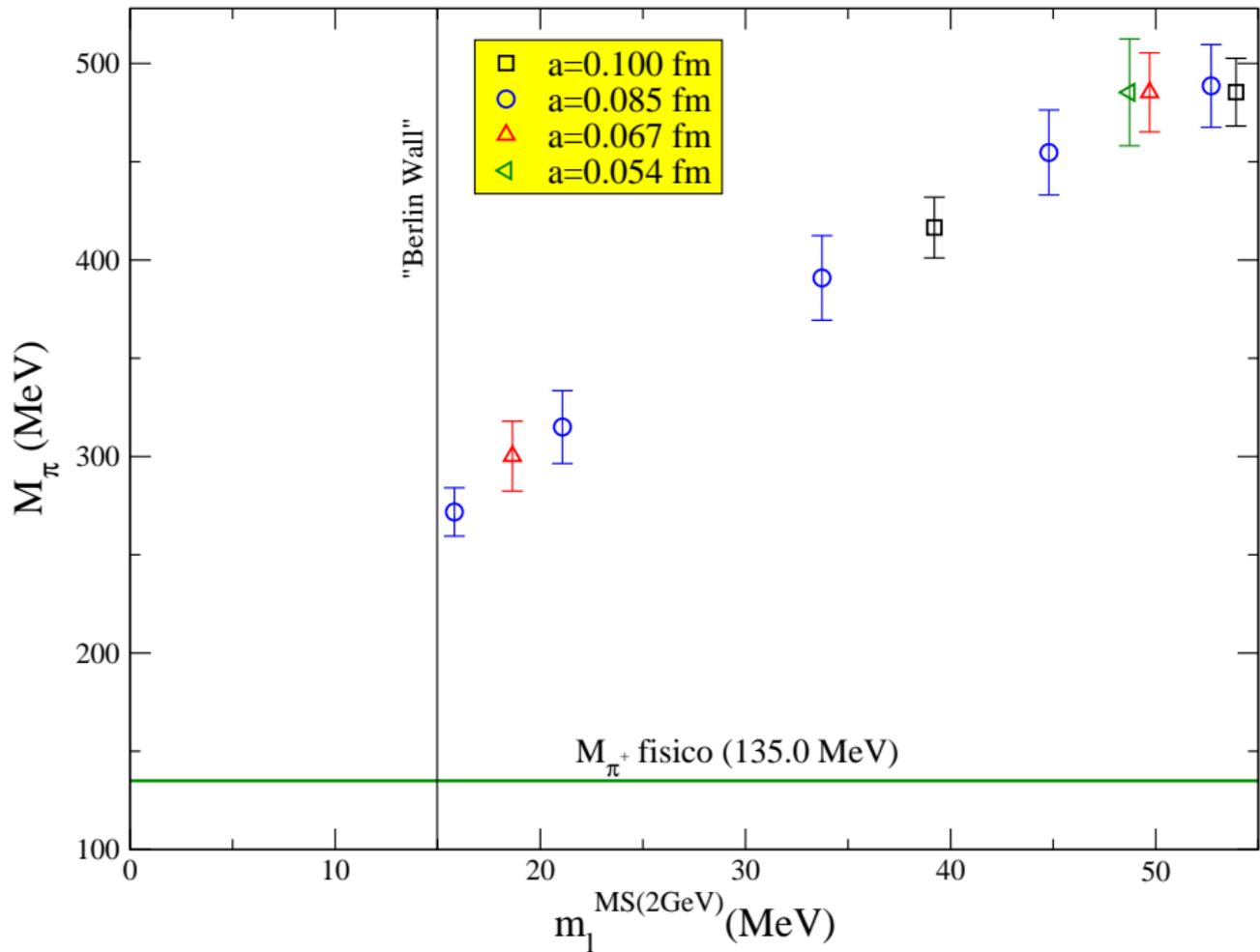
Effetti L finito trattabili analiticamente

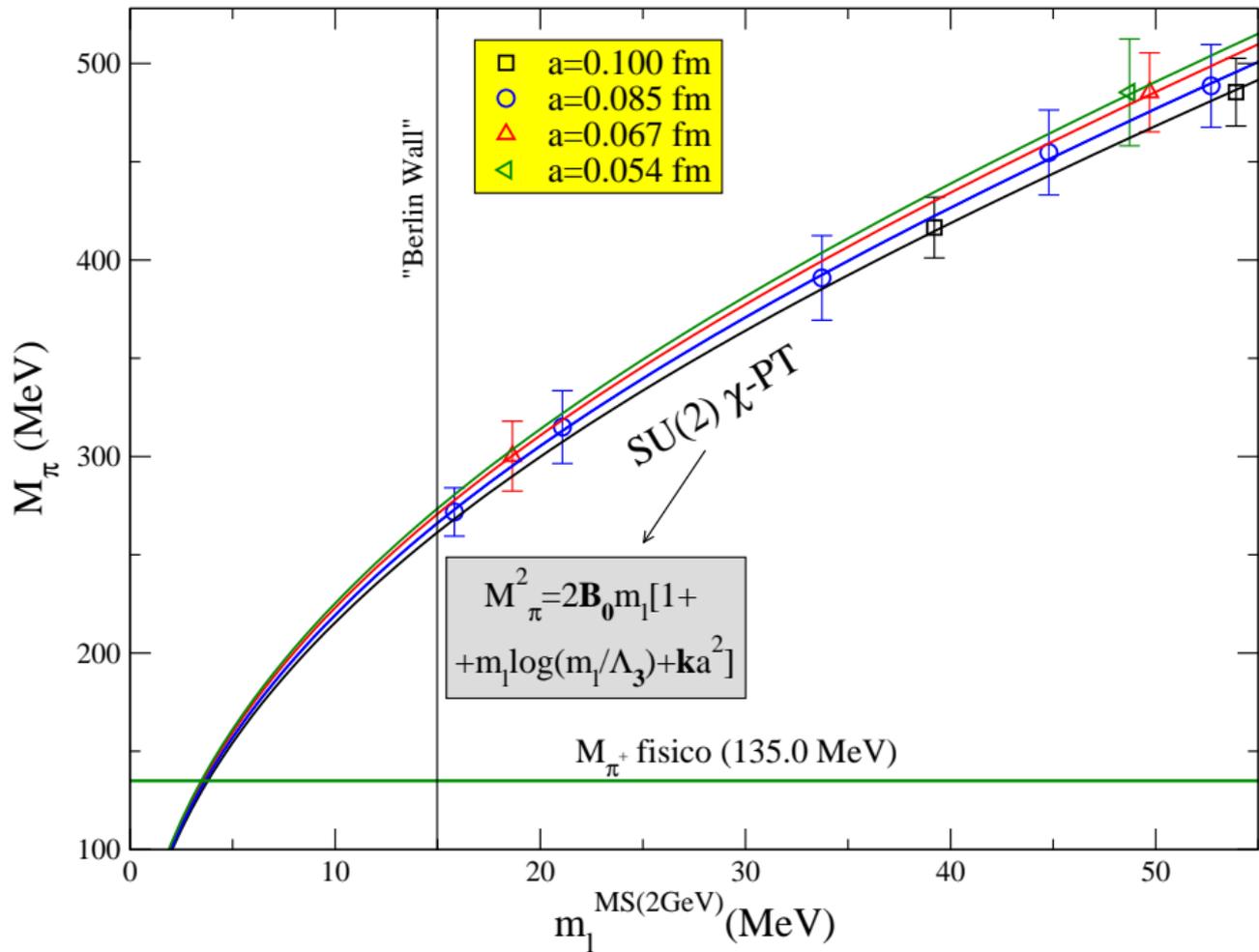
- vincoli: $L \gtrsim 2fm, M_\pi L \gg 1$
- formule Colangelo-Durr-Haefeli [hep-lat/0503014]

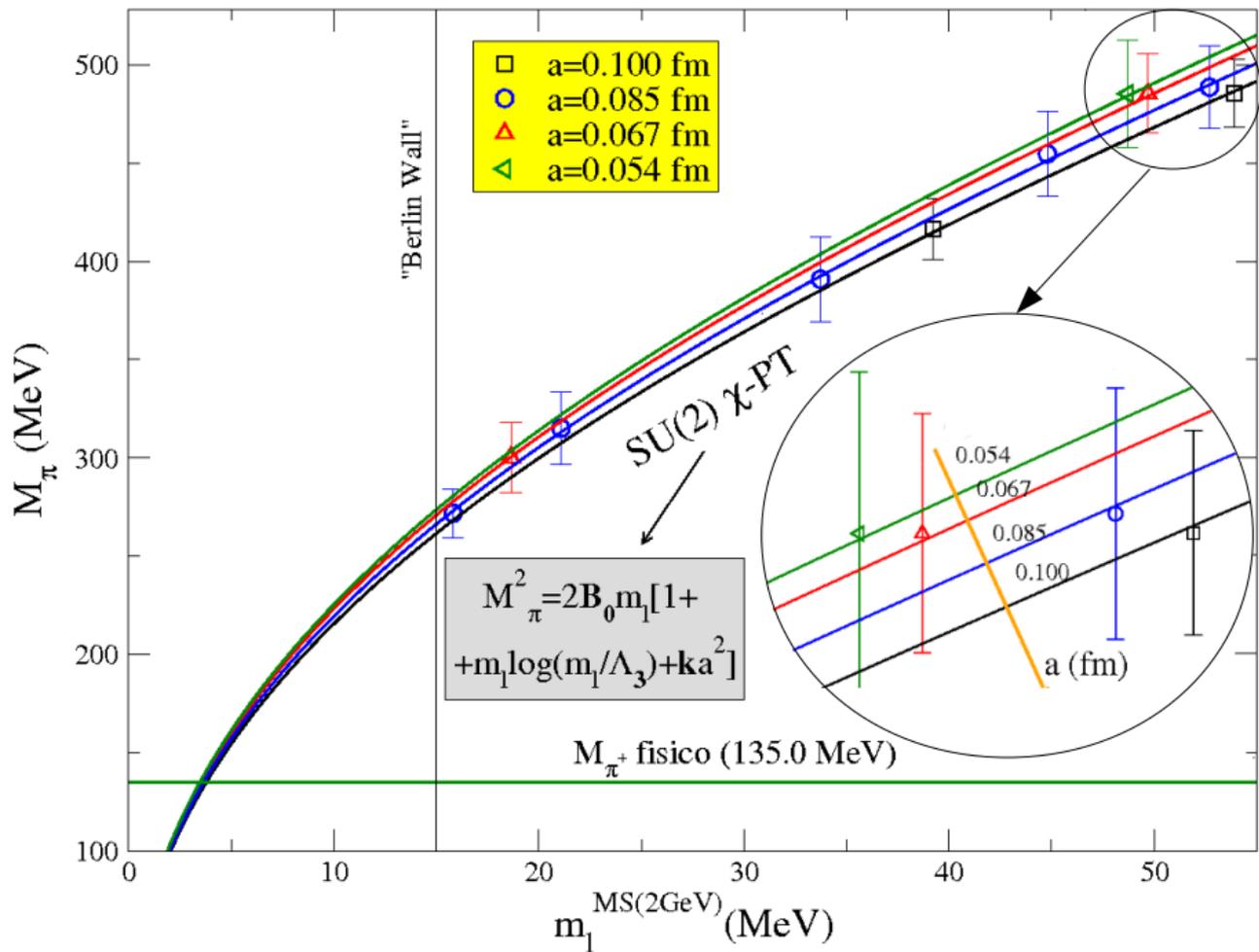
NB: rinormalizzazione massa, $m(\mu) = Z(\mu, a) m(a)$, Z non perturbative

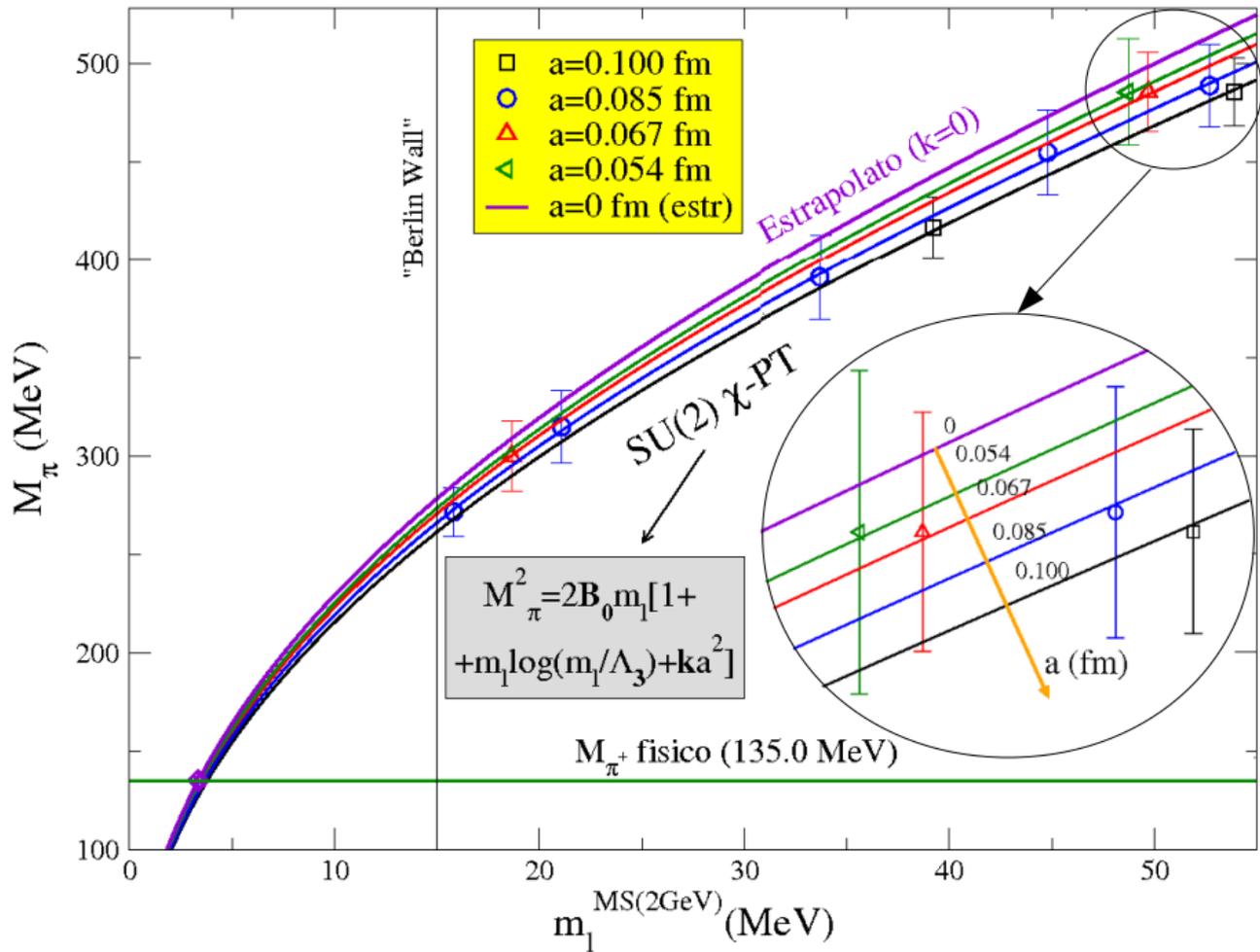


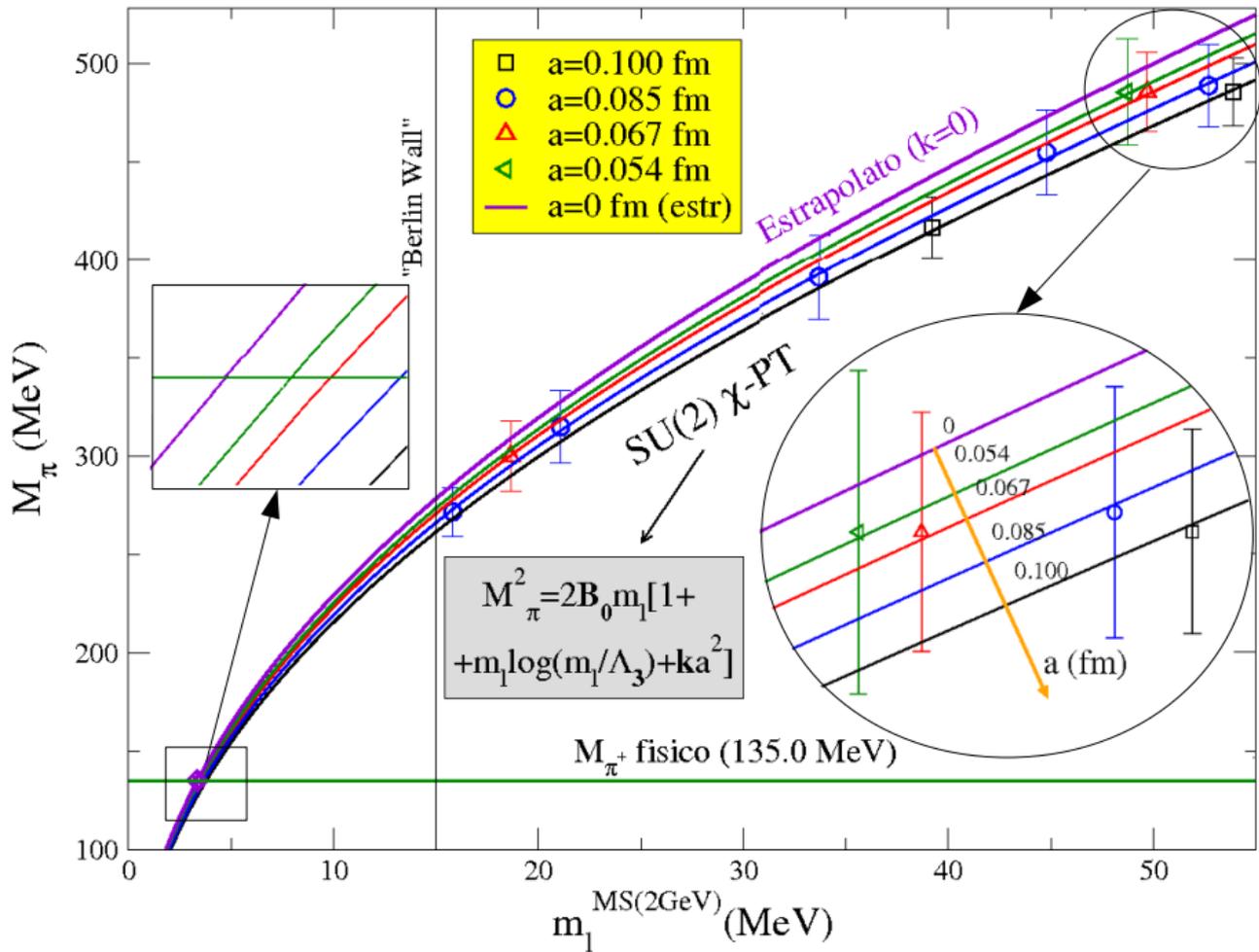


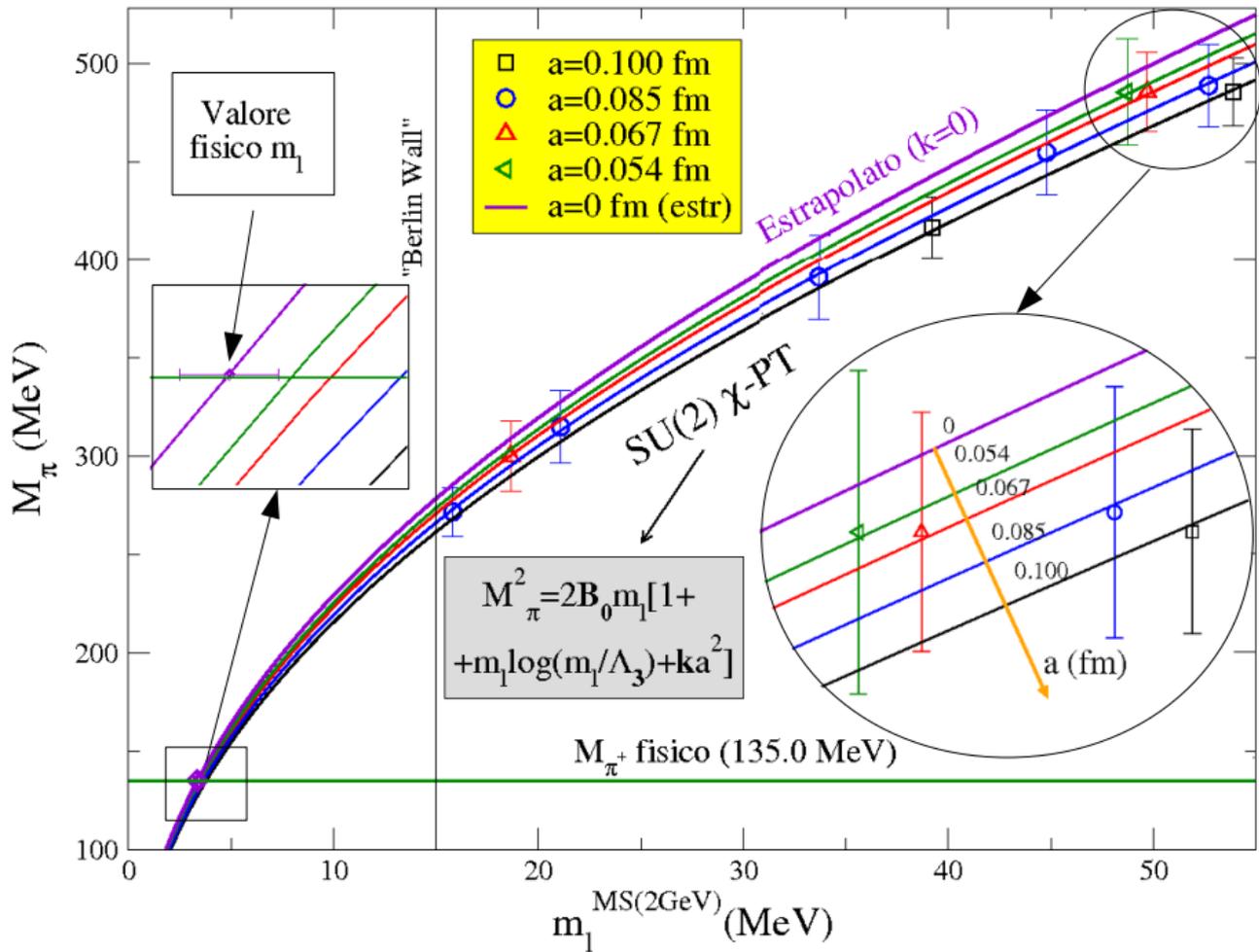


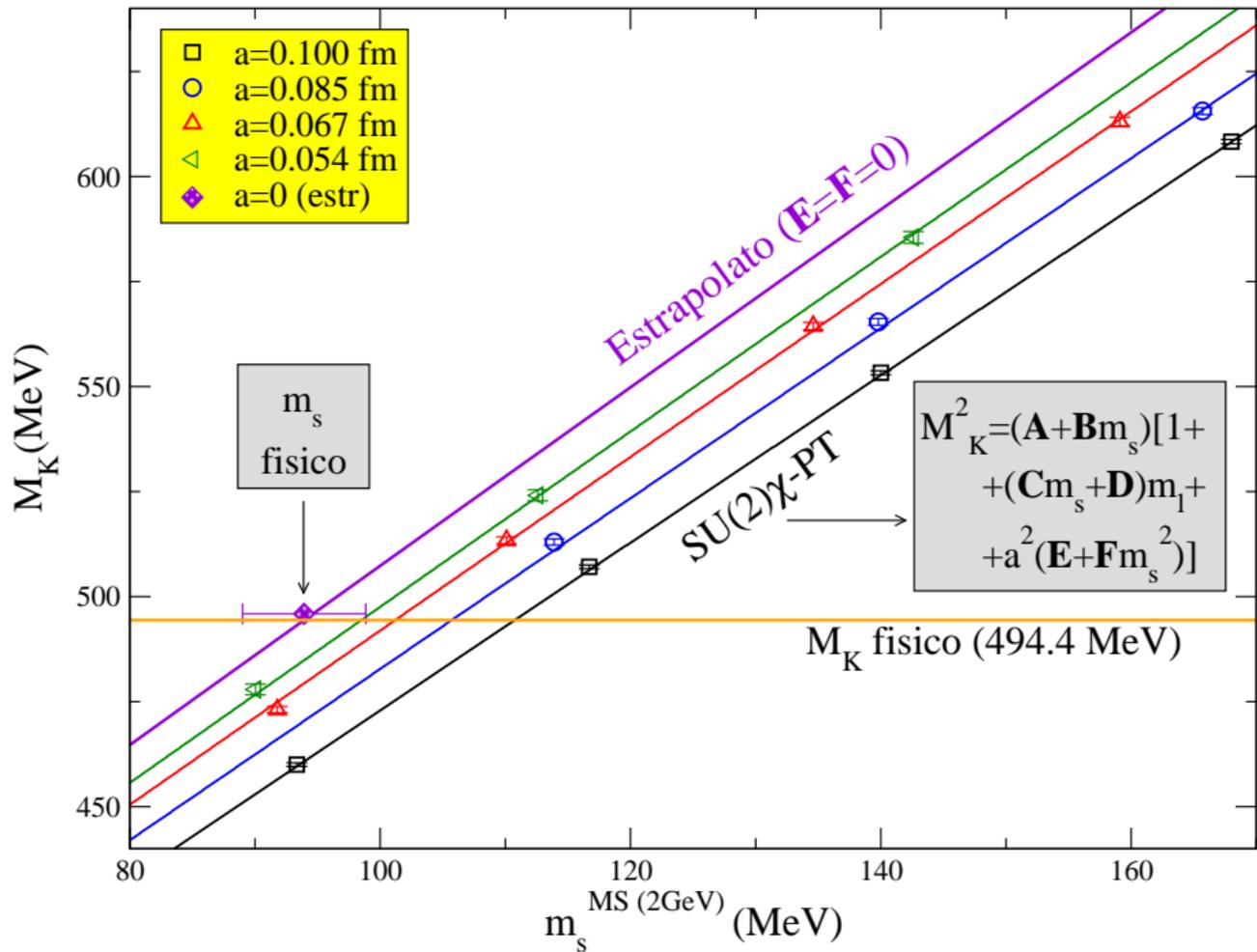


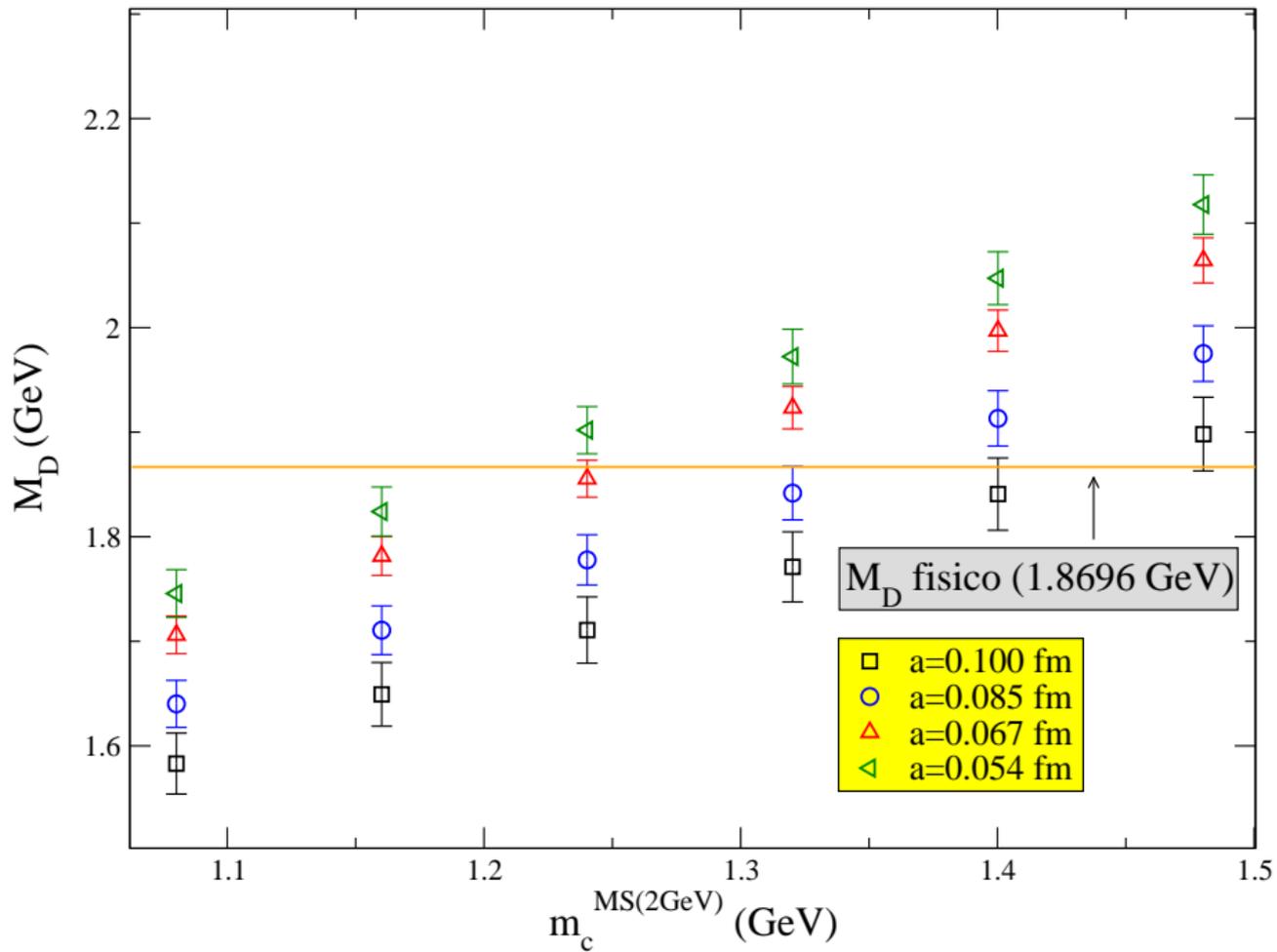


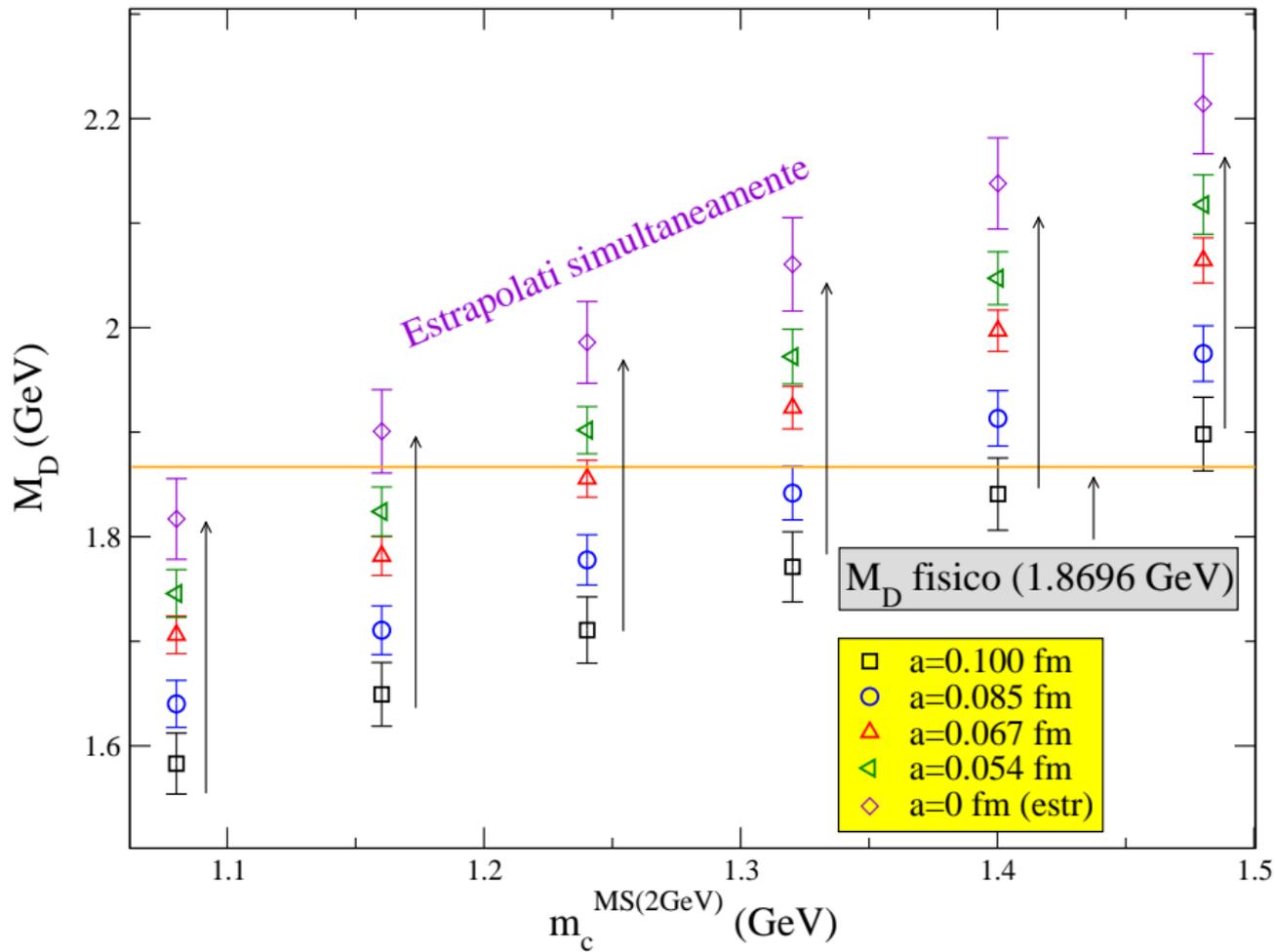


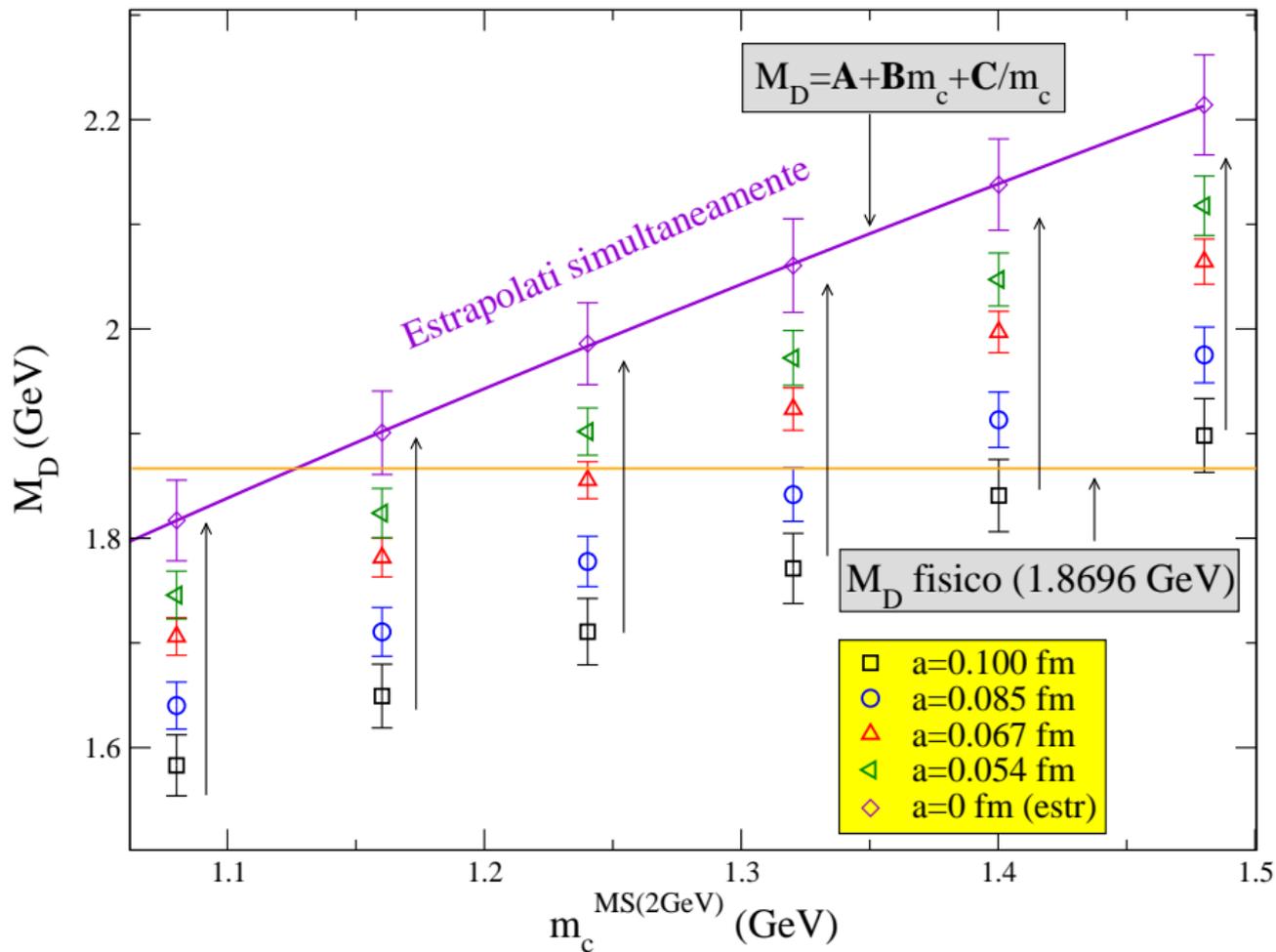


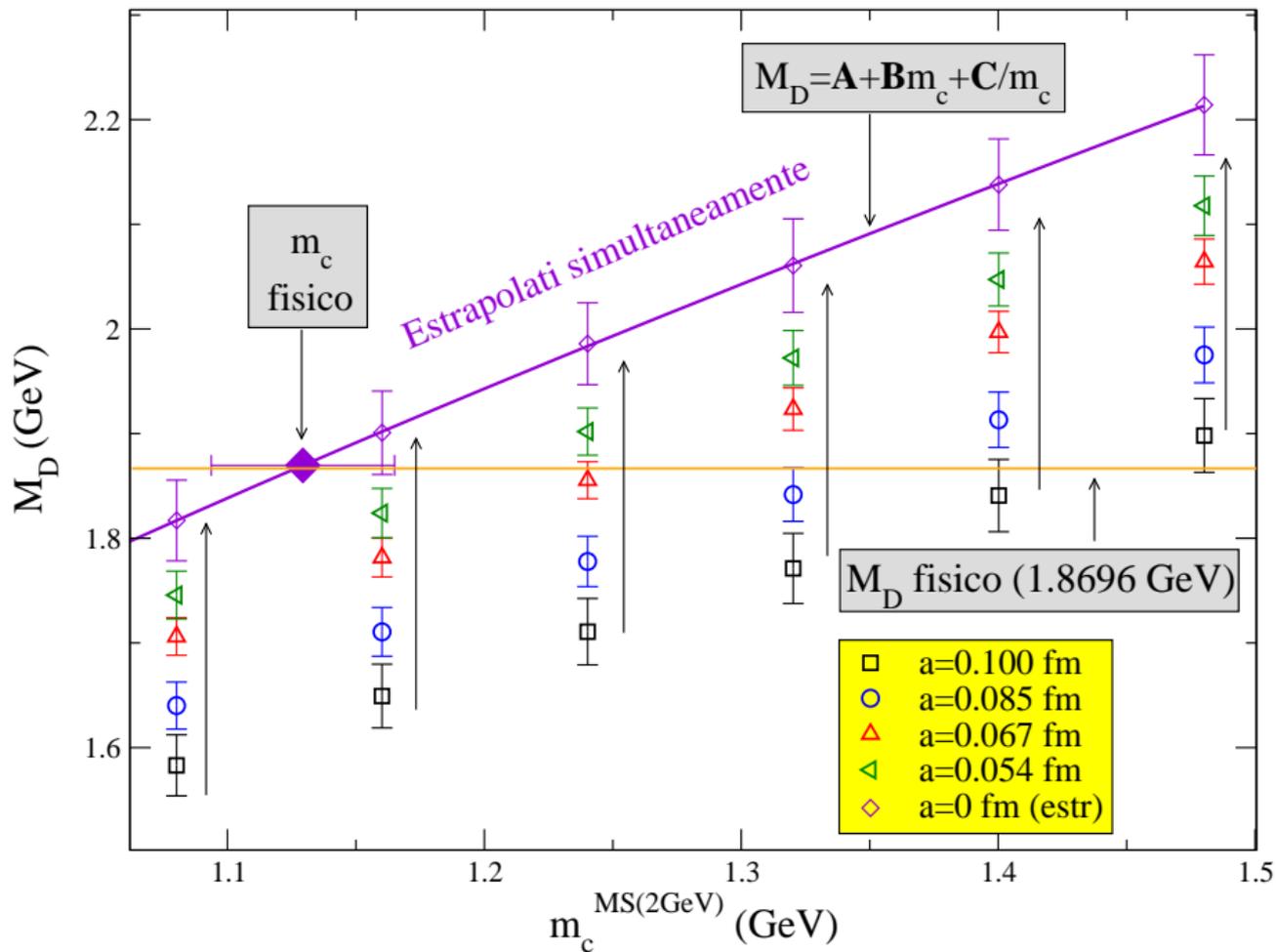












Risultati (preliminari)

