

# Appunti di acustica con esperimenti da effettuare nelle scuole secondarie

Isidoro Ferrante

## Fisica e musica

Fisica e musica sono legati da legami profondi: prima di essere espressione artistica, il suono è un fenomeno della natura complesso. Gli strumenti musicali sono a loro volta complessi sistemi vibranti, le cui proprietà, sebbene stabilite empiricamente nel corso dei secoli, sono giustificabili tramite le leggi della fisica. Anche le leggi dell'armonia sono giustificabili sulla base di principi fisici, supportati da motivazioni biologiche e psicologiche. In questa lezione vengono spiegati alcuni fenomeni sonori, e vengono proposti semplici esperimenti e misure che permettono di verificarne il funzionamento.

## Il suono

Il suono è una vibrazione delle molecole dell'aria che si propaga da una molecola all'altra sotto forma di onde. Le vibrazioni delle molecole non avvengono indipendentemente l'una dall'altra, ma collettivamente, e generano nell'aria oscillazioni di densità e pressione che si espandono a velocità definita.

La velocità con cui viaggia il suono è comunemente indicata con il simbolo  $c_s$  ( $c$  è l'iniziale della parola latina *celeritas*), e dipende dalla temperatura dell'aria, dalla sua composizione (e quindi in particolare dalla concentrazione di vapore acqueo) ma non dalla pressione.

A temperatura ambiente standard, in assenza di umidità, la velocità del suono è di circa 344 m/s, ma in condizioni particolari di umidità e temperatura può variare tra 330 e 350 m/s.

Una misura della velocità del suono può essere effettuata con grande semplicità tramite un computer, adoperando una "linea di ritardo" costituito da un tubo di gomma di una decina di metri di lunghezza avvolto su sé stesso, in modo che le estremità si trovino a piccola distanza tra di loro. Oltre al tubo, serve solamente un

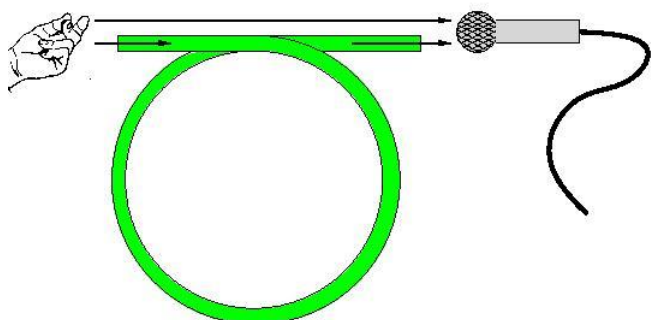


Figura 1 Schema della misura della velocità del suono

computer dotato di microfono ed un programma che permette di registrare e visualizzare i suoni (ad esempio Audacity). Si piazza il microfono davanti ad una delle estremità, e si produce un suono secco e rapido in corrispondenza dell'altra dopo avere avviato la registrazione (basta schiacciare le dita o battere le mani).

In questo modo al microfono giungeranno sia il suono diretto, ovvero quello che dalla sorgente giunge direttamente al microfono, e quello ritardato, che ha

attraversato il tubo in tutta la sua lunghezza. Quest'ultimo sarà anche deformato, a causa delle riflessioni interne al tubo, ma comunque riconoscibile.

Vediamo un esempio in questa figura:

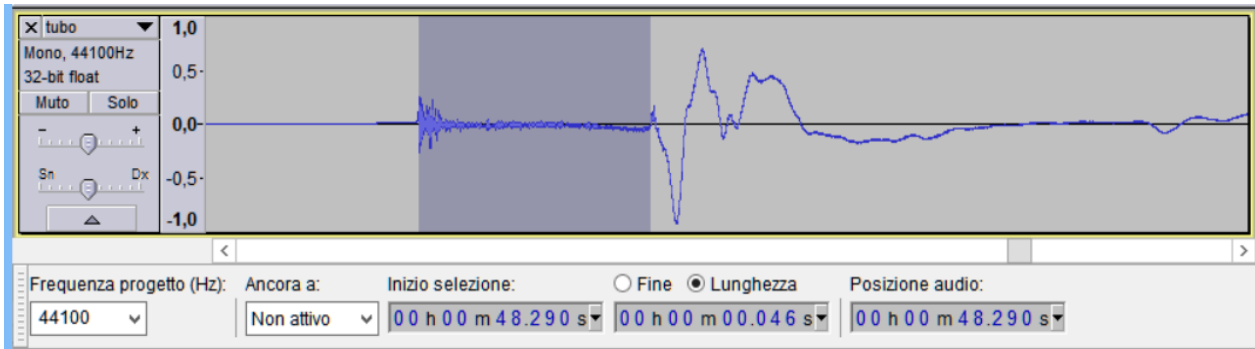


Figura 2 Suono registrato dal microfono. Si nota l'impulso diretto e quello che ha attraversato il tubo, fortemente deformato

Possiamo misurare il ritardo tra l'arrivo del primo e del secondo suono aiutandoci con il cursore: vediamo dalla figura che questo risulta uguale a 46 msec. Il tubo adoperato era lungo circa 16 m, mentre la distanza diretta tra la sorgente ed il microfono era di circa 50 cm: la velocità che corrisponde al ritardo misurato risulta pertanto:

$$c_s = (16 - 0,50)/0,046 \cong 337 \text{ m/s}$$

che è un valore perfettamente in linea con quanto atteso, soprattutto se si tiene conto degli errori nella misura.

## Vibrazioni

Le onde sonore sono prodotte dalle vibrazioni di oggetti estesi che colpiscono le molecole d'aria circostanti. Per parlare di suono, dobbiamo cominciare a studiare le vibrazioni.

Il più semplice moto oscillatorio è quello detto moto armonico semplice: è il moto di un pendolo, o quello di un oggetto attaccato ad una molla. Per descrivere il moto armonico semplice, si comincia col considerare un oggetto avente una posizione di equilibrio stabile: questo vuol dire che spostando l'oggetto dalla posizione di equilibrio di una certa quantità  $x$ , si genera una forza che tende a riportarlo indietro verso il punto di equilibrio. Se questa forza è proporzionale allo spostamento, ovvero se è tanto maggiore quanto maggiore è la distanza dal punto di equilibrio, allora la forza è detta elastica. In formule:

$$F = -kx$$

Dove il segno  $-$  sta ad indicare che la forza è in direzione opposta allo spostamento, e la costante  $k$  è detta costante elastica.

Un corpo soggetto ad una forza elastica ha equazioni del moto:

$$F = ma = -kx$$

La legge oraria che soddisfa questa equazione del moto è della forma:

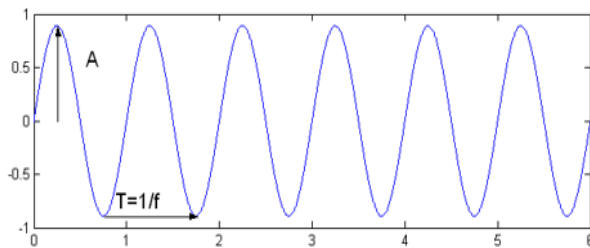
$$x(t) = A \sin(2\pi f t + \varphi)$$

La quantità  $\varphi$  è detta fase: ai nostri scopi non è interessante, e quindi non ne parleremo; la quantità  $A$  è detta ampiezza, ed è uguale al massimo spostamento del corpo dalla posizione di equilibrio; infine  $f$  è la frequenza del moto, ovvero il numero di oscillazioni compiute in un secondo.

La frequenza  $f$  sarà centrale nei nostri ragionamenti. L'inverso della frequenza è detto periodo dell'oscillazione, ed indica il tempo impiegato per compiere una oscillazione:  $T=1/f$ . La frequenza di oscillazione si misura in cicli di

oscillazioni al secondo, unità a cui viene dato il nome di Hertz. Un periodo di 1 millisecondo corrisponde quindi a 1000 oscillazioni al secondo, ovvero ad una frequenza di 1000 Hz

Il moto armonico semplice è il mattone su cui viene costruita la teoria delle vibrazioni: vedremo che ogni vibrazione, più complessa, può essere descritta a partire da una somma di moti armonici semplici.

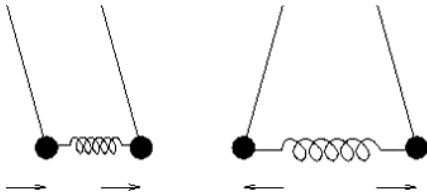


Il suono prodotto da un oggetto che si muove di moto armonico semplice è detto **suono puro**. I suoni perfettamente puri sono quasi tutti artificiali, ma esistono oggetti in grado di produrre suoni molto puri, come ad esempio il diapason o il flauto dolce.

Figura 3 Moto armonico semplice. Nella figura si ha una oscillazione di ampiezza 0,9, periodo 1 s e frequenza 1 Hz.

## Modi di oscillazione di un oggetto esteso

Consideriamo un oggetto più complicato: due pendoli identici collegati da una molla. Un oggetto di questo tipo



può oscillare in due modi: i due pendoli possono andare dalla stessa parte, oppure da parti opposte. Nel primo caso, la molla non interviene nel moto, e la frequenza rimane invariata; nel secondo caso la molla si comprime e si allunga, e fornisce una forza aggiuntiva che determina un moto più rapido dei due pendoli.

Figura 4 I due modi di oscillazione di un pendolo accoppiato

Ciascuna delle due oscillazioni però costituisce un moto armonico semplice.

Generalizzando, quando si considera un oggetto esteso, composto da più parti, si possono formare diversi modi di vibrazione. Ognuno di questi modi è un moto armonico semplice, ed ognuno ha una sua frequenza, in principio diversa da quella degli altri modi.

Il numero di modi di oscillazione di un oggetto esteso è in teoria infinito: in realtà, solamente i modi di frequenza più bassa sono importanti.

Quando un oggetto viene posto in vibrazione, ad esempio colpendolo o pizzicandolo, tutti questi modi si mettono in vibrazione contemporaneamente: il suono prodotto sarà quindi la somma di tanti suoni puri. Il suono a frequenza più bassa è detto fondamentale, mentre gli altri, posti in ordine di frequenza crescente, sono detti parziali.

Possiamo dividere i suoni prodotti da un oggetto esteso in due grandi categorie:

### 1. Suoni armonici

Sono suoni in cui le parziali hanno frequenze che sono multipli interi della frequenza fondamentale  $F_0$ : le parziali, dette in questo caso armoniche, hanno pertanto frequenza  $2F_0$ ,  $3F_0$ ,  $4F_0$  etc.

Le vibrazioni che generano suoni armonici sono vibrazioni periodiche, che si ripetono identiche dopo un tempo  $T=1/F_0$ . I suoni armonici sono percepiti come un suono unico: l'orecchio non è in grado di distinguere le varie armoniche. Producono un suono di questo tipo la voce umana (le vocali), le corde vibranti, gli strumenti a fiato, anche se la vibrazione non è mai perfettamente periodica e cambia leggermente in ampiezza e/o frequenza.

### 2. Suoni enarmonici

Anche i suoni enarmonici sono la somma di suoni puri di frequenza diversa: ma stavolta la relazione tra le parziali non è così semplice come nel caso dei suoni armonici, anzi può risultare molto difficile da comprendere. I suoni enarmonici possono essere percepiti come un unico suono dall'orecchio umano,

ma possono anche essere percepiti come somma di suoni diversi, come accade nel caso del gong. Producono suoni enarmonici quasi tutti gli strumenti a percussione.

## Suoni casuali

---

Oltre ai suoni puri, armonici ed enarmonici esistono anche quelli casuali, prodotti da vibrazioni imprevedibili, come quelle che si ottengono sfregando tra loro due superfici ruvide, o versando un barattolo di fagioli secchi, o soffiando contro il microfono. Suoni di questo tipo sono ad esempio le consonanti s ed f, in rumore della pioggia, il suono delle maracas.

## Volume ed ampiezza

---

La sensazione di volume di un suono è legata alla ampiezza delle oscillazioni di pressione dell'aria. A parità di ampiezza, però, può capitare che un suono complesso sia percepito più intensamente di un suono puro, o che la sensazione di volume dipenda anche dalla frequenza. La sensazione di volume è una sensazione logaritmica: ovvero, due sorgenti non danno l'impressione di volume doppio, ma di un aumento minore.

Per questo motivo, piuttosto che utilizzare l'ampiezza, si preferisce definire una intensità sonora a partire dal logaritmo dell'ampiezza delle oscillazioni di pressione. Questa definizione però non va bene, perché cambiando le unità di misura della pressione cambierebbe anche il suo logaritmo. Quindi deve essere specificata anche l'unità di misura, in corrispondenza della quale l'intensità vale zero. Una scelta comune, è quella di prendere come unità di misura la minima ampiezza di pressione udibile. Con questa scelta, l'intensità del suono viene definita come:

$$I_{dB} = 20 \log_{10} \left( \frac{P}{P_{min}} \right)$$

Ovvero 20 volte il logaritmo in base dieci del rapporto tra la massima variazione di pressione e la minima pressione udibile, pari per convenzione a 20 microPascal. Nel seguito, non adopereremo molto il concetto di intensità, per cui rimandiamo ad altri testi per gli approfondimenti.

## Altezza e frequenza

---

L'altezza di un suono è una sensazione ben precisa, prodotta dal cervello in risposta allo stimolo sonoro. Si può facilmente verificare, toccando ad esempio un altoparlante, che suoni gravi corrispondono a vibrazioni lente, mentre suoni acuti corrispondono a vibrazioni rapide. Si può sperimentare che, per suoni puri, la sensazione di altezza è legata alla frequenza, ovvero al numero di vibrazioni effettuate in un secondo. Per vibrazioni più complesse, il legame non è così semplice, e può dipendere dalla psicologia del fenomeno uditivo.

L'orecchio è sensibile a frequenze comprese tra circa 20 e 20.000 Hz. Al di sotto di 20 Hz, le vibrazioni vengono percepite singolarmente, e non si ha la sensazione di un suono. Il limite superiore, invece, è un limite estremo raggiungibile solo da alcuni individui in giovane età: solitamente, il limite per un adolescente si colloca intorno ai 16.000 Hz, mentre per una persona matura senza problemi particolari può scendere anche fino a 10.000 Hz.

Vediamo qualche esempio:

- La tensione della rete elettrica domestica oscilla con una frequenza di circa 50 Hz. Questo produce nelle apparecchiature connesse alla rete un ronzio facilmente udibile, di frequenza pari a 50 o 100 Hz, a seconda del tipo di apparecchiatura.
- Il tasto più basso del pianoforte oscilla a circa 28 Hz.
- La voce parlata di un uomo adulto ha una frequenza intorno a 100-1500 Hz; quella femminile una frequenza pressappoco doppia.

- Il La centrale del pianoforte ha una frequenza di 440 Hz. Il suono di centrale di un telefono ha una frequenza intorno a 450 Hz.
- Intorno ai 1000 Hz l'orecchio ha un massimo della sensibilità.
- La voce parlata, per consentire il riconoscimento delle vocali, deve contenere frequenze fino a circa 3000 Hz.
- Il tasto più acuto del pianoforte ha una frequenza di circa 4190 Hz.
- La maggior parte dei suoni prodotti da una orchestra ha frequenza massima di circa 10.000 Hz.

Le frequenze maggiori non sono udibili da tutti, e spesso risultano in suoni fastidiosi. Sono comunque presenti nel suono di molti strumenti, e a volte servono a caratterizzarne il timbro.

Anche i suoni armonici producono una sensazione di altezza ben definita: questa è legata alla frequenza della fondamentale e non dipende dalle armoniche.

I suoni enarmonici, invece, non hanno in generale una altezza precisa, come nel caso del tamburo, del triangolo o dei piatti. In di casi particolari, è possibile ricorrere ad espedienti che rendono l'altezza chiaramente percepibile: questi vengono sfruttati nella costruzione di strumenti musicali come lo xilofono, la marimba o i timpani.

I suoni casuali non hanno, in generale, una altezza ben definita, e vengono adoperati solamente nelle sezioni ritmiche (maracas, "caccavella", etc.)

## Timbro e spettro: Il teorema di Fourier

---

Il teorema di Fourier fornisce un metodo per scomporre ogni vibrazione, e quindi ogni suono, in una somma di vibrazioni armoniche semplici aventi ognuna una propria frequenza ed ampiezza. Una volta scomposto il suono, è possibile effettuare un grafico, in cui in ascissa va la frequenza del suono, ed in ordinata l'ampiezza corrispondente: la figura ottenuta è detta **spettro** della vibrazione o del suono.

Il concetto di timbro di un suono è legato al concetto di spettro: suoni aventi uno spettro simile presentano timbri simili. Tuttavia, nel definire il timbro, intervengono altri fattori, come ad esempio il cosiddetto "tempo di attacco", ovvero la fase iniziale in cui il suono si forma.

I suoni si possono classificare anche con l'aiuto del loro spettro:

- 1) I suoni puri hanno uno spettro costituito da un picco isolato in corrispondenza della frequenza del suono.
- 2) I suoni armonici presentano uno spettro "a pettine", formato da tante righe equispaziate, una per ogni armonica. Occasionalmente, possono mancare una o più righe nello spettro. Raramente può risultare assente anche la fondamentale.
- 3) I suoni enarmonici presentano una serie di righe, che però non risultano equispaziate.
- 4) I suoni casuali presentano infine uno spettro senza righe.

Per osservare l'evoluzione temporale dello spettro di un suono, si ricorre ad un tipo di rappresentazione detto spettrogramma: nello spettrogramma sono presenti due assi, quello del tempo (solitamente in ascissa) e quello delle frequenze. L'ampiezza di ogni frequenza viene resa graficamente tramite una scala di colori, in cui il blu corrisponde a zero, ed il rosso all'ampiezza massima misurabile. In questo modo è possibile seguire l'andamento di una melodia o anche dell'intonazione di una frase.

Esistono molti programmi in grado di mostrare in tempo reale gli spettri dei suoni: personalmente consiglio *Friture*, per Windows e Linux, e *Sound Analyzer* per Android, entrambi in grado di mostrare in tre finestre contemporaneamente la forma dell'onda registrata, lo spettro e lo spettrogramma.

Anche Audacity è in grado di fornire spettro e spettrogramma, ma solamente per suoni precedentemente registrati: è pertanto adatto per una analisi offline accurata. Un programma molto buono, adoperato per le figure del prossimo capito, è WaveSurfer.

## Esempi

Vediamo adesso alcuni esempi, per i quali è stato adoperato il software wavesurfer.exe

### Suono puro:

Il diapason genera un suono quasi puro, come si può notare osservando l'ingrandimento in alto a destra. La finestra mostrata è di 1/100 di secondo a destra e a sinistra della linea rossa, e da ciascuna delle due parti si possono contare circa 4 cicli di vibrazione: pertanto in un secondo si avranno intorno a 450 cicli, cioè la frequenza è circa 450 Hz. In realtà, come si potrebbe andare a vedere esaminando in dettaglio lo spettro in basso a destra, la frequenza vera è di esattamente 440 Hz, corrispondente al La centrale. Lo spettro mostra anche la presenza di una riga di frequenza doppia, ad 880 Hz, corrispondente alla seconda armonica del suono: questo dimostra che il suono non è esattamente puro.

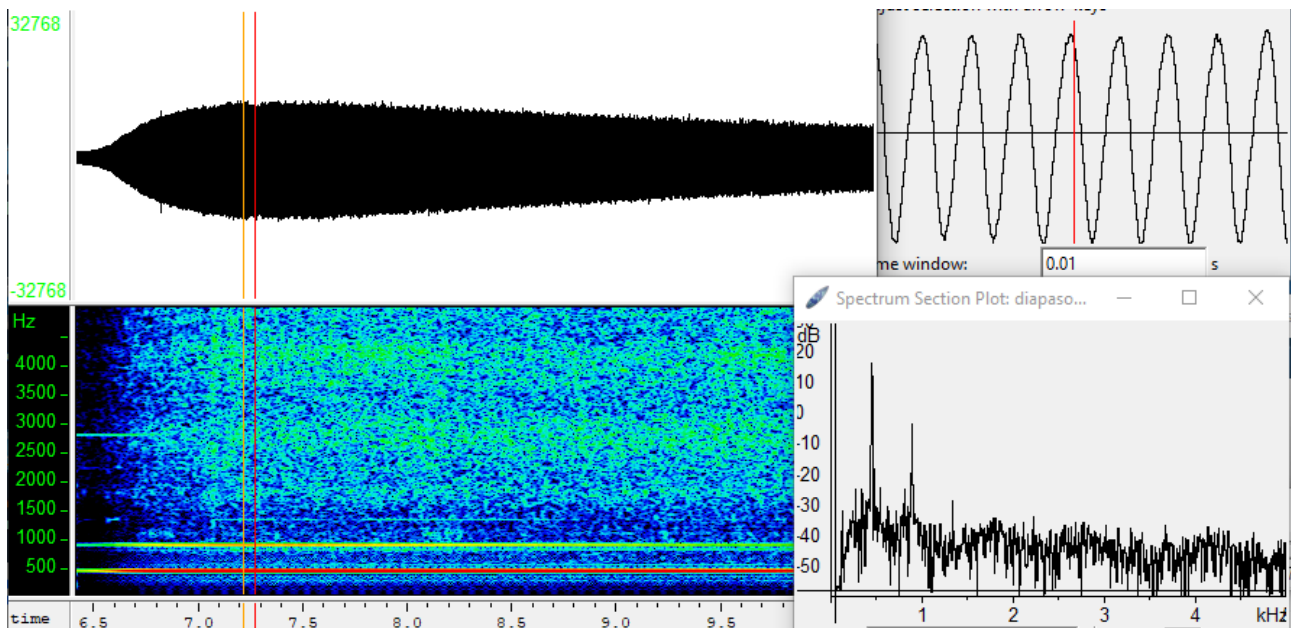


Figura 5 Suono prodotto dal diapason

### Suono armonico.

Nella figura seguente viene mostrato il suono della seconda corda di un violino, suonata a vuoto. Il suono del violino è quasi periodico, quindi consiste in una vibrazione che si ripete ad intervalli regolari. L'inserto in alto a destra della figura, che mostra un ingrandimento della forma d'onda, mostra bene questa proprietà. Lo spettro di un suono di questo tipo è formato da tante linee equispaziate, come si vede nell'inserto in basso a destra: la fondamentale si trova a circa 440 Hz, che corrisponde alla nota La.

Lo spettrogramma mostra che la nota suonata è stabile.

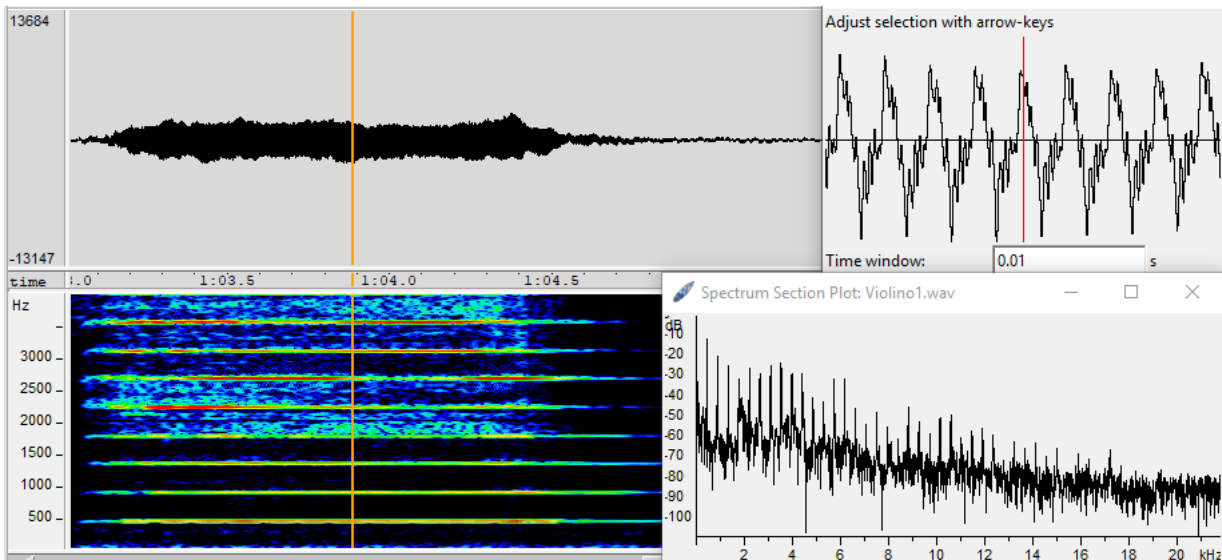


Figura 6 Suono della seconda corda del violino suonata a vuoto

### Suono anarmonico.

Nella figura successiva è mostrato il suono di un gong. Il gong produce un suono anarmonico: come si vede dall'ingrandimento della forma d'onda, non sono presenti evidenti regolarità nelle oscillazioni. Lo spettro è costituito da tante linee, ma queste non mostrano una particolare regolarità, come nel caso del violino. Infine, si nota che il suono si smorza, ovvero la sua ampiezza diminuisce gradatamente. L'intensità delle frequenze più alte è inizialmente maggiore di quelle più basse, ma diminuisce rapidamente, per cui dopo un po' rimangono solo le frequenze più basse. Come si vede, non esiste una frequenza che spicca sulle altre, pertanto non è possibile individuare una nota ben precisa. Tuttavia, al passare del tempo, la maggior parte delle frequenze scompare, ed alla fine rimane una nota bassa ben distinguibile.

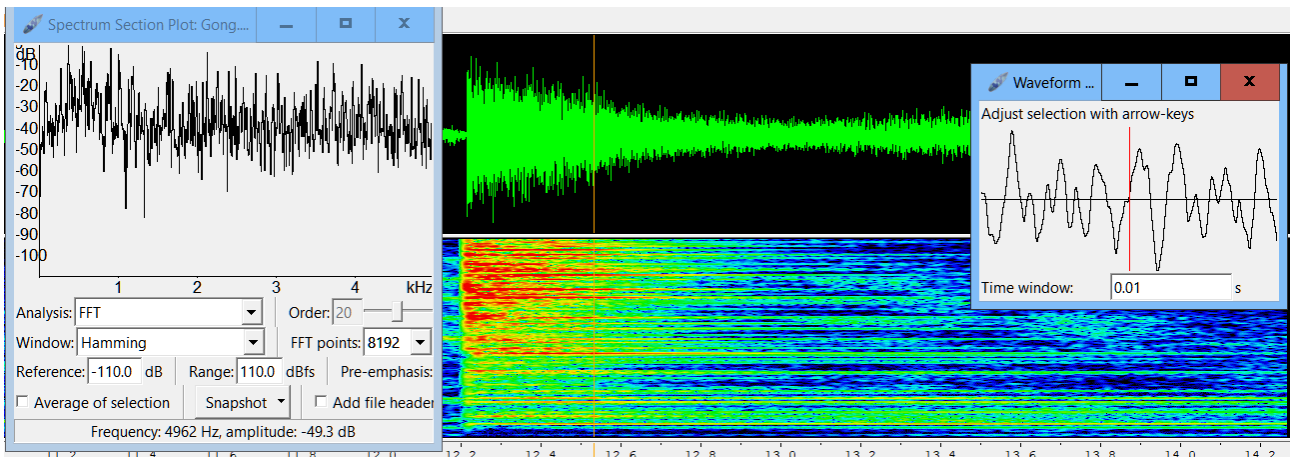


Figura 7 Suono del gong

### Suono casuale.

Infine, nella figura seguente, è mostrato un suono casuale, ottenuto registrando il rumore all'uscita di un condotto dell'aria condizionata. Come si vede, l'andamento è estremamente irregolare: nell'ingrandimento si vede come il suono sia la combinazione di una oscillazione casuale lenta di grande ampiezza, più una oscillazione più rapida di piccola ampiezza: entrambi le oscillazioni sono però casuali. Lo spettro, infatti, mostra che non sono presenti picchi, quindi nessuna oscillazione domina rispetto alle altre. Un suono di questo tipo non avrà mai una altezza definita, anche se verrà percepito come un rombo grave.



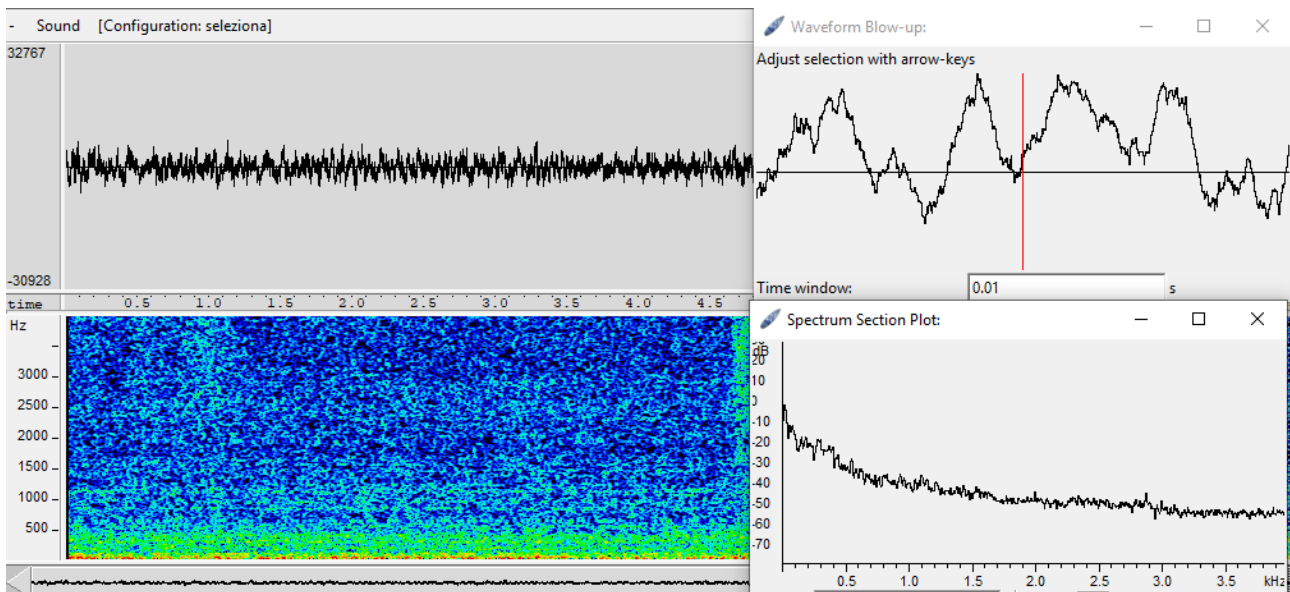


Figura 8 Rumore registrato all'uscita di un condotto dell'aria condizionata.

### Lo spettrogramma

Negli esempi visti finora, la frequenza del suono rimaneva stabile, mentre l'ampiezza variava. Vediamo adesso un esempio di un suono in cui varia anche la frequenza. Quello che segue è lo spettrogramma del vocalizzo di un soprano, senza l'accompagnamento dell'orchestra. Si vede come la frequenza della voce cambia rapidamente, dando luogo ad un fenomeno detto vibrato.

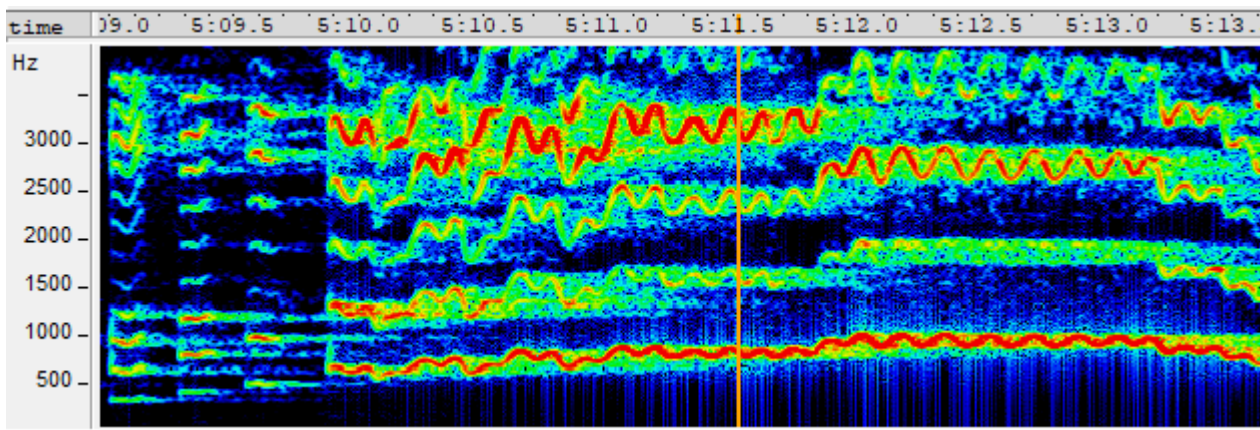


Figura 9 Spettrogramma del vocalizzo di un soprano

## La scala musicale.

L'origine della scala musicale viene fatta risalire a Pitagora, anche se si tratta probabilmente di una leggenda.

Pitagora parte da uno strumento musicale semplice, formato da una sola corda, usualmente detto monocordo. Il monocordo è formato da una corda tesa con tensione data, su una cassa di risonanza.

La corda ha una lunghezza  $L$ , ma la parte vibrante può essere accorciata bloccandone una parte, ad esempio tramite un ponticello. Pitagora comincia con l'osservare che dimezzando la lunghezza della corda, la nota che si ottiene fornisce all'orecchio una sensazione molto simile a quella ottenuta con la corda intera, al punto che, ascoltando contemporaneamente la nota della corda intera e quella della corda dimezzata, queste vengono confuse dall'orecchio. Alle due note viene dato lo stesso nome, e si dice che queste si trovano a distanza di una ottava.



Pitagora continua pizzicando la corda di lunghezza  $2/3$ : si trova che in questo caso la nota ottenuta è fortemente consonante, ovvero suona molto bene assieme, con la nota della corda a vuoto. L'intervallo tra le due note è detto intervallo di quinta.

Infine, si considera la corda di lunghezza  $3/4$ : anche in questo caso si ottiene una nota fortemente consonante con la corda a vuoto, e l'intervallo è detto intervallo di quarta.

Si nota inoltre che partendo dalla lunghezza  $2/3$ , e salendo di un intervallo di quarta, ovvero accorciando ulteriormente la corda a  $3/4$  del valore intermedio, si arriva a metà esatta ( $2/3 * 3/4 = 1/2$ ): ovvero, un intervallo di quarta più un intervallo di quinta danno un intervallo di ottava.

A questo punto, possiamo costruire la scala musicale: se la corda vuota è, ad esempio, un do, la corda a  $2/3$  suona un sol, mentre la corda di lunghezza  $3/4$  suona il fa. Se da sol scendo di un intervallo di quarta, trovo un'altra nota, il re. Salendo dal re di una quinta trovo il la, e scendendo nuovamente di una quarta trovo il mi. Salendo infine di una quinta si trova il si, che è la settima ed ultima nota della scala musicale.

La situazione è riassunta nella figura:

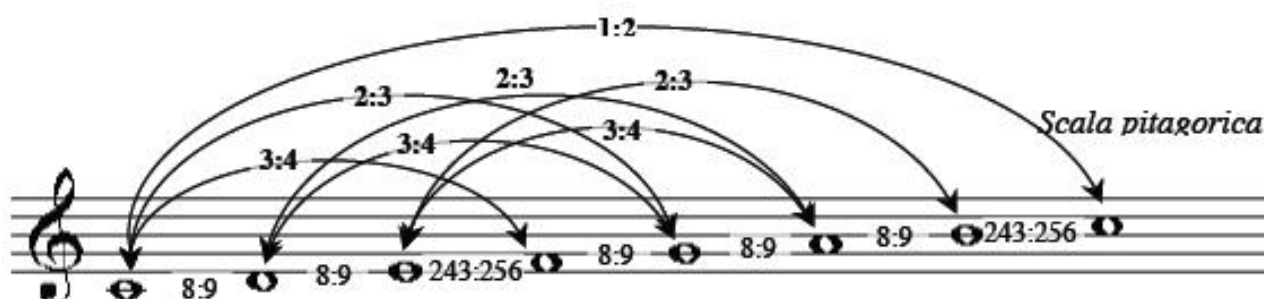


Figura 10 Costruzione della scala pitagorica. I rapporti si riferiscono alla lunghezza della corda.

Si nota che per passare da do al re, o dal re al mi, o ancora dal fa al sol dal sol al la o infine dal la al si, la corda deve ogni volta essere accorciata agli  $8/9$  della sua lunghezza: a questo intervallo viene dato il nome di tono; invece per passare dal mi al fa, o dal si al do, la corda deve essere accorciata a  $243/256$  della lunghezza: questo intervallo è detto semitono, e corrisponde, uditivamente, a circa metà di un tono, in realtà un po' di più. La scala risulta quindi formata da dodici semitoni non perfettamente uguali tra di loro.

Nelle trattazioni moderne si preferisce ragionare in termini di frequenza, ovvero di numero di vibrazioni al secondo della corda. Visto che la frequenza di vibrazione della corda è inversamente proporzionale alla lunghezza, si ha che:

- Salire di un'ottava corrisponde a raddoppiare la frequenza.
- Salire di una quinta corrisponde a moltiplicare la frequenza per  $3/2$ .
- Salire di una quarta corrisponde a moltiplicare la frequenza per  $4/3$
- Salire di un tono corrisponde a moltiplicare la frequenza di  $8/9$
- Salire di un semitono corrisponde a moltiplicare la frequenza per  $243/256$ .

Il metodo adoperato per suddividere l'ottava in toni e semitoni è detto temperamento. Quello descritto è il temperamento pitagorico. Nel corso dei secoli sono stati adoperati vari tipi di temperamento, il più famoso dei quali è il cosiddetto temperamento naturale, che introduce le note alterate (diesi e bemolle). A partire dal Seicento si è però diffuso enormemente il cosiddetto temperamento equabile.

## La scala moderna.

Il temperamento equabile, utilizzato negli strumenti moderni, richiede che gli intervalli di semitono siano tutti uguali tra di loro, ed i toni esattamente uguali a due semitoni: in questo modo, salendo di un semitono, la

frequenza di una nota viene moltiplicata per un certo numero  $r > 1$ , mentre per salire di un tono bisogna salire di un fattore  $r^2$ . Visto che dodici semitoni formano una ottava, che corrisponde ad un raddoppio di frequenza, bisogna avere  $r^{12} = 2$ , e quindi  $r = \sqrt[12]{2} \cong 1.0595$ . Con questa scelta gli intervalli di quarta e di quinta risultano leggermente stonati (infatti nella scala moderna l'intervallo di quarta corrisponde ad un fattore  $r^4 = 1,3348$ , mentre l'intervallo di quinta corrisponde a  $r^7 = 1,4983$ ), ma d'altro canto tutti gli intervalli rimangono uguali e risulta facile cambiare tonalità.

Per fissare tutte le note della scala, basta fissare la frequenza di una di queste: per convenzione, si è deciso di fissare il valore del la dell'ottava centrale del pianoforte (la3) alla frequenza di 440 Hz: a partire da questa, salendo e scendendo di un semitono alla volta, si trovano tutte le note.

## Verifichiamo con la tastiera

Verifichiamo quanto appreso con uno strumento a tastiera: qui è stata adoperata una tastiera elettronica, che non presenta problemi di accordatura. Con un piano, soprattutto se leggermente scordato, i risultati potrebbero essere diversi.

Il suono della tastiera considerata appartiene alla categoria dei suoni armonici: è periodico, ha quindi una frequenza ben definita data dalla fondamentale. Per misurare la frequenza possiamo ricorrere a diversi programmi: qui ne presento due, uno su smartphone Android ed uno su PC. Per quanto riguarda lo smartphone, esistono diverse applicazioni in grado di misurare la frequenza. Si trovano in genere cercando la parola chiave tuner, cioè accordatore: attenzione, perché non tutte riportano la frequenza misurata in Hz: talvolta adoperano la notazione musicale in centesimi di semitono.

Se invece disponiamo di un PC e di una connessione internet possiamo collegarci al sito <https://www.alexdemartos.es/wtuner/> ed abilitare il microfono.

La misura della frequenza di una nota non è eccessivamente precisa, si nota come già la cifra prima della virgola balla all'interno di una stessa misura. Per evitare di appesantire questo testo, non sono state riportate le incertezze di misura: si tenga presente però che l'incertezza sulla frequenza è di circa 1 Hz.

Ecco i risultati ottenuti sulla ottava centrale del pianoforte, arrotondati all'Hertz:

Nota	Frequenza (Hz)	
Do3	131	
Do#3	139	1,061
Re3	147	1,058
Re#3	156	1,061
Mi3	165	1,058
Fa3	175	1,061
Fa#3	185	1,057
Sol3	196	1,059
Sol#3	208	1,061
La3	220	1,058
La#3	233	1,059
Si3	247	1,060
Do4	262	1,061

Vediamo che quanto detto prima è immediatamente verificabile: il rapporto tra le frequenze di due tasti successivi è intorno a 1,06, entro la precisione della misura; il rapporto tra le frequenze del do e del do successivo è 2, il rapporto tra il sol e il do è 1,496, molto vicino a  $3/2$ , e infine il rapporto tra il fa e il sol è 1,334, ovvero poco più di  $3/4$ .

## La corda vibrante

Per capire il funzionamento degli strumenti a corda, possiamo adoperare una corda di grandi dimensioni, lunga qualche metro, e poco tesa, in modo tale da rallentare il più possibile la frequenza di vibrazione.

Pizzicando una corda di questo tipo ad un estremo, si osserva chiaramente come il punto di piegatura si propaga rapidamente da un estremo all'altro, dopodiché viene riflesso e torna indietro. Il moto della corda è pertanto periodico, e il periodo del moto è uguale al tempo impiegato dall'impulso a percorrere due volte la corda, avanti ed indietro. Questo tempo è dato dal doppio della lunghezza della corda diviso per la velocità dell'onda lungo la corda. La formula che fornisce la velocità dell'impulso si ricava solitamente al secondo anno di università: si trova che è uguale alla radice quadrata del rapporto tra la tensione  $N$  della corda, misurata in Newton, e la massa  $m$  di un metro di corda, misurata in Kg:

$$v = \sqrt{\frac{N}{m}}$$

Per cui il periodo  $P$  risulta uguale a:

$$P = 2L \sqrt{\frac{m}{N}}$$

E la frequenza fondamentale viene ad essere:

$$f_{fond} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{N}{m}}$$

Si ritrova il risultato ben noto, per cui aumentando la tensione  $T$  l'altezza del suono della corda aumenta, e lo stesso accade diminuendone la lunghezza, oppure alleggerendo la corda.

Essendo il moto periodico, e quindi armonico, la corda vibra alla frequenza fondamentale, ma vibra anche alla frequenza doppia, a quella tripla e ad ogni frequenza multipla della fondamentale.

Possiamo visualizzare il modo fondamentale della corda scuotendo una estremità ad una frequenza pari alla fondamentale. Vediamo che la corda assume una forma simile alla prima della figura a lato. Aumentando la

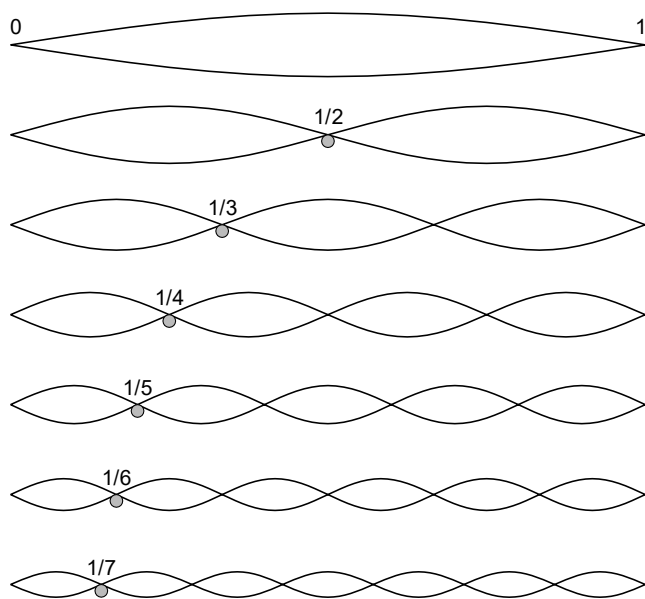


Figura 11 Modi di vibrazione della corda tesa tra le due estremità.

velocità di scuotimento, cercando di raddoppiarla, si vede che la corda assume una forma simile alla seconda figura: le due metà della corda oscillano in direzione opposta, mentre il punto centrale rimane fermo. Il punto medio è detto nodo del modo, mentre i punti in cui l'oscillazione è massima sono detti ventri. Scuotendo più velocemente, possiamo riuscire a triplicare la frequenza: in questo caso, la corda appare divisa in tre parti uguali: le due estreme oscillano in un verso, mentre quella centrale oscilla in verso opposto; i due punti di separazione, posti ad  $1/3$  e  $2/3$ , rimangono pressoché immobili e costituiscono pertanto due nodi. Se riuscissimo a quadruplicare la frequenza, osserveremmo una figura simile alla quarta, con tre nodi e quattro ventri. I modi di oscillazione mostrati sono detti onde stazionarie, in quanto si tratta di onde in cui le posizioni delle creste e delle valli non si spostano lungo la corda, ma oscillano in alto ed in basso.

L'oscillazione che si ottiene pizzicando la corda è la somma di tutti questi modi di oscillazione separati.

## Misuriamo una chitarra.

Guardiamo adesso in dettaglio una chitarra. La chitarra è uno strumento a sei corde. La tensione delle corde è molto simile, come si può verificare ad esempio appendendo un piccolo peso al punto centrale della chitarra, e osservando che ogni corda si piega più o meno della stessa quantità. Le corde sono anche della stessa lunghezza: per questo motivo, le corde associate alle note più gravi sono più spesse, mentre quelle associate alle note più acute sono più leggere. Le corde tese poggiano su una sbarretta detta ponticello, che poggia sulla cassa armonica. Il compito del ponticello è quello di trasmettere le vibrazioni delle corde alla cassa armonica, che a sua volta la trasmette all'aria circostante. Il compito della cassa di risonanza non è quello di amplificare il suono, come spesso si dice, ma di rendere più efficiente la trasmissione delle vibrazioni all'aria circostante.

Le sei corde sono numerate da 1 a 6 dalla più acuta alla più grave, e sono accordate alle frequenze:

Corda	Nota	Frequenza	$F_n/F_{n+1}$
6	Mi	82,41	
5	La	110	1,33
4	Re	146,83	1,33
3	Sol	196,00	1,33
2	Si	246,94	1,26
1	Mi	329,63	1,33

Come si vede, il rapporto in frequenza tra due corde successive è circa  $4/3$ , ovvero un intervallo di quarta. Fa eccezione il rapporto tra la seconda e terza corda, che corrisponde ad un rapporto più piccolo, pari a 4 semitoni (intervallo di terza maggiore).

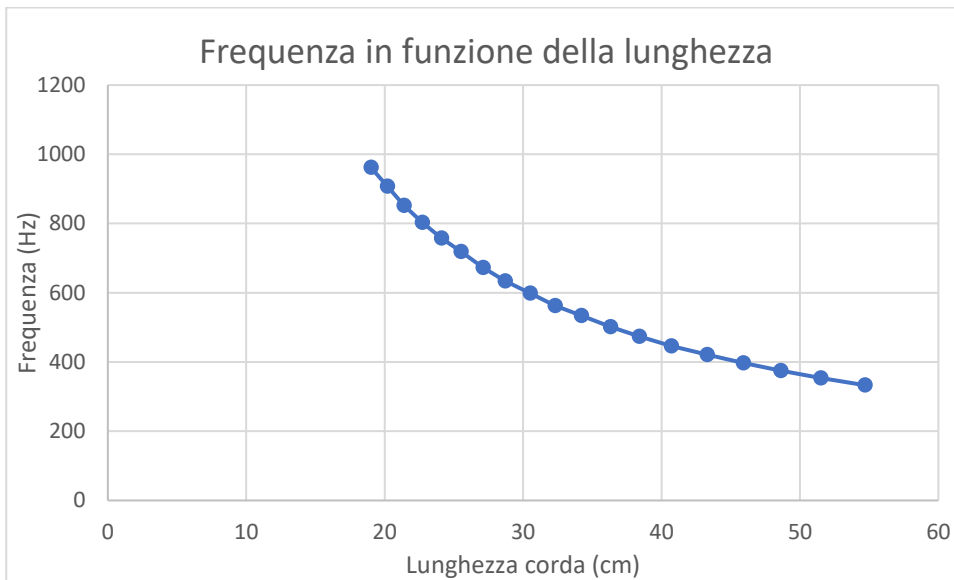
Per eseguire una melodia, come è noto, bisogna bloccare la corda contro una successione di sbarrette in rilievo, dette tasti, che si trovano lungo il manico. Cominciamo a misurare la distanza di ogni tasto dal ponticello. Successivamente misuriamo la frequenza delle note prodotte in corrispondenza di ogni tasto. Il tasto 0 corrisponde alla corda libera. Per questa misura è stata adoperata la prima corda, in quanto frequenze più alte consentono precisione maggiore.

Tasto	Lunghezza (cm)	$L_n/L_{n-1}$	Frequenza (Hz)	$F_n/F_{n-1}$
0	54,7		333	
1	51,5	0,941	354	1,063
2	48,6	0,944	375	1,059
3	45,9	0,944	397	1,059
4	43,3	0,943	421	1,060
5	40,7	0,940	446	1,059
6	38,4	0,943	474	1,063
7	36,3	0,945	502	1,059
8	34,2	0,942	534	1,064
9	32,3	0,944	563	1,054
10	30,5	0,944	599	1,064
11	28,7	0,941	634	1,058
12	27,1	0,944	673	1,062
13	25,5	0,941	719	1,068
14	24,1	0,945	758	1,054
15	22,7	0,942	803	1,059

16	21,4	0,943	852	1,061
17	20,2	0,944	908	1,066
18	19	0,941	962	1,059

Come si vede, i tasti non sono spazati regolarmente, ma sono disposti in modo tale che il rapporto tra le distanze di due tasti successivi sia sempre circa uguale a 0.94. Corrispondentemente, le frequenze aumentano regolarmente del fattore 1.06, corrispondente ad un semitono, esattamente come succedeva nella tastiera.

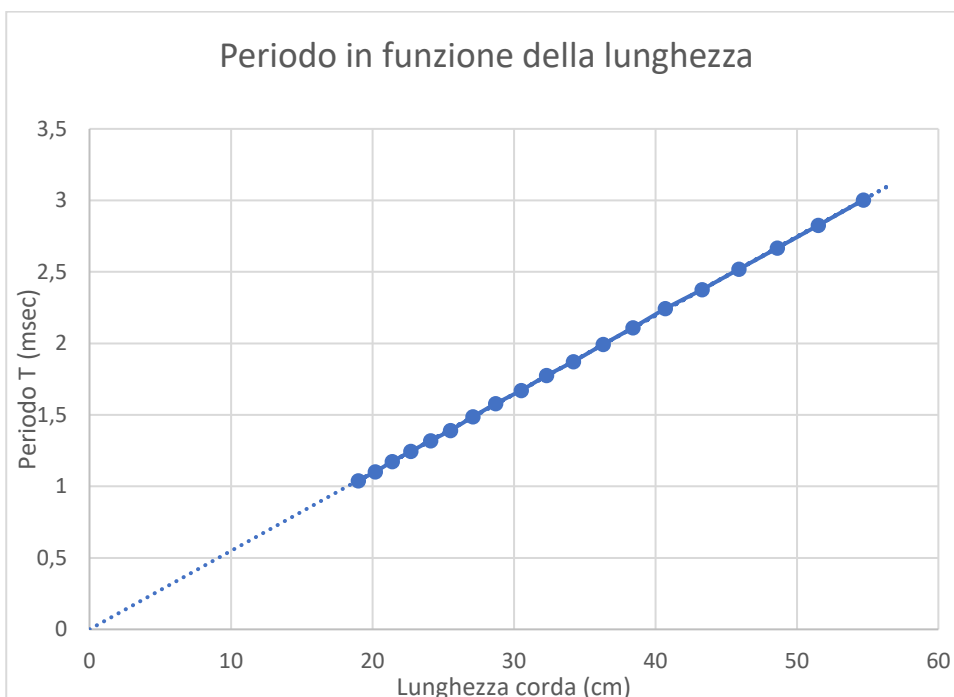
Possiamo effettuare un grafico riportando in ascissa la lunghezza della corda ed in ordinata la frequenza.



Per renderlo più chiaro, possiamo calcolare il periodo in millisecondi

$$T(\text{msec}) = 1000/F$$

ed effettuare un grafico di T in funzione di L: il risultato è chiaramente una retta che passa per l'origine, il che dimostra appunto che T è proporzionale ad L, e quindi F è inversamente proporzionale ad L.



Inoltre, quando la corda dimezza di lunghezza, la frequenza raddoppia, mentre quando è ridotta a 2/3 la frequenza viene moltiplicata per circa 3/2.

In questo modo viene verificato che la frequenza è inversamente proporzionale alla frequenza.

## Strumenti a fiato

Per comprendere il principio di funzionamento degli strumenti a fiato, consideriamo un impulso sonoro, formato da una zona di alta pressione e densità delle molecole, che si propaga all'interno di un tubo di lunghezza  $L$ . Come sappiamo, l'impulso si propaga con la velocità del suono lungo il tubo, fino a raggiungere una delle due estremità. Se l'estremità è chiusa, l'impulso viene riflesso e torna indietro. Se l'estremità invece è aperta, le cose si complicano: l'eccesso di molecole si diffonde all'esterno, generando un'onda sonora, e lasciando al suo posto una regione di bassa pressione e bassa densità di molecole, che torna indietro verso la zona di provenienza: si dice che l'impulso viene riflesso e torna indietro invertito.

Vediamo adesso, a partire da queste considerazioni, cosa avviene ad un impulso che si propaga all'interno di un tubo aperto da entrambe le estremità: l'impulso ad esempio si propaga verso destra, raggiunge l'estremità, viene riflesso e torna indietro invertito. A questo punto raggiunge l'altra estremità, dove viene nuovamente riflesso, e nuovamente invertito, tornando nella posizione e configurazione iniziale. Il moto dell'aria all'interno del tubo è pertanto periodico, ed il periodo è dato dal tempo necessario perché l'impulso percorra due volte il tubo alla velocità del suono, ovvero:

$$T = \frac{2L}{c_s}$$

Quindi il suono prodotto dalla vibrazione dell'aria all'interno di un tubo è un suono armonico, dove la frequenza fondamentale è data da:

$$F_0 = 1/T = \frac{c_s}{2L}$$

Consideriamo adesso un tubo chiuso ad una sola estremità: stavolta il suono si propaga verso l'estremità aperta, viene riflesso invertito e torna indietro, raggiunge l'estremità chiusa e viene nuovamente riflesso, ma stavolta senza inversione: per tornare nella situazione di partenza, bisogna che l'impulso venga invertito una seconda volta, e che percorra quindi il tubo altre due volte avanti ed indietro. Quindi il periodo è il doppio del caso precedente, e la frequenza la metà: il tubo semiaperto produce un suono un'ottava sotto il tubo aperto.

In formule,

$$T = \frac{4L}{c_s}$$
$$F_0 = 1/T = \frac{c_s}{4L}$$

Anche stavolta il suono è armonico, ma una caratteristica dei tubi semiaperti (che questo ragionamento non consente di identificare) è l'assenza delle armoniche pari: si hanno pertanto solamente le frequenze  $F_0$ ,  $3F_0$ ,  $5F_0$ , etc.

Il flauto, dolce o traverso, corrisponde ad un tubo aperto ad entrambe le estremità: infatti l'imboccatura costituisce una estremità aperta. Invece il clarinetto, l'oboe, il flauto di Pan, corrispondono a tubi aperti da una sola estremità: l'ancia dell'oboe e quella del clarinetto costituiscono una chiusura a tutti gli effetti. La tromba, invece, ha un funzionamento particolare.



## Conclusioni

---

Quello visto sopra è solo un breve assaggio di quelli che sono i collegamenti della fisica con la musica. Le ricerche e gli studi in proposito sono vastissimi, e spesso coinvolgono altri campi quali la fisiologia, la psicologia, l'informatica o la matematica. Si va dalla fisica degli strumenti musicali allo studio della voce umana, dalla sintesi del suono digitale allo sviluppo di algoritmi per la compressione della musica. Chi vuole coniugare le passioni per la musica e per la scienza può provare a sperimentare adoperando computer e telefonino col le applicazioni suggerite nel testo, o con altre tra le tante che si trovano in rete. Per chi volesse approfondire, consiglio infine la lettura del testo di Andrea Frova, *La Fisica nella musica*. Non è un testo facilissimo, ma gli argomenti cui ho qui accennato sono spiegati bene ed in dettaglio.