

La distribuzione di Poisson



Probabilità

La probabilità associata al verificarsi o meno di un evento è fornita dal rapporto tra il numero di casi favorevoli e il numero di casi possibili.

$$P_x = \frac{N_f}{N_{tot}}$$

$P = 0$ significa evento **impossibile**

$0 < P \ll 1$ evento **possibile ma poco probabile**

$P = 1$ evento **certo**



Distribuzione di probabilità

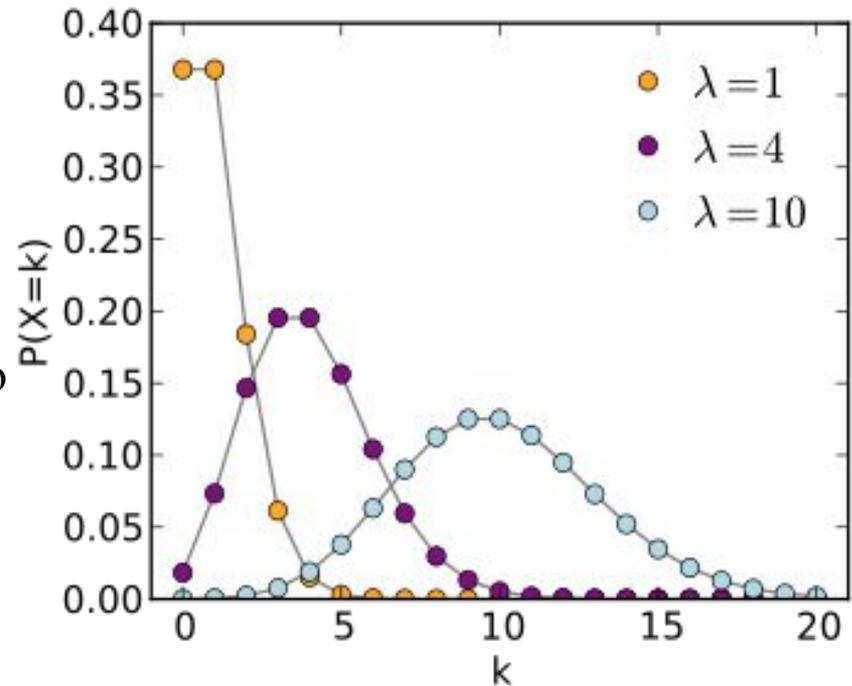
- Una **distribuzione** è una funzione matematica che permette di stimare la probabilità associata ad un **fenomeno casuale**.
- Esistono vari tipi di distribuzioni che vengono usate in base alle condizioni assunte dal fenomeno analizzato.
- Ad esempio se la probabilità che si verifichi un evento è molto piccola si usa la distribuzione di **Poisson**.



Distribuzione di Poisson

Viene utilizzata la distribuzione di Poisson quando un evento E soddisfa le seguenti tre ipotesi:

- 1) La probabilità che si verifichi un evento in un tempo molto piccolo è **proporzionale** all'intervallo temporale stesso.
- 2) La probabilità che si verifichi un secondo evento nello stesso intervallo dt è molto piccola.
- 3) Ogni evento è **indipendente** dagli eventi precedenti o successivi.



$$P_x = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$$

$$\mu = \lambda \quad \text{valor medio}$$

$$\sigma^2 = \lambda \quad \text{varianza}$$

$$\sigma = \sqrt{\lambda} \quad \text{deviazione standard}$$



Esempio Storico

Nel 1898 Ladislaus Bortkiewicz pubblica “La legge dei piccoli numeri”.

Nel libro mostrava come eventi con bassa frequenza su una grande popolazione seguissero una distribuzione Poissoniana. Per farlo utilizzò i dati riguardanti gli incidenti mortali da cavallo della cavalleria prussiana.

Esempio pratico

Il numero di guasti che in un anno si verificano in una centralina telefonica si distribuiscono secondo la legge di Poisson con $\lambda = 3$. Qual'è la probabilità che in un anno si verificano tre guasti?

$$P(X = 3) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} = \frac{3^3}{3!} e^{-3} = \frac{27 \cdot 0,0497}{6} = 0,224$$



Distribuzione di Poisson

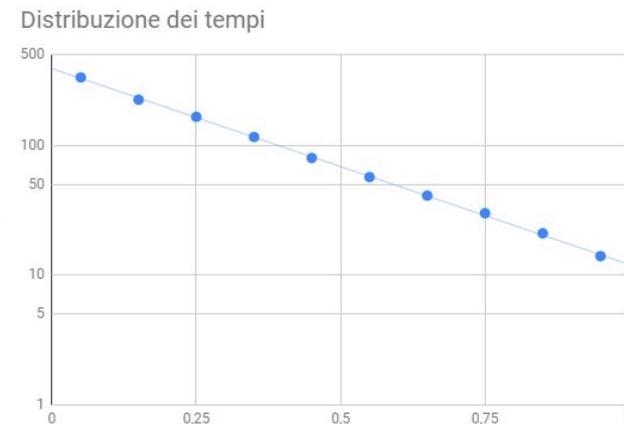
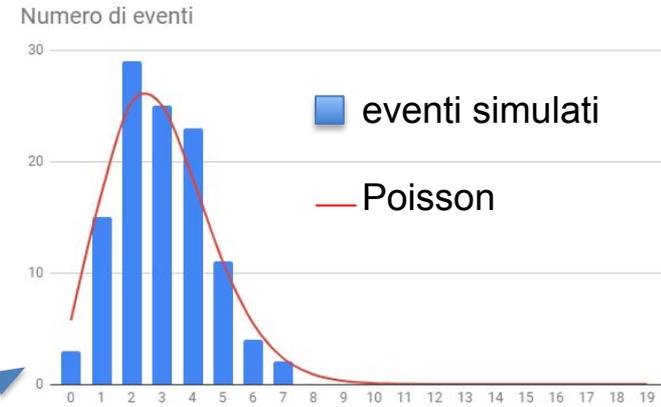
«fai-da-te»

È possibile fare una “**simulazione**” di un fenomeno causale nel tempo con un semplice foglio elettronico

- si definisce la probabilità che accada l'evento (ad es. $p=0.3$)
- si estrae un numero casuale x uniforme tra 0 e 1
- se $x < p$ si ha un evento (1) altrimenti no (0)

Si contano gli eventi ogni 10 intervalli
(Numero di eventi)

La distribuzione dei tempi tra due eventi successivi è una esponenziale
(una retta in carta semi-logaritmica)



Grazie per λ attenzione

