

# **Introduzione agli Acceleratori di Particelle**

## **Parte 1: Acceleratori lineari**

Antonio Palmieri  
INFN-LNL

- Considerazioni introduttive
- Piccoli richiami di fisica
- Un viaggio nella fisica delle macchine acceleratrici attraverso la storia
- Focus sulle cavità acceleranti
- Considerazioni conclusive

Un Acceleratore di Particelle è un **apparato** atto all'**accelerazione** di **particelle cariche** lungo una **traiettoria prefissata**, al fine di raggiungere una determinata **energia**.

- **Apparato = > apparecchiatura artificiale complessa**
- **Particelle cariche => elettroni, protoni, ioni, ecc.**
- **Accelerazione lungo una traiettoria prefissata => applicazione di forze elettromagnetiche**

# Equazioni di Maxwell nel vuoto ed equazione delle onde

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \text{ legge di Faraday-Neumann}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \vec{J}_0 + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \text{ legge di Ampere}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \text{ teorema di Gauss}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}, \vec{J} = \sigma \vec{E} \text{ relazioni costitutive}$$

$\vec{E}$  Campo elettrico

$\vec{H}$  Campo magnetico

$\vec{D}$  Induzione elettrica

$\vec{B}$  Induzione magnetica

$\vec{J}$  Correnti di conduzione

$\vec{J}_0$  Correnti impresse

Equazioni delle onde nel vuoto e in assenza di sorgenti

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

Assumendo una dipendenza sinusoidale dei campi si può adottare la **rappresentazione fasoriale**

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \vec{J}_0 + j\omega\epsilon_0 \vec{E} = \vec{J}_0 + (\sigma + j\omega\epsilon_0) \vec{E}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mu_0 \vec{H} = 0$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0(x, y, z)e^{j\phi}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0(x, y, z)e^{j\phi}$$

$$\nabla^2 \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} = 0$$

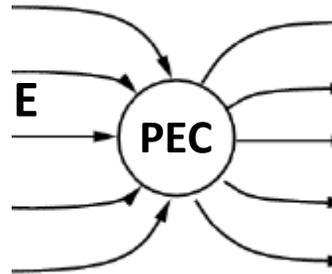
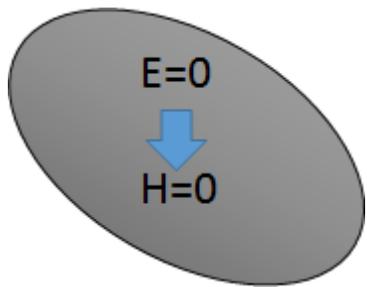
$$\nabla^2 \vec{H} + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{H} = 0$$

# Condizioni al contorno notevoli

Le strutture acceleranti sono in vuoto e circondate da pareti metalliche per cui vanno imposte le appropriate condizioni al contorno. Innanzitutto ricordiamo che dalle equazioni di Maxwell è possibile ricavare le condizioni di continuità per i campi  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{H}$  alla superficie di separazione fra due mezzi. In particolare: a) si conservano la componente tangente di  $\mathbf{E}$  e la componente normale di  $\mathbf{B}$ , b) Una discontinuità della componente tangente di  $\mathbf{H}$  è sostenuta da una densità di corrente superficiale  $\mathbf{J}_s$  [A/m], c) Una discontinuità della componente tangente di  $\mathbf{D}$  è sostenuta da una densità di carica superficiale  $\rho_s$  [C/m<sup>2</sup>]

## Condizioni al contorno per un conduttore elettrico perfetto

Un **conduttore elettrico perfetto (PEC)** è caratterizzato dalla relazione  $\mathbf{E}=0$  in ogni punto del suo volume.



Pertanto nelle superfici di interfaccia fra PEC e vuoto deve aversi in particolare che:

- La componente tangente di  $\mathbf{E}$  deve essere nulla ( $\mathbf{n} \times \mathbf{E} = 0$ )
- La componente normale di  $\mathbf{H}$  deve essere nulla ( $\mathbf{n} \cdot \mathbf{H} = 0$ )

## Condizioni al contorno per un buon conduttore

Si definisce **buon conduttore** un mezzo tale che  $\sigma \gg \omega \epsilon_r \epsilon_0$ . Nei buoni conduttori il campo elettromagnetico RF si attenua esponenzialmente come  $\exp(-x/\delta)$  con  $\delta = (2/(\mu\omega\sigma))^{1/2}$  (**effetto pelle**). È possibile dimostrare che per un buon conduttore, detto  $\mathbf{H}_t$  il campo magnetico calcolato per una superficie in PEC, è possibile approssimare il campo elettrico tangente come segue:

$$\mathbf{E}_t = (1 + j)R_s \mathbf{H}_t = \frac{1 + j}{\sigma\delta} \mathbf{H}_t$$

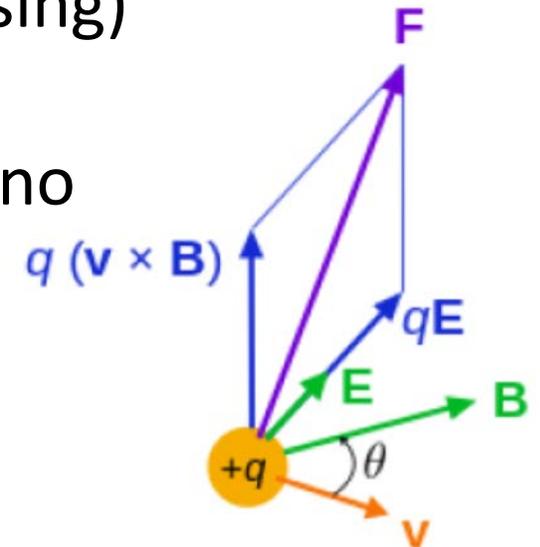
# La forza di Lorentz

Campi magnetici ed elettrici hanno le proprietà giuste per determinare la traiettoria di una particella, ossia

- mantenere una particella in moto su un'orbita circolare (bending)
  - Contenere la divergenza angolare delle traiettorie (focussing)
  - Aumentare la loro energia (acceleration)
  - Il campo E compie lavoro sulla carica, mentre il campo B no
- FM + FE = Forza di Lorentz

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m$$

acceleration
bending  
focussing



$$W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = q \int (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s} = q \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + q \int \mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = q \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + q \int \mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot \mathbf{v} dt = W_e$$

$\mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot \mathbf{v} dt$ 
  
➔ = 0

# L' elettronvolt

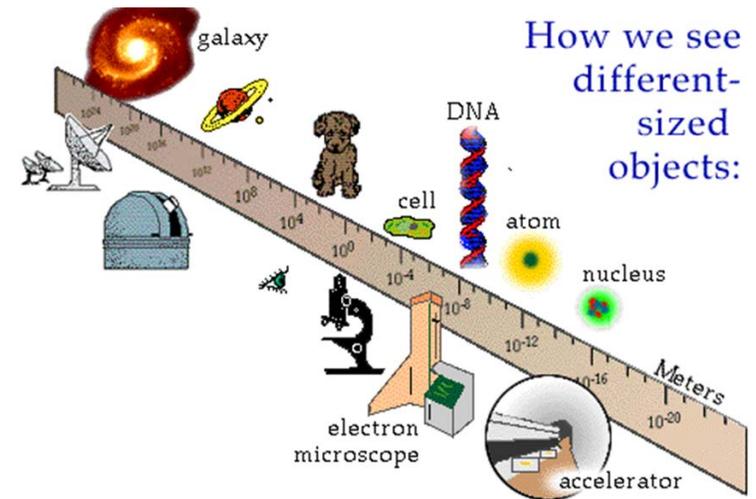
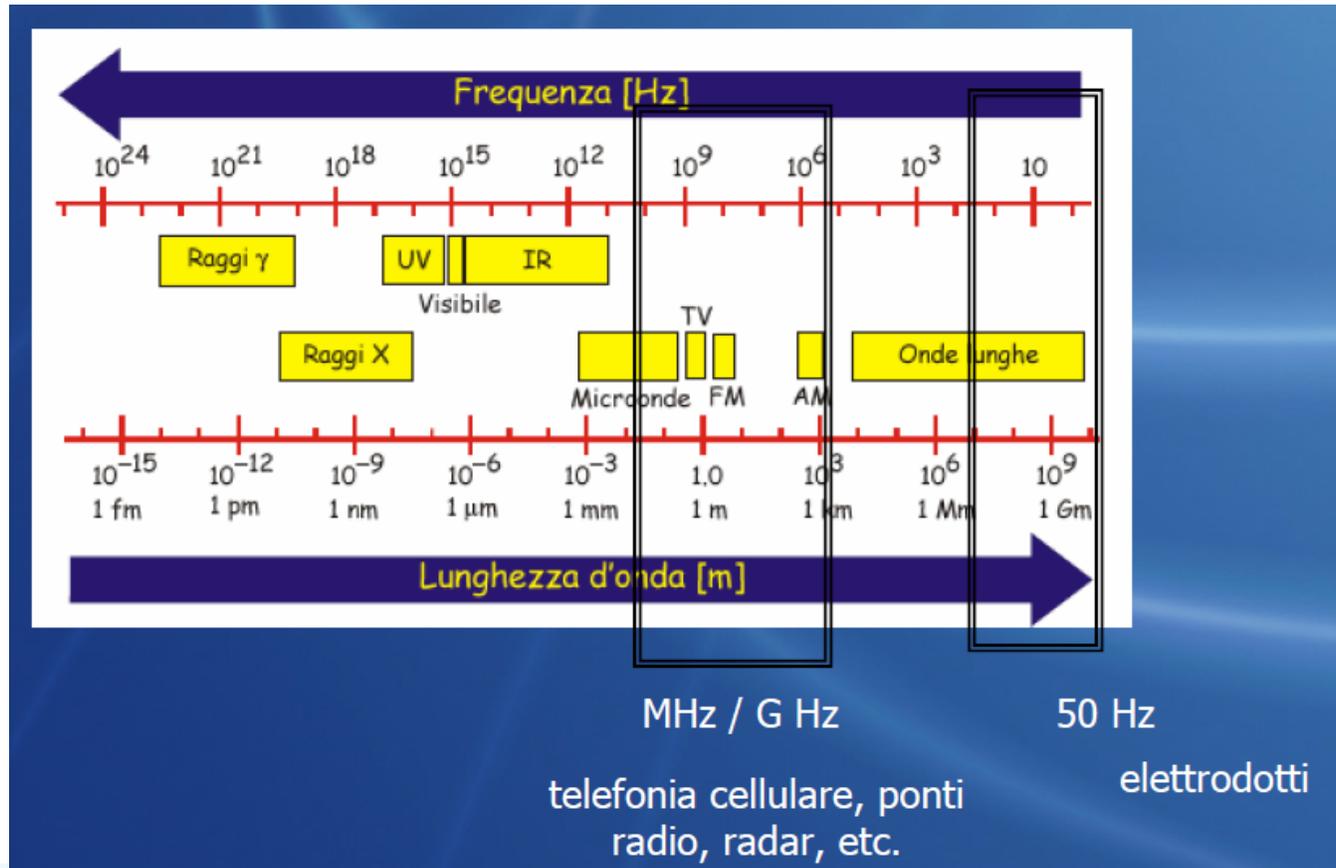
L'unità di misura per l'energia nel sistema MKS è il joule (J). Tuttavia, nella Fisica delle particelle si usa normalmente l'**elettronvolt** e i suoi multipli kilo electron volts ( $1\text{keV}=10^3\text{eV}$ ) Mega electron volt ( $1\text{MeV}=10^6\text{eV}$ ), Giga electron volt ( $1\text{GeV}=10^9\text{eV}$ ), Tera electron volt ( $1\text{TeV}=10^{12}\text{eV}$ ) etc.

L'elettronvolt è definito come l'energia cinetica acquisita da un elettrone sottoposto a una differenza di potenziale di 1 volt.

Poiché la carica di un elettrone è pari a  $1.602 \times 10^{-19}$  C, 1 eV corrisponde a  $1.602 \times 10^{-19}$  J.

Le energie di legame degli elettroni atomici sono nell'ordine degli eV, mentre quelle per rimuovere un protone o un neutrone da un nucleo sono nell'ordine dei MeV.

# Ordini di grandezza



Il principio di De Broglie dice che una particella con impulso  $\mathbf{p}$  può essere vista come un'onda elettromagnetica di lunghezza d'onda  $\lambda$

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Maggiore  $p$  minore  $\lambda$   
 Maggiore  $p$  maggiore  $E$

di qui la necessità di avere fasci di particelle con energia sempre maggiore!

$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} = 6.582 \cdot 10^{-16} \text{ eV}\cdot\text{s}$   
 Costante di Planck

# Brevissimi cenni di relatività speciale (1905)

- Le leggi della Fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali
- La luce si propaga nel vuoto a velocità costante  $c=2.998 \cdot 10^8$  m/s indipendentemente dal sistema di riferimento e dalla velocità dell'oggetto che la emette

Di conseguenza la cinematica e la dinamica dovranno modificarsi di conseguenza

$$m = m_0 \gamma$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \beta = \frac{v}{c}$$

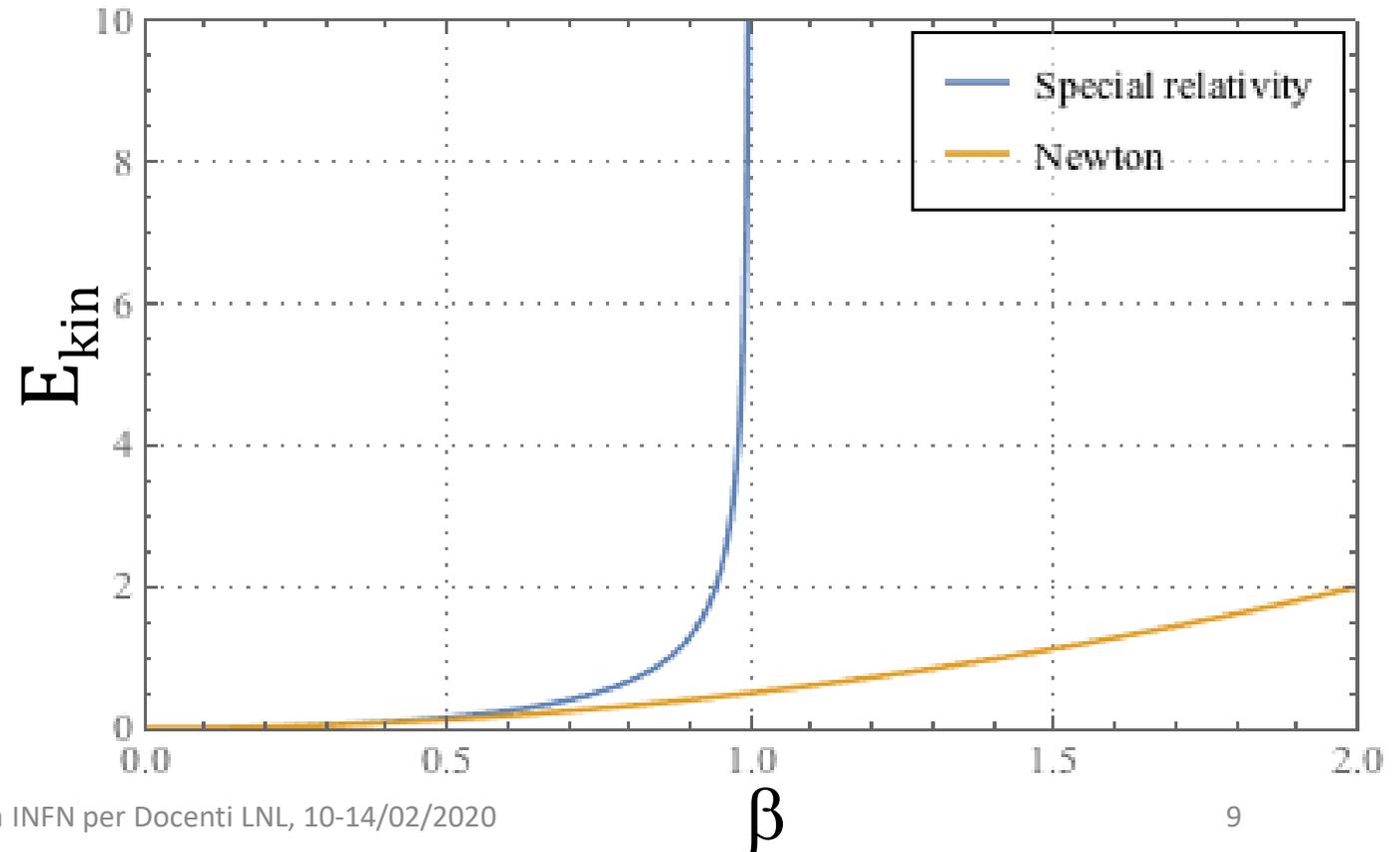
$$E_{\text{kin}} = m_0 c^2 (\gamma - 1) = m_0 \gamma c^2 - E_0$$

**Energia cinetica relativistica**

$$E_0 = m_0 c^2 \quad \text{Energia a riposo}$$

$$p = mv = m_0 \gamma \beta c$$

**Quantità di moto relativistica**

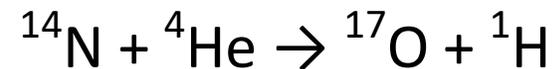


## Come tutto ebbe inizio...

Ernest Rutherford scopre la disintegrazione nucleare bombardando l'azoto con particelle alfa da sostanze radioattive naturali. Successivamente chiese "una fornitura abbondante" di particelle con maggiore energia di quelle provenienti da fonti naturali. Nasce così l'era degli acceleratori di particelle.



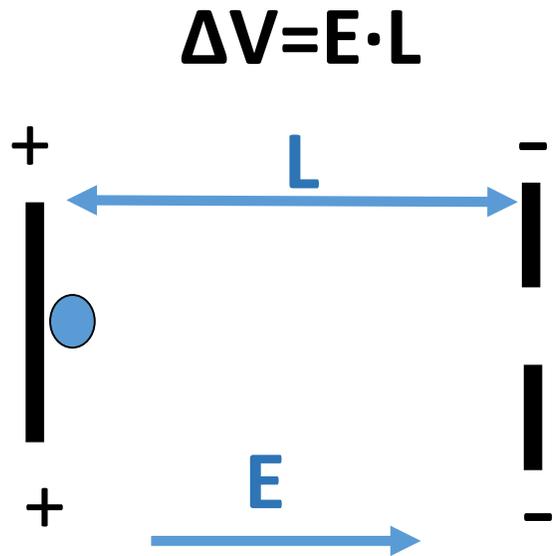
In questa apparecchiatura, gli atomi di azoto sono stati convertiti in atomi di ossigeno, in caso di collisione con particelle alfa ( ${}^4\text{He}$ ) da una sorgente all'interno del tubo orizzontale chiuso. Protoni espulsi dall'azoto durante la formazione di ossigeno sono stati rilevati alla finestra rettangolare alla fine del tubo



# Acceleratori elettrostatici

## Principio di funzionamento:

una d.d.p. applicata fra due elettrodi accelera di moto uniformemente accelerato ioni inizialmente a riposo. L'energia conferita dipende dalla d.d.p. del campo elettrico e dalla quantità di carica elettrica della particella da accelerare.

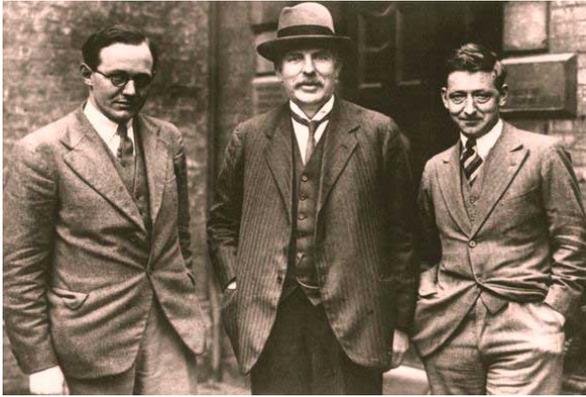


$$E_{\text{cin}} = \Delta V \cdot Q$$

## Limitazione principale:

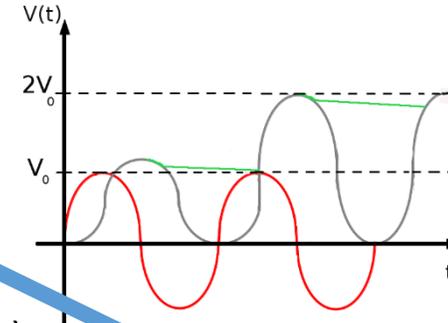
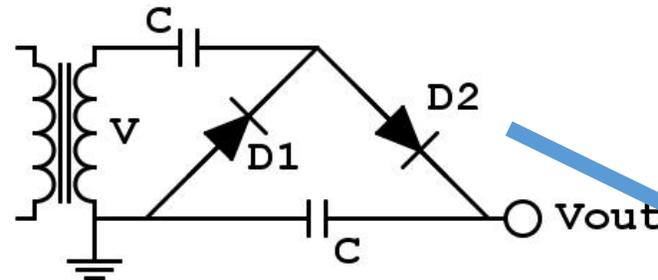
già a pochi MV si verificano scariche premature (anche nel tubo a vuoto in cui viaggiano le particelle) che abbassano la tensione e ne rendono impossibile il funzionamento.

# Generatore e acceleratore di Cockroft e Walton



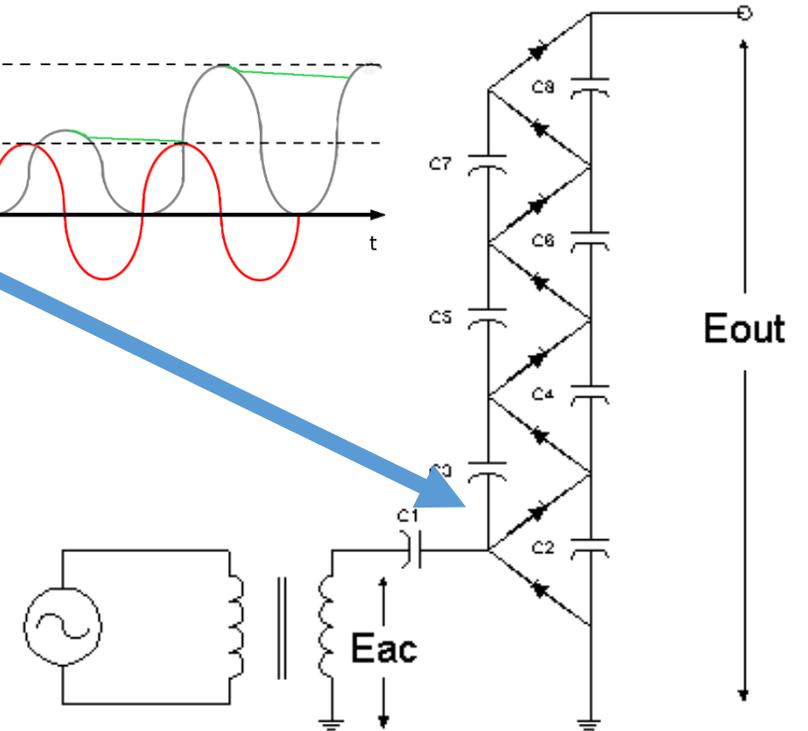
Premio Nobel nel 1951

(1931, Cavendish Laboratory, Cambridge, England) Nel 1932 ottengono la prima trasmutazione nucleare artificiale  $p + {}^7\text{Li} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^4\text{He}$  con 600 keV



Se il trasformatore inizialmente fornisce  $V < 0 \Rightarrow$  D2 è bloccato  $\Rightarrow$  corrente solo su D1, il condensatore in alto si carica fino al potenziale di picco  $V_p$ . Quando la tensione si inverte, D1 è bloccato e la corrente transita per D2, andando a caricare il condensatore C in basso ad un potenziale che è la somma di quello del trasformatore e di quello sull'altro C. In questo modo la tensione finale sul condensatore in basso è  $V_{out} = 2V_p$ , che è appunto la tensione in uscita dal moltiplicatore. Se si aggiunge un ulteriore stadio, iterando il ragionamento si ottiene  $V_{out} = 4V_p$ : e in generale, per un moltiplicatore a  $n$  stadi, vale l'equazione:  $V_{out} = 2nV_p$ . La tensione in uscita è in realtà limitata dalla caduta  $V_r$  (ripple) sulle capacità

$$V_r = \frac{I}{fC} \frac{4n^3 + 3n^2 - n}{3}$$



Schema di funzionamento del generatore elettrostatico. Idea originale dello svizzero H. Greinacher 1919



Energie massime 1 - 2 MeV

# Generatore e acceleratore di Van de Graaff

Azionata dal motore, la cinghia di materiale isolante scorre attorno ai due rulli, lungo la colonna. Alla base del rullo vengono indotte sulla cinghia delle cariche statiche per strofinio, o attraverso l'applicazione di una differenza di potenziale (circa 30-40 kV). La cinghia trasporta le cariche nella parte cava della sfera conduttrice, dove un pettine, collegato internamente alla sfera, le preleva; in questo modo esse si dispongono sulla superficie esterna della sfera. La carica accumulata dà luogo a una d.d.p. rispetto a terra. La tensione sarà quindi pari a  $V=Q/C$  dove  $Q$  è la carica che si accumula sul terminale (superficie esterna della sfera) e  $C$  la sua capacità elettrica.

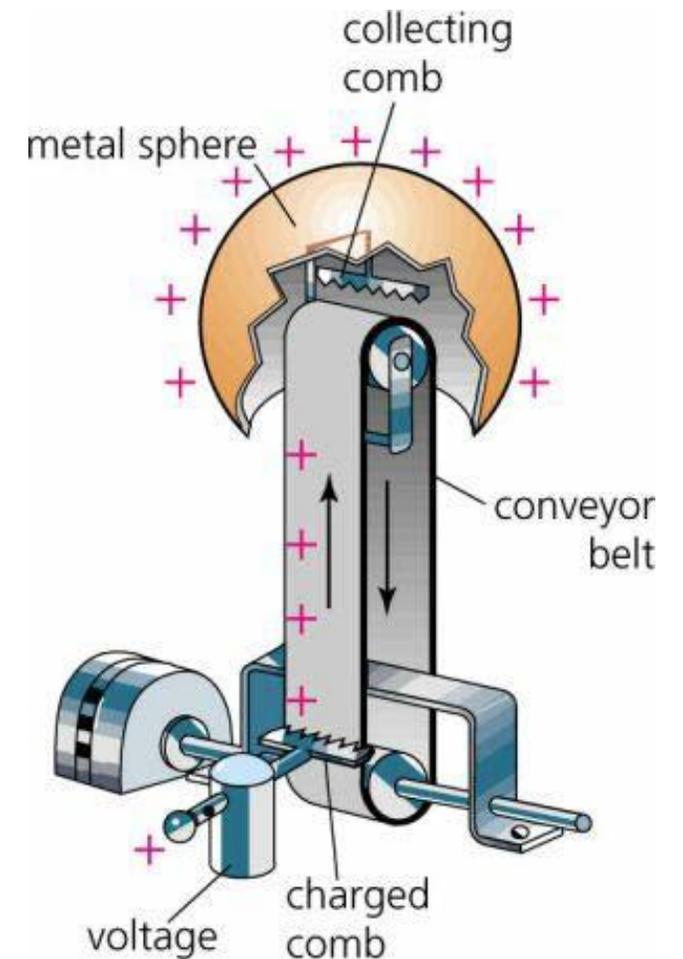
Energie massime 20-25 MeV nella versione Tandem

## Limitazioni dei generatori Van de Graaff

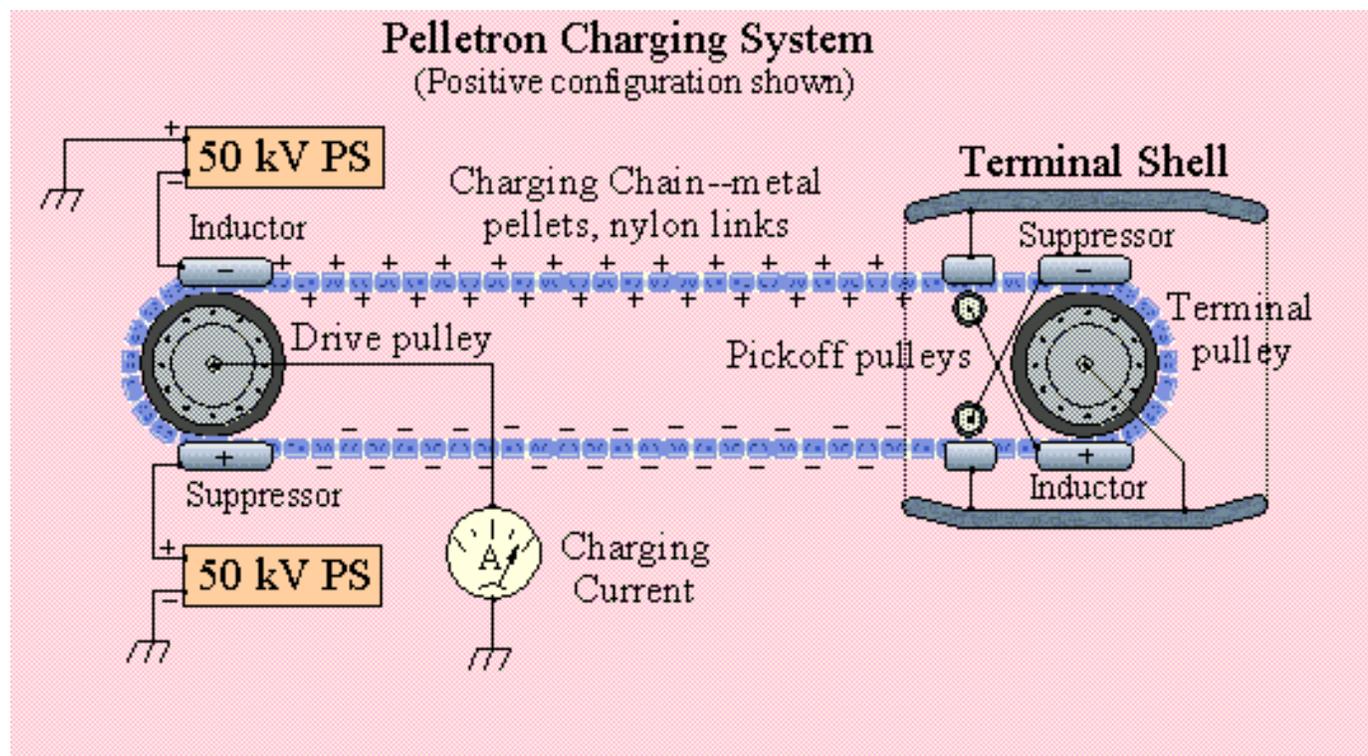
- Durata limitata della cinghia (alcune migliaia di ore)
- Produzione di polvere sulla cinghia
- Non perfetta stabilità della tensione
- Isolamento influenzato dall'umidità contenuta dal materiale della cinghia
- Possibili danneggiamenti da scariche



Robert Van de Graaff



# Generatore Laddertron e Pelletron

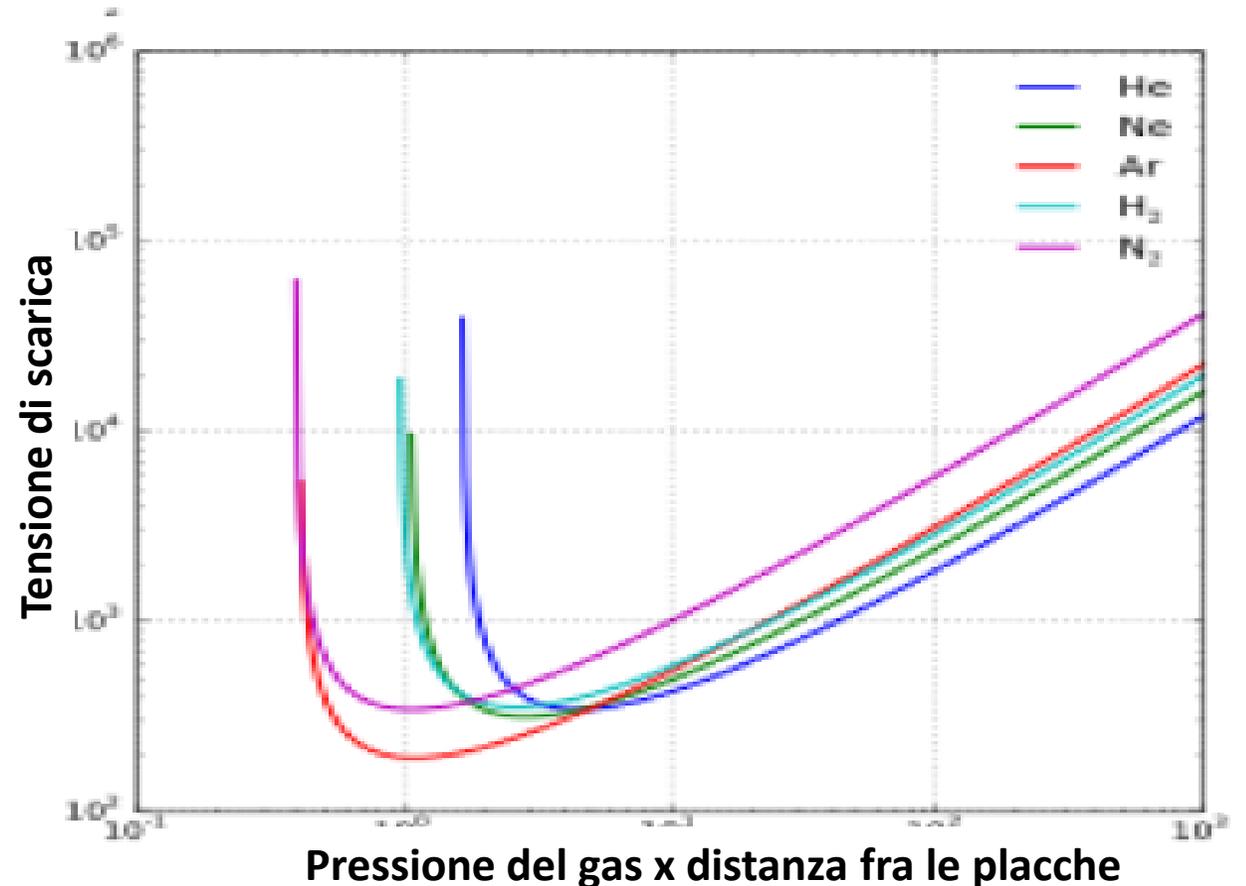


In un **laddertron** la catene sono costituite da pellet di metallo collegati da maglie di nylon isolanti e sono caricate da uno schema di **induzione** che non utilizza contatti di sfregamento. Per un laddertron a terminale positivo, l'elettrodo induttore caricato negativamente spinge gli elettroni dai pellet mentre sono in contatto con la puleggia di comando messa a terra. Poiché i pellet si trovano ancora nel campo dell'induttore mentre escono dalla puleggia, mantengono una carica netta positiva. La catena trasporta quindi questa carica al terminale ad alta tensione, dove si verifica il processo inverso. Quando raggiunge il terminale, la catena passa attraverso un elettrodo soppressore polarizzato negativamente che impedisce l'arco quando i pellet entrano in contatto con la puleggia terminale. Quando i pellet escono dal soppressore, la carica scorre uniformemente sulla puleggia del terminale, dando al terminale una carica netta positiva. Inoltre, sempre per induzione, le cariche negative sono prelevate dal terminale a mezzo dell'induttore e trasportate alla base. A seconda delle particolari opzioni di progettazione, il sistema fornisce al terminale ad alta tensione correnti di carica di 100-200  $\mu\text{A}$  o più per catena. Le pulegge motrici, in genere da 30 cm a 60 cm di diametro, e i motori sono supportati su piattaforme mobili che sono contrappesate, fornendo automaticamente la corretta tensione della catena. Il generatore pelletron funziona in modo simile

# Limitazioni degli Acceleratori elettrostatici

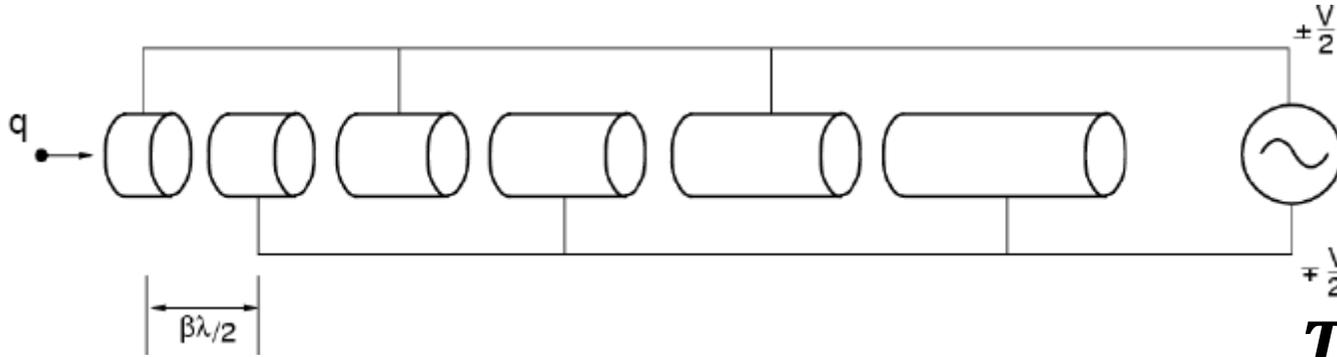
I fasci di particelle vengono accelerati in una camera da vuoto, con pressioni che vanno da  $10^{-4}$  mbar a  $10^{-12}$  mbar. Tuttavia le particelle di gas residuo possono essere ionizzate e regioni di intenso campo elettrico possono far sì che tale gas diventi conduttivo, generando così le scariche. Inoltre, sempre a causa degli elevati campi elettrici, alcuni elettroni possono essere strappati via dalle pareti metalliche della camera da vuoto.

Questo fenomeno può essere fortemente limitato se si applicano campi elettrici che varino col tempo, ad esempio con legge sinusoidale.



Paschen's Law (1889) is an equation that gives the breakdown voltage, that is, the voltage necessary to start a discharge or electric arc, between two electrodes in a gas as a function of pressure and gap length

# La struttura di Wideröe



$$E = |E_0| \cos(2\pi f t + \phi)$$

$$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \text{wavelength}$$

$$d = v \frac{T}{2} = \frac{v}{2f} = \frac{v\lambda}{2c} = \frac{\beta\lambda}{2}$$



La struttura di Wideröe (1928) è stata la prima ad essere proposta per accelerare particelle mediante l'applicazione di un voltaggio sinusoidale. Dei tubi di drift sono alternativamente collegati ai due capi di un generatore di tensione sinusoidale. Quando gli ioni entrano in una gap accelerante con velocità  $\beta c$ , se sono stati iniettati con la fase opportuna, troveranno una tensione che li accelera. Dopo aver attraversato la gap le particelle entreranno nei tubi di drift che le schermano. Se ora la distanza fra i centri di due gap consecutive è pari a  $\beta\lambda/2$ , allora la particella, una volta riemessa dal tubo di drift, ritroverà nuovamente una tensione che la accelera.

Pertanto il linac di Wideröe è una struttura che opera nel modo  $\pi$ . anche se non è una cavità. Notiamo altresì che, man mano che la che la particella viene accelerata, la lunghezza di ogni cella aumenta progressivamente.

La realizzazione del linac di Wideröe può essere fatta connettendo le celle alternativamente al conduttore esterno ed interno di una linea coassiale.

Questo linac viene usato per frequenze relativamente basse (fino a qualche decina di MHz) e quindi per velocità relativamente basse ( $\beta < 0.03$ ): Quindi è particolarmente adatto ad accelerare ioni pesanti. A tali velocità e frequenze esso può essere realizzato con un diametro inferiore a quello di un DTL (che vedremo fra breve). A frequenze e velocità più alte, l'elevato consumo di potenza e l'irradiazione del campo (dovuta al fatto che la lunghezza della struttura diviene comparabile con la lunghezza d'onda) rendono l'uso di tali linac poco conveniente.

# Accelerazione RF

Il principio generale dell'accelerazione con un campo sinusoidale

$$E = |E_0| \cos(2\pi f t + \phi)$$

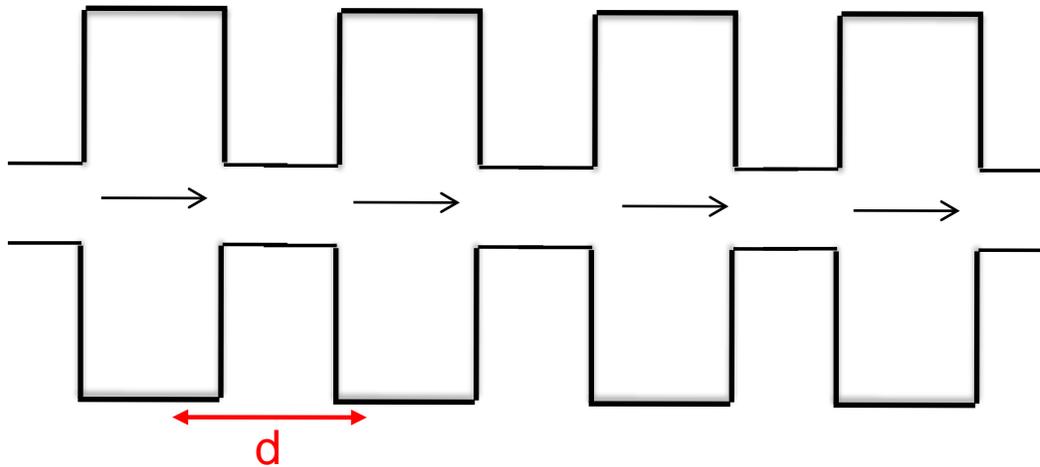
è di alternare gap acceleranti e tubi schermati in modo tale che la particella «veda» un campo accelerante quando si trova nelle gap e un campo decelerante quando si trova nei tubi schermati. Nei casi più comuni, a un dato istante, due gap acceleranti consecutive  $g_1$  e  $g_2$  possono avere

- Il campo  $E$  in fase fra  $g_1$  e  $g_2$  (modo 0)
- Il campo  $E$  in opposizione di fase fra  $g_1$  e  $g_2$  (modo  $\pi$ )

Ad esempio il linac di Wideröe funziona nel modo  $\pi$ , mentre , in una struttura che funziona nel modo 0 si ha che  $d = \beta\lambda$

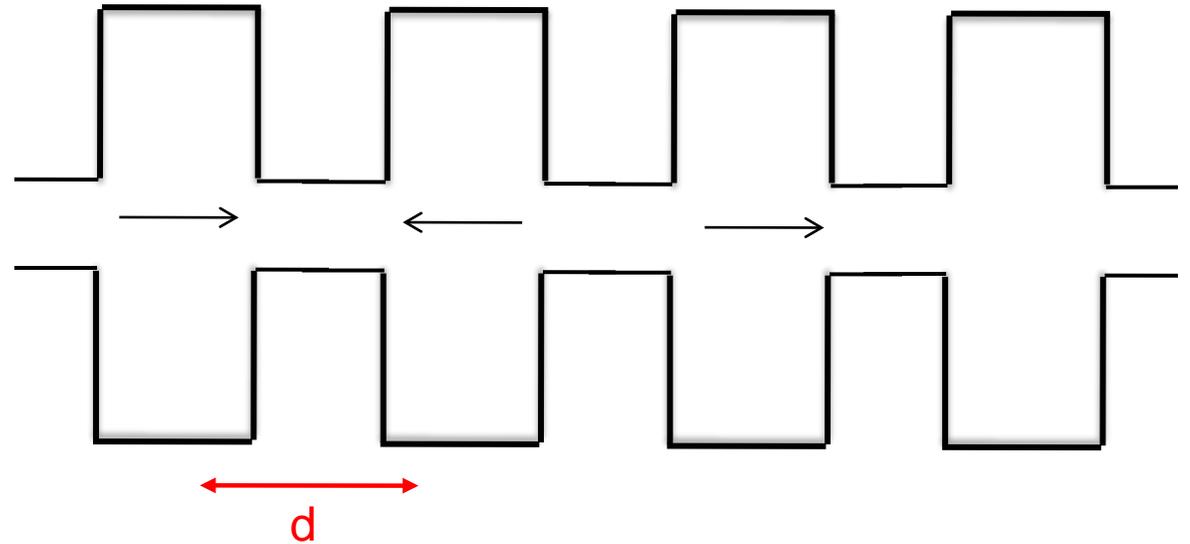
# Accelerazione RF(2)

**Modo 0:** i campi nelle gap hanno, in un determinato istante tutti lo stesso verso. La fase del campo non varia fra una cella e la successiva (avanzamento di fase per cella=0)

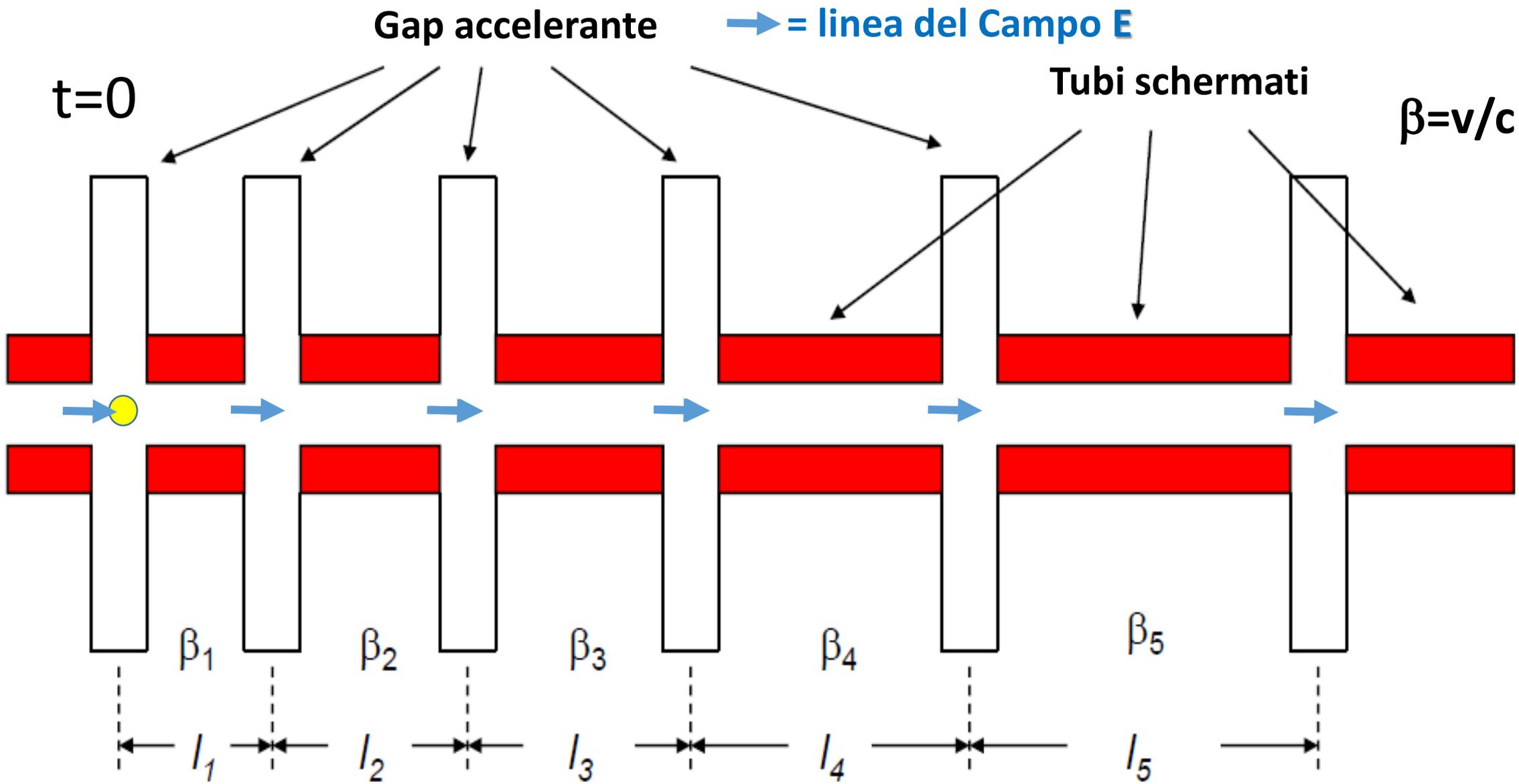


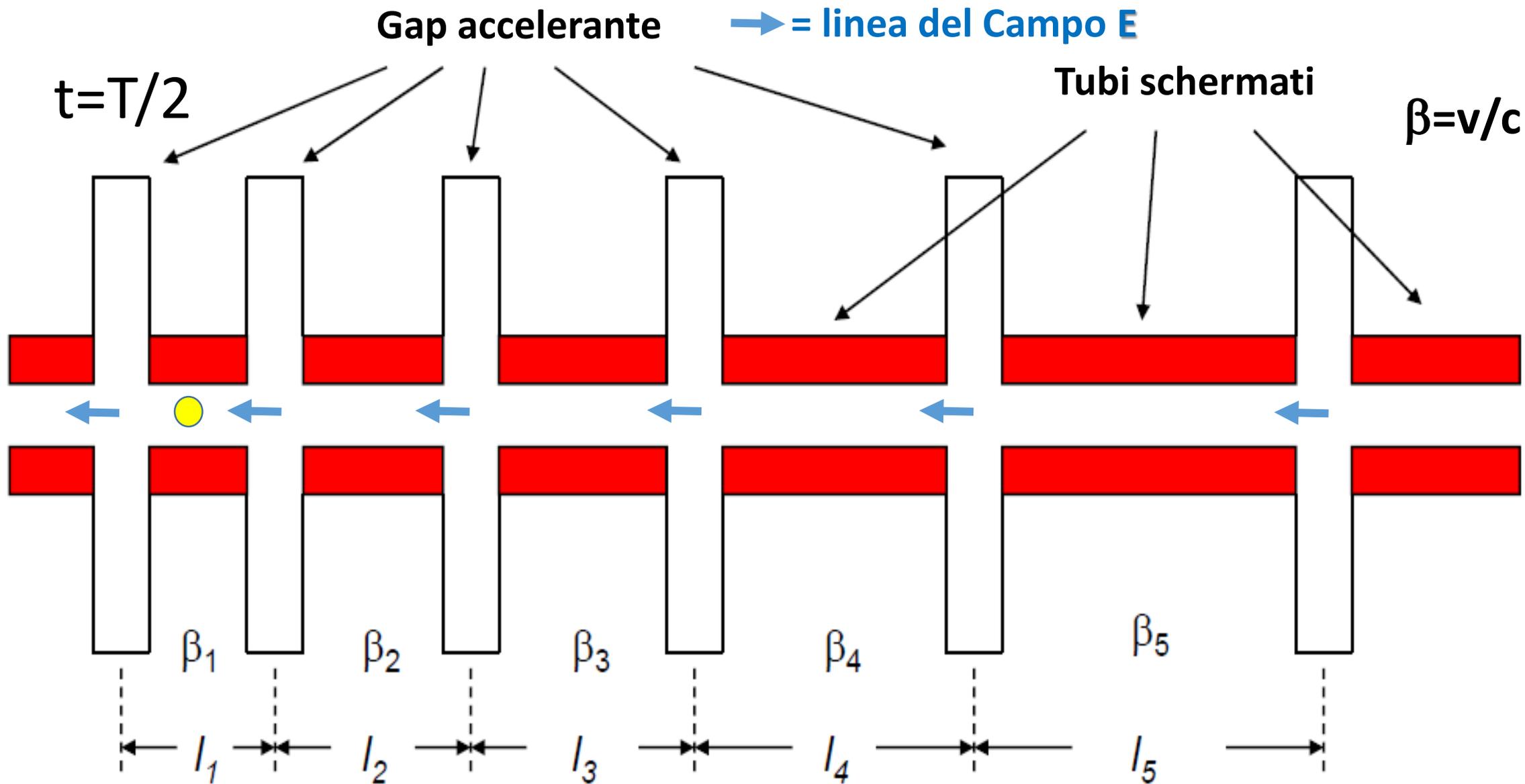
$$d = \beta c T = \beta c \frac{1}{f} = \beta \lambda$$

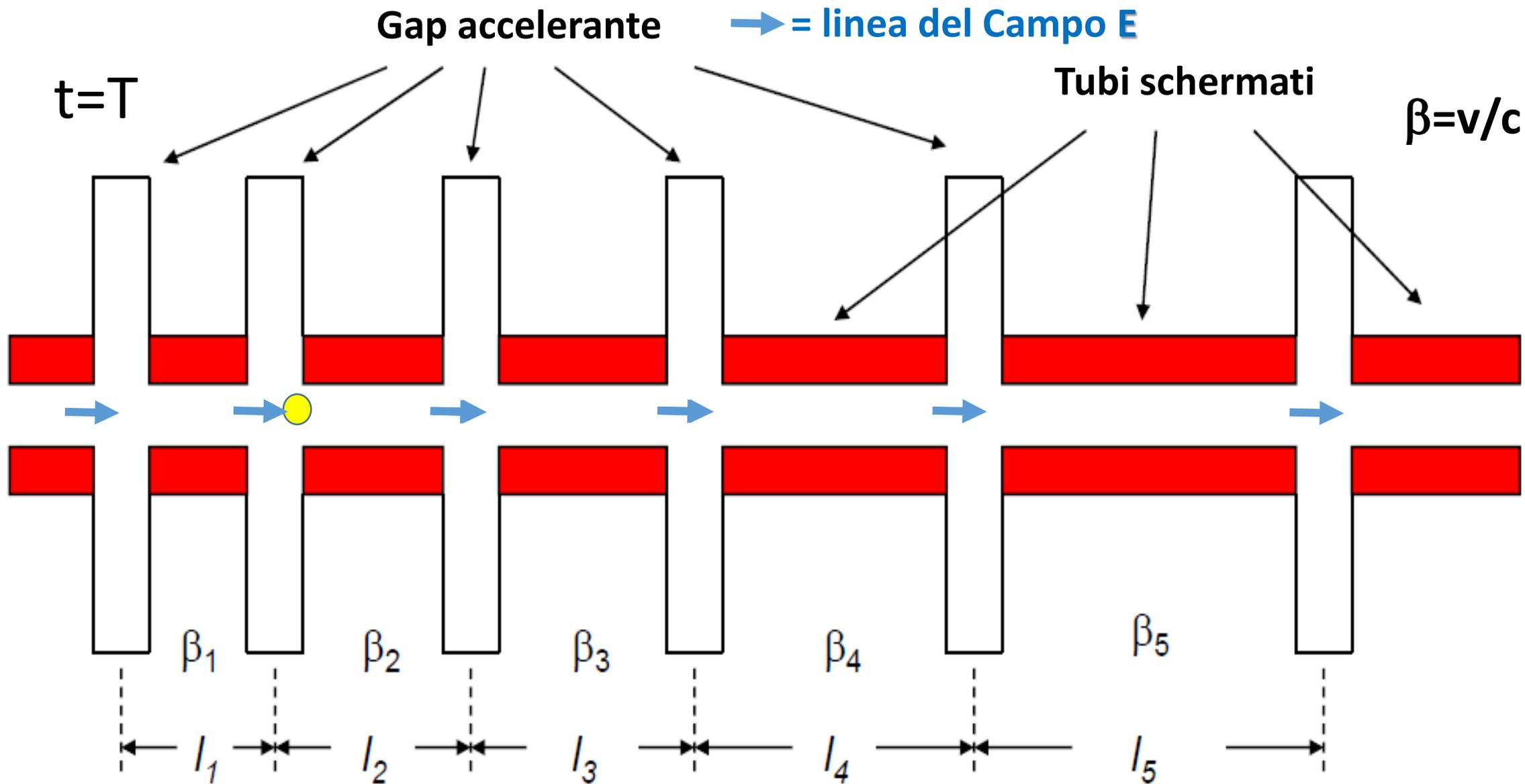
**Modo  $\pi$ :** i campi nelle gap hanno, in un determinato istante verso opposto in gap adiacenti. La fase del campo varia di  $\pi$  fra una cella e la successiva (avanzamento di fase per cella= $\pi$ )

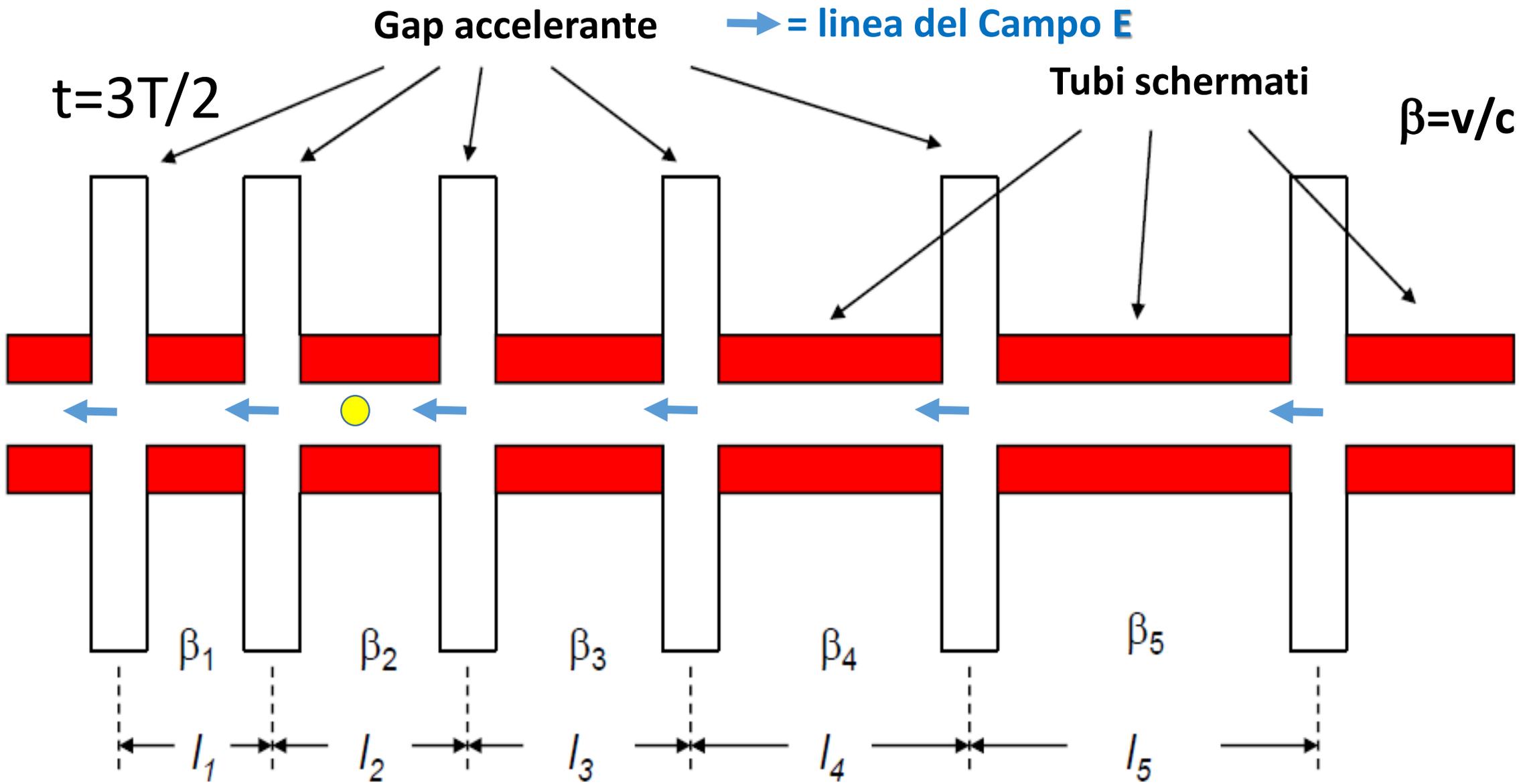


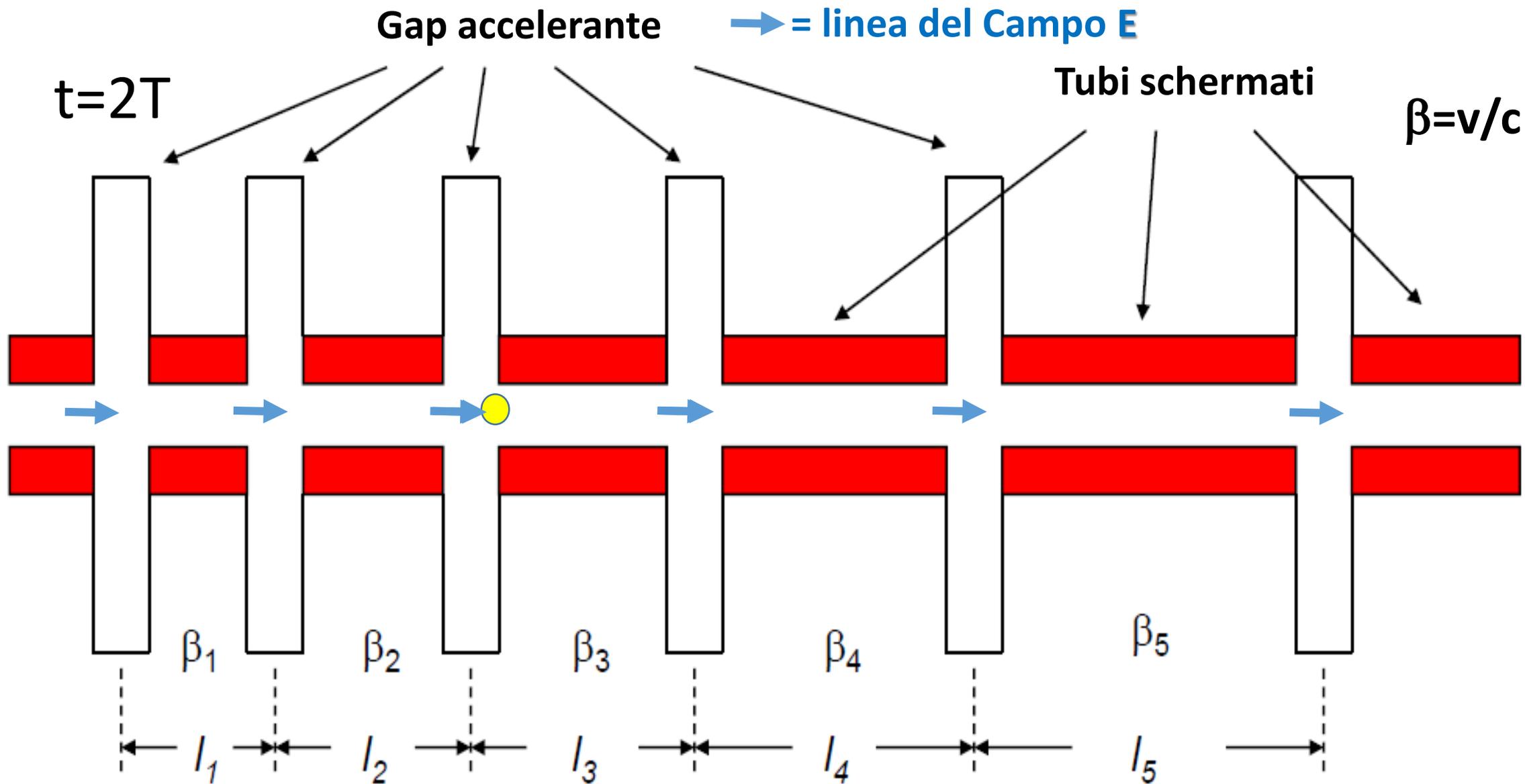
$$d = \beta c \frac{T}{2} = \beta c \frac{1}{2f} = \frac{\beta \lambda}{2}$$

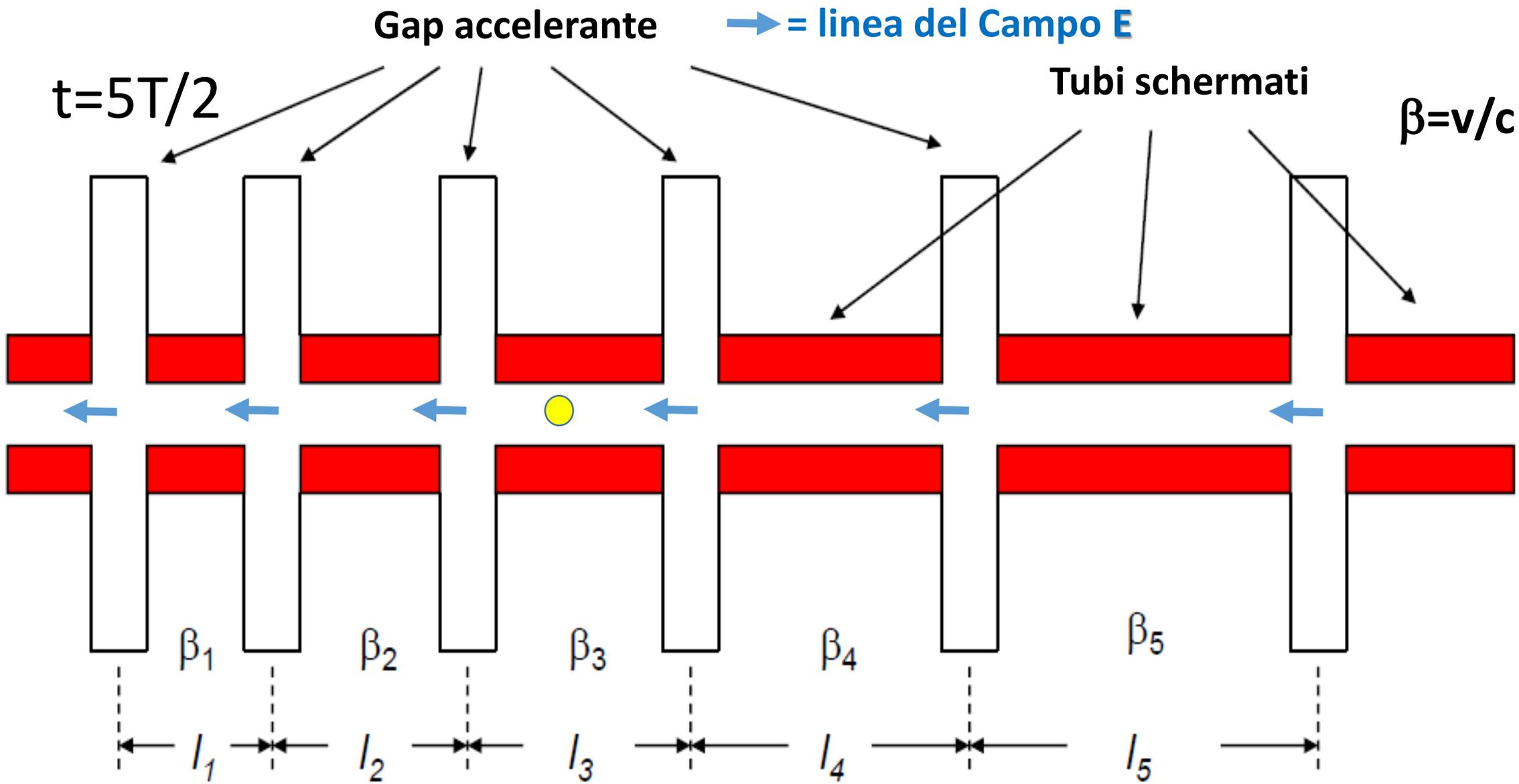


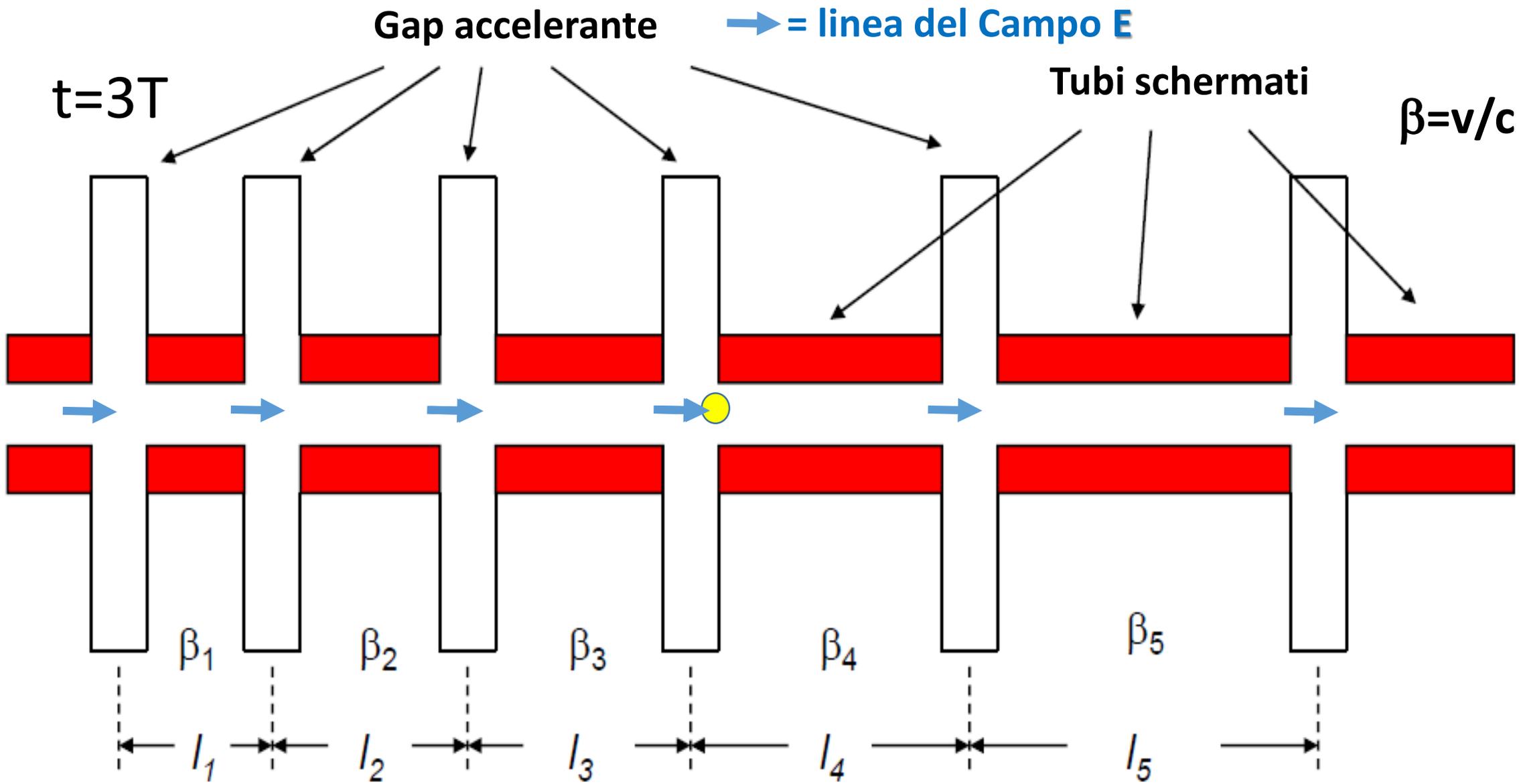














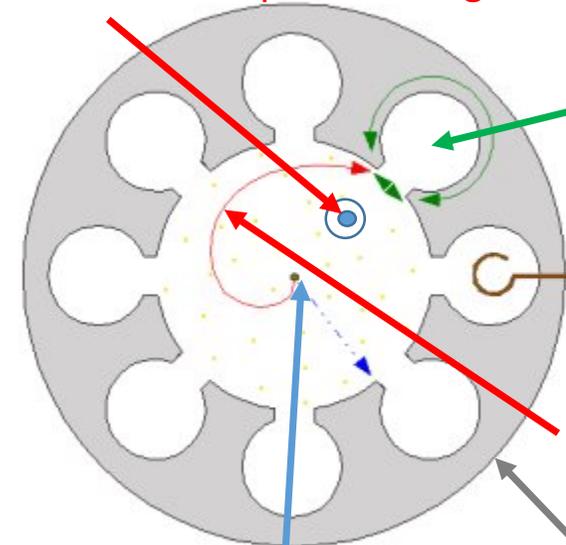
# ...e i suoi sviluppi tecnici

La Seconda Guerra Mondiale vide un notevole sviluppo nelle tecnologie radar, con l'avvento di amplificatori a frequenze più alte (per avere maggiore risoluzione) e di maggiore potenza (per rilevare oggetti più lontani), come ad esempio il Magnetron (ma non solo). All'epoca il Magnetron era uno dei segreti più ben custoditi dagli Inglesi. Ai giorni nostri il Magnetron lo si può trovare in moltissime abitazioni, all'interno dei forni a microonde, dato che esso è ora il sistema più economico e semplice per generare microonde con potenza elevata.



Un impianto radar della II Guerra Mondiale

Campo B diretto nel piano del foglio



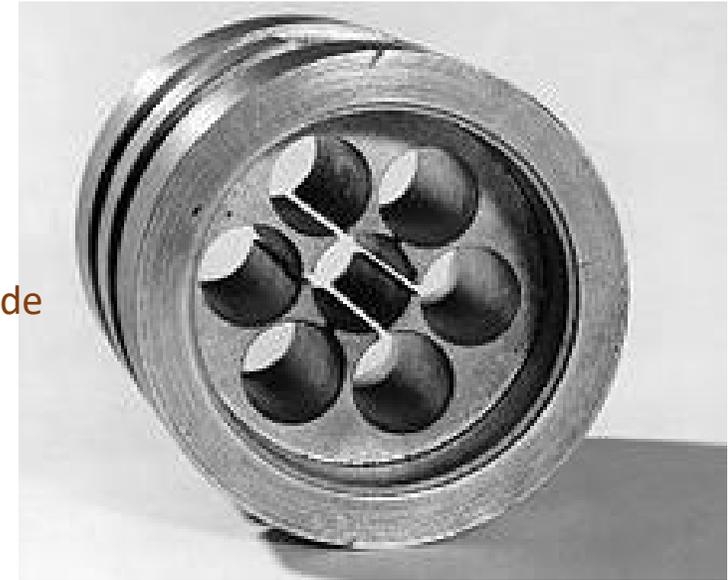
Gli elettroni vengono intrappolati in queste cavità, ed oscillando emettono un'onda elettromagnetica

Antenna che preleva le onde

Traiettorie degli elettroni dovute al campo magnetico

Catodo caldo che emette elettroni a potenziale negativo

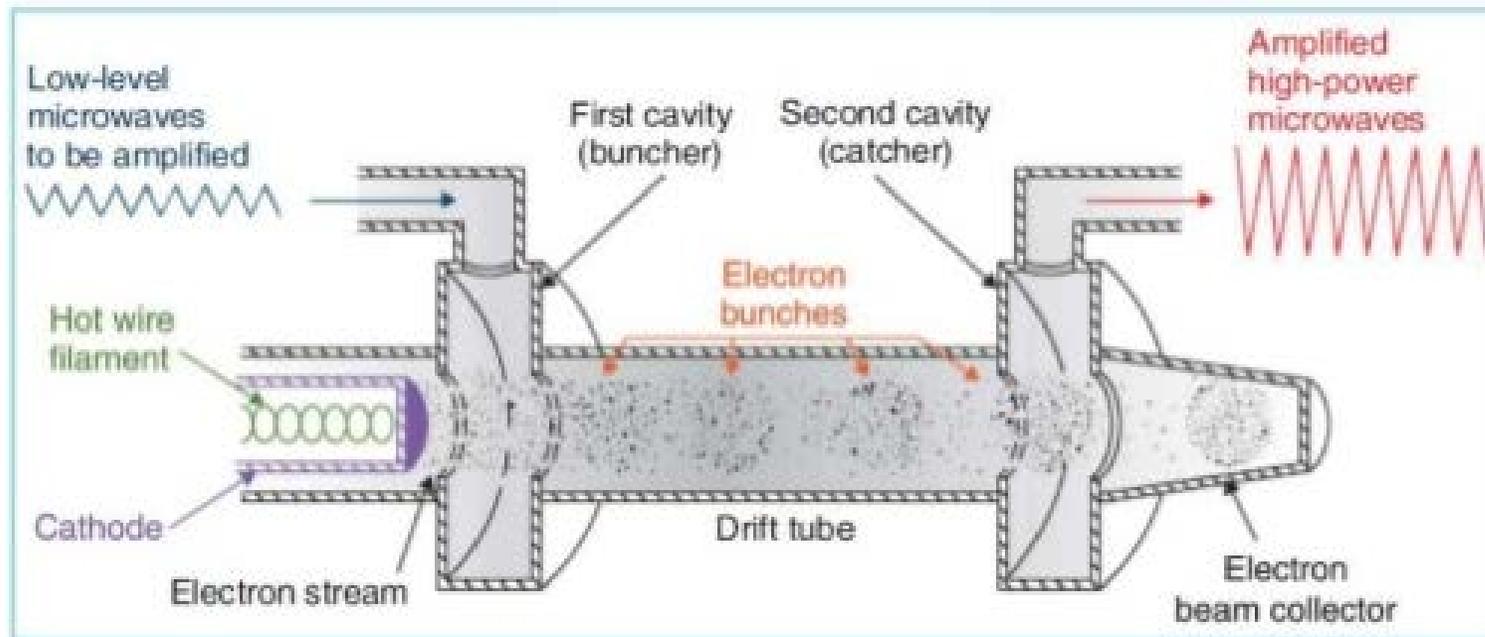
Anodo a potenziale nullo



Il blocco anodico del primo magnetron costruito da Randal e Boot

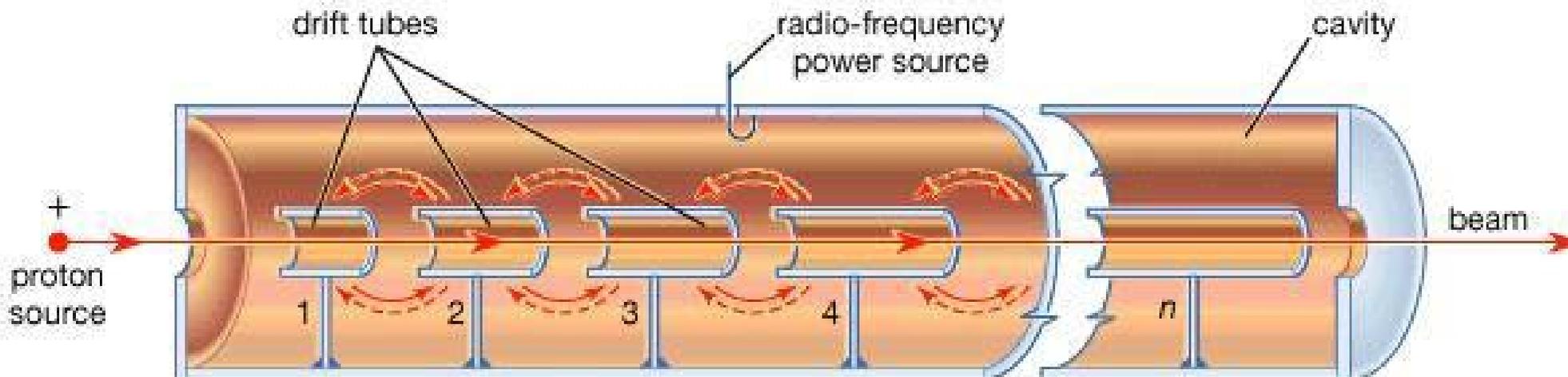
# Il Klystron

Russell e Sigurd Varian e William Hasen inventano il klystron, un amplificatore ad alta frequenza (<300 MHz), presso la Stanford University. Un simile dispositivo è proposto da Agnesa Arsenjewa-Heiland Oskar Heil nel 1935. Nel 1948 fondarono la Varian Associates (insieme a Hansen e Ginzton) per commercializzare il klystron e altre invenzioni

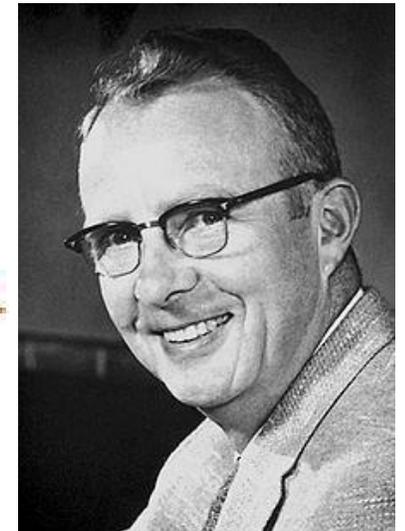


# Il DTL di Alvarez

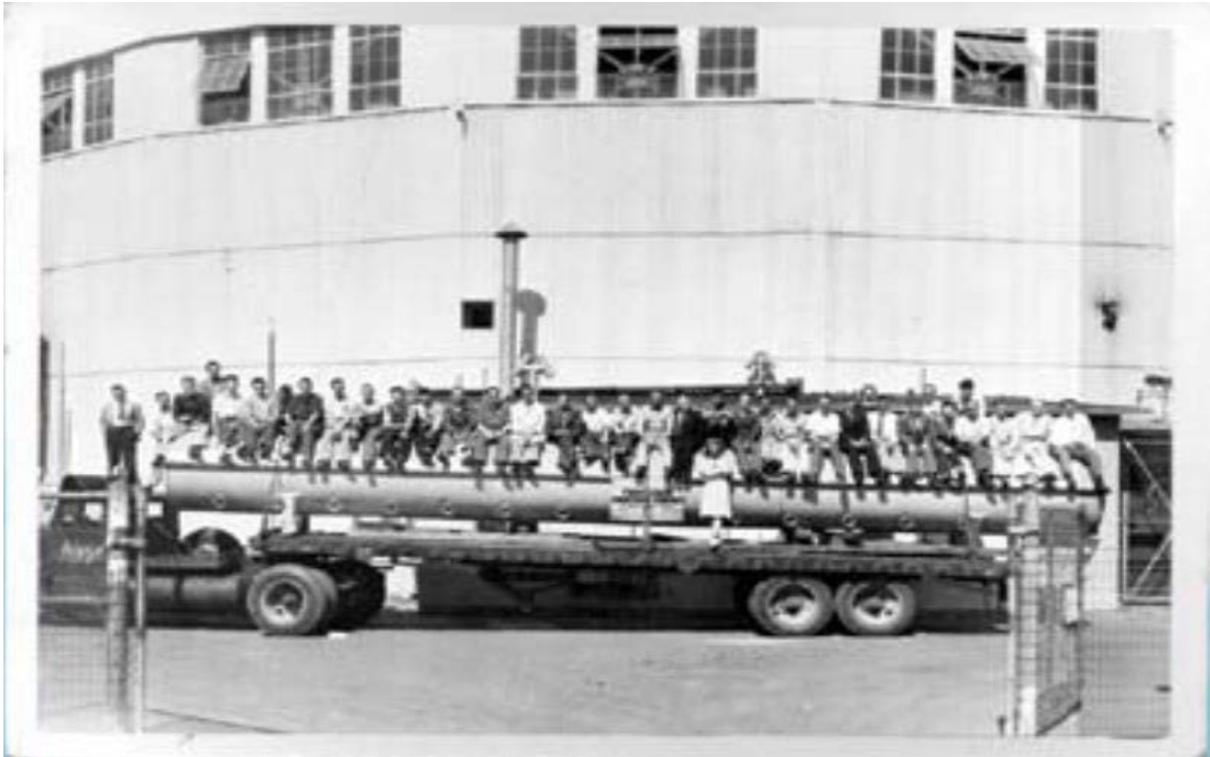
Dopo la fine della seconda guerra mondiale, alcune tecnologie utilizzate per il radar furono de-classificate. Di conseguenza, nuovi tipi di amplificatori ad alta frequenza (da 100 MHz a qualche GHz) sono diventati disponibili. Inoltre, Nel 1946 Luis Alvarez superò gli inconvenienti del Wideroe Linac includendo la struttura di Wideroe all'interno di un grande tubo metallico che formava una **cavità** efficiente dove i campi erano confinati e se ne impediva l'irradiazione. Questa struttura, chiamata DTL (Drift Tube Linac), è ampiamente utilizzata come pre-acceleratore per protoni e ioni. Le particelle a poche centinaia di keV da un Cockcroft-Walton, ad esempio, vengono accelerate a poche centinaia di MeV.



© 2007 Encyclopædia Britannica, Inc.



# Il DTL di Alvarez (2)



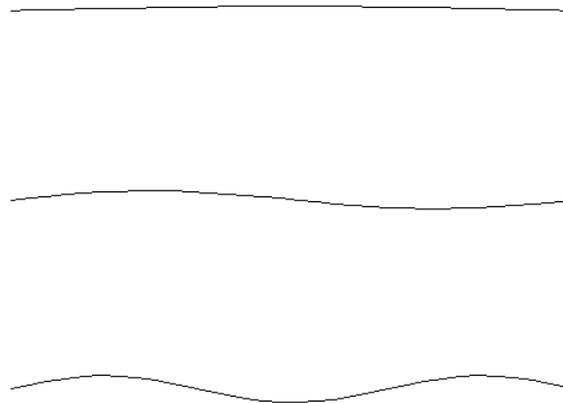
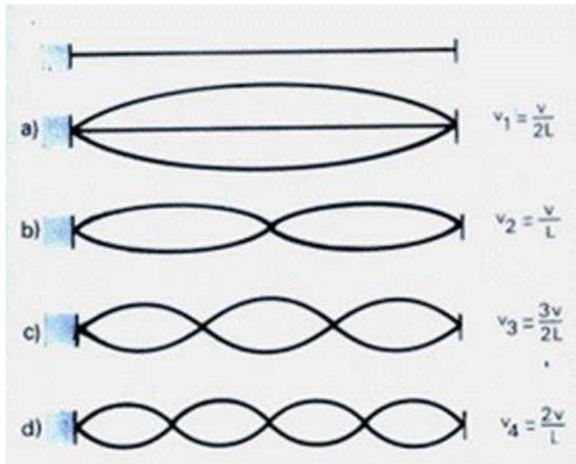
DTL di 12m a protoni costruito nel 1947 a Berkeley,  $f = 200$  MHz, Energia = 32 MeV, diametro del tank 0.9 m



Un moderno DTL: costruito al CERN per il progetto LINAC 4, opera a 352 MHz , ed accelera ioni H- da 3MeV a 50 MeV

# Una parentesi sui risuonatori

Un sistema fisico vincolato ad uno o più estremi ha delle specifiche **frequenze proprie** di oscillazione e, se viene forzato a tali frequenze oscilla con maggiore ampiezza. Tale fenomeno viene detto **risonanza**. Un dispositivo o un sistema che presenta una **risonanza** è un risuonatore. Le oscillazioni in un risonatore possono essere sia elettromagnetiche che meccaniche (incluse quelle acustiche). Le frequenze di tali oscillazioni dipendono dalle dimensioni della cavità



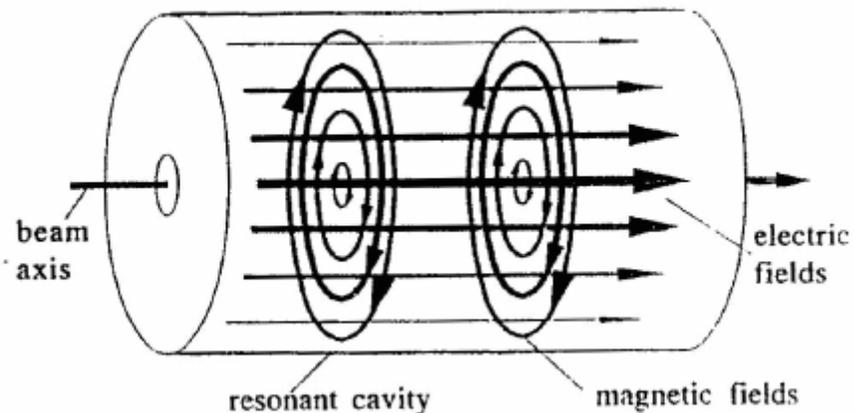
Pizzicando una corda vibrante, essa comincia ad oscillare a frequenze ben determinate. L'attrito dei punti su cui è fissata la corda determina:

- Quanta forza devo applicare per ottenere l'intensità di vibrazione desiderata (meno è l'attrito, meno forza devo applicare)
- Quanto tempo «dura» l'oscillazione (meno è l'attrito, più a lungo dura il suono)

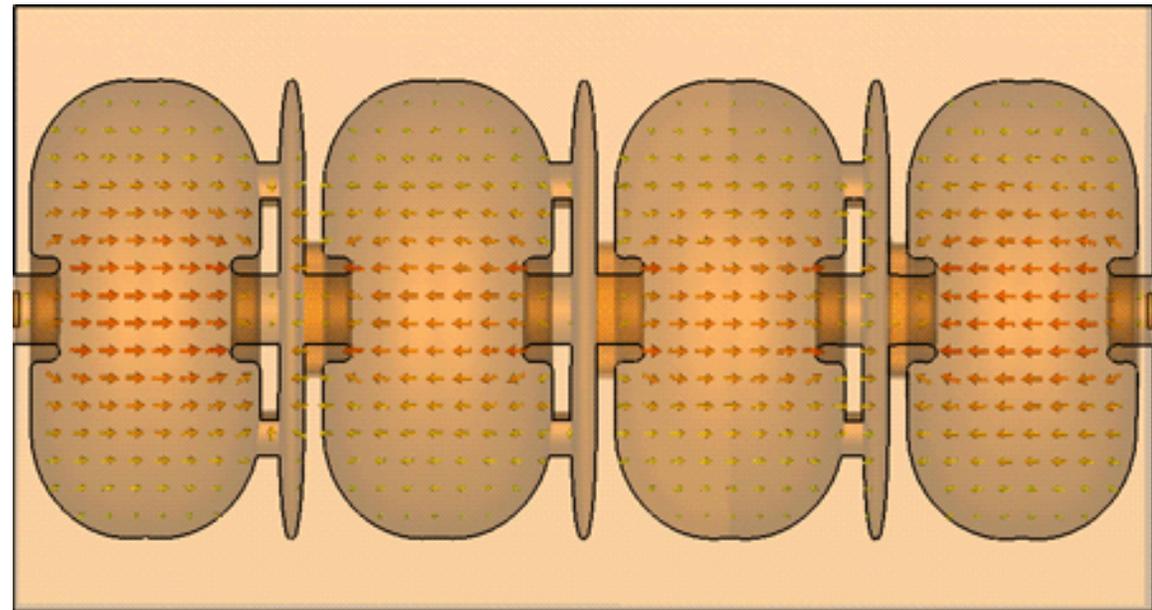
# Una parentesi sui risuonatori (2)

Un risuonatore elettromagnetico (o **cavità risonante**) è costituito da un volume vuoto circondato da pareti metalliche (tipicamente Rame). Il suo funzionamento è analogo a quello della corda, solo che

- Il vincolo è dato dalla parete metallica, che forza il campo E parallelo a tale parete ad essere nullo
- Le quantità che oscillano sono il campo E e il campo B
- In una cavità accelerante il campo E principalmente concentrato nei dintorni dell'asse, mentre il campo B è distribuito per lo più sulle pareti metalliche
- L'attrito è costituito dal metallo; il campo B induce delle correnti su di esso che dissipano energia
- Il segnale RF viene portato in cavità da un amplificatore attraverso delle strutture schermate (**guide d'onda**)



La struttura più semplice di risuonatore elettromagnetico che si può immaginare è quella di un cilindro con pareti metalliche (**cavità pillbox**).



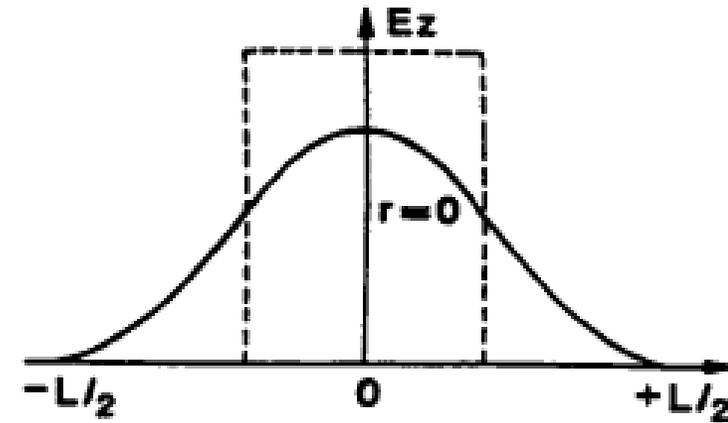
# Guadagno di energia di una particella che attraversa una gap accelerante

Consideriamo una particella che all'istante  $t$  si trovi nella posizione  $z$  e con velocità  $v$ , all'interno di una gap accelerante, in cui sia presente un campo elettrico sinusoidale di pulsazione  $\omega$  e fase  $\phi$ . L'istante  $t$  è funzione della posizione  $z$  della particella secondo la relazione

$$t(z) = \int_0^z \frac{dz}{v(z)}$$

Pertanto il guadagno di energia è pari a 
$$\Delta W = q \int_{-L/2}^{L/2} E_z(z) \cos(\omega t(z) + \phi) dz$$

Se si suppone  $v(z) \approx \text{costante} = \beta c$  lungo la gap si ha 
$$\omega t \approx \omega \frac{z}{v} = \frac{2\pi c}{\lambda} \frac{z}{c\beta} = \frac{2\pi z}{\beta \lambda}$$



$$\Delta W = qE_0 L T \cos \phi$$

## Equazione di Panofsky

$$T = \frac{\int_{-L/2}^{L/2} E_z(z) \cos\left(\frac{2\pi}{\beta\lambda} z\right) dz - \tan \phi \int_{-L/2}^{L/2} E_z(z) \sin\left(\frac{2\pi}{\beta\lambda} z\right) dz}{\int_{-L/2}^{L/2} |E_z(z)| dz}$$

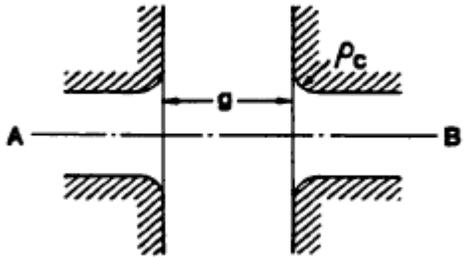
$T$  = Fattore tempo di transito (TTF): indica di quanto si riduce il guadagno di energia rispetto al caso di un campo elettrico statico a causa del fatto che la particella "vede" un campo che varia col tempo.

$$E_0 = \frac{\int_{-L/2}^{L/2} |E_z(z)| dz}{L}$$

Campo accelerante

Nell'ulteriore ipotesi che  $E$  sia costante e pari nella gap risp a  $z$ , si ha che 
$$T = \frac{\sin(\pi L / \beta \lambda)}{\pi L / \beta \lambda}$$

# Quanta potenza è necessaria per eccitare una gap accelerante?



Esempio tipico: acceleratore a 200 MHz con un campo accelerante medio di  $E_{acc}=2$  MV/m e  $\beta=0.031$ . In questo caso  $\lambda=1.5$  m e la lunghezza della cella accelerante è pari a  $\beta\lambda=4.7$  cm. La gap accelerante è lunga  $g= \frac{1}{4} \beta\lambda=1.17$  cm e il diametro della gap è di  $2a=21$  cm.

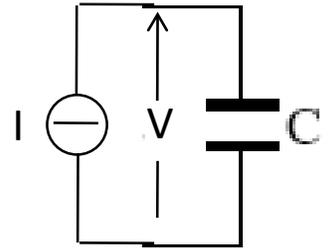
La capacità della gap è pari a

$$C = \epsilon_0 \frac{\pi a^2}{g} = 26 \text{ pF}$$

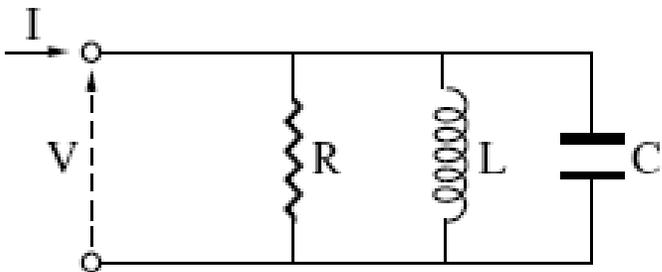
E la tensione alla gap deve essere pari a:  $V=E_{acc} \beta\lambda = 94$  kV.

Pertanto la corrente di picco necessaria per caricare la gap al valore di tensione voluto deve essere uguale a  $I=jV\omega C = j3070$  A. Quindi la potenza rms richiesta è pari a  $P_{rms}= \frac{1}{2} VI=144$  MVA! Inoltre, essendo tensione e corrente sfasate di  $90^\circ$ , non vi è trasferimento di potenza attiva al carico.

Forse modificando il circuito si può ridurre al potenza impegnata...



## Una soluzione: Il circuito RLC



Consideriamo questo circuito con C e V uguali al caso precedente e L scelta in modo tale che

$$f_0 = 1 / \sqrt{LC}$$

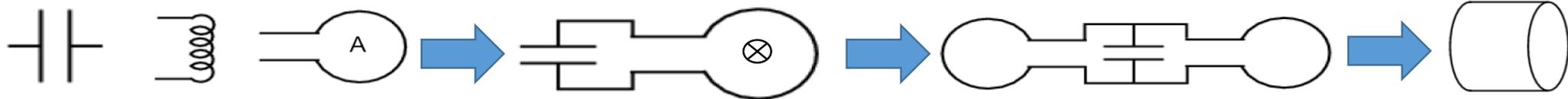
L'ammettenza di tale circuito vale  $Y = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{R} + j\omega C \left( 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right)$

# Dai circuiti alle cavità acceleratrici (e viceversa)

Quanto a R, un valore tipico può essere 100 k $\Omega$ . Alla **frequenza di risonanza**  $f_0$ , si ha che  $Y=1/R$  e quindi  $I=V/R= 0.188$  A . Pertanto in questo caso potenza rms richiesta è pari a  $P_{rms}= \frac{1}{2} VI= 44$  kW e stavolta tensione e corrente sono in fase!

**Pertanto le strutture risonanti sono molto più efficienti.**

Per realizzare fisicamente tale circuito occorre connettere elettricamente i due piatti della gap ad esempio con un filo conduttore: in questo modo una corrente fluisce fra di essi, la quale genererà un campo magnetico e otteniamo una induttanza. La stessa corrente dissipa potenza nel filo e quindi otteniamo un termine di resistenza.



La capacità e l'induttanza immagazzinano energia

Connettendole insieme si forma un circuito risonante con L in parallelo a C, ma con un solo filo l'induttanza sarebbe troppo alta e  $f_0$  di conseguenza troppo bassa. Mettendo più induttanze in parallelo la frequenza del circuito aumenterà

Al limite le induttanze formeranno un *continuum* metallico e si otterrà un cilindro chiuso, che potremmo chiamare **cavità risonante**.

In una struttura come una cavità risonante non è immediato riconoscere una “tensione” e una “corrente”, per cui il modello circuitale è solo un'approssimazione. In realtà quello che accade è che in tali strutture si instaurano **configurazioni** di campo elettromagnetico (**modi**) che si autosostengono in corrispondenza delle frequenze di risonanza, sicché la potenza fornita dai generatori e accoppiata all'interno della cavità mediante un'antenna (loop) serve unicamente a compensare la potenza dissipata a causa delle perdite ohmiche sulle pareti conduttrici e la potenza necessaria per accelerare la corrente di fascio.

# Parametri fisici e figure di merito di una cavità accelerante

Il circuito equivalente che abbiamo introdotto può essere usato per determinare delle informazioni sintetiche sulla nostra cavità, a partire dalla conoscenza dei campi.

$$U = \frac{1}{4} \int_V (\epsilon_0 |\mathbf{E}|^2 + \mu_0 |\mathbf{H}|^2) dV$$

**Energia elettromagnetica media immagazzinata**  
nel volume V della cavità (in risonanza i due addendi sono uguali)

$$P_d = \frac{R_s}{2} \int_S |\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}|^2 dS$$

**Potenza dissipata** sulla superficie metallica S (di conducibilità  $\sigma$ ) della cavità ( $R_s$  resistenza superficiale)

$$P_b = I_b \frac{\Delta W}{q}$$

**Potenza di fascio:** potenza necessaria per accelerare un fascio di corrente  $I_b$ , facendogli guadagnare un'energia  $\Delta W$

$$Q = \frac{2\pi f_0 U}{P_d}$$

**Fattore di merito della cavità:** è un parametro globale che indica quanto efficientemente la cavità immagazzina energia a scapito della potenza dissipata. Per cavità in rame ( $s=5.8 \cdot 10^7$  S/m) valori tipici di Q sono nell'intervallo 5000-50000.

$$V = \int_{-L/2}^{L/2} |E_z(z)| dz$$

**Tensione accelerante**

$$E_{acc} = \frac{\int_{-L/2}^{L/2} |E_z(z)| dz}{L} = \frac{V}{L}$$

**Campo accelerante**

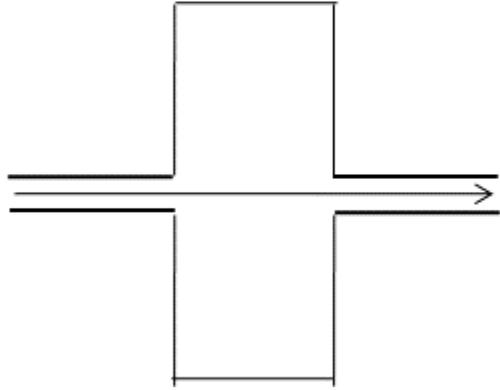
$$R_{sh} = \frac{|V|^2}{P_d}$$

**Shunt Impedance:** è una figura di merito che indica quanto efficacemente la cavità è in grado di accelerare a scapito della potenza dissipata.

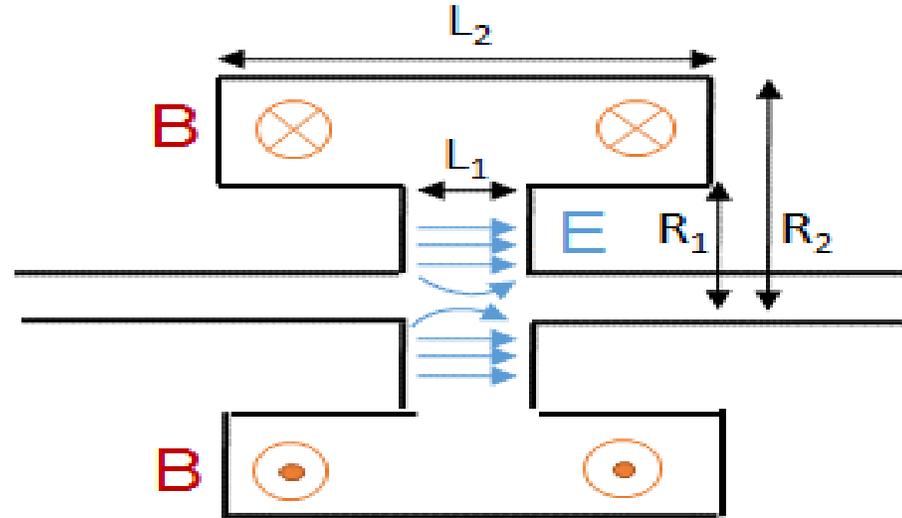
$$R_{sh} / Q = \frac{|V|^2}{U} \frac{1}{2\pi f_0}$$

**R/Q :** parametro puramente geometrico (indipendente dalla resistenza superficiale)

# Ottimizzazione dei parametri



Passo 1: Cavità pillbox



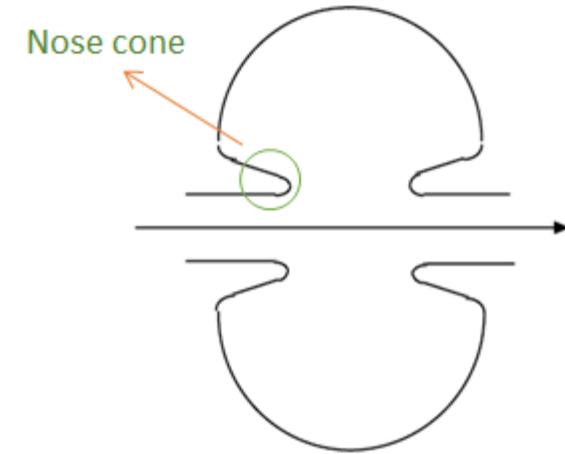
Passo 2: **cavità rientrante:**

il campo elettrico è concentrato vicino all'asse e la gap viene ridotta: aumenta il TTF e la capacità.

Quest'ultima dipenderà essenzialmente da  $L_1$  e  $R_1$

Il campo magnetico è concentrato sulle pareti esterne e l'induttanza dipenderà essenzialmente da  $L_2$  e  $R_2 - R_1$ .

Quindi, a parità di frequenza è possibile ridurre il raggio e ottimizzare il  $Q$  e la  $R_{sh}$ .



Passo 3: **ulteriore ottimizzazione:**

Si smussano gli spigoli verso l'asse di fascio per aumentare il massimo campo elettrico, si crea una protrusione all'interno della cavità (nose cone) per aumentare il TTF e  $R_{sh} \cdot T^2$ , e si dà una forma sferica alla parte induttiva per migliorare il  $Q$  (miglior rapporto volume/superficie)

Sfortunatamente per le cavità 2 e 3 non ci sono soluzioni in forma chiusa e l'ottimizzazione delle dimensioni viene effettuata mediante appositi codici di simulazione numerici (SUPERFISH, CST Microwave Studio, HFSS, COMSOL ecc.). Valori di  $Q$  nell'ordine delle decine di migliaia e di  $R_{sh}$  nell'ordine delle centinaia di migliaia di Ohm sono ottenibili.

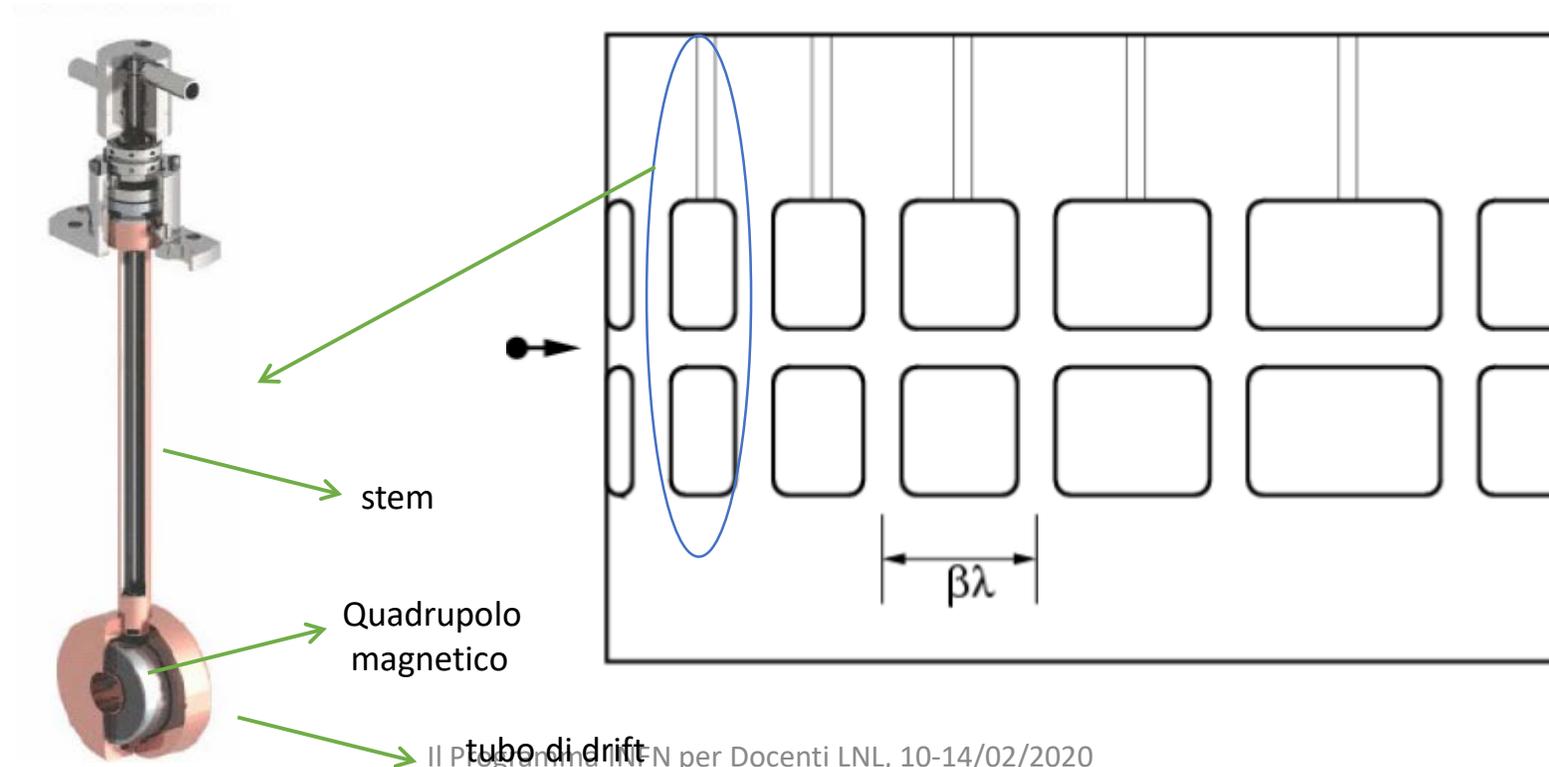
# Ancora sul DTL

IL DTL è una cavità multicella ottenuta installando dei tubi di drift in una lunga cavità pillbox operante nel modo TM010. Tale cavità prende il nome dal suo ideatore Luis Alvarez che la concepì negli anni '40

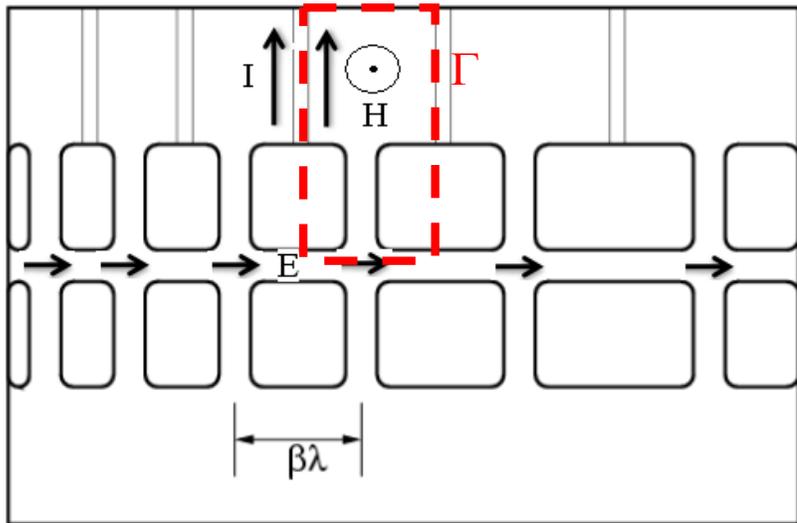
Quando la lunghezza di una cavità pillbox supera  $\beta\lambda/2$ , l'accelerazione diventa inefficiente in quanto la particella vedrebbe anche un campo decelerante. Però, se si introducono dei tubi cavi che schermano dai campi deceleranti il fascio, allora sarebbe possibile ottenere una accelerazione continua. In questo modo si ottiene una struttura formata da più celle che opera nel modo 0, sicché la lunghezza di ciascuna cella è pari a  $\beta\lambda$ . Pertanto ogni cella può essere riguardata come un risuonatore a frequenza  $f_0=c/\lambda$ .

Notiamo inoltre che, giacché la particella viene accelerata, la lunghezza di ogni cella aumenta progressivamente.

Gli elementi focheggianti (quadrupoli) possono essere inseriti direttamente nei tubi di drift



# Ancora sul DTL(2)



*In un DTL ideale gli stem non trasportano corrente e hanno il solo scopo di sostenere meccanicamente i tubi di drift e di permettere il passaggio dell'acqua di raffreddamento.*

Il DTL è tipicamente utilizzato per accelerare protoni in un intervallo di velocità  $0.05 < \beta < 0.5$  ed opera a frequenze nell'ordine delle centinaia di MHz. Per velocità più basse le gap sarebbero troppo piccole (ad es a 300 MHz per  $\beta=0.002$  si avrebbe  $\beta\lambda=2$  cm) e lo spazio per i quadrupoli troppo limitato, mentre per velocità elevate il TTF diminuirebbe, sicché strutture operanti nel modo  $\pi$  diventerebbero più efficienti.

Applicando la legge di Faraday-Neumann alla curva  $\Gamma$  in figura, si ottiene

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}.$$

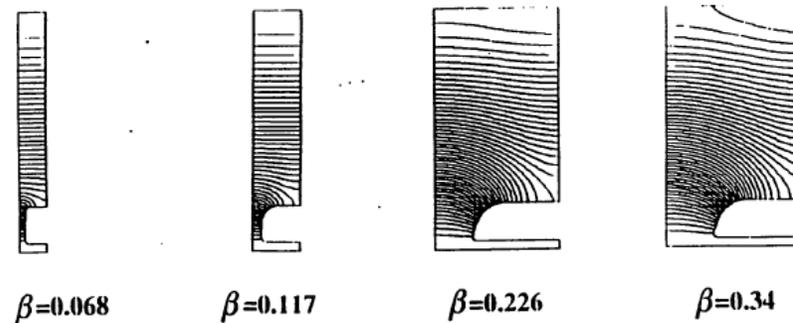
Ma poichè il campo è non nullo solo in corrispondenza dell'asse di fascio, dove è costante si ha

$$\int_1 \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = E_0 \beta \lambda.$$

D'altra parte l'integrale di superficie non è che la derivata del flusso  $\Phi$  di B

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = -j\omega\Phi,$$

Resta quindi stabilita una proporzionalità fra il flusso di B per unità di lunghezza della cella e il campo accelerante. Di conseguenza, se si vuole che il campo sia lo stesso in tutte le celle, non occorre che accordare le stesse in modo tale da avere lo stesso campo B.



# Il foccheggioamento forte (1950)

L'invenzione del foccheggioamento forte nel 1950 da parte di Ernie Courant, Hartland Snyder e Stan Livingston, rivoluzionò il design degli Acceleratori, in quanto consentiva piccole aperture per il passaggio del fascio. Un quadrupolo magnetico, analogamente ad una lente, foccheggioa in un piano, ma defoccheggioa nel piano ortogonale. Chiaramente una particella che passa lungo l'asse non risentirà di alcuna forza.

Se però si intercalano quadrupoli focalizzanti e defocalizzanti separati da una linea senza elementi di focalizzazione (drift), è possibile dimostrare che si ottiene un effetto netto focalizzante in ambo i piani coordinati giacenti sull'asse di fascio (struttura FODO).

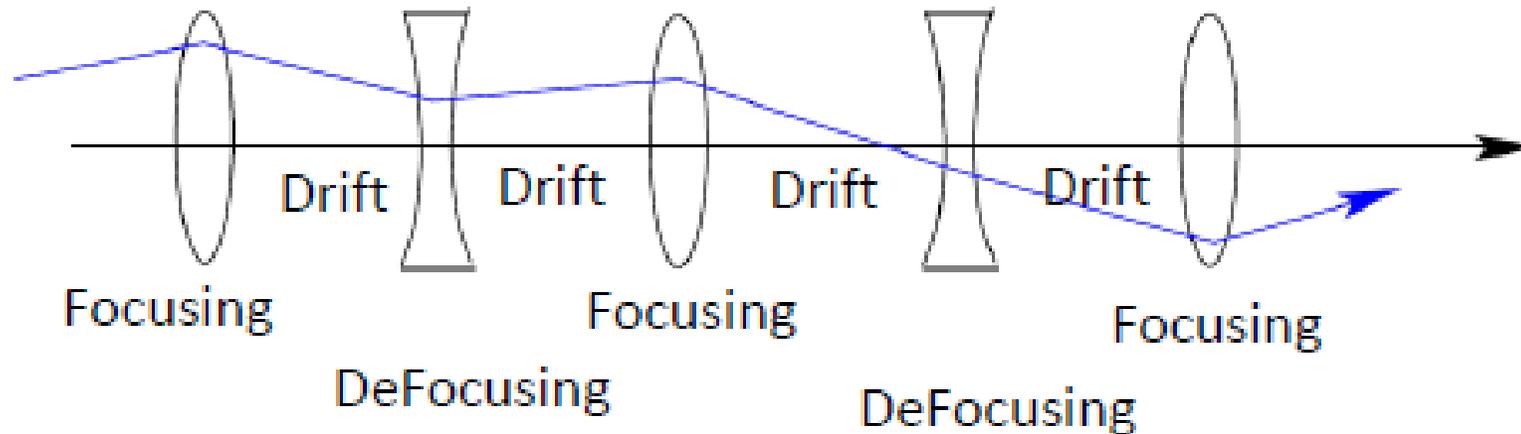
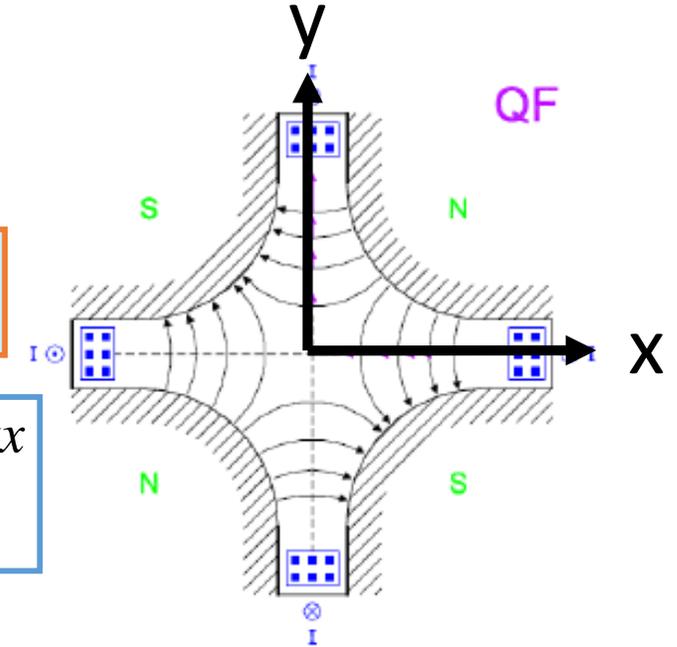
$$F_x = -g x$$

$$F_y = g y$$

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$F_x = -q\beta c g x = -kx$$

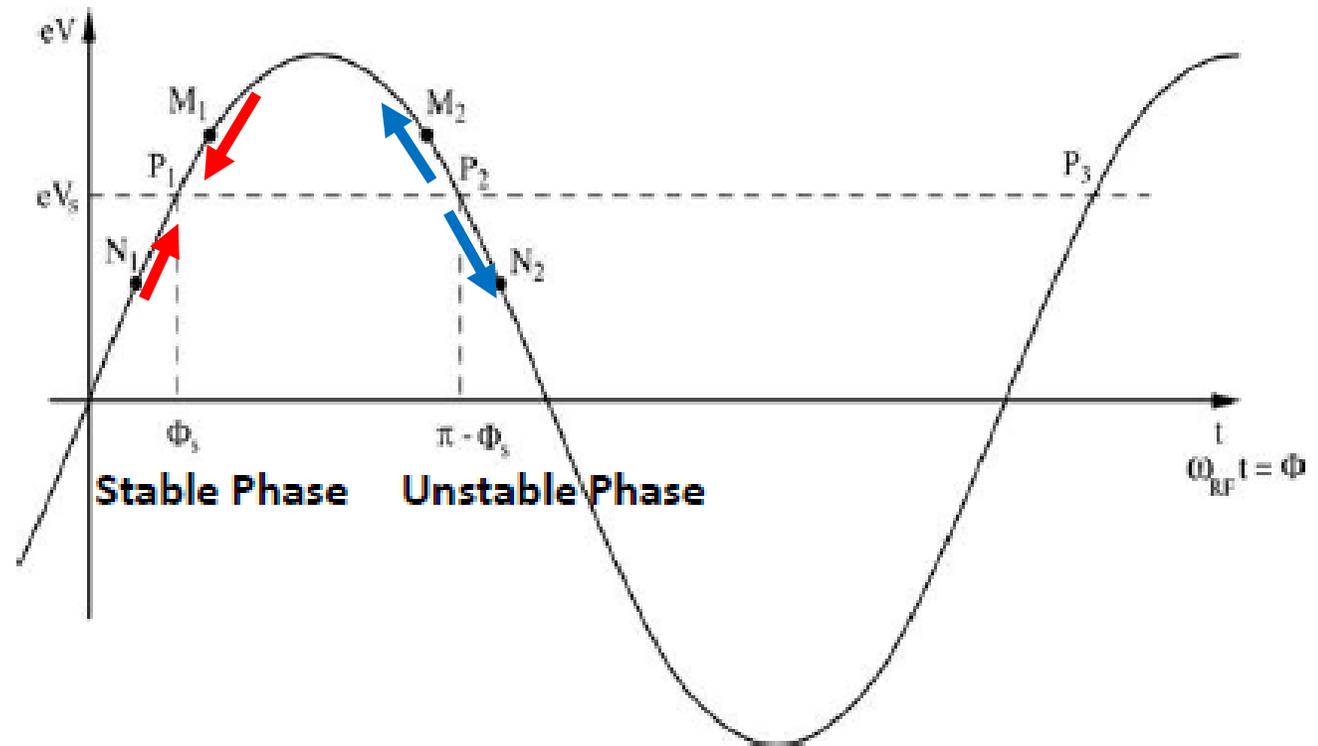
$$F_y = q\beta c g y = ky$$



# La Stabilità di fase (1950)

Edwin McMillan of UC Berkley, and V.I. Veksler (USSR) scoprirono indipendentemente il principio di Stabilità di fase nel 1950. Consideriamo una successione di gap acceleranti, per i quali la condizione di sincronismo è soddisfatta per una fase  $\Phi_s$  (fase di riferimento). La particella P1 è chiamata la particella di riferimento stabile. La particella N1 arriva in anticipo rispetto a P1 ed è soggetta ad un campo accelerante inferiore, mentre la particella M1 arriva in ritardo rispetto a P1 ed è soggetta ad un campo accelerante superiore. quindi, l'effetto della tensione accelerante è quello di rallentare N1 rispetto a P e per accelerare M1 rispetto a P. Alla fine N1 e M1 saranno entrambi più vicino a P (raggruppamento). Per essere più precisi le particelle eseguiranno una oscillazione stabile intorno alla particella di riferimento. Il contrario avverrà per le particelle N2 e M2 del P2 (instabili).

## Sinusoidal accelerating field vs phase $\Phi=2\pi ft$



**Il focheggiamento forte e la Stabilità di fase sono fra i più importanti principi su cui si basano i moderni acceleratori di particelle**

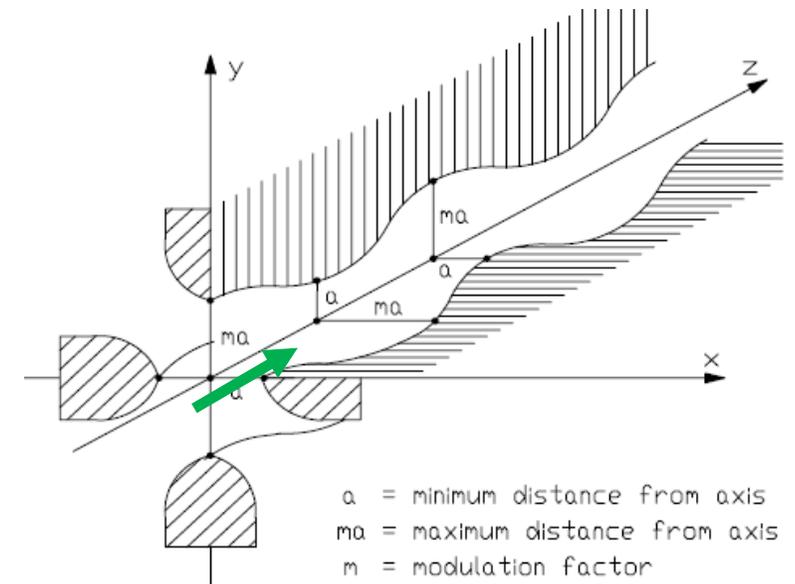
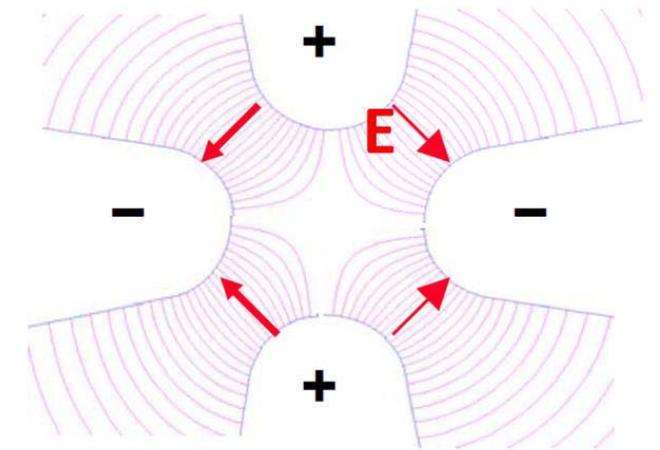
# L'RFQ (Quadrupolo a Radiofrequenza) (1970)

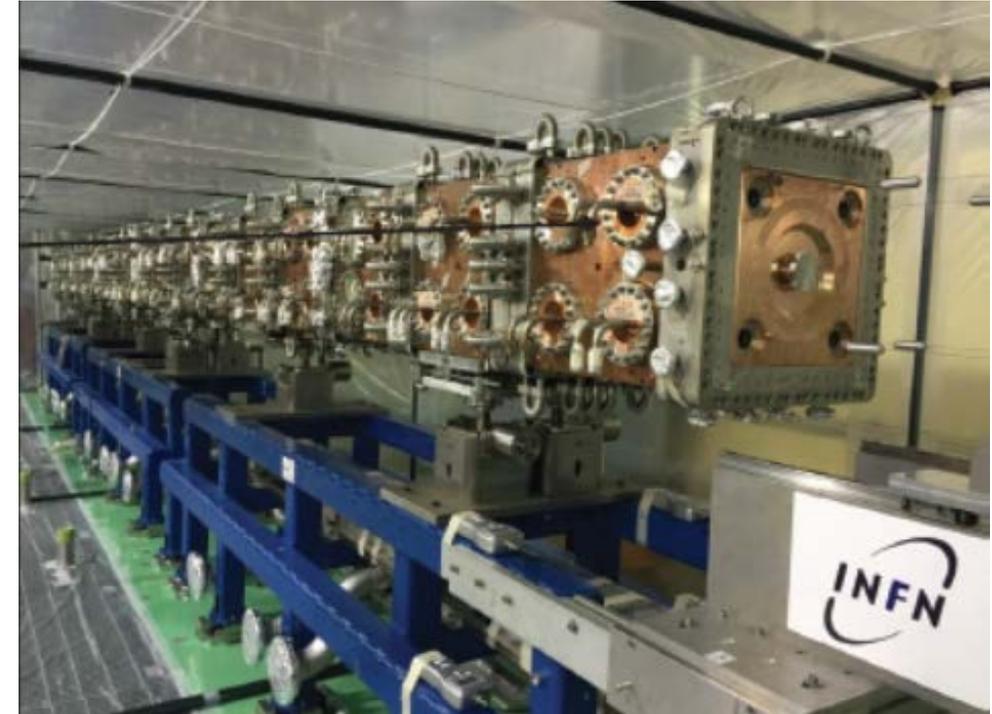
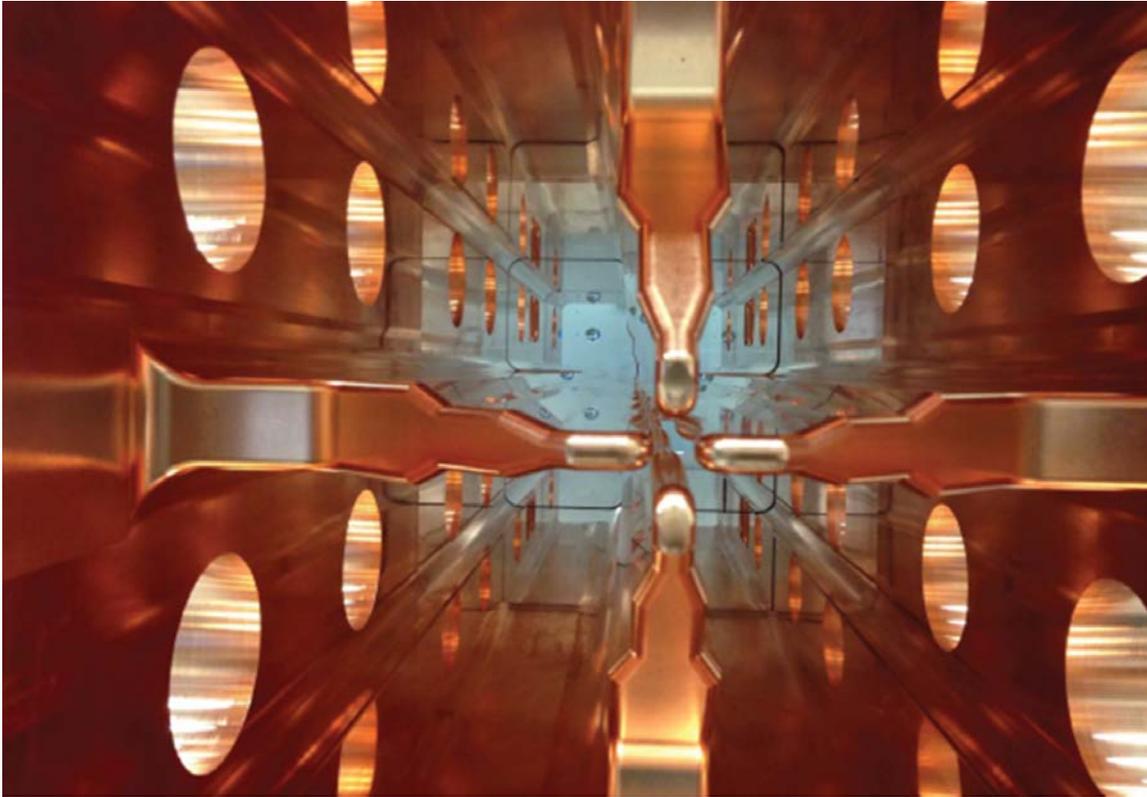
A basse energie, per protoni (o ioni), il foccheggiamento quadrupolare non è molto efficace  $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . Infatti, se  $\mathbf{v}$  è basso, per avere un buon foccheggiamento occorre un grande valore di  $\mathbf{B}$ , cioè quadrupoli magnetici molto grandi (e costosi). Quindi, in questo caso, il campo elettrico, usato per focalizzare, potrebbe funzionare meglio ( $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ ). Supponiamo che il campo nei quattro elettrodi metallici vari sinusoidalmente con il tempo con frequenza  $f$ . La particella vedrà questa polarità alternata come lo stesso effetto di un FODO, in quanto, in questo caso, il campo  $\mathbf{E}$  darà origine alle stesse forze del quadrupolo magnetico,  $F_x = -g x$ ,  $F_y = g y$

Nel 1970 Kapchinskiy e Teplyakov (URSS) proposero di modulare sinusoidalmente la forma degli elettrodi con un periodo pari a  $\beta\lambda$ : così si crea una componente longitudinale del campo elettrico, con le stesse considerazioni sul sincronismo fatte precedentemente. Oggi in tutti i moderni Linac un RFQ funge da primo stadio accelerante.



Vladimir A. Teplyakov  
(1925-2009)

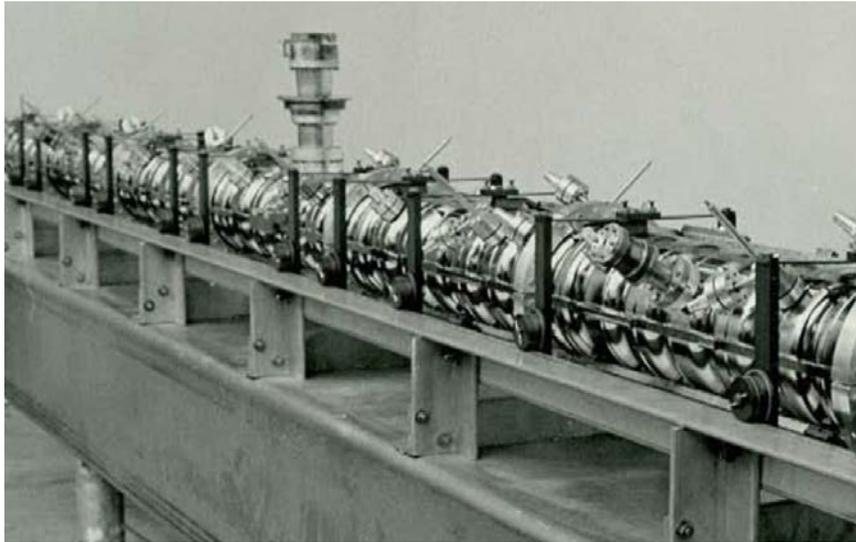




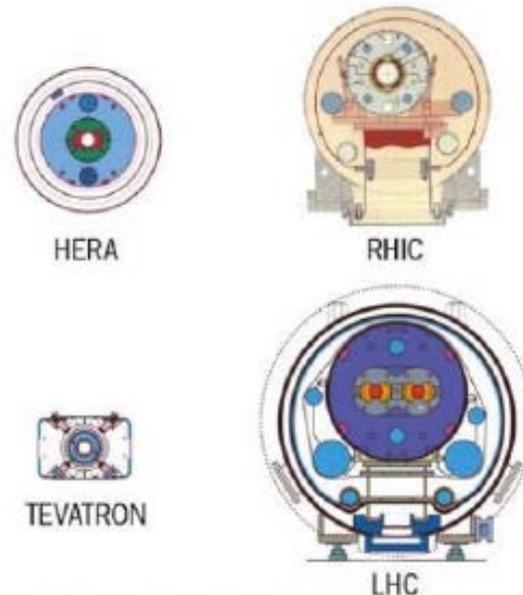
L'RFQ del progetto IFMIF, 175 MHz, 125 mA di Deuteroni, 5 MeV di energia finale), progettato da INFN, attualmente in fase di collaudo a Rokkasho (Giappone).

# Strutture superconduttive (anni 80)

La superconduttività (SC) è un fenomeno fisico, spiegabile con la meccanica quantistica, in cui determinati materiali, se raffreddati al di sotto di una temperatura critica  $T_c$  (tipicamente sotto i 10 K), presentano una resistenza elettrica praticamente nulla ed espellono le linee di forza del campo magnetico. In questo modo è possibile far circolare correnti e/o imprimere campi acceleranti, senza dissipare potenza sotto forma di calore. Questo effetto è in parte mitigato dall'efficienza di Carnot ( $\eta = T_f / T_c \ll 1$  se, per esempio,  $T_f = 4\text{K}$  e  $T_c = 300\text{K}$ ). A partire dalla fine degli anni '70, i materiali superconduttori (ad esempio il Niobio, con  $T_c=8.4\text{ K}$ ) sono stati utilizzati per costruire i magneti e le cavità acceleranti, e oggi quasi tutte le sezioni acceleranti ad alto  $\beta$  utilizzano strutture SC



Il primo linac SC fu costruito a Stanford (USA) nel 1977.  
Accelerava elettroni fino a 50 MeV ed era lungo 27 m.

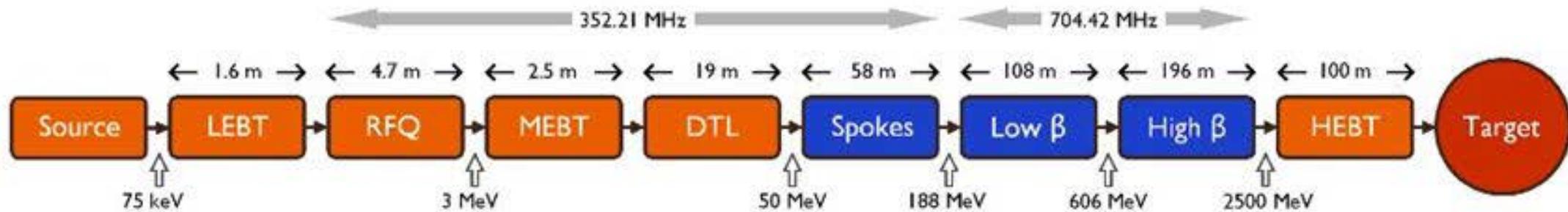


SC magnets used in various  
High Energy Accelerators



Assemblaggio in camera pulita di una cavità SC.

# Esempio di schema di un moderno Linac: il progetto ESS



La European Spallation Source (ESS) sarà la più intensa sorgente di neutroni operanti al mondo. Si tratta di un'infrastruttura pan-europea per accogliere una comunità scientifica di circa 5000 ricercatori. I fasci di neutroni a bassa energia che verranno resi disponibili permetteranno nuove opportunità sperimentali per misure in tempo reale, in situ, in vivo, incluse misure di eventi dinamici su scala nanometrica. Il Progetto, dal punto di vista tecnico, prevede la produzione di neutroni per reazione di spallazione di protoni su bersaglio rotante di tungsteno. Sul bersaglio arriverà un impulso di protoni di energia 2.5 GeV, durata 2.86 ms e frequenza 14 Hz (corrente 50 mA, potenza totale sul bersaglio 5 MW, potenza istantanea 125 MW). Il linac è in fase di installazione a Lund (Svezia), si prevede di completare l'installazione del linac nel 2022 e aprire all'utenza nel 2023 per successivi 40 anni di funzionamento.

Gli LNL (assieme a INFN Torino) sono impegnati nella progettazione e realizzazione del DTL, INFN-LNS della Sorgente e della Linea di trasporto a bassa energia (LEBT), INFN-MI delle cavità high  $\beta$

# Considerazioni

- La progettazione, costruzione e la messa in funzionamento di un acceleratore di particelle è un compito molto versatile e richiede l'impiego di svariate competenze. Comprende la fisica, l'ingegneria (elettrica / elettronica, termica, meccanica, fluidodinamica), la scienza dei materiali, la chimica in parte, capacità gestionali e, ultimo ma non meno importante, il **buon senso** ...

- Elettronica di Potenza, elettrotecnica
- Scienza dei materiali, termodinamica
- Ingegneria meccanica e termica
- Ingegneria delle infrastrutture
- Ingegneria elettronica e Radiofrequenza
- Ingegneria del Software e dei sistemi di controllo
- Fisica nucleare e subnucleare
- Fisica degli acceleratori (dinamica del fascio)
- Amministrazione e contabilità
- Ingegneria gestionale (Project Management)

