

Lezione n. 4: Acustica

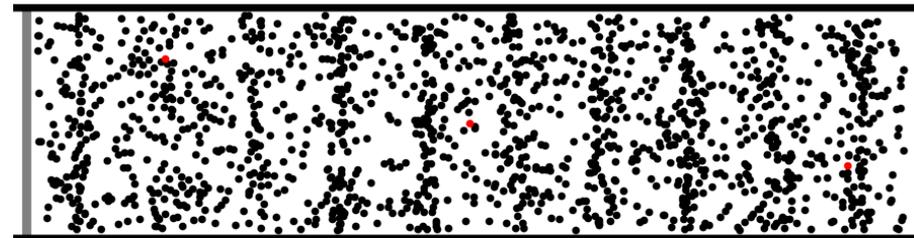
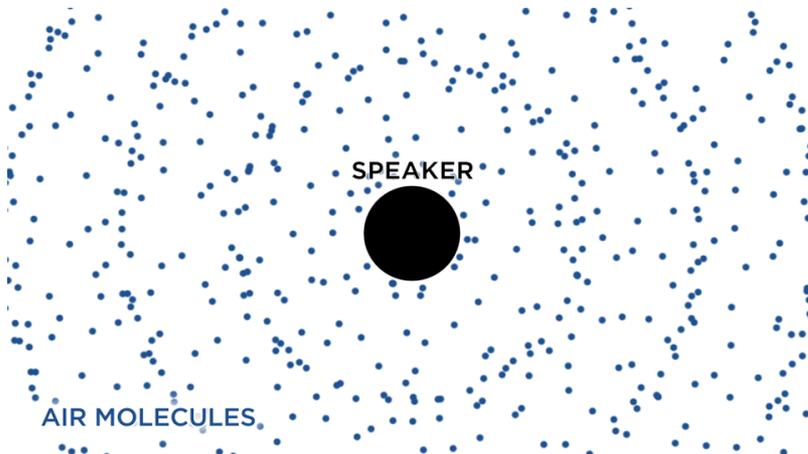
Isidoro Ferrante
6/3/2019



aggiornamenti
laboratorio di didattica della scienza

Prerequisiti

- Sapere che il suono è una vibrazione che si propaga nell'aria sotto forma di «onde»
- Avere un'idea di cos'è una vibrazione periodica, e del concetto di frequenza.

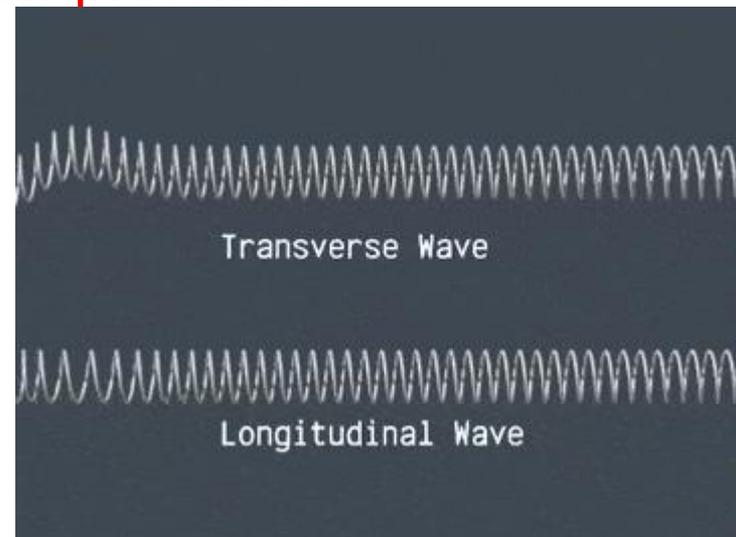


©2011, Dan Russell

Visualizzare le onde

- Un metodo semplice per visualizzare le onde è l'uso di una molla d'acciaio giocattolo, facilmente reperibile in molti negozi. Evitare i modelli di plastica, facilmente deperibili.
- Con la molla è possibile visualizzare due tipi di onde:
 - Le onde longitudinali, o di compressione
 - Le onde trasversali

Le onde sonore
sono onde
longitudinali!



Velocità del suono

➤ Le onde sonore si propagano nell'aria con velocità data dalla formula:

$$➤ c_s = 331.6 \sqrt{1 + \frac{T}{273.15}} \text{ m/s}$$

➤ Dove T è la temperatura in gradi centigradi.

➤ Alla temperatura ambiente ($T=21^\circ$) si ha $c_s \approx 345$ m/s

➤ Questo valore dipende anche dall'umidità dell'aria.



Alcuni esempi...

- Il tempo necessario per percorrere la distanza tra due persone che chiacchierano (1m) è circa 3 millisecondi
- Per percorrere un campo di calcio il suono impiega circa 0.3 secondi.
 - L'orecchio è in grado di distinguere un ritardo di 0,1 s
- Per confronto, 100 km/h corrispondono a 27 m/s
- Un aereo di linea va a meno di 300 m/s

Misurazione diretta

- Una misura diretta può essere poco agevole: servono due microfoni posti ad una certa distanza, collegati a cavi lunghi qualche metro.

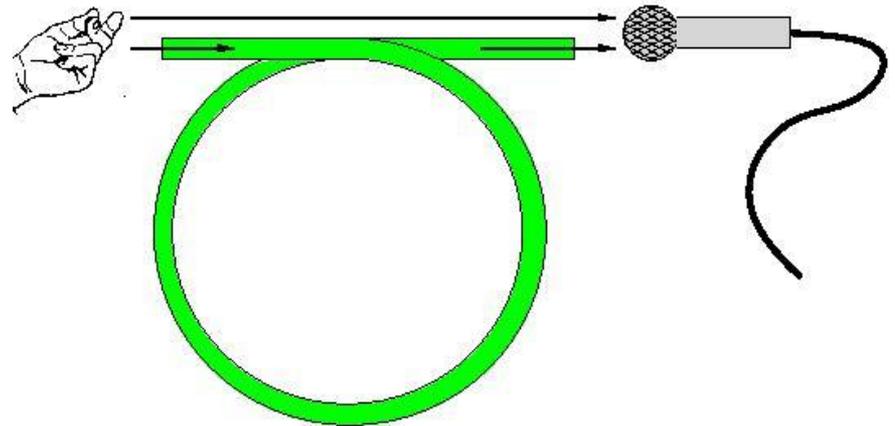
La maggior parte dei computer invece adopera un solo microfono, o, se stereo, due microfoni montati molto vicino....

- Bisogna adoperare un trucco:
 - Linea di ritardo
 - Riflessioni



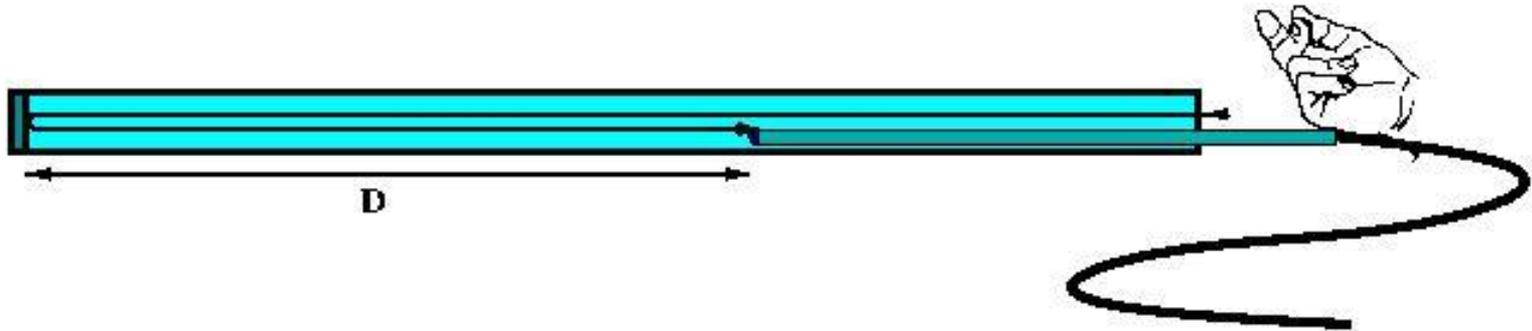
Linea di ritardo

- Una linea di ritardo può essere costituita da un semplice tubo da giardino. Un tubo da mezzo pollice è sufficiente, prendendone una decina di metri si ottiene un ritardo di circa 3 centesimi di secondi, come vedremo facilmente misurabile.
- In linea di principio, più grosso è il tubo, meglio è: i risultati migliori si ottengono con tubi passacavi da 4-5 cm (ingombranti!)



Riflessione

- Un altro metodo consiste nel misurare il tempo necessario al suono per raggiungere un ostacolo e tornare indietro.
- Per evitare effetti spuri, è meglio isolare il percorso del suono tramite una guida d'onda, ovvero... un tubo di scarico del diametro di circa 4 cm lungo qualche metro.

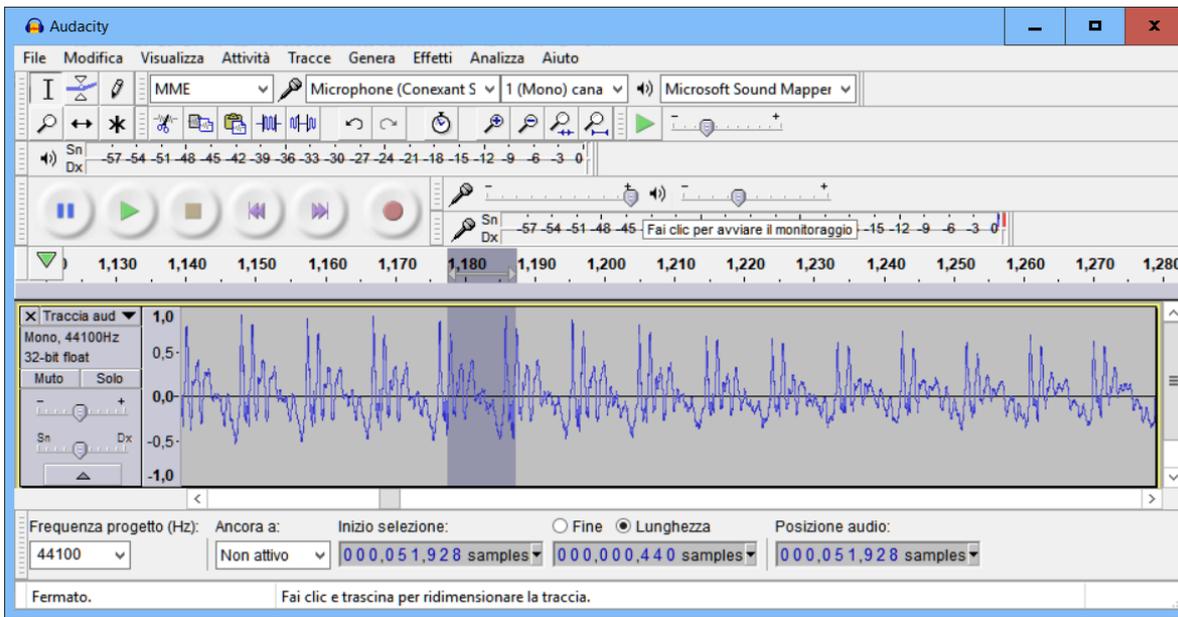


Come misurare il ritardo?

- E' possibile effettuare misure di intervalli di tempo sonori molto precise registrando il suono ed osservando la forma dell'onda.
- E' possibile adoperare il PC, più comodo e preciso, ma anche un semplice smartphone, più spettacolare.
- Non sono riuscito però a trovare una app che permetta misure precise di differenza di tempi, per cui attualmente preferisco il pc.

Audacity

- Audacity è un programma gratuito pensato per la realizzazione di registrazione sonore semiprofessionistiche. Consente di registrare suoni e di analizzarli e modificarli.

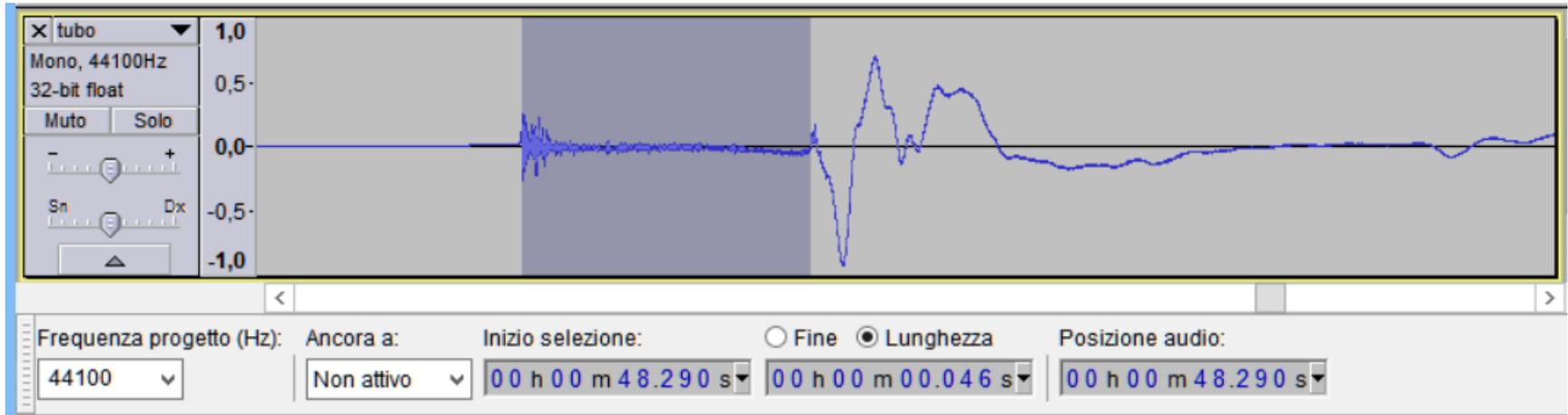


Il suono digitale

- Il suono viene registrato in un computer trasformandolo in una lista di numeri. Il microfono registra la pressione sonora, che viene misurata 44100 volte al secondo, anche se ormai quasi tutti i pc permettono di misurare 48000 o addirittura 96000 campioni al secondo; i risultati vengono scritti sul disco adoperando 16 cifre binarie (1 o 0)
- La distanza temporale tra due misure successive (campioni) è quindi di circa 0.00002 secondo (due centesimi di millisecondo). E' questa la misura di tempo più breve che possiamo effettuare, perfettamente adatta ai nostri scopi.

Esempio di misura.

- Questa misura è stata effettuata adoperando un tubo lungo 16 metri. La distanza diretta tra le dita ed il microfono era circa 0,5 cm. L'impulso che ha attraversato il tubo è stato chiaramente deformato, ma tuttavia è possibile misurare la distanza tra i punti di arrivo.
- $$c_s = \frac{(16-0,5)\text{m}}{0,046\text{ S}} \approx 337\text{m/s}$$



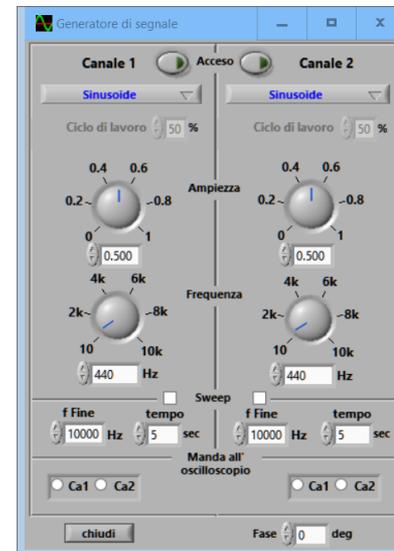
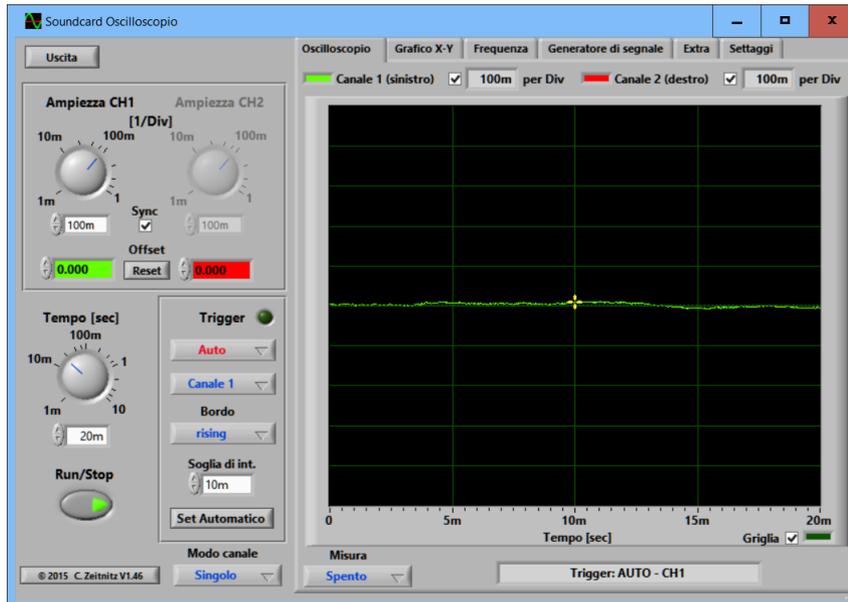
Frequenza e altezza

- Il concetto di altezza di un suono (suono acuto o suono grave) è strettamente collegato al concetto di frequenza (numero di oscillazioni al secondo dell'onda sonora): i suoni acuti hanno frequenza più alta (oscillano più rapidamente) di quelli gravi. Questa è una osservazione che può essere fatta facilmente mettendo le mani sul corpo di una chitarra, sulla membrana di un altoparlante, o su qualunque altro generatore di suoni.



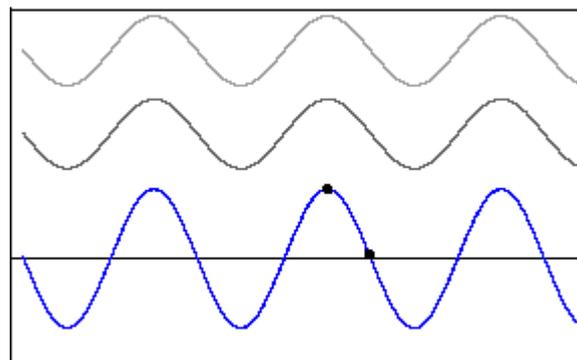
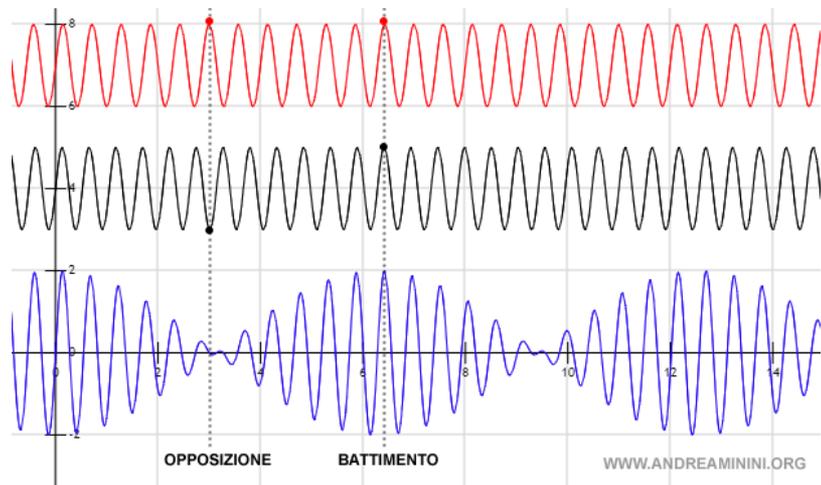
La gamma uditiva

- Noi percepiamo i suoni di frequenza compresa tra 20 e 20.000 Hz , anche se in realtà per la maggior parte degli individui il limite massimo è intorno a 10.000 Hz. E' facile provare sperimentalmente questi valori, con un po' di cautela....



Parentesi: battimenti

- Con il generatore di segnali è anche possibile osservare il fenomeno dei battimenti: basta utilizzare entrambi i canali, ed inviare ai due altoparlanti due suoni di frequenza leggermente diversa. Si ascolterà un suono di altezza media ed ampiezza oscillante con frequenza pari alla differenza tra le due frequenze.



Tipi di suoni

- Suoni «puri»: sono suoni che contengono una sola frequenza. Sono il risultato di un moto armonico semplice. Hanno altezza definita.
- Suoni «armonici»: sono suoni che contengono una frequenza fondamentale e i suoi multipli interi. Sono prodotti da vibrazioni periodiche. Hanno una altezza definita dalla frequenza della fondamentale.
- Suoni «anarmonici»: sono suoni che contengono frequenze diverse, in relazione complessa tra di loro. Non hanno sempre un suono definito.



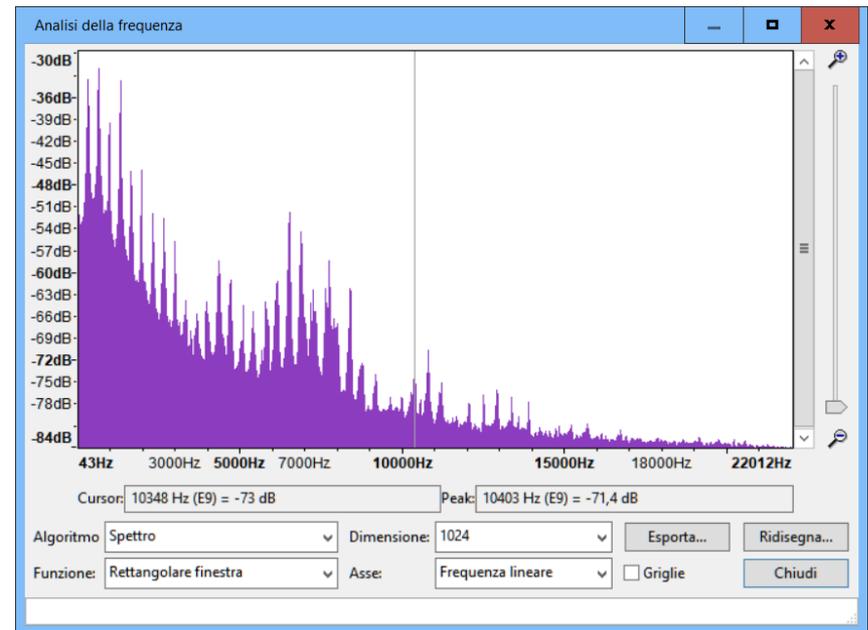
Lo spettro

- Lo spettro è un grafico che rappresenta il contenuto in frequenza di un suono.
- I picchi del grafico indicano le principali frequenze contenute nel suono.
- Per un suono armonico, lo spettro ha la forma di un pettine, con tante linee equidistanti tra di loro.



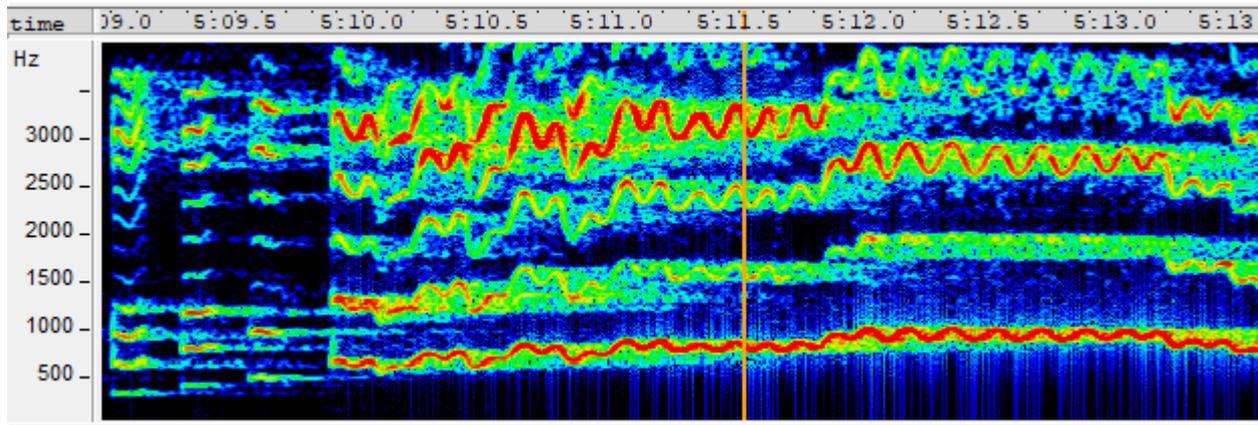
Esempio

- Spettro della prima corda di un violino pizzicato.
- Si notano una serie di linee equispaziate: questa è la caratteristica di un suono armonico.
- La fondamentale è a 330 Hz, che corrisponde al Mi4.



Lo spettrogramma

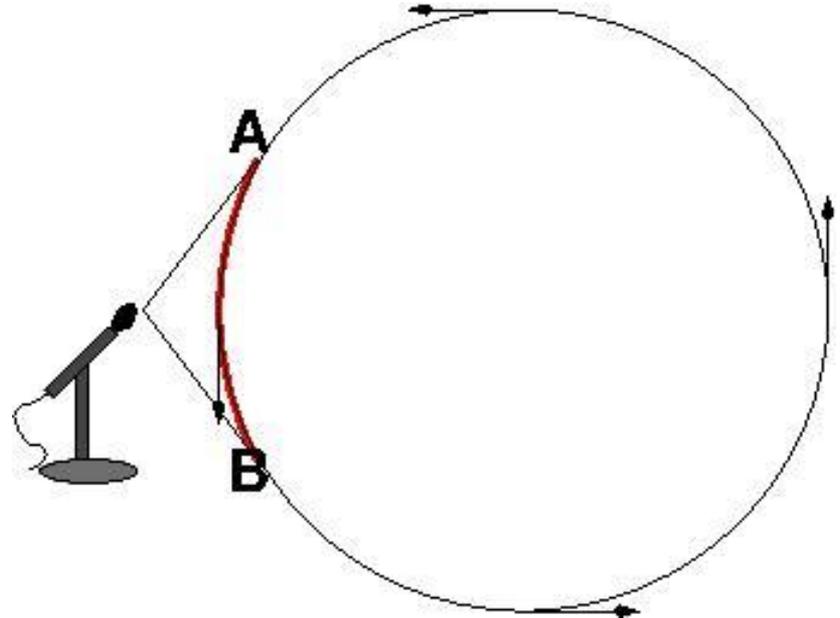
- Lo spettrogramma è un modo di visualizzare il contenuto in frequenza di un suono. È costituito da un grafico in cui in orizzontale si trova il tempo, ed in verticale la frequenza.
- L'intensità di ogni frequenza è mostrata in una scala di colore: le intensità più alte sono raffigurate con toni più accesi.



Parentesi: l'effetto Doppler

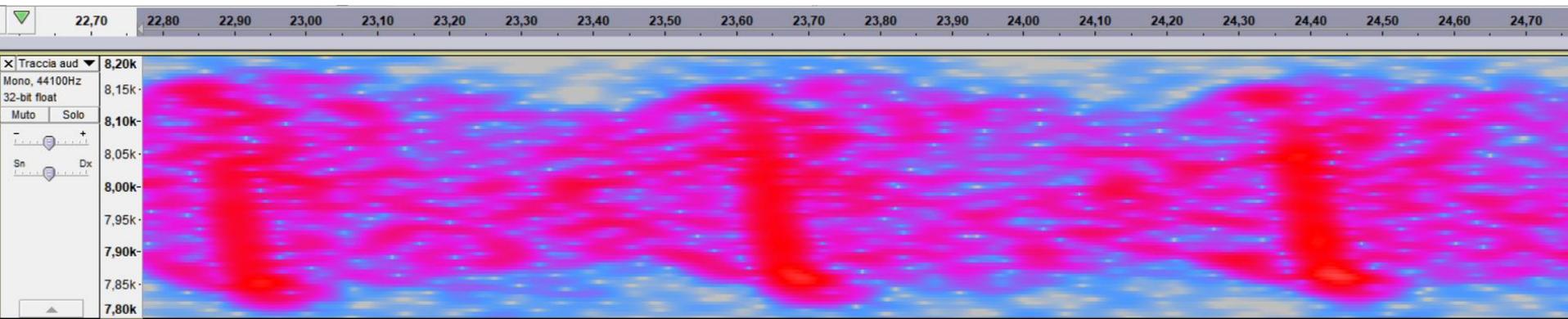
- L'effetto Doppler è l'aumento o diminuzione della frequenza di un suono quando la sorgente si avvicina o si allontana.

Possiamo provare ad esempio a prendere in mano una sorgente sonora e a ruotarla velocemente davanti al microfono



Parentesi: l'effetto Doppler

- Registrando il suono, si riesce ad ottenere questo spettrogramma. La velocità può essere dedotta misurando il tempo di rotazione del braccio.



Programmi per PC

- Per visualizzare lo spettro e lo spettrogramma in un pc esistono vari programmi gratuiti: lo stesso audacity ad esempio, oppure wavesurfer.
- Un programma che funziona in tempo reale è Friture

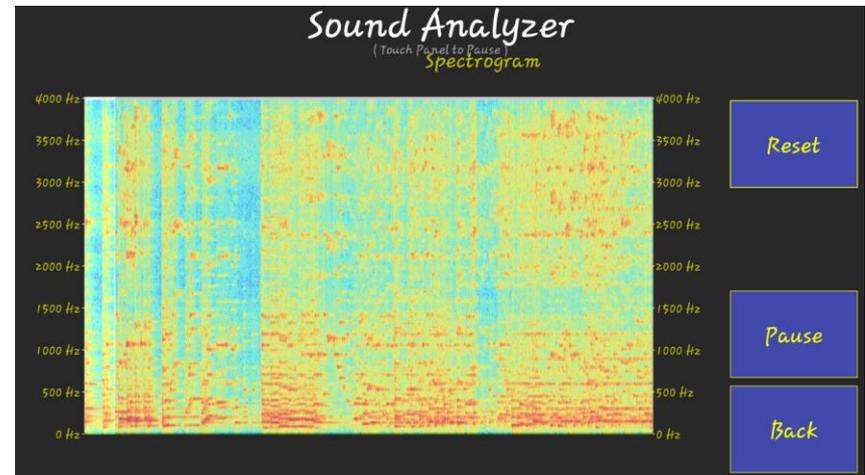
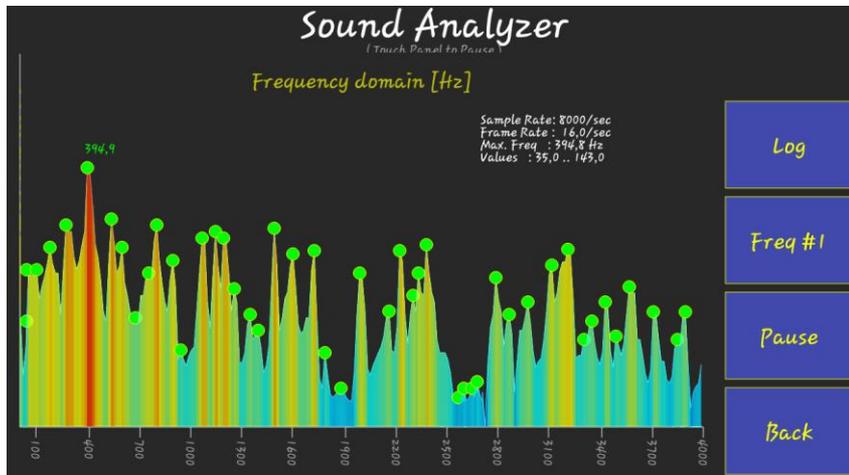
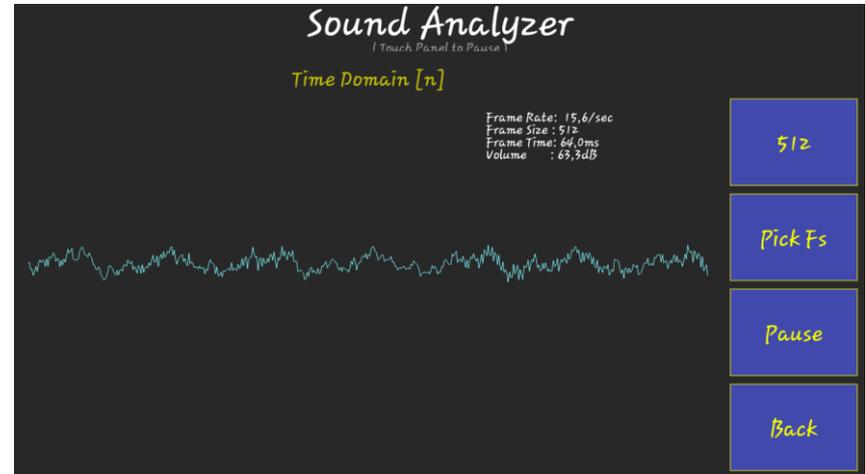
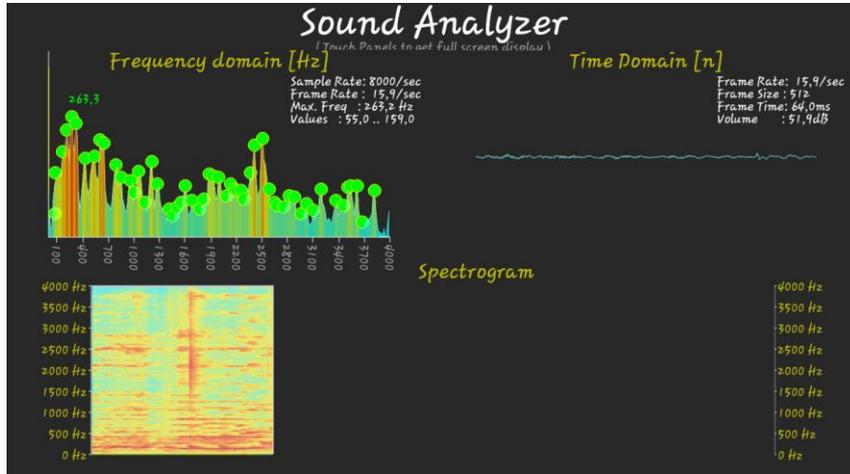


App per smartphone

- Esistono diverse app per smartphone in grado di mostrare spettro e spettrogramma del suono in tempo reale. Sono app molto limitate, almeno nella versione gratuita, ma sono in grado di fornire misurazioni rapide e soprattutto alla portata di tutti.
- Ognuno può trovare la preferita, ricercando le parole «spectrum», «spectrogram» e simili.
- La mia preferita è *SoundAnalyzer*

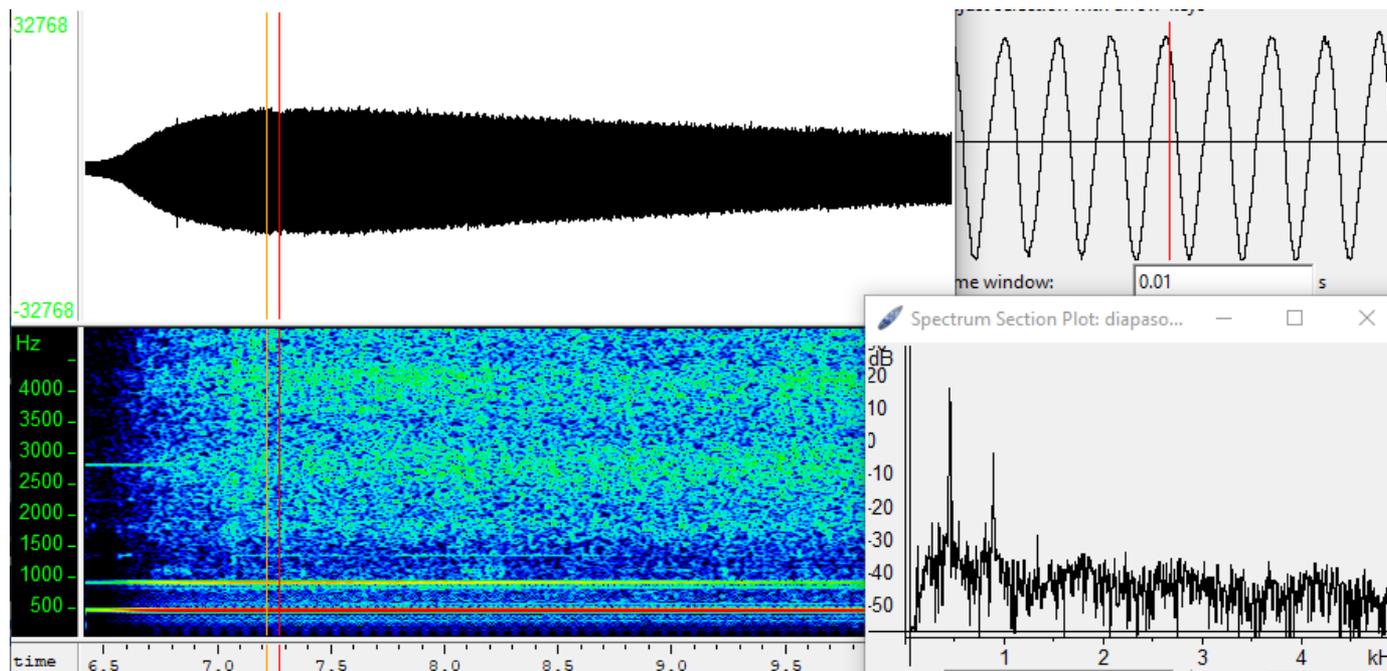


Sound Analyzer



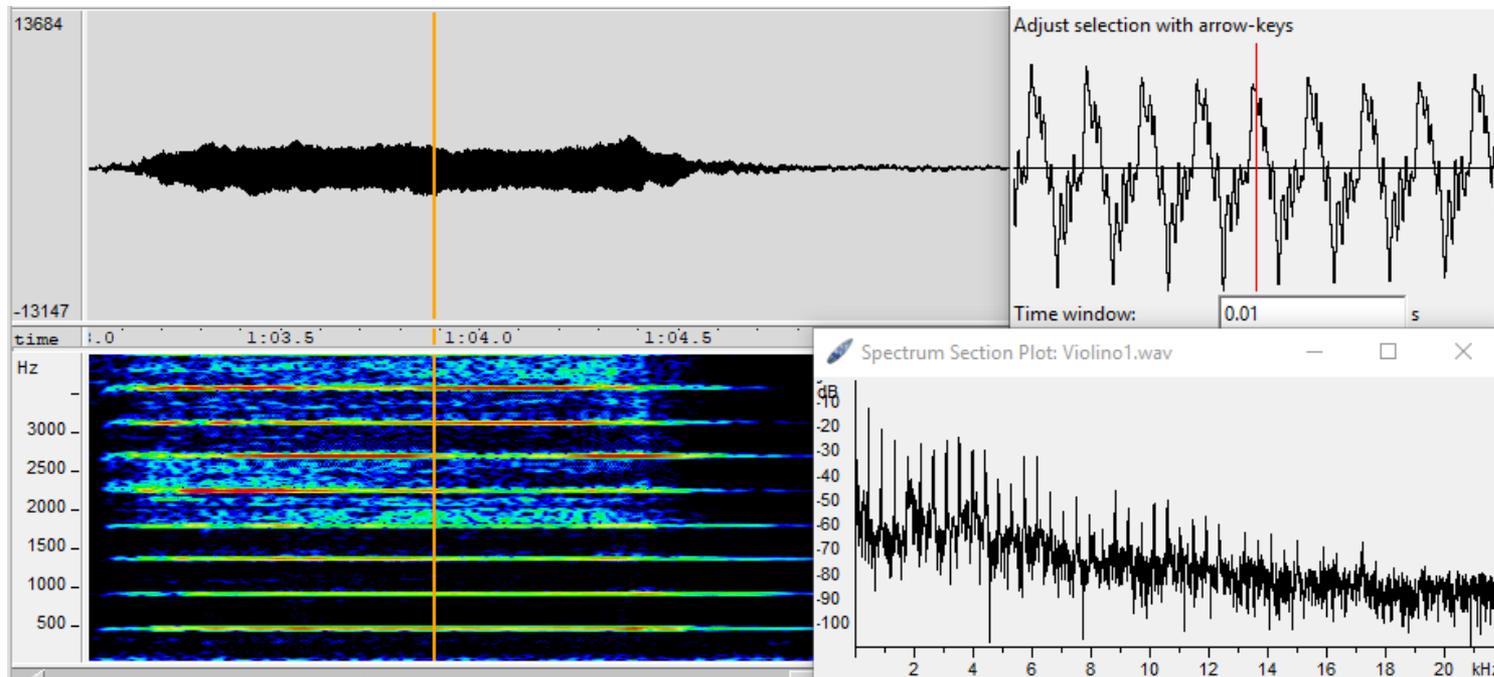
Esempio di tono puro

- Un tono puro perfetto può essere ottenuto facilmente da un computer. Il suono di un diapason è comunque molto simile ad un suono puro.



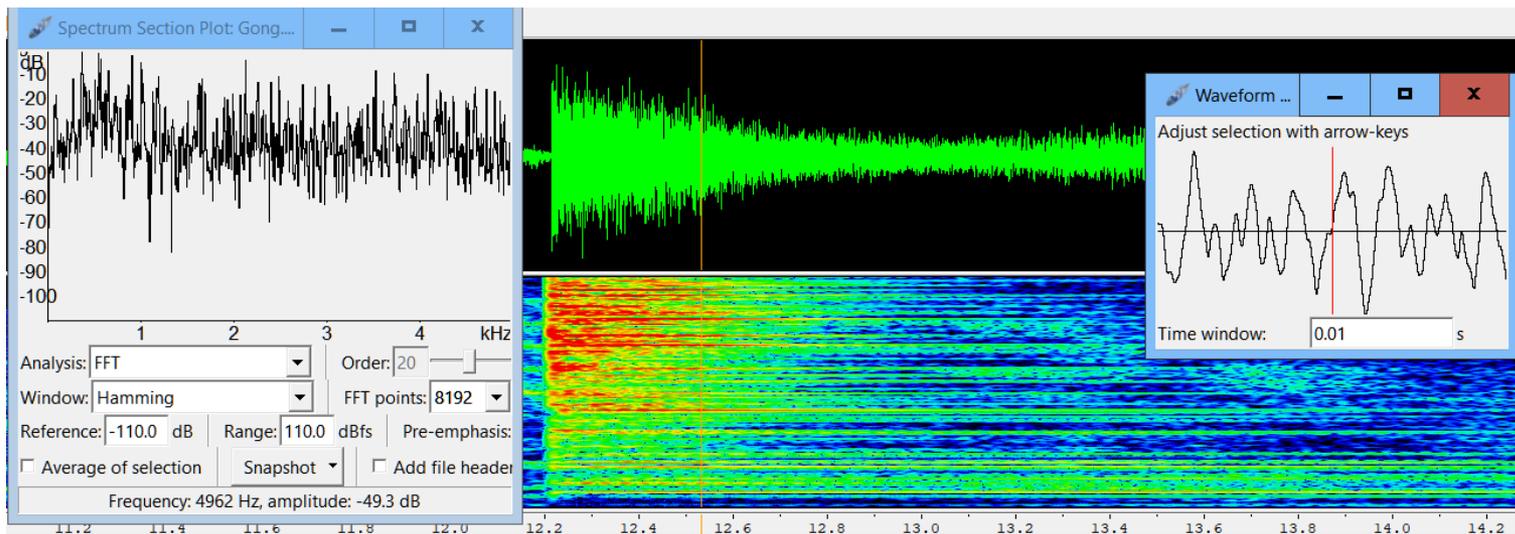
Suono armonico

- Sono suoni armonici la voce umana e quelli prodotti dagli strumenti a corda e dagli strumenti a fiato. Ad esempio, ecco il suono di un violino (seconda corda) col suo spettro.



Suono anarmonico

- Tamburi, grancasse, sbarrette rigide, producono suoni anarmonici. Sono formati da tante frequenze in relazioni complicate e non sempre hanno una altezza ben definita. Non sono periodici.



Misura della frequenza

- Esistono diverse app, ma anche degli strumenti appositi, in grado di misurare la frequenza fondamentale dei suoni armonici.
- Ad esempio, su pc:
<https://www.alexdemartos.es/wtuner/>
- Su android esistono mille applicazioni sostanzialmente identiche
- Serve almeno una mezz'oretta di pratica prima di cominciare: sono misure instabili che vanno sapute interpretare



L'intervallo di ottava

- Misuriamo la frequenza delle note con lo stesso nome.

| Nota | I | II | III |
|------|---|----|-----|
| Do | | | |
| Fa | | | |
| La | | | |

- Come si vede, ad ogni passo la frequenza raddoppia....
- In termini musicali due note successive con lo stesso nome formano un intervallo di ottava.

L'intervallo di quinta

- Misuriamo le frequenze di un intervallo di quinta

| Prima nota | Frequenza | Seconda nota | Frequenza | Rapporto |
|------------|-----------|--------------|-----------|----------|
| Do | 132 | Sol | 198 | 1,50 |
| Re | 148 | La | 221 | 1,49 |
| Mi | 167 | Si | 248 | 1,49 |
| Fa | 176 | Do | 264 | 1,50 |

- Il rapporto tra due note ad intervallo di quinta è sempre circa uguale a $1,5=3/2$

L'intervallo di quarta

➤ Tocca adesso all'intervallo di quarta.....

| Prima nota | Frequenza | Seconda nota | Frequenza | Rapporto |
|------------|-----------|--------------|-----------|----------|
| Do | 132 | Fa | 176 | 1,33 |
| Re | 148 | Sol | 197 | 1,33 |
| Mi | 166 | La | 223 | 1,34 |
| Sol | 198 | Do | 264 | 1,33 |

➤ L'intervallo di quarta corrisponde ad un rapporto di frequenza pari a $4/3$

L'intervallo di semitono

- Due tasti adiacenti (bianchi o neri) si trovano ad un intervallo di un semitono.

| Nota | Frequenza | | |
|------|-----------|------|-----|
| Do | 131 | Sol | 196 |
| Do# | 139 | Sol# | 208 |
| Re | 147 | La | 220 |
| Re# | 156 | La# | 233 |
| Mi | 165 | Si | 247 |
| Fa | 175 | Do | 262 |
| Fa# | 185 | | |

Il rapporto tra le frequenze di due tasti successivi è circa uguale ad 1,06.

Notiamo che:

- Il rapporto tra le frequenze di un do e del do precedente è circa uguale a 2. Lo stesso succede tra quella di una qualsiasi nota e quella dello stesso nome di un'ottava precedente.
- Il rapporto tra le frequenze del fa e quella del do è circa uguale a $4/3$ (intervallo di quarta). Lo stesso rapporto si trova tra qualsiasi due note poste ad un intervallo di quarta.
- Il rapporto tra la frequenza del sol e quella del do è circa uguale a $3/2$ (intervallo di quinta)
- Il rapporto tra le frequenze di due tasti adiacenti (bianchi o neri) è sempre circa 1,0595....



Pitagora



- Si fa risalire a Pitagora l'osservazione che se dimezziamo la lunghezza della corda di uno strumento musicale la nota suonata risulta un'ottava sopra, ovvero di frequenza doppia.
- Se accorciamo a $2/3$ del suo valore, la nota suonata si trova ad un intervallo di quinta più alto, ovvero ad una frequenza $3/2$ maggiore.
- Se invece accorciamo a $3/4$, il suono risulta di una quarta più alta, ovvero ad una frequenza $4/3$ maggiore.

Cosa possiamo concludere?

- La frequenza della nota suonata da una corda vibrante è inversamente proporzionale alla sua lunghezza.
- Sappiamo anche però che «tirando» la corda, ovvero aumentando la tensione, la frequenza si alza, e che corde più grosse emettono note più gravi, ovvero che vibrano a frequenza più bassa.
- In formula si trova:

$$f = \sqrt{\frac{T}{\rho}} \frac{1}{2 \cdot L}$$

f frequenza della nota

T tensione della corda (Newton)

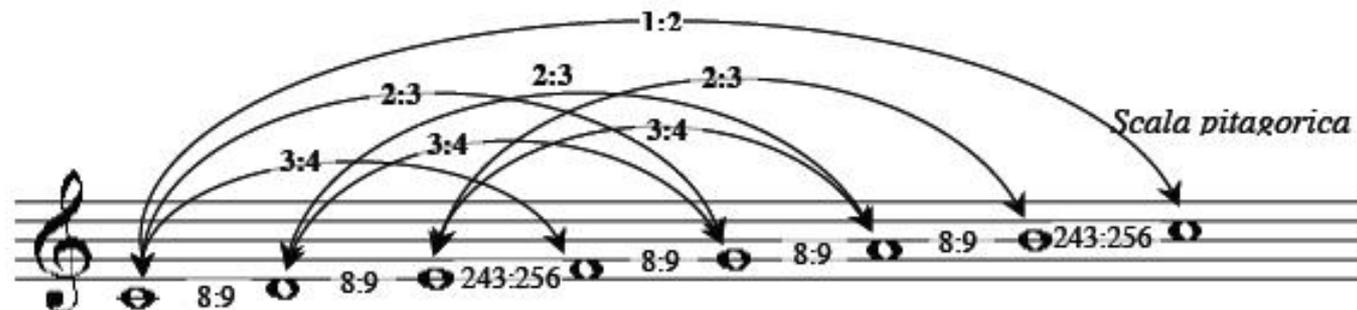
ρ massa di un metro di corda (Kg)

L lunghezza della corda (m)



La scala pitagorica

- La scala musicale «pitagorica» è costruita a partire dai rapporti di terza e di quarta



- Il rapporto $8/9$ è detto intervallo di tono, e vale circa il quadrato del rapporto $243/256$, detto intervallo di semitono.
- Nella scala ci sono 5 intervalli di tono e 2 semitoni, per un totale di dodici semitoni, ma non uguali tra di loro

La scala moderna

- Nella scala moderna tutti i semitoni sono uguali ed un tono corrisponde esattamente a due semitoni: siccome dodici semitoni corrispondono ad una ottava, ovvero ad una frequenza doppia, salire di un semitono corrisponde a moltiplicare la frequenza per $\sqrt[12]{2} = 1,0595$, ovvero ad aumentare la frequenza di circa il 6%. Salire di un tono corrisponde invece ad aumentare la frequenza di $\sqrt[6]{2} = 1.12$, ovvero ad aumentare la frequenza del 12%



La corda vibrante

- Tutti gli strumenti a corda adoperano le vibrazioni di una corda tesa per produrre il suono. Questo è poi trasmesso alla cassa armonica che lo trasferisce all'aria.
- Il suono prodotto da una corda è armonico, ovvero è formato da una frequenza fondamentale e dai suoi multipli, detti armonici.



La corda vibrante

- Una corda tesa posta in oscillazione è il più semplice sistema vibrante usato dagli strumenti musicali.
- Si verifica facilmente che l'altezza della nota suonata:
 - Aumenta se si aumenta la tensione della corda
 - Aumenta se si accorcia la lunghezza della corda
 - Diminuisce se si aumenta la massa della corda
- L'altezza è legata al periodo del moto della corda, che si trova essere uguale a :

$$f_{fond} = \sqrt{\frac{T}{\rho}} \frac{1}{2L}$$

Come si intona una nota?

- La nota emessa dalla corda vibrante dipende dalla frequenza della fondamentale.
- Per intonare una melodia, bisogna cambiare la nota fondamentale.
- Alcuni strumenti utilizzano una o più corde per ogni nota (pianoforte), altri con la stessa corda suonano più note.
- Cambiare la tensione non è pratico lo si fa solo in alcuni strumenti (ad es. arpa).
- Risulta più pratico cambiare la lunghezza della corda (Chitarra, violino, etc.)

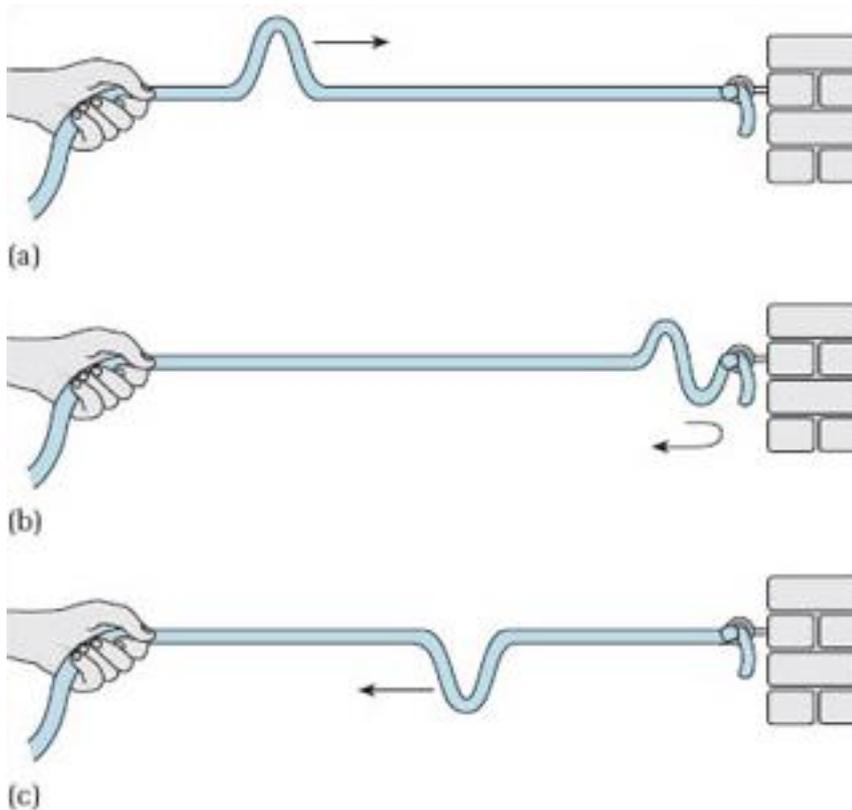


Il moto della corda

- La nota emessa dalla corda è strettamente collegata alla frequenza “fondamentale” con cui la corda oscilla.
- Ma il moto delle corda è molto complesso, ed avviene in tanti “modi” contemporaneamente, ognuno dei quali ha una sua frequenza.
- Nel complesso, si ha, alla fine, un moto periodico



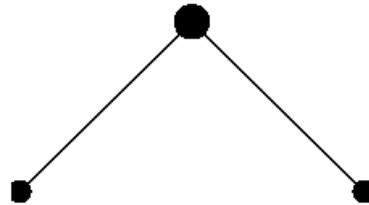
Perché il moto è periodico?



- Fissiamo una corda ad una estremità, e produciamo un breve impulso scuotendo l'altro capo.
- Si nota che si forma un impulso che si riflette sull'estremo fisso.
- E' difficile da vedere, ma l'impulso torna indietro invertito. Se anche il secondo capo è fissato, l'impulso dopo due riflessioni si ritrova nella situazione di partenza: il moto è periodico, e il periodo è uguale a due volte la lunghezza della corda diviso la velocità dell'impulso, che NON è la velocità del suono.

I modi di oscillazione

- Schematizziamo una corda come una massa tesa tra due molle
 - La massa oscilla in su e giù con la sua frequenza, data da quanto è grande la massa e quanto sono tese le molle.....

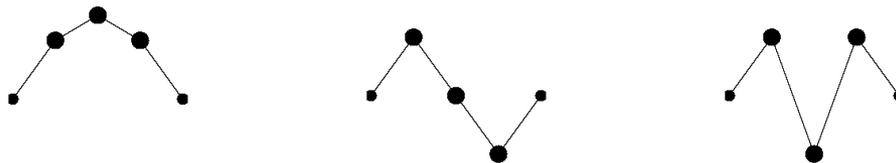


I modi di oscillazione

- Supponiamo di avere due masse: allora abbiamo due modi in cui possono oscillare: o tutte e due su e giù, oppure una su ed una giù....



- Con tre masse avremo tre modi di oscillazione.....



Generalizziamo....

- Ogni volta che aggiungiamo una massa, il numero di modi di oscillazione aumenta di 1.



- Possiamo estrapolare questo ragionamento all'infinito: Alla fine otteniamo che una corda, pensata come un insieme infinito di masse, ha un numero infinito (numerabile!) di modi di oscillare, ognuno con la sua frequenza.

I modi della corda

- I diversi modi in cui può oscillare una corda sono descritti dalla funzione seno:

$$y = A \sin\left(n \frac{\pi x}{L}\right)$$

- Il numero n identifica ciascuno dei modi. $n=1$ vuol dire che abbiamo una semisinusoide, $n=2$ che ne abbiamo due, e così via
- Ogni volta che aumenta il numero di semisinusoidi, aumenta la frequenza: il modo n oscilla con una frequenza data da:

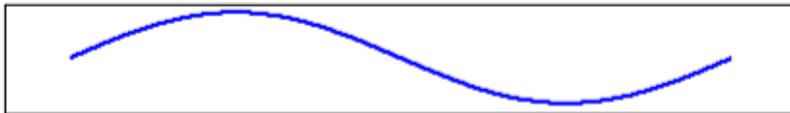
$$f_n = n \cdot f_{fond} = n \cdot \sqrt{\frac{T}{\rho}} \frac{1}{2L}$$

Meglio un disegno.....

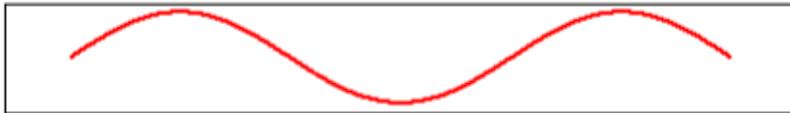
➤ Ecco un disegno dei primi modi della



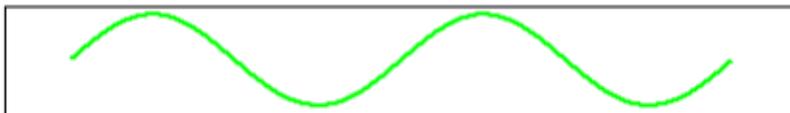
$$n=1 \quad f_1=f$$



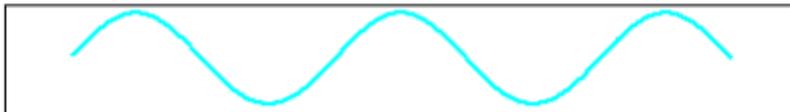
$$n=2 \quad f_2=2f$$



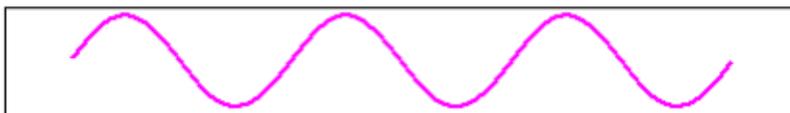
$$n=3 \quad f_3=3f$$



$$n=4 \quad f_4=4f$$



$$n=5 \quad f_5=5f$$



$$n=6 \quad f_6=6f$$

Osserviamo una chitarra

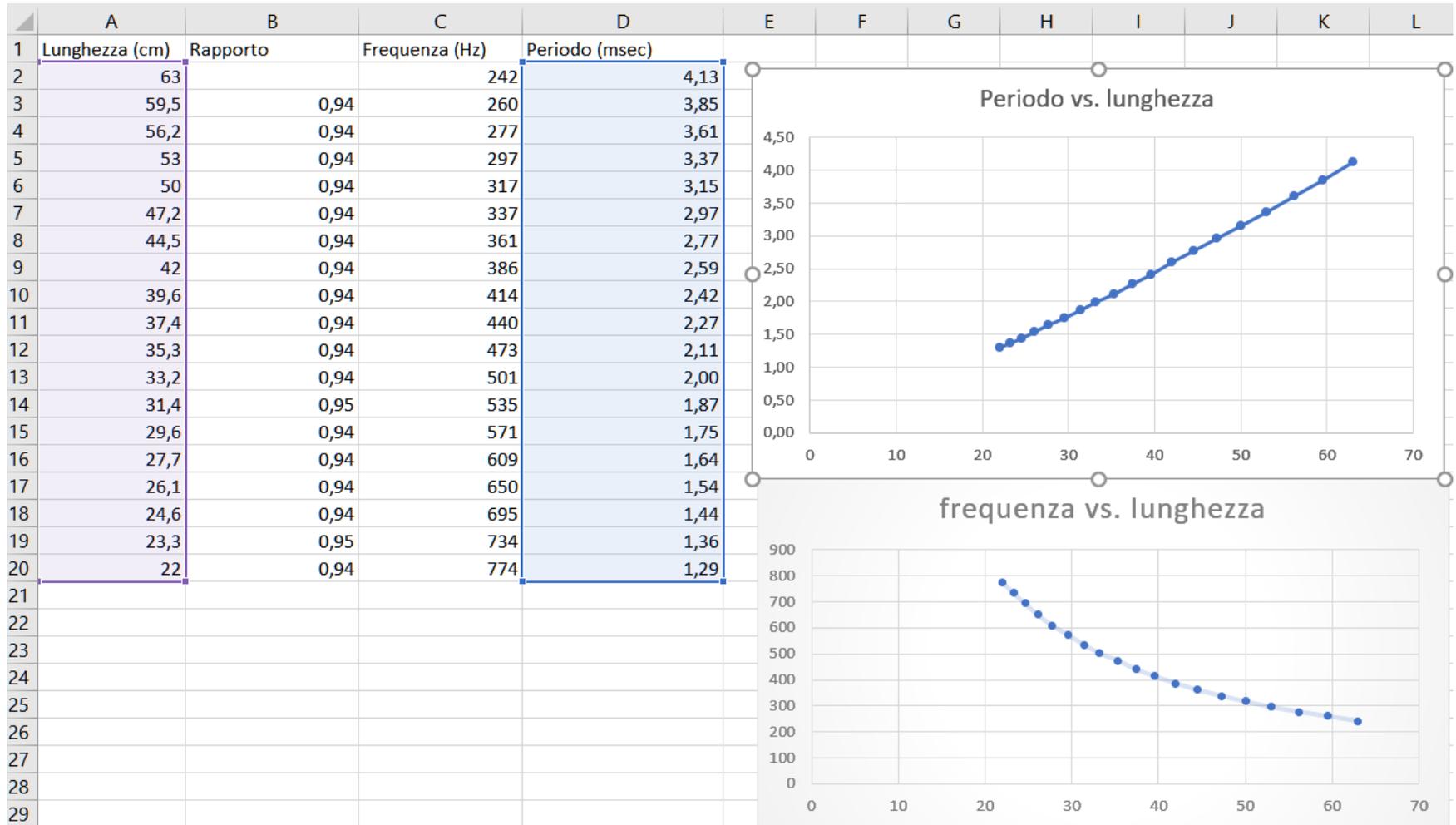
- In una chitarra sono presenti sei corde della stessa lunghezza. Sono tirate tutte più o meno con la stessa tensione (si può verificare ad esempio appendendo un pesetto alla corda e vedendo di quanto si piega) ma sono di massa diversa: le più leggere producono suoni più acute, le più pesanti suoni più gravi.
- Le corde pigiano sul ponticello che trasmette il suono alla casa armonica, che a sua volta lo trasmette all'aria.
- Premendo una corda contro un tasto, la parte vibrante della corda si accorcia, quindi produce un suono più alto.



Misuriamo la chitarra....

- Possiamo verificare una parte della legge della corda vibrante misurando le dimensioni di una chitarra e le note prodotte.
- Dapprima misuriamo le distanze dei tasti dal ponticello: verifichiamo che il rapporto tra le distanze di due tasti vicini si mantiene pressappoco costante.
- Poi misuriamo il periodo del suono prodotto. Infine facciamo un grafico di T in funzione di L .

Risultato.....



Strumenti a fiato

- Negli strumenti a fiato, il suono viene prodotto mettendo in vibrazione l'aria contenuta in una cavità, per lo più cilindrica, ma anche conica.
- Anche il suono prodotto dagli strumenti a fiato è armonico!



I tubi sonori

- Gli strumenti a fiato sfruttano le oscillazioni di una colonna d'aria.
- Che l'aria sia un mezzo elastico si sa, basta gonfiare una bicicletta per rendersene conto.
- Se stappiamo una bottiglia di colpo, otteniamo un suono



Riflessione ad una estremità chiusa

- Supponiamo di avere una zona di sovrappressione che si propaga in un tubo, fino a raggiungere una estremità chiusa
 - Allora all'estremità le molecole non potranno più spostarsi, e quindi la pressione si accumulerà fino a spingere le molecole all'indietro.
- Pertanto all'estremità chiusa di un tubo:
 - la pressione ha un massimo o un minimo.
 - la velocità delle molecole è nulla
 - la sovrappressione o depressione torna indietro
- L'estremità chiusa di un tubo riflette le onde lasciandole invariate!

Riflessione ad una estremità aperta

- Supponiamo stavolta che la sovrappressione raggiunga una estremità aperta
 - Stavolta le molecole in eccesso si distribuiranno all'esterno in un enorme volume: la pressione cadrà bruscamente al valore atmosferico. Inoltre le molecole spinte dalla sovrappressione sfuggiranno dal tubo senza problemi
- Pertanto all'estremità aperta di un tubo:
 - La sovrappressione o depressione vale zero
 - La velocità è massima
 - Lo svuotamento improvviso causa una depressione che viaggia in verso opposto
- Le onde vengono riflesse con inversione!



Onde in un tubo chiuso in entrambi i lati

- In un tubo chiuso in entrambi i lati, le onde andranno su e giù in continuazione.
- Dopo aver percorso due volte la lunghezza del tubo, torneranno allo stesso punto con la stessa velocità dopo un tempo $T=2L/c$
- Quindi il suono all'interno di un tubo chiuso è periodico con frequenza $F=cs/2L!$



Onde in un tubo aperto ad entrambe le estremità

- Come nel tubo chiuso, ogni estremità riflette l'onda, ma invertendone il segno.
- Dopo due riflessioni ai due estremi, però l'onda ritorna del segno che aveva all'andata:
- anche stavolta il suono è periodico di periodo $T=2L/c_s$
- anche stavolta la frequenza fondamentale sarà $f= c_s/2L$

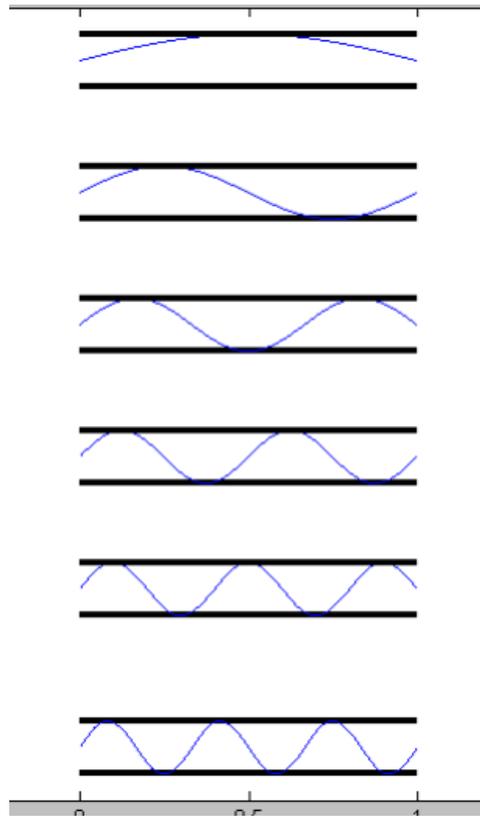


Onde in un tubo aperto da un lato solo

- Stavolta, la una riflessione cambia segno, l'altra no!
- Dopo due riflessioni, non ritrovo la stessa onda, ma trovo l'onda cambiata di segno!
- Quindi devo aspettare altre due riflessioni per ritrovarmi con l'onda nella stessa configurazione: il periodo è doppio! $T=4L/ c_s$
- La frequenza sarà metà: $f= c_s /4L$
- Vedremo inoltre che scompaiono le armoniche dispari.



Un altro modo di vedere le cose....



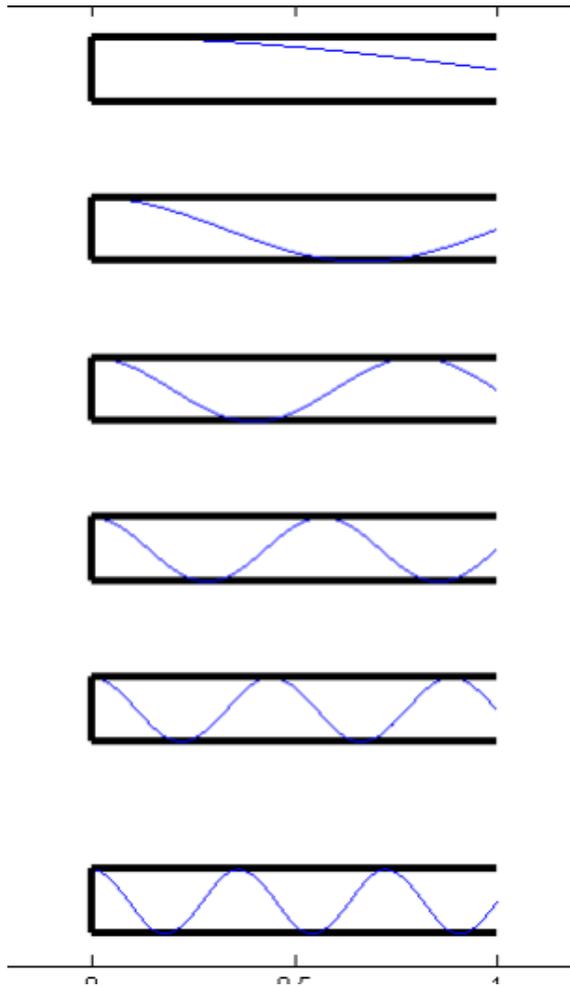
Le onde dentro al tubo aperto devono avere agli estremi la pressione uguale a quella atmosferica: quindi la sovrappressione deve essere zero.

Di conseguenza, guardando la figura, si capisce che il tubo deve essere lungo un multiplo di mezza lunghezza d'onda:

$$L = n \frac{\lambda}{2} = n \frac{c_s}{2f_n} \Rightarrow f_n = n \frac{c_s}{2L}$$

Le onde in questo caso rimangono imprigionate dentro al tubo: non vanno né a destra né a sinistra: si parla di onde stazionarie.

E il tubo semiaperto?



Nel tubo semiaperto, la pressione ha un massimo ad un estremo e uno zero all'altro! La lunghezza del tubo è pari ad un numero dispari di $1/4$ della lunghezza d'onda

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda}{4} = \left(2n - 1 \right) \frac{v c_s}{4} = \left(2n - 1 \right) \frac{c_s}{4f_n}$$
$$f_n = (2n - 1) \frac{c_s}{4L}$$

La frequenza minima ($n=1$) corrisponde alla fondamentale, che è il **doppio** di quella di un tubo aperto o chiuso da tutte e due le parti.

Le altre frequenze sono multipli *dispari* della fondamentale.

Esempi....

➤ Tubo aperto-aperto:

- Flauto
- Canne d'organo

➤ Tubo aperto-chiuso:

- Strumenti ad ancia:
Clarinetto, oboe, fagotto,
sax.....
- Flauto di Pan
- Alcune canne d'organo

Costruiamo un flauto di pan

- Un flauto di Pan funziona come un tubo aperto da un lato solo.
- Possiamo costruire un flauto che suona un'ottava partendo dalle frequenze e trovando la lunghezza corretta.
- Conviene realizzare i tubi un po' lunghi, accorciandoli fino a raggiungere i valori desiderati.
- Purtroppo però:
 - Suonando, l'aria si scalda, aumenta c_s e pure la frequenza
 - L'intonazione è ballerina



Costruiamo un flauto di pan

| Nota | Intervallo | Moltipl. | Frequenza (Hz) | Lunghezza (cm) |
|------|------------|----------|----------------|----------------|
| La | | | 440 | 19,6 |
| Si | Tono | r^2 | 494 | 17,5 |
| Do# | Tono | r^2 | 554 | 15,6 |
| Re | Semitono | r | 587 | 14,7 |
| Mi | Tono | r^2 | 659 | 13,1 |
| Fa# | Tono | r^2 | 740 | 11,7 |
| Sol# | tono | r^2 | 831 | 10,4 |
| La | Semitono | r | 880 | 9,8 |

