
Impatto delle PDF sulla distribuzione in massa dei bosoni W e Z

VALERIO BERTACCHI

LORENZO BIANCHINI

ELISABETTA MANCA

GIGI ROLANDI

INCONTRI DI FISICA DELLE ALTE ENERGIE

8-10 APRILE 2019



SCUOLA
NORMALE
SUPERIORE

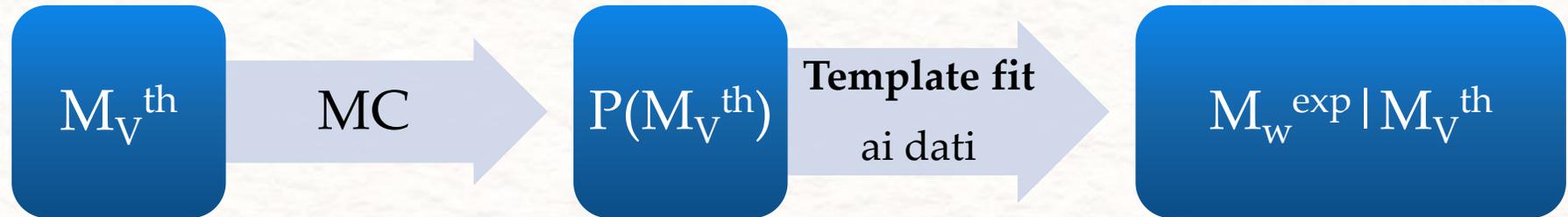


OUTLINE

- Sistematiche indotte dalle PDF sulla misura della massa dei bosoni W e Z:
 - Accettanza finita (solo W)
 - Slope delle PDF (questa presentazione)
- Modello al secondo ordine in $(M-M_V)$
- Validazione Monte Carlo del modello

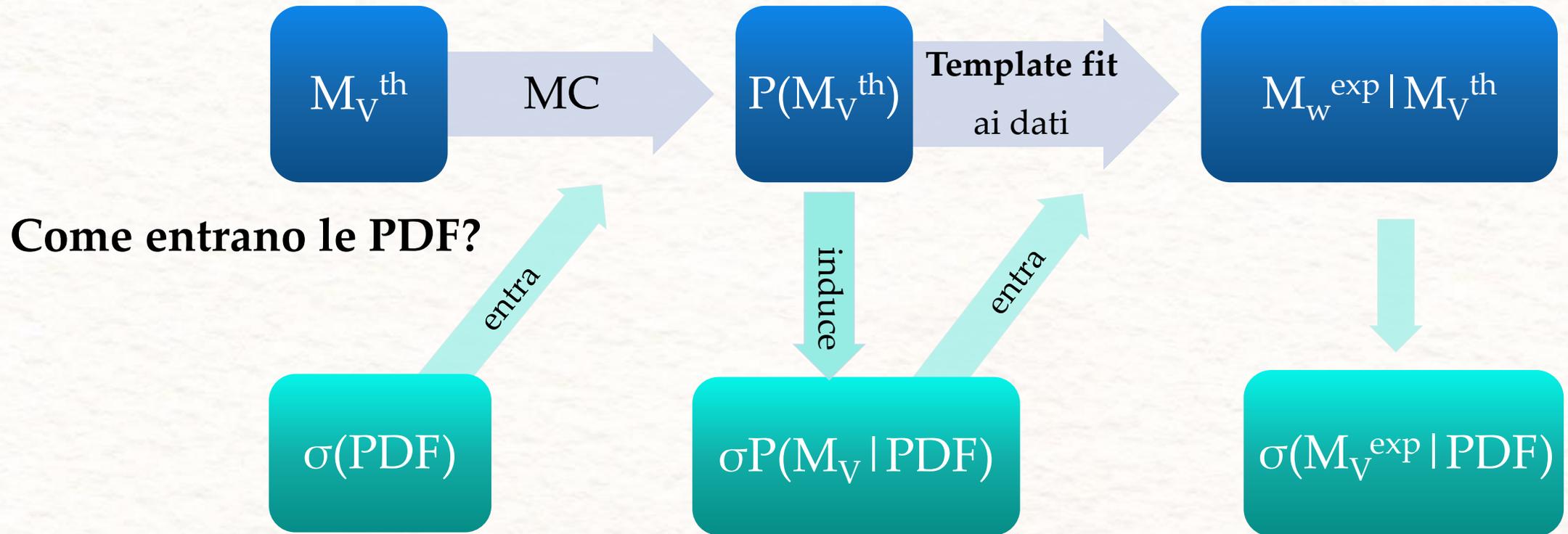
Sistematiche indotta dalle PDF sulla massa dei bosoni vettori a un collisionatore adronico

Come si misura la massa?



Sistematiche indotta dalle PDF sulla massa dei bosoni vettori a un collisionatore adronico

Come si misura la massa?



Caso del W

- L'osservabile principale per estrarre il valore della massa del W è p_T^μ
- Le PDF influenzano la distribuzione di p_T^μ in due modi

1 – accettazione

- L'accettazione finita in η_μ scolpisce distribuzione di p_T^μ
- $\eta_\mu = Y_W + \eta_{cm}(p_T^\mu) \rightarrow$ dipendenza da Y_W
- Y_W è determinata dalle PDF
- Misurare Y_W vincola la sistematica (PDF)
- Sistematica sparisce con piena accettazione
- Maggiori dettagli del backup

1 – slope

- Larghezza finita del W (e Z) \rightarrow modifica della lineshape (vedere in seguito)
- Presente sia su W che su Z
- Intrinseca, indipendente da apparato sperimentale

Lineshape dei bosoni vettori in un collider adronico

- Collisioni pp → La distribuzione in massa invariante della coppia di leptoni in processi Drell-Yan è distribuita come:

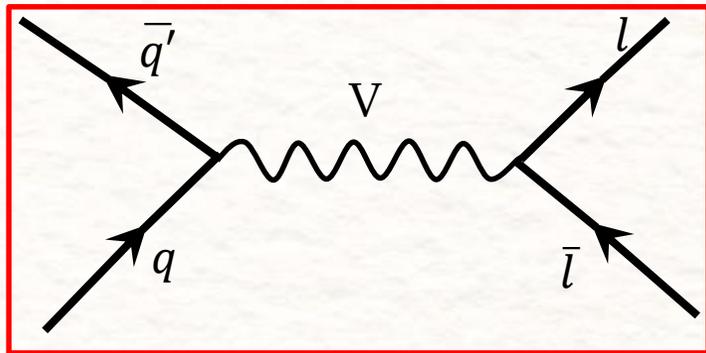
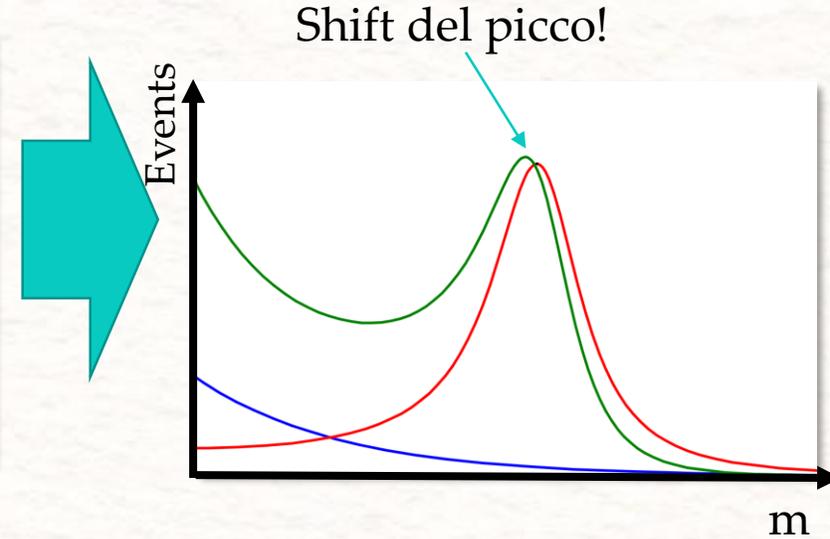
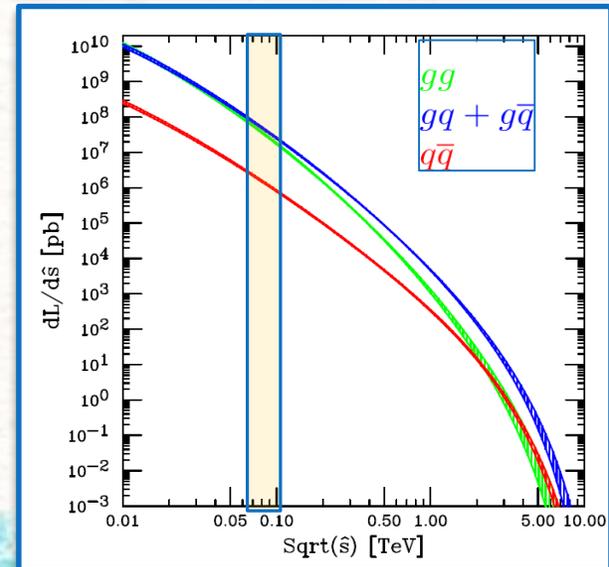
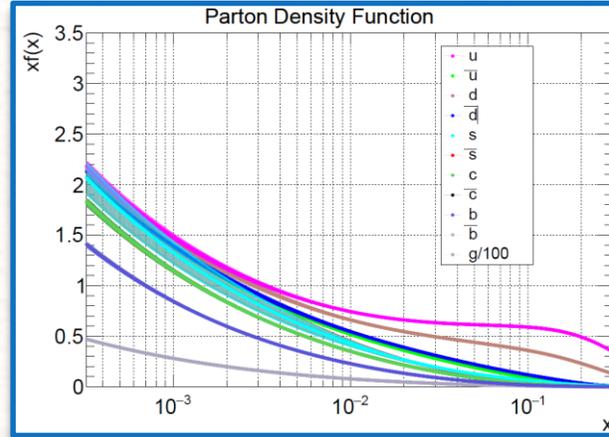
Breit-Wigner relativistica

convoluta

PDF stato iniziale

$$\frac{1}{(\hat{s} - M_V^2)^2 + M_V^2 \Gamma_V^2}$$

*



Risonanza ($M_V \Gamma_V$) a energia $\sqrt{\hat{s}}$

Funzioni di Luminosità partonica

$$\mathcal{L}_{i,j}(s, Q^2) = \frac{1}{s} \int_{\hat{s}}^1 \frac{1}{x} f_i(x, Q^2) f_j(\hat{s}/x, Q^2) dx$$

[From Belyaev, Huston, Pumplin, Parton-Parton Luminosity Functions For The LHC]

Modello al secondo ordine in m - M_W , tree level

$$\frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2} = \frac{1}{N_C^2} \sum_{\text{flavour } ij} [f_i(x_1)f_j(x_2) + f_i(x_2)f_j(x_1)] \frac{16\pi\Gamma_W^2 \mathcal{B}_{W \rightarrow q_i \bar{q}_j} \mathcal{B}_{W \rightarrow \ell\nu}}{(x_1 x_2 s - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} \quad \text{with} \quad \begin{cases} Y = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1}{x_2} \\ m^2 = s x_1 x_2 \end{cases}$$

Modello al secondo ordine in $m-M_W$, tree level

$$\frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2} = \frac{1}{N_C^2} \sum_{\text{flavour } ij} [f_i(x_1)f_j(x_2) + f_i(x_2)f_j(x_1)] \frac{16\pi\Gamma_W^2 \mathcal{B}_{W \rightarrow q_i \bar{q}_j} \mathcal{B}_{W \rightarrow \ell\nu}}{(x_1 x_2 s - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} \quad \text{with} \quad \begin{cases} Y = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1}{x_2} \\ m^2 = s x_1 x_2 \end{cases}$$

$$\frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2} \rightarrow \frac{d^2\sigma}{dm^2 dY} \rightarrow \frac{d\sigma(y)}{dm} \simeq \mathcal{A} \frac{m}{(m^2 - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} \left\{ 1 + \left(\frac{m - M_W}{M_W} \right) H + \left(\frac{m - M_W}{M_W} \right)^2 K \right\}$$

$$\left(\frac{f_1'(\bar{x}_1)}{f_1(\bar{x}_1)} \bar{x}_1 + \frac{f_2'(\bar{x}_2)}{f_2(\bar{x}_2)} \bar{x}_2 \right) \Big|_{m=M_W}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{f_1''(\bar{x}_1)}{f_1(\bar{x}_1)} \bar{x}_1^2 + \frac{f_2''(\bar{x}_2)}{f_2(\bar{x}_2)} \bar{x}_2^2 + 2\bar{x}_1 \bar{x}_2 \frac{f_1'(\bar{x}_1) f_2'(\bar{x}_2)}{f_1(\bar{x}_1) f_2(\bar{x}_2)} \right) \Big|_{m=M_W}$$

(Weighted on PDF flavour and V_{CKM} elements)

Modello al secondo ordine in $m-M_W$, tree level

$$\frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2} = \frac{1}{N_C^2} \sum_{\text{flavour } ij} [f_i(x_1)f_j(x_2) + f_i(x_2)f_j(x_1)] \frac{16\pi\Gamma_W^2 \mathcal{B}_{W \rightarrow q_i \bar{q}_j} \mathcal{B}_{W \rightarrow l\nu}}{(x_1 x_2 s - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} \quad \text{with} \quad \begin{cases} Y = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1}{x_2} \\ m^2 = s x_1 x_2 \end{cases}$$

$$\frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2} \rightarrow \frac{d^2\sigma}{dm^2 dY} \rightarrow \frac{d\sigma(y)}{dm} \simeq \mathcal{A} \frac{m}{(m^2 - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} \left\{ 1 + \left(\frac{m - M_W}{M_W} \right) H + \left(\frac{m - M_W}{M_W} \right)^2 K \right\}$$

$$\left(\frac{f'_1(\bar{x}_1)}{f_1(\bar{x}_1)} \bar{x}_1 + \frac{f'_2(\bar{x}_2)}{f_2(\bar{x}_2)} \bar{x}_2 \right) \Big|_{m=M_W}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{f''_1(\bar{x}_1)}{f_1(\bar{x}_1)} \bar{x}_1^2 + \frac{f''_2(\bar{x}_2)}{f_2(\bar{x}_2)} \bar{x}_2^2 + 2\bar{x}_1 \bar{x}_2 \frac{f'_1(\bar{x}_1) f'_2(\bar{x}_2)}{f_1(\bar{x}_1) f_2(\bar{x}_2)} \right) \Big|_{m=M_W}$$

(Weighted on PDF flavour and V_{CKM} elements)

Which peaks at (using $\Gamma_W^2(H + K) \ll 4M_W^2$):

$$m_{max} = M_W - \frac{\Gamma_W^2(H + 1)M_W}{2(\Gamma_W^2(H + K) - 4M_W^2)} \simeq M_W + \frac{\Gamma_W^2}{8M_W}(H + 1) \equiv M_W + \Delta$$

Modello al secondo ordine in $m-M_W$, tree level

$$\frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2} = \frac{1}{N_C^2} \sum_{\text{flavour } ij} [f_i(x_1)f_j(x_2) + f_i(x_2)f_j(x_1)] \frac{16\pi\Gamma_W^2 \mathcal{B}_{W \rightarrow qi\bar{q}_j} \mathcal{B}_{W \rightarrow l\nu}}{(x_1 x_2 s - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} \quad \text{with} \quad \begin{cases} Y = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1}{x_2} \\ m^2 = s x_1 x_2 \end{cases}$$

$$\frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2} \rightarrow \frac{d^2\sigma}{dm^2 dY} \rightarrow \frac{d\sigma_{(y)}}{dm} \simeq \mathcal{A} \frac{m}{(m^2 - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} \left\{ 1 + \left(\frac{m - M_W}{M_W} \right) H + \left(\frac{m - M_W}{M_W} \right)^2 K \right\}$$

$$\left(\frac{f'_1(\bar{x}_1)}{f_1(\bar{x}_1)} \bar{x}_1 + \frac{f'_2(\bar{x}_2)}{f_2(\bar{x}_2)} \bar{x}_2 \right) \Big|_{m=M_W}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{f''_1(\bar{x}_1)}{f_1(\bar{x}_1)} \bar{x}_1^2 + \frac{f''_2(\bar{x}_2)}{f_2(\bar{x}_2)} \bar{x}_2^2 + 2\bar{x}_1 \bar{x}_2 \frac{f'_1(\bar{x}_1)f'_2(\bar{x}_2)}{f_1(\bar{x}_1)f_2(\bar{x}_2)} \right) \Big|_{m=M_W}$$

(Weighted on PDF flavour and V_{CKM} elements)

Which peaks at (using $\Gamma_W^2(H + K) \ll 4M_W^2$):

$$m_{max} = M_W - \frac{\Gamma_W^2(H + 1)M_W}{2(\Gamma_W^2(H + K) - 4M_W^2)} \simeq M_W + \frac{\Gamma_W^2}{8M_W}(H + 1) \equiv M_W + \Delta$$

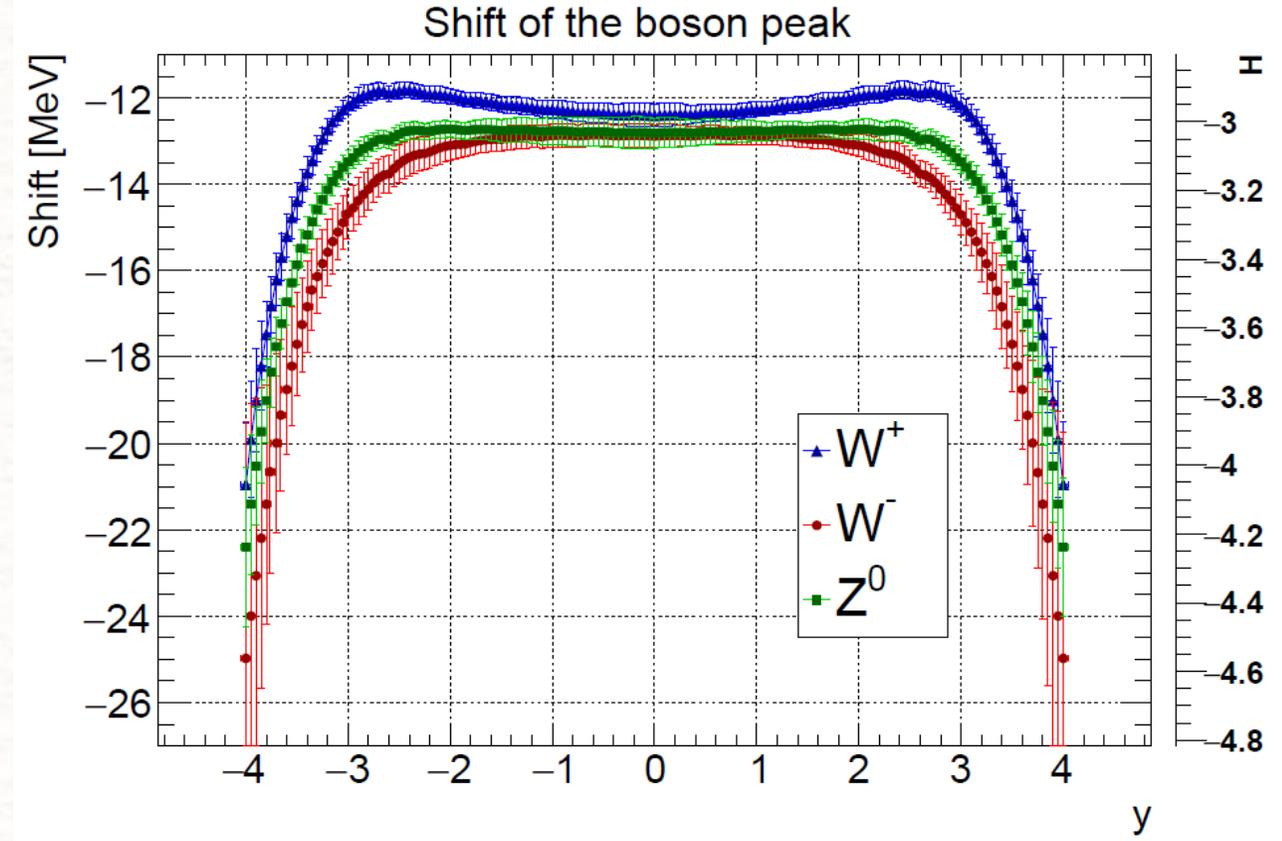
6.76 MeV

Parametro di shift

Numerical evaluation of the shift

- PDF sample: NNPDF30_nlo_nf_4_pdfas
- Analisi in funzione di Y del bosone
- Incertezza: 100 repliche

Y	W^+		W^-		Z^0	
	Δ_+ [MeV]	σ_{Δ_+} [MeV]	Δ_- [MeV]	σ_{Δ_-} [MeV]	Δ_0 [MeV]	σ_{Δ_0} [MeV]
0.0	-12.4	0.3	-12.9	0.3	-12.8	0.3
2.0	-11.9	0.2	-13.1	0.3	-12.7	0.2
3.4	-13.7	0.4	-16.8	0.9	-15.2	0.5



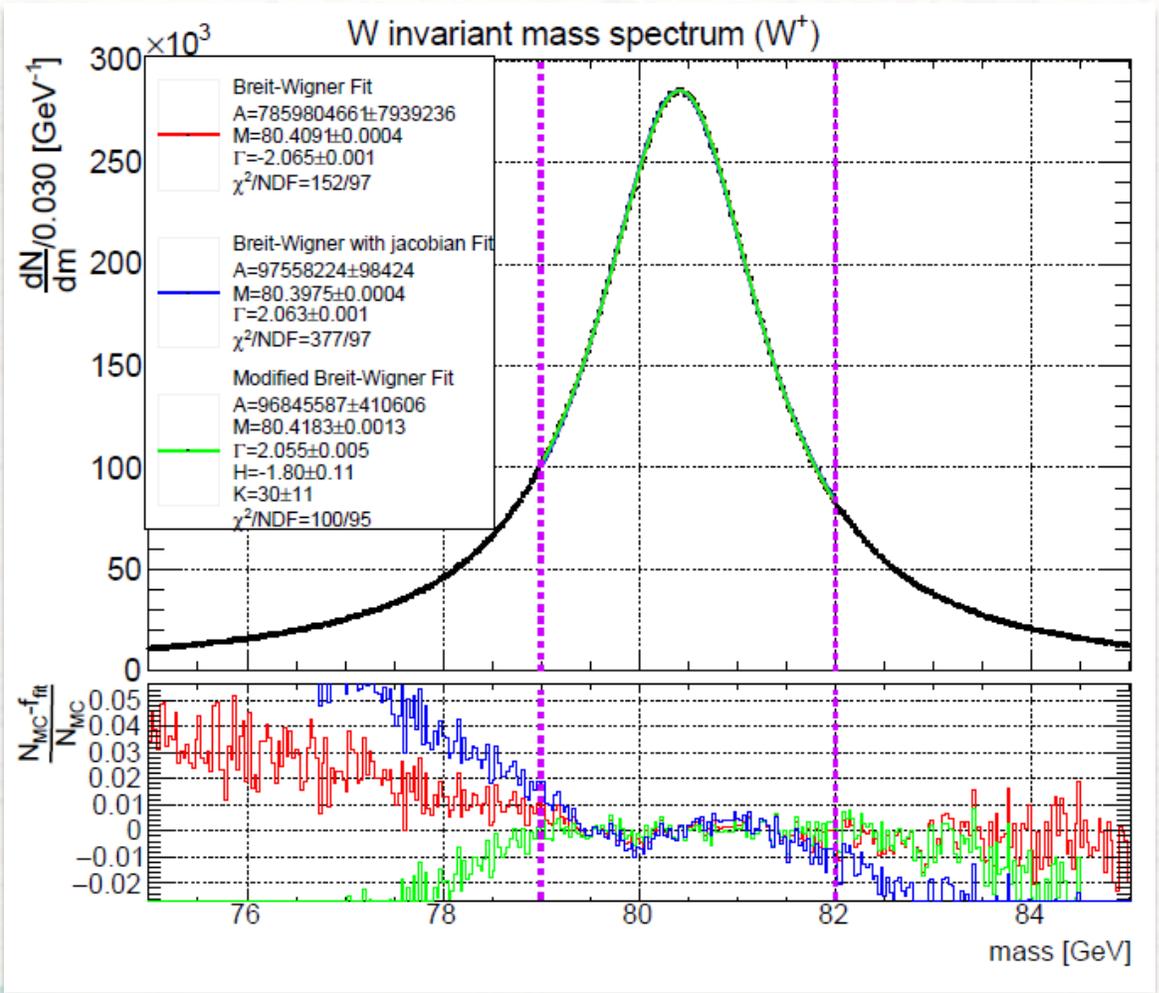
Incetezza sistematica teorica: $\sigma_{\Delta} \simeq 0.3$ MeV

Validazione Monte Carlo – fit integrato

Sample MC: 40 milioni di eventi pp → W(lν)+jet

Simulazione MC e fit con il nostro modello di BW modificate

Valori immessi: $M_W=80.419$ GeV, $\Gamma_W=2.047$ GeV



- Breit-Wigner: —

$$f_1(x; M, \Gamma, A) = \frac{A}{(x^2 - M^2)^2 - \Gamma^2 M^2}$$

- Breit-Wigner with jacobian: —

$$f_2(x; M, \Gamma, A) = \frac{Ax}{(x^2 - M^2)^2 - \Gamma^2 M^2}$$

- Modified Breit-Wigner: —

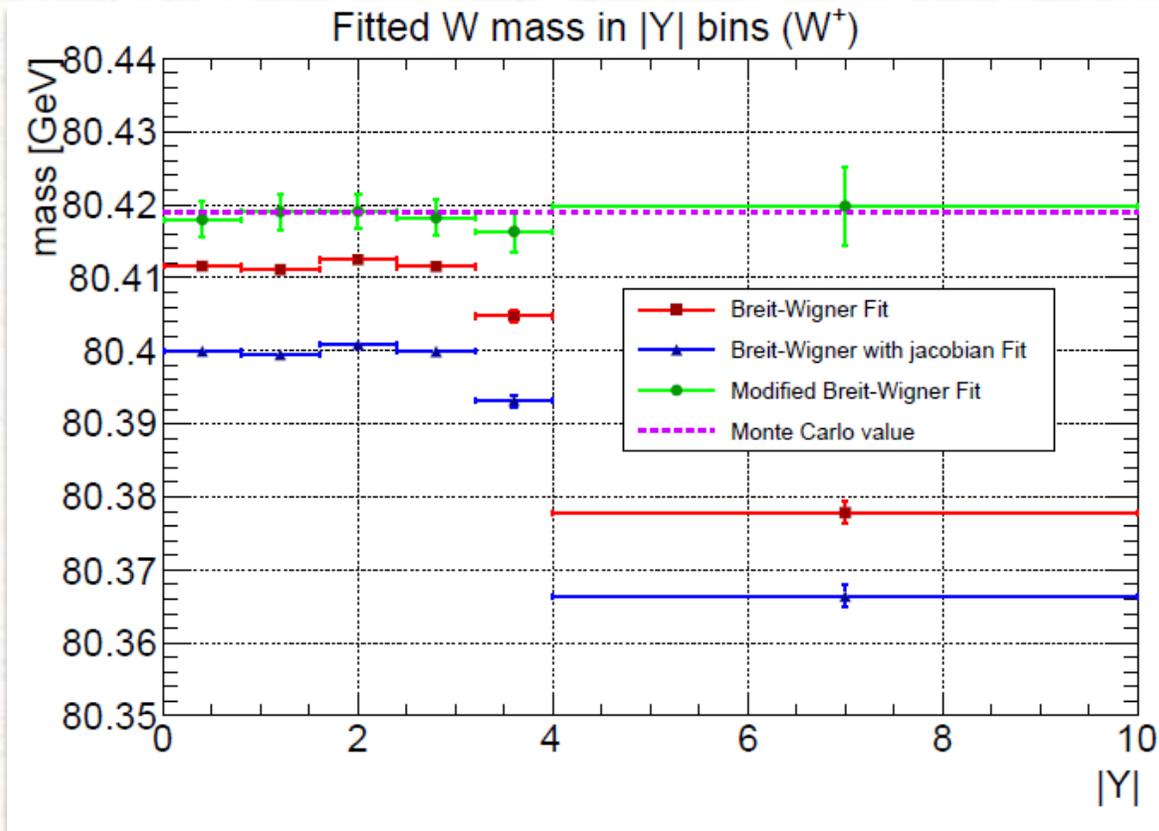
$$f_3(x; M, \Gamma, A, H, K) = \frac{Ax}{(x^2 - M^2)^2 + M^2 \Gamma^2} \left\{ 1 + \left(\frac{x - M}{M} \right) H + \left(\frac{x - M}{M} \right)^2 K \right\}$$

Validazione Monte Carlo – fit in bin di Y

Sample MC: 40 milioni di eventi pp → W(lν)+jet

Simulazione MC e fit con il nostro modello di BW modificate

Valori immessi: $M_W=80.419$ GeV, $\Gamma_W=2.047$ GeV



- Breit-Wigner: —

$$f_1(x; M, \Gamma, A) = \frac{A}{(x^2 - M^2)^2 - \Gamma^2 M^2}$$

- Breit-Wigner with jacobian: —

$$f_2(x; M, \Gamma, A) = \frac{Ax}{(x^2 - M^2)^2 - \Gamma^2 M^2}$$

- Modified Breit-Wigner: —

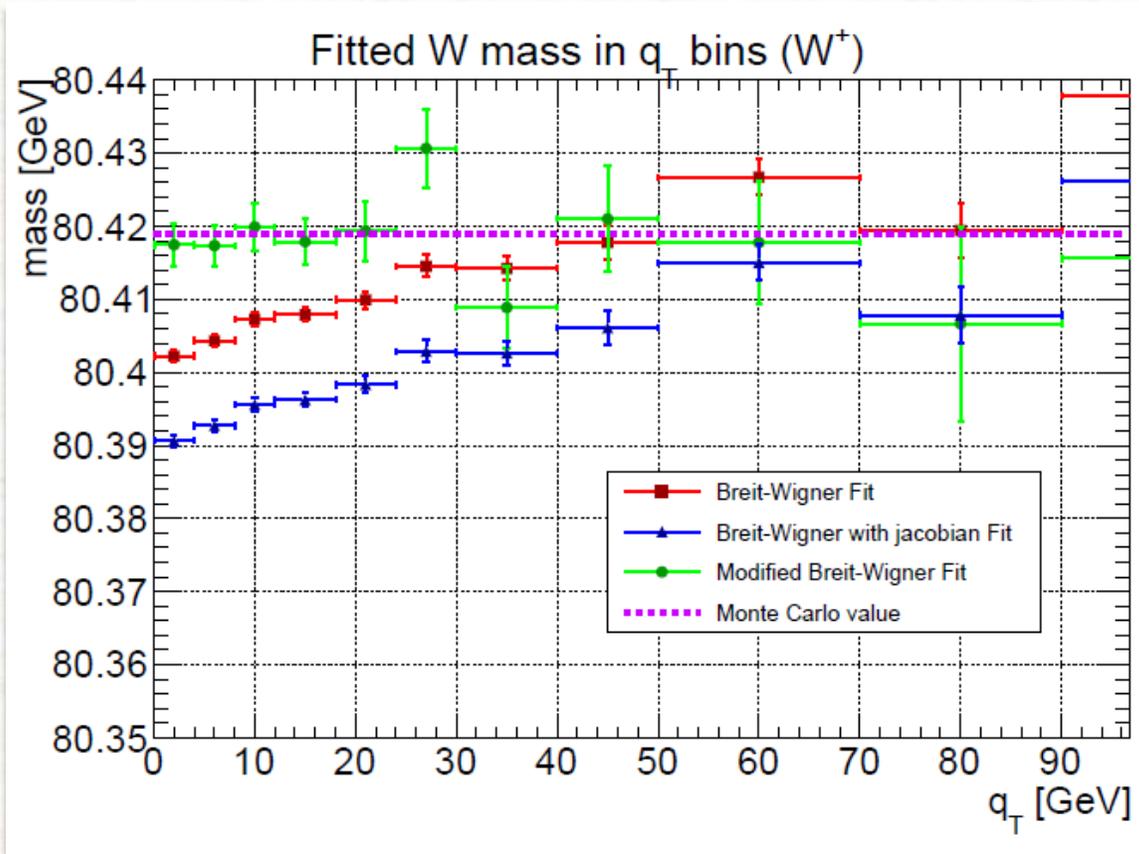
$$f_3(x; M, \Gamma, A, H, K) = \frac{Ax}{(x^2 - M^2)^2 + M^2 \Gamma^2} \left\{ 1 + \left(\frac{x - M}{M} \right) H + \left(\frac{x - M}{M} \right)^2 K \right\}$$

Validazione Monte Carlo – fit in bin di q_T

Sample MC: 40 milioni di eventi pp \rightarrow W(lv)+jet

Simulazione MC e fit con il nostro modello di BW modificate

Valori immessi: $M_W=80.419$ GeV, $\Gamma_W=2.047$ GeV



- Breit-Wigner: —

$$f_1(x; M, \Gamma, A) = \frac{A}{(x^2 - M^2)^2 - \Gamma^2 M^2}$$

- Breit-Wigner with jacobian: —

$$f_2(x; M, \Gamma, A) = \frac{Ax}{(x^2 - M^2)^2 - \Gamma^2 M^2}$$

- Modified Breit-Wigner: —

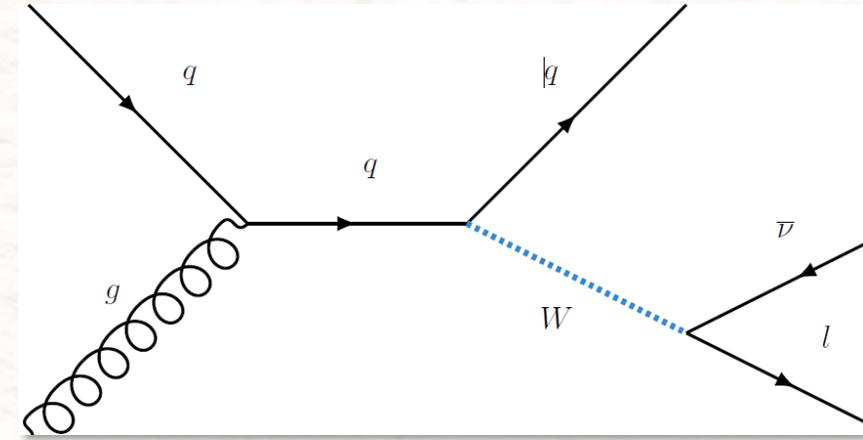
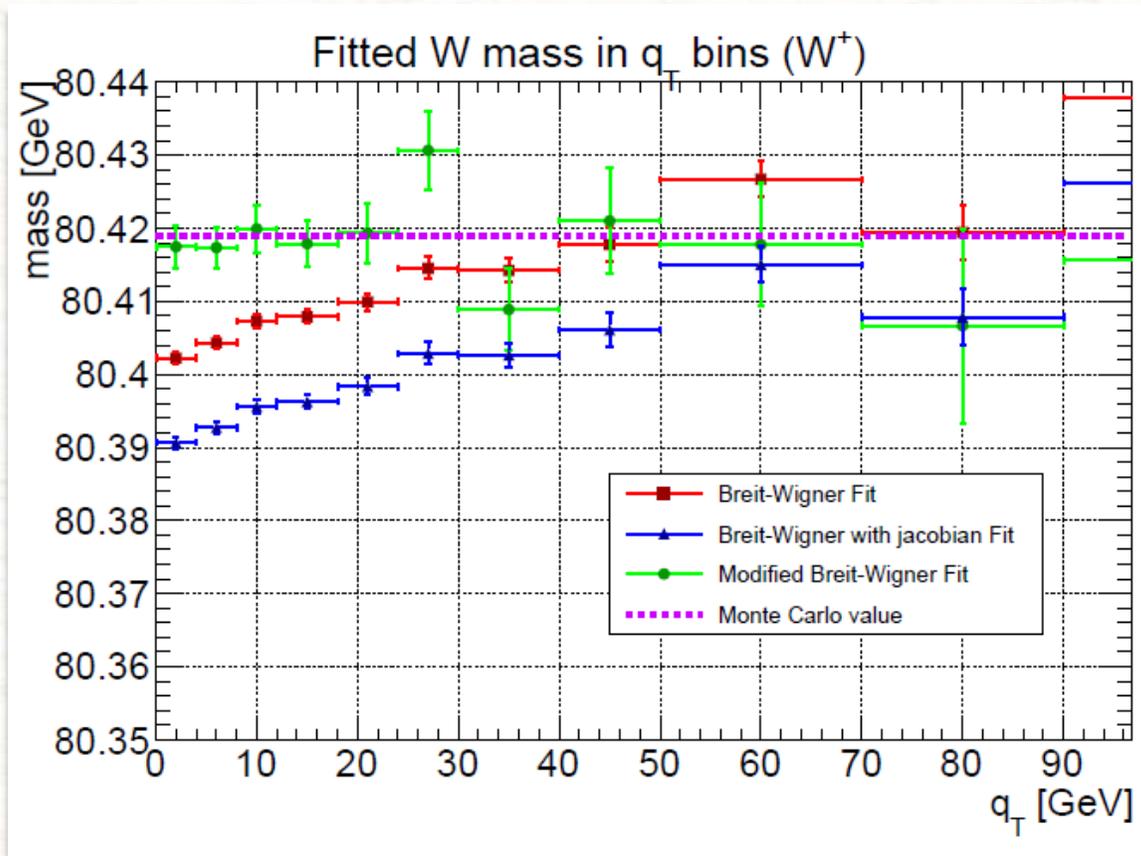
$$f_3(x; M, \Gamma, A, H, K) = \frac{Ax}{(x^2 - M^2)^2 + M^2 \Gamma^2} \left\{ 1 + \left(\frac{x - M}{M} \right) H + \left(\frac{x - M}{M} \right)^2 K \right\}$$

Validazione Monte Carlo – fit in bin di q_T

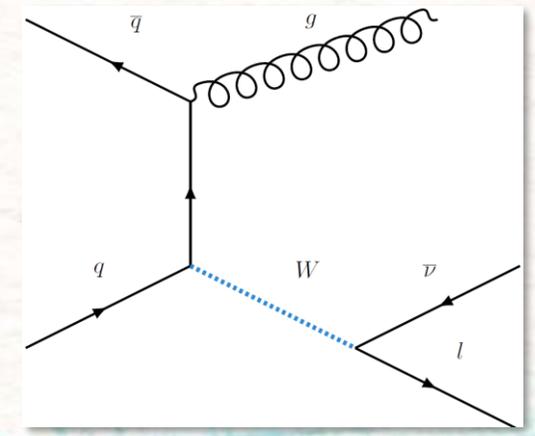
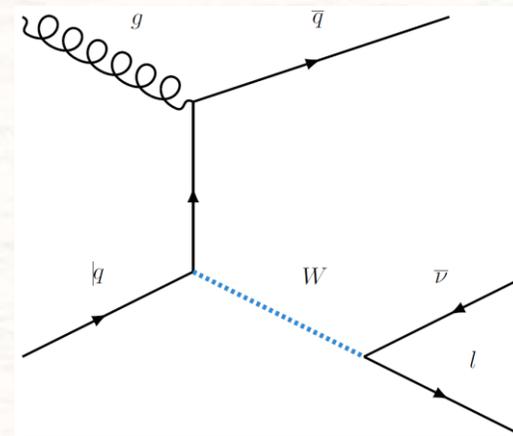
Sample MC: 40 milioni di eventi pp \rightarrow W(lv)+jet

Simulazione MC e fit con il nostro modello di BW modificate

Valori immessi: $M_W=80.419$ GeV, $\Gamma_W=2.047$ GeV



$$\frac{\sigma_{gluon}}{\sigma_{gluon} + \sigma_{tree}} \sim O(20\%)$$



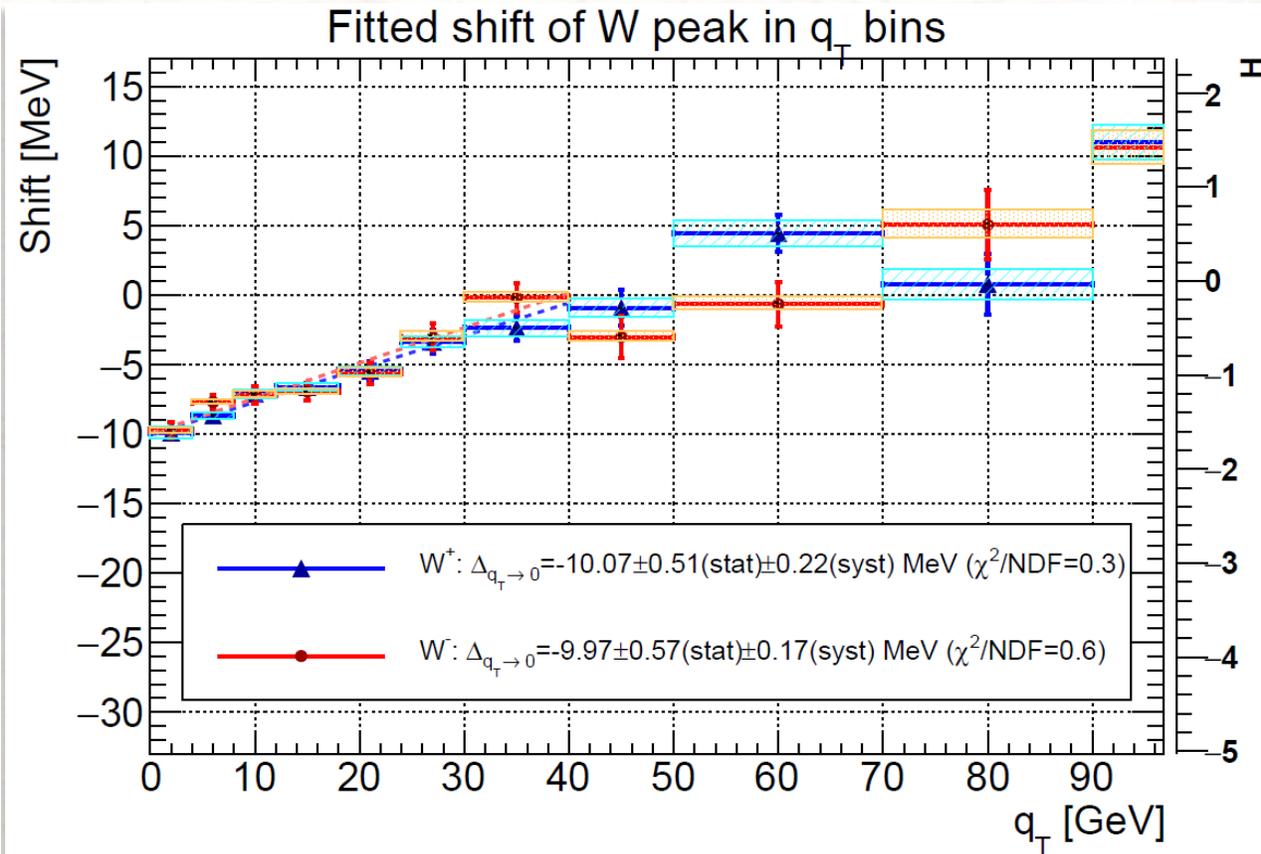
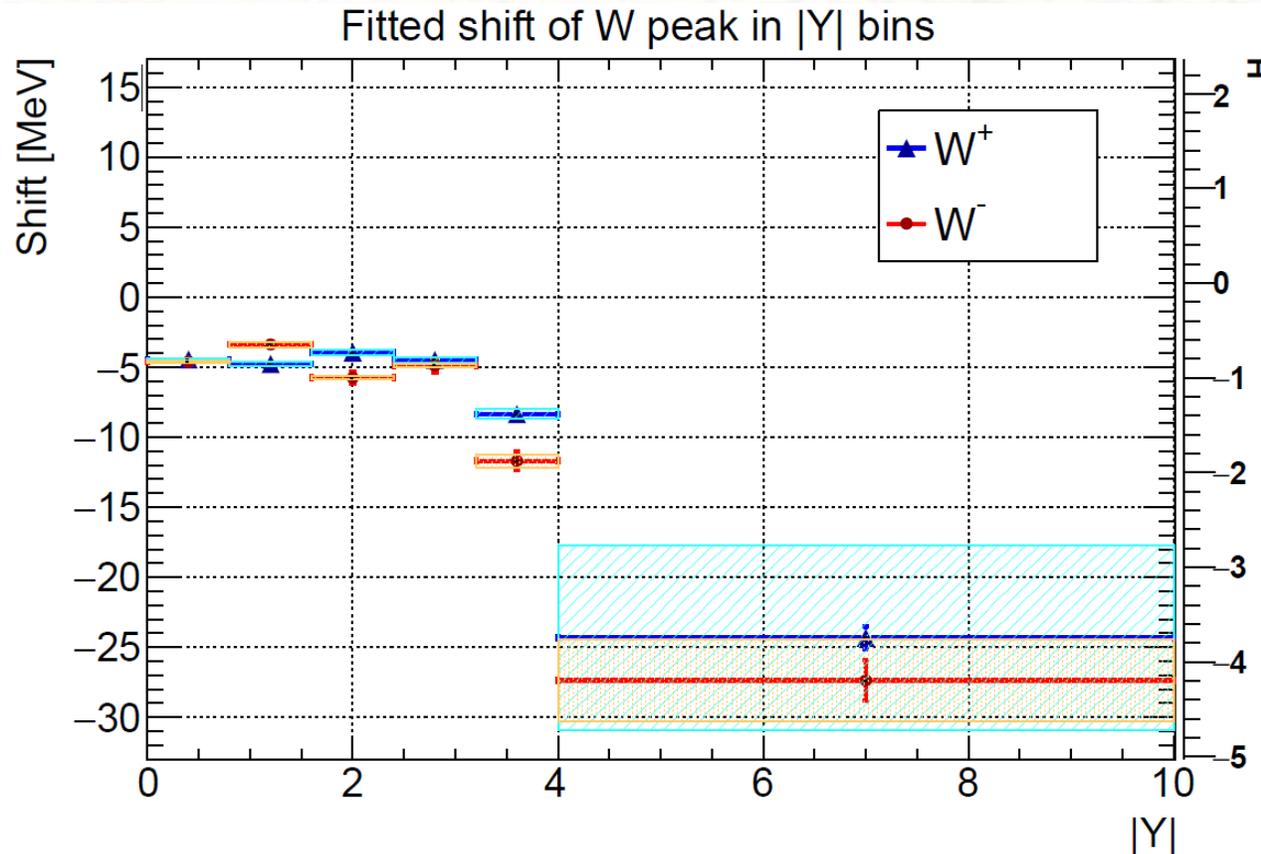
Validazione Monte Carlo - Shift

2 Incertezze:

- Fit \rightarrow statistica
- 100 Repliche \rightarrow systematica dovuta alle PDF

Estrapolazione:

- Per confrontare con $q_T=0 \rightarrow$ fit lineare in bin q_T



Validazione Monte Carlo- Risultati

$$W^+ : \Delta_{q_T \rightarrow 0} = -10.07 \pm 0.51(\text{stat}) \pm 0.22(\text{syst}) \text{ MeV} (\chi^2/\text{NDF}=0.3)$$

$$W^- : \Delta_{q_T \rightarrow 0} = -9.97 \pm 0.57(\text{stat}) \pm 0.17(\text{syst}) \text{ MeV} (\chi^2/\text{NDF}=0.6)$$



- Shift riprodotto con <20% di discrepanza
- Incertezza sullo Shift compatibile con quella del modello tree-level

Validazione Monte Carlo- Risultati

$$W^+: \Delta_{q_T \rightarrow 0} = -10.07 \pm 0.51(\text{stat}) \pm 0.22(\text{syst}) \text{ MeV} (\chi^2/\text{NDF}=0.3)$$

$$W^-: \Delta_{q_T \rightarrow 0} = -9.97 \pm 0.57(\text{stat}) \pm 0.17(\text{syst}) \text{ MeV} (\chi^2/\text{NDF}=0.6)$$

- Shift riprodotto con <20% di discrepanza
- Incertezza sullo Shift compatibile con quella del modello tree-level

Rimuovere q_T non è sufficiente a riprodurre tree-level

- Componente longitudinale (gluoni collineari)
- Non rimovibile con semplici tagli

Robustezza della procedura

Discrepanza del 20% con Monte Carlo

- Non è possibile riprodurre con il MC le condizioni del nostro modello
- Quanto è dipendente la sistematica valutata dai parametri del MC?
- 10 Repliche con variazioni delle scale del MC → sistematiche associate ordine 0.1-0.2 MeV → risultato robusto

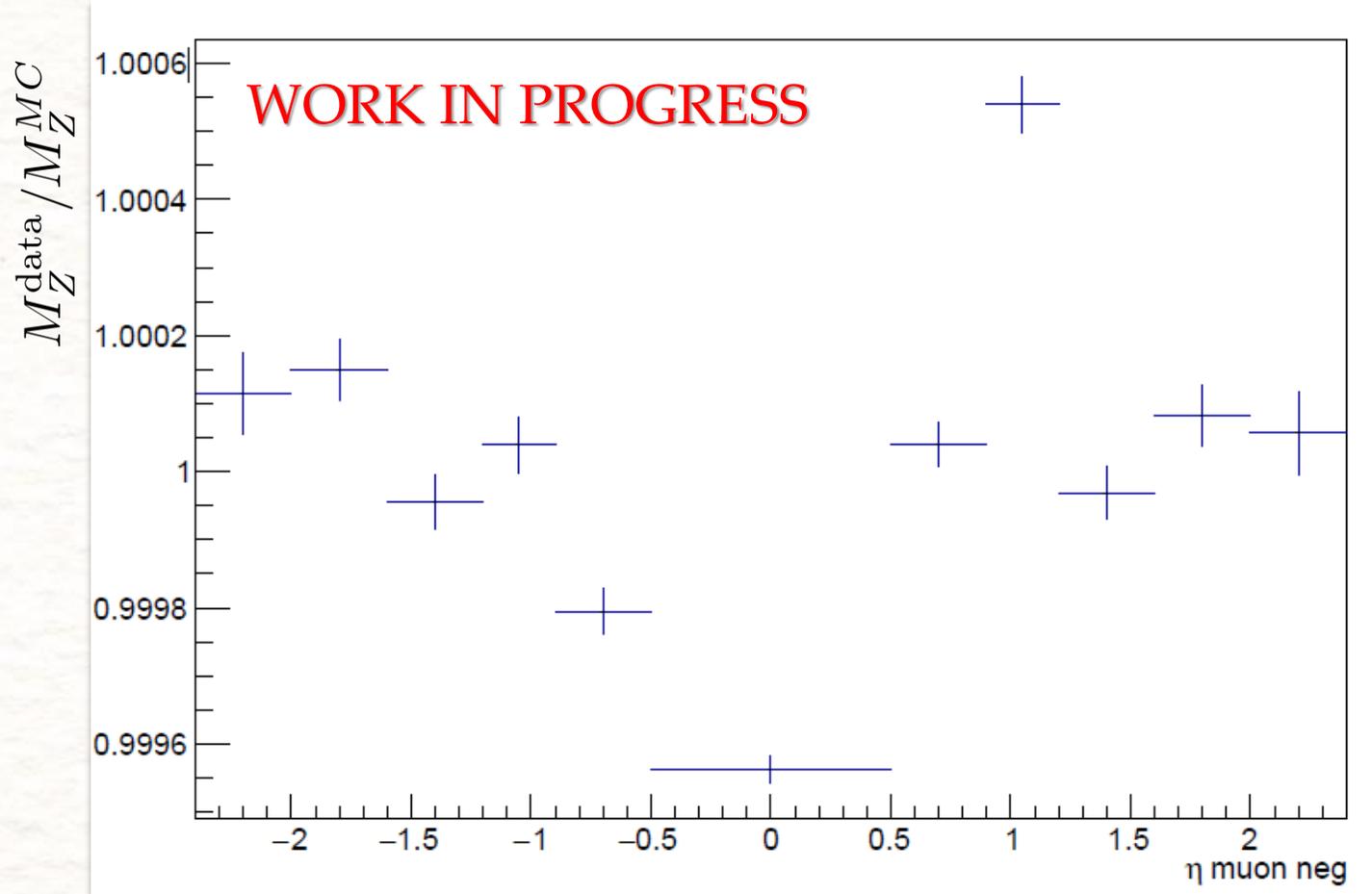
Previsione del modello

- Valore di M_w utilizzato: variazione $H < 1\%$ for $79 \text{ GeV} < M_w < 82 \text{ GeV}$

Fit MC

- Definizione del range di fit (79-82 GeV): discrepanza tra distribuzione completa e approssimata al secondo ordine in $m - M_V < 0.5\%$
- Variazione del range di fit: riduzione/allargamento di 0.4 GeV (10%) → variazione di $H < 10\%$, variazione del valore fittato $M_w < 0.01\%$

Applicazione del risultato: calibrazione della scala dei Muoni



- Rapporto Dati/MC
- Chiusura $O(10^{-4})$
- In principio si testa la calibrazione, ma potrebbe risentire le PDF nel MC
- Dato che la sistematica dovuta alla slope delle PDF è 0.1 MeV \rightarrow trascurabile \rightarrow misura utilizzabile

[Risultato di E. Manca, all'interno della misura della massa del W a CMS]

CONCLUSIONI

- Il calcolo tree-level permette di riprodurre lo shift indotto dalle PDF
- L'incertezza dovuto a tale shift è sotto controllo
 - Robusta a variazione dei parametri dell'analisi
 - Compatibile incertezza per incomplete descrizione del MC
- La sistematica indotta dalla slope delle PDF è completamente trascurabile rispetto alle altre sistematiche

BACKUP SLIDES

Sistematica dovuta all'accettanza

- Distribuzione angolare del leptone: $\frac{dN^{e\tau}}{d \cos \theta^*} = \frac{3}{8} (1 \pm \cos \theta^*)^2$, θ^* =angolo tra leptone e fascio: $\cos \theta^* = \left(1 - \frac{4p_T^2}{M_W^2}\right)^{1/2}$
- Come è collegato il taglio in accettanza alla rapidità del W: $y_e = y + y_{cm} = \frac{1}{2} \log\left(\frac{x_1}{x_2}\right) + \frac{1}{2} \log\left(\frac{1 + \cos \theta^*}{1 - \cos \theta^*}\right)$
- Come è collegato Y_W alla distribuzione p_T^μ :
 - H= vincolo cinematico, con taglio a y_0
 - $\tau = M_W^2/s$
$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma \sim \int dx_1 dx_2 d \cos \theta^* \delta(x_1 x_2 - \tau) H(x_1/x_2, \cos \theta^*, y_0) \\ \quad \times [d_\nu(x_1) u_\nu(x_2) (1 + \cos \theta^*)^2 + u_\nu(x_1) d_\nu(x_2) (1 - \cos \theta^*)^2] \\ \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dp_T^2} = \frac{3}{2M_W^2} \left(1 - \frac{4p_T^2}{M_W^2}\right)^{-1/2} \left(2 - \frac{4p_T^2}{M_W^2}\right) F(p_T) \end{array} \right.$$

- Fattore di soppressione:

$$F(p_T) = \left[\int_R dy \left(\frac{d\sigma^-}{dy} (1 + \sqrt{})^2 + \frac{d\sigma^+}{dy} (1 - \sqrt{})^2 \right) \right] \left[\int dy \left(\frac{d\sigma^-}{dy} + \frac{d\sigma^+}{dy} \right) (1 + \sqrt{})^2 \right]^{-1}$$

$$= \frac{1}{\sigma} \int_R dy \frac{d\sigma}{dy} + \left(1 - \frac{4p_T^2}{M_W^2}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{2p_T^2}{M_W^2}\right)^{-1} \frac{1}{\sigma} \int_R dy \left(\frac{d\sigma^+}{dy} - \frac{d\sigma^-}{dy} \right).$$

(sezione d'urto differenziale in avanti e indietro)

Dipendenza da PDF

Referenze:

- [W. J. Stirling and A. D. Martin, Parton distribution uncertainty in the measurement of \$M_W\$ in proton-antiproton collisions, Physics Letters B 237](#)
- [G. Bozzi, L. Citelli and A. Vicini, PDF uncertainties on the W boson mass measurement from the lepton transverse momentum distribution, Physical Review D 91, 113005 \(2015\)](#)

Procedura complete di estrazione del risultato

Valore centrale:

1. Singola replica (0) \rightarrow fit alle distribuzioni di M_w in bin di Y, con M e Γ fissati
2. Fit lineare di $\Delta(Y)$, con errori statistici
3. intercetta ed errore del fit come valore centrale

NB 1: usando la media delle repliche invece che la replica 0 il risultato non varia entro l'incertezza sistematica

NB 2: cambiando scala del MC (10 repliche) il risultato non varia entro l'incertezza sistematica

Incerteza sistematica:

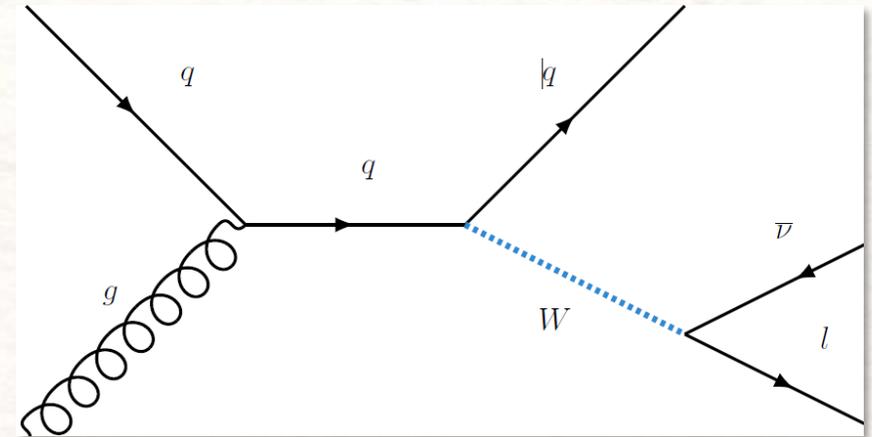
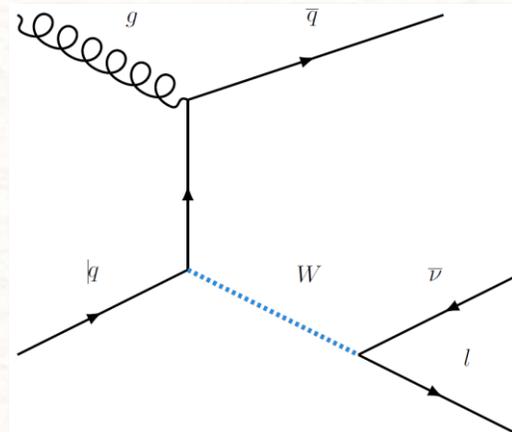
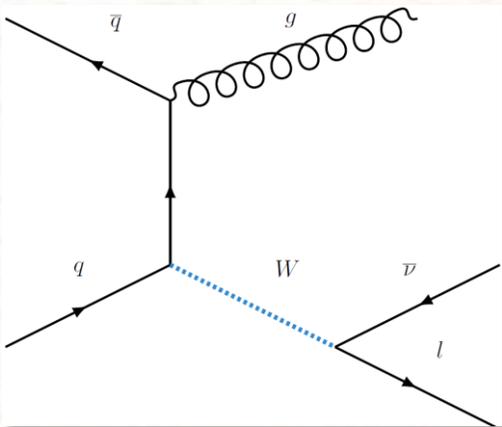
1. Per ogni replica \rightarrow fit alle distribuzioni di M_w in bin di Y, con M e Γ liberi
2. Per ogni replica \rightarrow fit lineare di $\Delta(Y)$, con errori statistici
3. Distribuzione delle intercette \rightarrow RMS della distribuzione come sistematica

Diagrammi NLO con Gluoni

- Nel nostro modello presente solo tree-level ($q_T(W)=0$)
- Cosa possiamo dire dei diagrammi con i gluoni?
 - Impatto sulla sezione d'urto: 20%
 - Impatto sullo shift: un grado di liberta extra \rightarrow shift compensato \rightarrow «diluzione» dello shift
- Il nostro modello è corretto?

Simulati con MADGRAPH 1k eventi

- Sezione d'urto inclusiva per ogni diagramma
- Scala di fattorizzazione: M_W
- Min p_T per gluoni (jet): 20 GeV



Calcolo complete di H e K

$$\frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2} = \frac{1}{N_C^2} \sum_{\text{flavour } ij} [f_i(x_1)f_j(x_2) + f_i(x_2)f_j(x_1)] \frac{16\pi\Gamma_W^2 \mathcal{B}_{W \rightarrow q_i \bar{q}_j} \mathcal{B}_{W \rightarrow \ell\nu}}{(x_1 x_2 s - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2}$$

$$\begin{cases} Y = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1}{x_2} \\ m^2 = s x_1 x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{m}{\sqrt{s}} e^Y \\ x_2 = \frac{m}{\sqrt{s}} e^{-Y} \end{cases}$$

$$\frac{d\sigma_y}{dm} = \left(\frac{d\sigma}{dY}\right)_{Y=y} \frac{1}{N_C^2} \sum_{\text{flavour } ij} \frac{8m}{s} [f_i(\bar{x}_1)f_j(\bar{x}_2) + f_i(\bar{x}_2)f_j(\bar{x}_1)] \frac{16\pi\Gamma_W^2 \mathcal{B}_{W \rightarrow q_i \bar{q}_j} \mathcal{B}_{W \rightarrow \ell\nu}}{(m^2 - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2}$$

$$= \sum_{\text{flavour } ij} C_{ij} [f_i(\bar{x}_1)f_j(\bar{x}_2) + f_i(\bar{x}_2)f_j(\bar{x}_1)] \frac{m}{(m^2 - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2},$$

$$\mathcal{F}^{i,j}(m) = f_i(\bar{x}_1)f_j(\bar{x}_2) \quad \text{and} \quad \mathcal{F}^{j,i}(m) = f_j(\bar{x}_1)f_i(\bar{x}_2).$$

$$\left. \frac{d\sigma_y}{dm} \right|_{i=1, j=2} = C_{12} \frac{m}{(m^2 - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} \left[\mathcal{F}^{i,j}(M_W) \left\{ 1 + H^{i,j} \frac{m - M_W}{M_W} + K^{i,j} \left(\frac{m - M_W}{M_W} \right)^2 \right\} + \mathcal{F}^{j,i}(M_W) \left\{ 1 + H^{j,i} \frac{m - M_W}{M_W} + K^{j,i} \left(\frac{m - M_W}{M_W} \right)^2 \right\} \right].$$

$$\left. \frac{d\mathcal{F}^{i,j}(m)}{dm} \right|_{m=M_W} = \frac{f_1(\bar{x}_1)f_2(\bar{x}_2)}{m} \left(\frac{f_1'(\bar{x}_1)}{f_1(\bar{x}_1)} \bar{x}_1 + \frac{f_2'(\bar{x}_2)}{f_2(\bar{x}_2)} \bar{x}_2 \right) \Big|_{m=M_W}$$

$$\equiv \frac{f_1(\bar{x}_1)f_2(\bar{x}_2)}{m} \Big|_{m=M_W} H^{i,j},$$

$$\left. \frac{1}{2} \frac{d^2 \mathcal{F}^{i,j}(m)}{dm^2} \right|_{m=M_W} = \frac{f_1(\bar{x}_1)f_2(\bar{x}_2)}{m^2} \frac{1}{2} \left(\frac{f_1''(\bar{x}_1)}{f_1(\bar{x}_1)} \bar{x}_1^2 + \frac{f_2''(\bar{x}_2)}{f_2(\bar{x}_2)} \bar{x}_2^2 + 2\bar{x}_1 \bar{x}_2 \frac{f_1'(\bar{x}_1)f_2'(\bar{x}_2)}{f_1(\bar{x}_1)f_2(\bar{x}_2)} \right) \Big|_{m=M_W}$$

$$\equiv \frac{f_1(\bar{x}_1)f_2(\bar{x}_2)}{m^2} \Big|_{m=M_W} K^{i,j}.$$

$$\frac{d\sigma}{dm} = \mathcal{C} \frac{m}{(m^2 - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} \sum_{\text{flavour } ij} [V_{ij}^{CKM} (\mathcal{F}^{i,j}(M_W) + \mathcal{F}^{j,i}(M_W))] \left\{ 1 + \right.$$

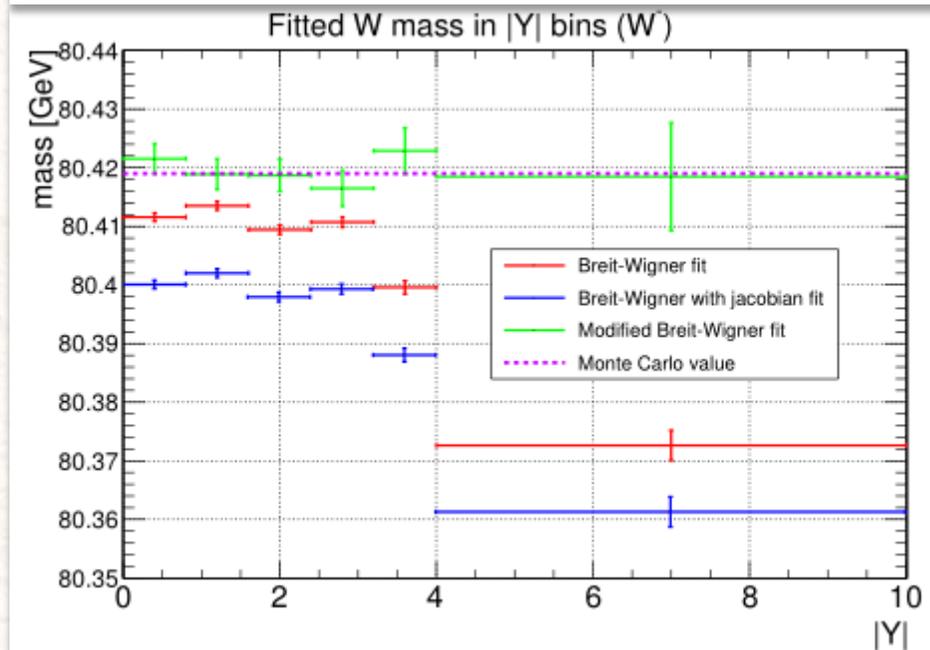
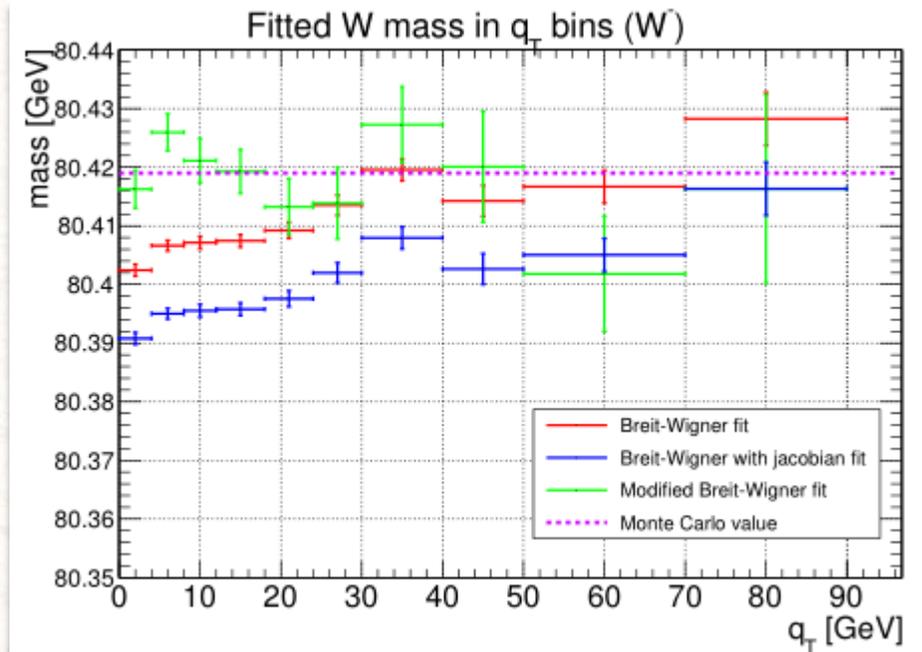
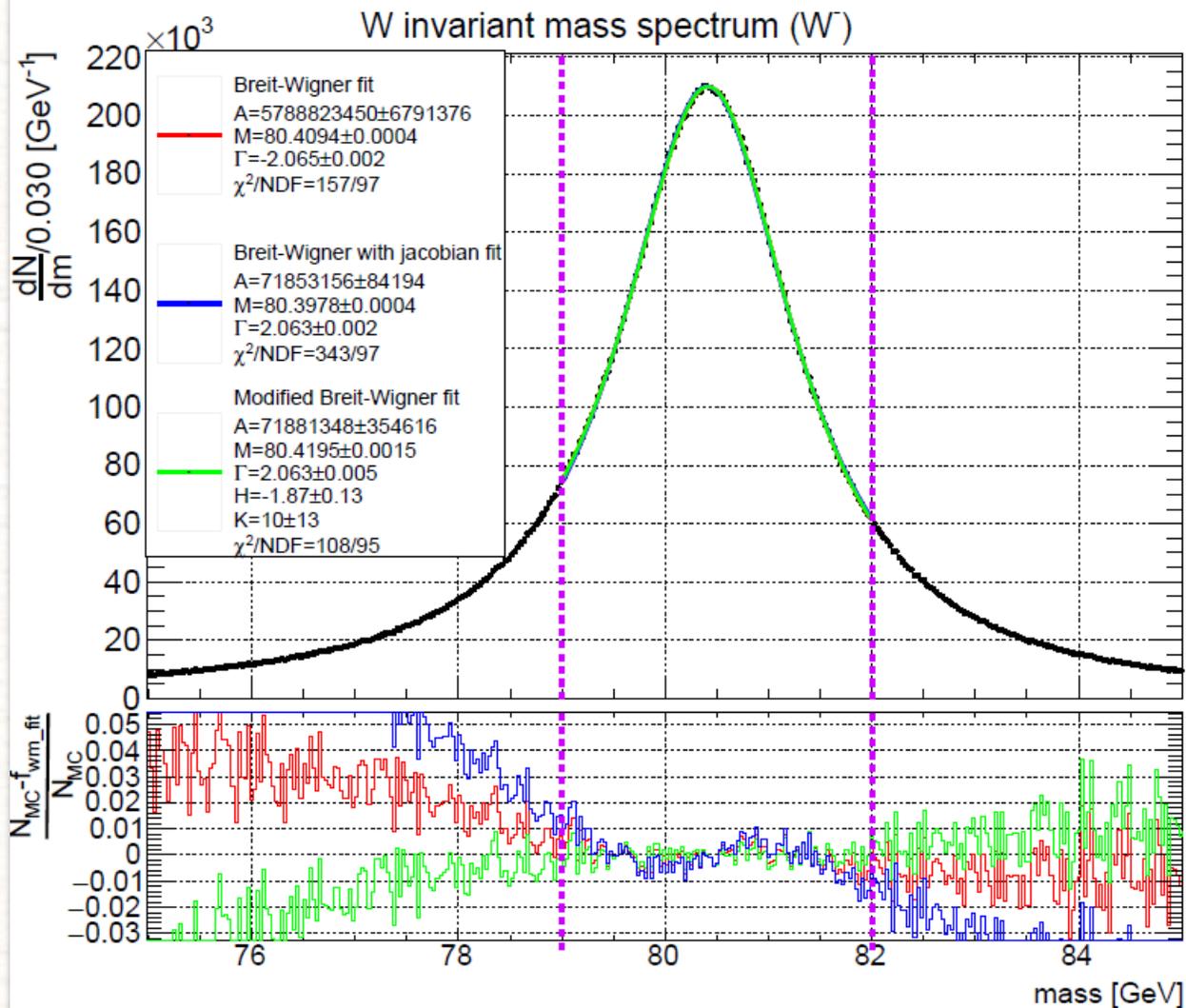
$$+ \frac{\sum_{\text{flavour } ij} [V_{ij}^{CKM} (\mathcal{F}^{i,j}(M_W) H^{i,j} + \mathcal{F}^{j,i}(M_W) H^{j,i})]}{\sum_{\text{flavour } ij} [V_{ij}^{CKM} (\mathcal{F}^{i,j}(M_W) + \mathcal{F}^{j,i}(M_W))]} \left(\frac{E - M_W}{M_W} \right) +$$

$$+ \left. \frac{\sum_{\text{flavour } ij} [V_{ij}^{CKM} (\mathcal{F}^{i,j}(M_W) K^{i,j} + \mathcal{F}^{j,i}(M) K^{j,i})]}{\sum_{\text{flavour } ij} [V_{ij}^{CKM} (\mathcal{F}^{i,j}(M_W) + \mathcal{F}^{j,i}(M_W))]} \left(\frac{m - M_W}{M_W} \right)^2 \right\}$$

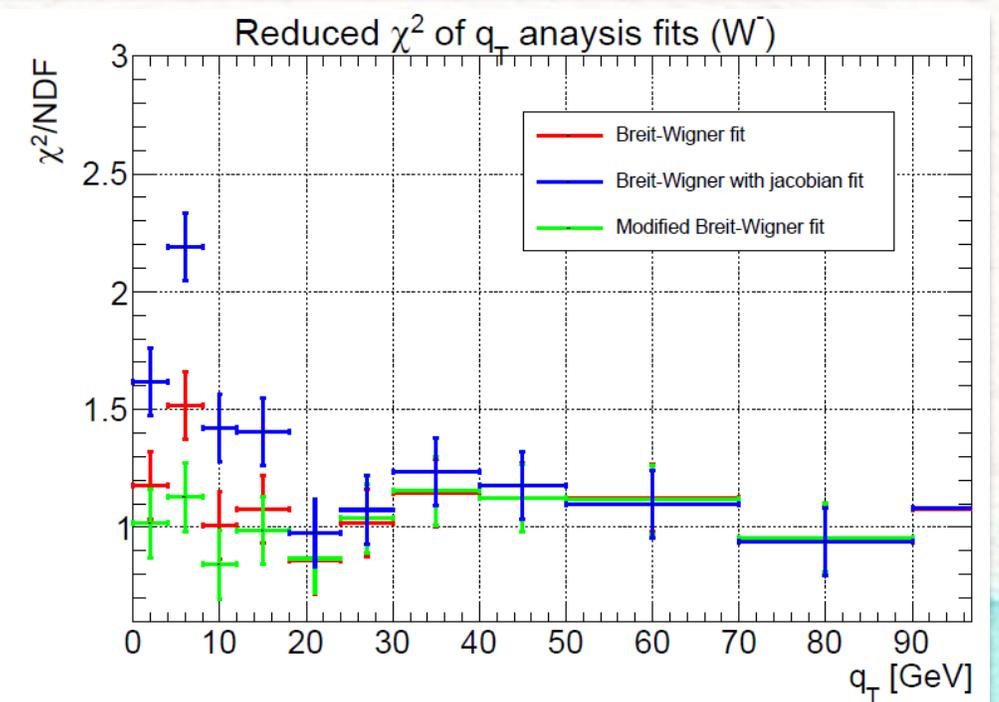
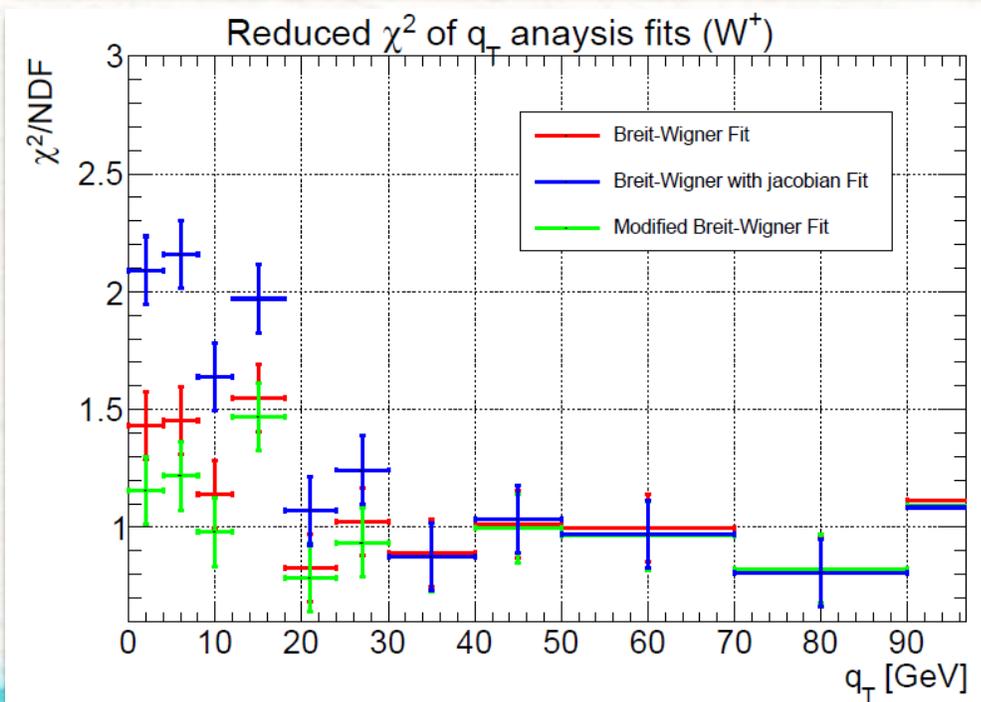
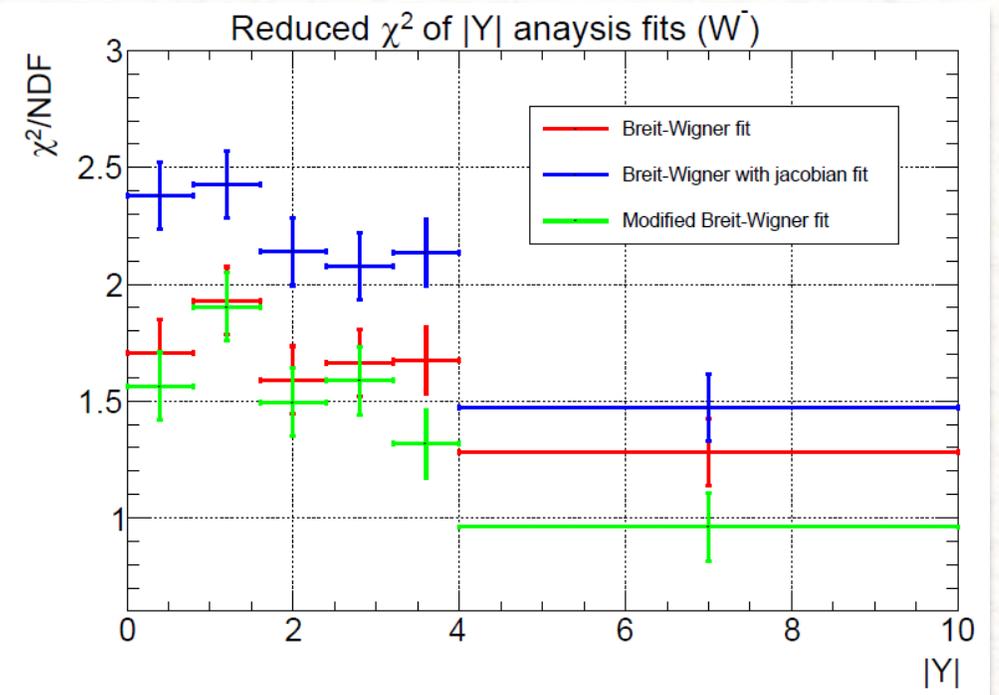
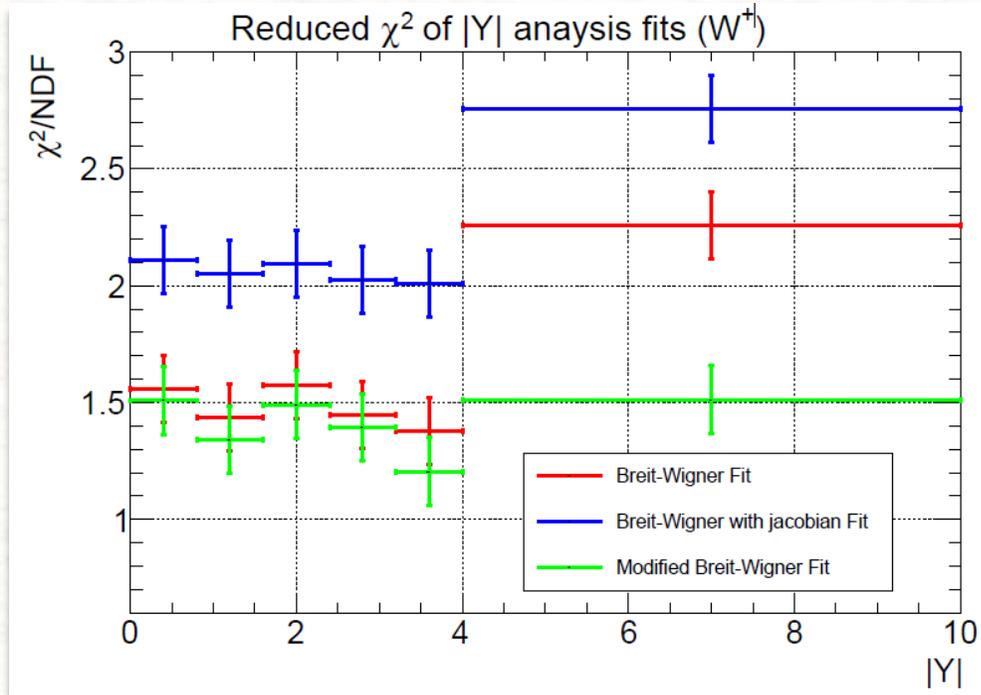
$$\equiv \mathcal{A} \frac{m}{(m^2 - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} \left\{ 1 + \left(\frac{m - M_W}{M_W} \right) H + \left(\frac{m - M_W}{M_W} \right)^2 K \right\},$$

$$H = \frac{\sum_{\text{flavour } ij} [V_{ij}^{CKM} (f_i(\bar{x}_1)f_j(\bar{x}_2) \left(\frac{f_i'(\bar{x}_1)}{f_i(\bar{x}_1)} \bar{x}_1 + \frac{f_j'(\bar{x}_2)}{f_j(\bar{x}_2)} \bar{x}_2 \right) + f_i(\bar{x}_2)f_j(\bar{x}_1) \left(\frac{f_j'(\bar{x}_1)}{f_i(\bar{x}_1)} \bar{x}_1 + \frac{f_i'(\bar{x}_2)}{f_j(\bar{x}_2)} \bar{x}_2 \right))]}{\sum_{\text{flavour } ij} [V_{ij}^{CKM} (f_i(\bar{x}_1)f_j(\bar{x}_2) + f_i(\bar{x}_2)f_j(\bar{x}_1))]} \Big|_{m=M_W}$$

Validazione MC – fit W^-

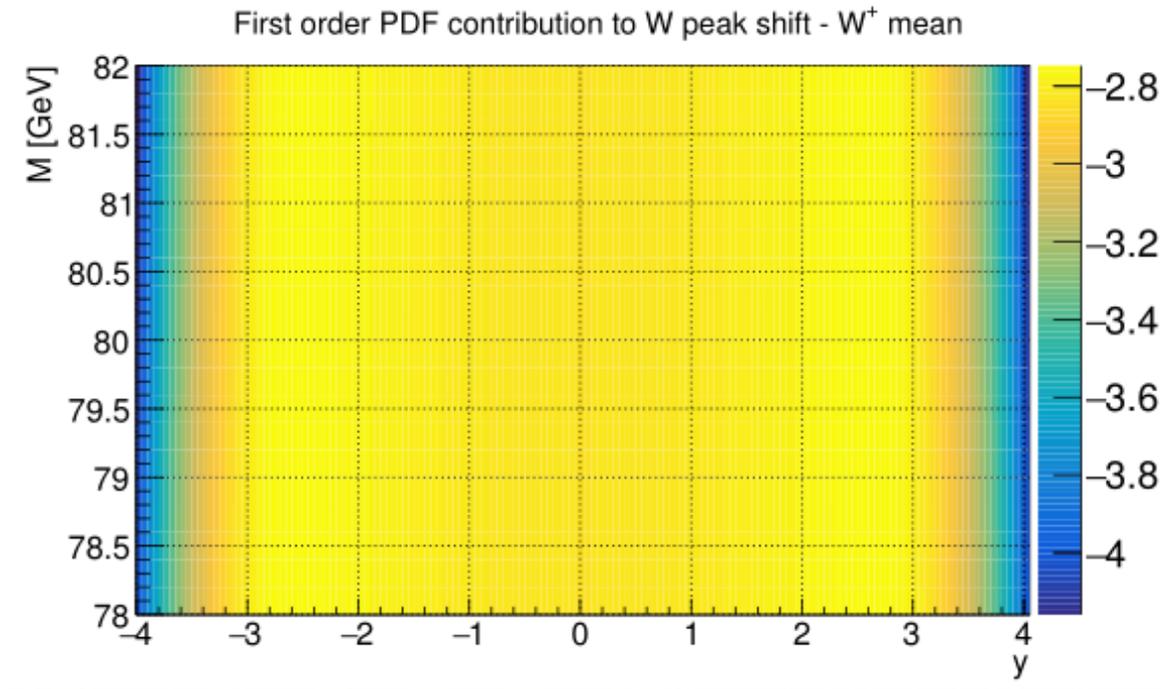


χ^2 dei fit



Controlli per la robustezza della procedura

Variazione di M_w



Discrepanza tra distribuzione in massa invariante complete
modello al primo ordine

