



IFAE 2018

XVII ed. degli Incontri di Fisica delle Alte Energie
Milano Bicocca
04 - 06 aprile 2018

Davide Giusti
Università degli Studi Roma Tre
INFN Sezione di Roma Tre

Prime determinazioni su reticolo delle correzioni di isospin-breaking
alle rate di decadimento leptónico

In collaborazione con:

V. Lubicz, G. Martinelli, C.T. Sachrajda, F. Sanfilippo, S. Simula, N. Tantalo e C. Tarantino



Sommario

- Motivazioni fenomenologiche
- Decadimenti adronici

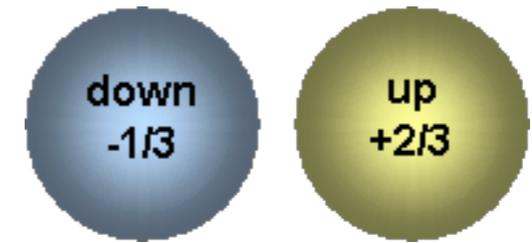
$$\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu [\gamma])$$

$$\Gamma(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu [\gamma])$$

Motivazioni fenomenologiche

Effetti di rottura della simmetria dello spin isotopico

La **simmetria di isospin** è una simmetria approssimata delle interazioni forti



Gli effetti di rottura della simmetria di isospin sono indotti da

$$m_u \neq m_d : \quad O[(m_d - m_u)/\Lambda_{\text{QCD}}] \approx 1/100$$

Interazione forte

$$Q_u \neq Q_d : \quad O(\alpha_{em}) \approx 1/100$$

Interazione
elettromagnetica

Le due correzioni sono intrinsecamente legate poiché le interazioni **elettromagnetiche** rinormalizzano le **masse dei quark**

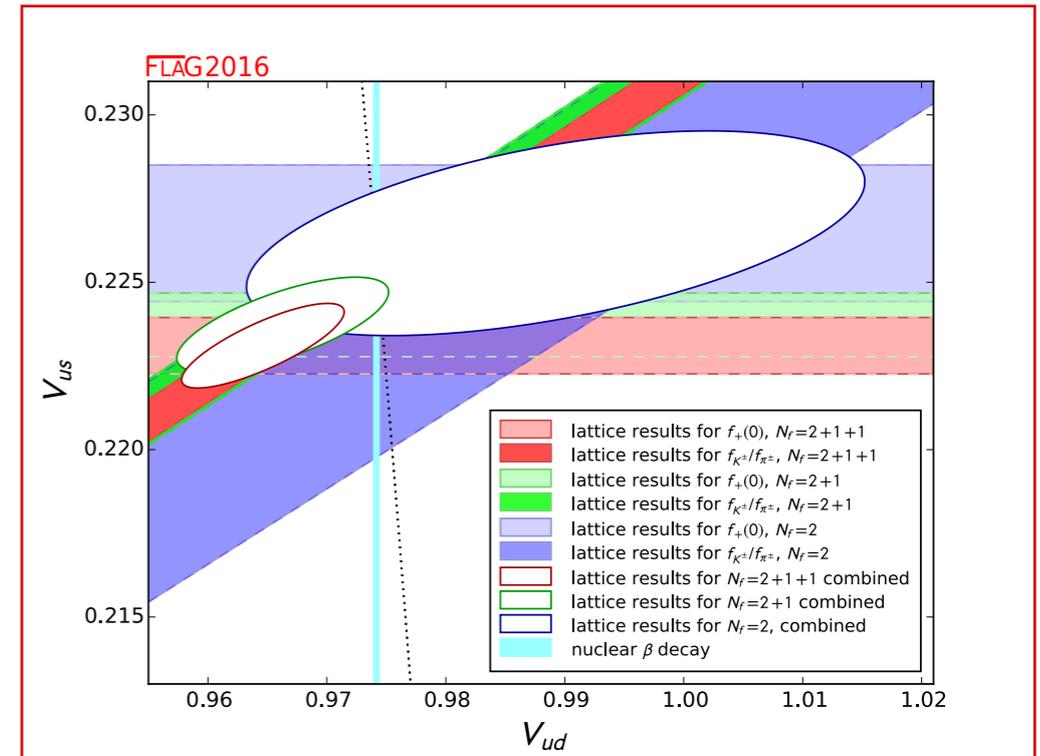
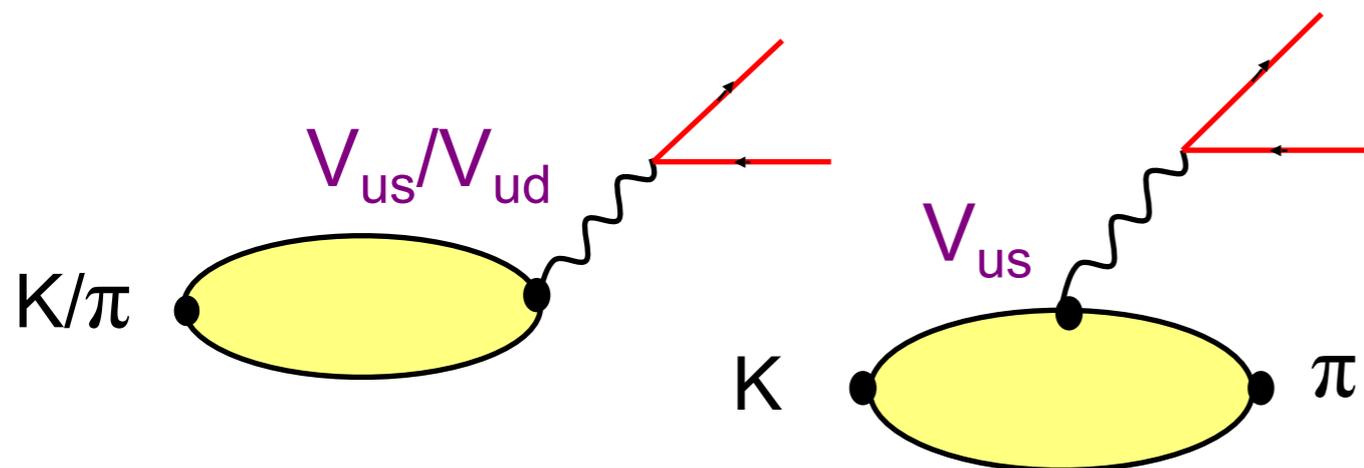


Sebbene gli **effetti di IB** siano piccoli, essi rivestono spesso un ruolo molto importante (masse dei quark, $M_n - M_p$, costanti di decadimento, fattori di forma vettoriali)

Gli effetti di IB non possono essere trascurati nello studio di alcune osservabili adroniche di Fisica del Sapore

Esempio: la determinazione degli elementi della matrice CKM V_{us} e V_{ud}

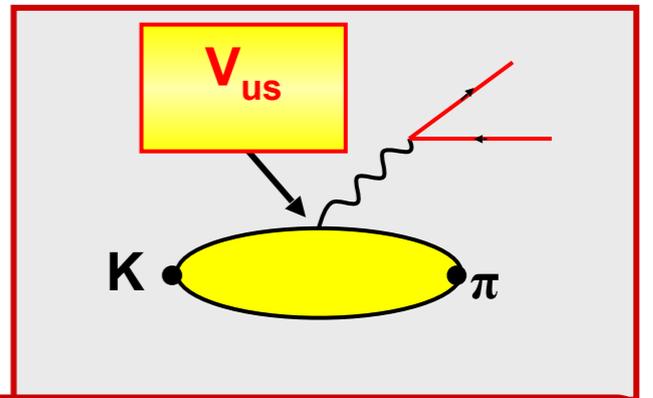
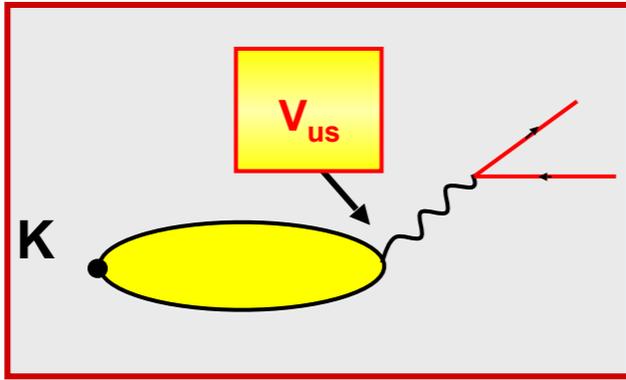
$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1$$



$$\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell (\gamma))}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell (\gamma))} = \left(\frac{|V_{us}| f_K}{|V_{ud}| f_\pi} \right)^2 \frac{M_{K^+} \left(1 - m_\ell^2 / M_{K^+}^2\right)^2}{M_{\pi^+} \left(1 - m_\ell^2 / M_{\pi^+}^2\right)^2} \left(1 + \delta_{EM} + \delta_{SU(2)}\right)$$

$$\Gamma(K^{+,0} \rightarrow \pi^{0,-} \ell^+ \nu_\ell (\gamma)) = \frac{G_F^2 M_{K^{+,0}}^5}{192 \pi^3} C_{K^{+,0}}^2 \left| V_{us} f_+^{K^0 \pi^-}(0) \right|^2 I_{K\ell}^{(0)} S_{EW} \left(1 + \delta_{EM}^{K^{+,0}\ell} + \delta_{SU(2)}^{K^{+,0}\pi}\right)$$

ESPERIMENTI



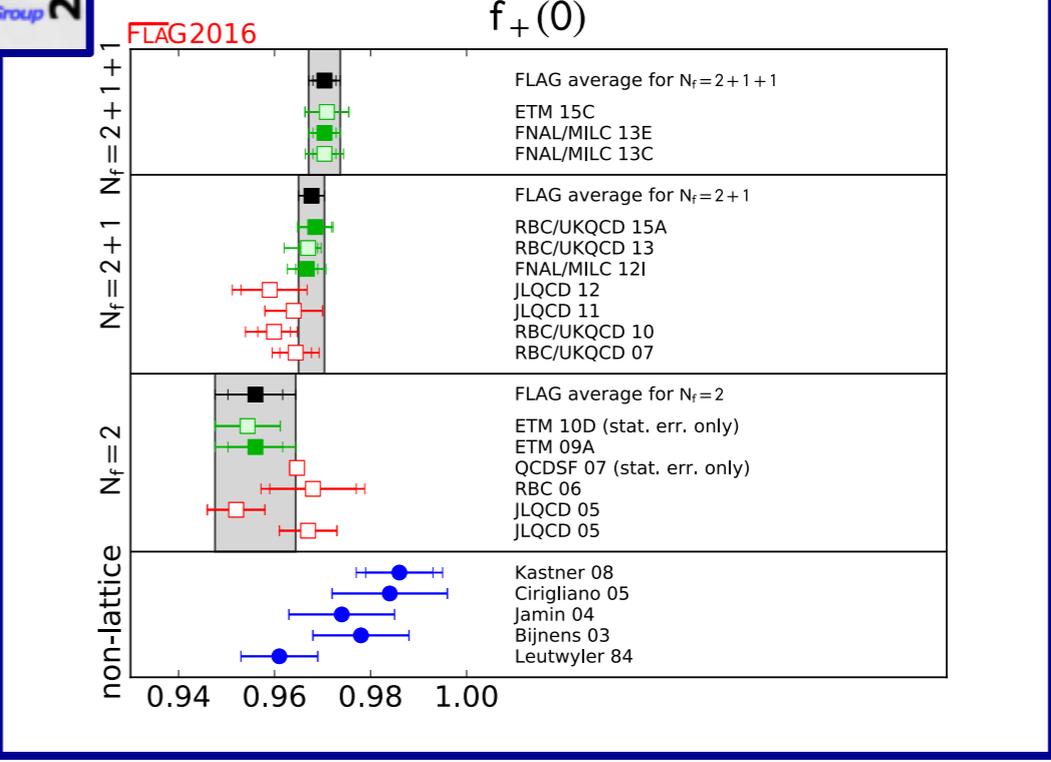
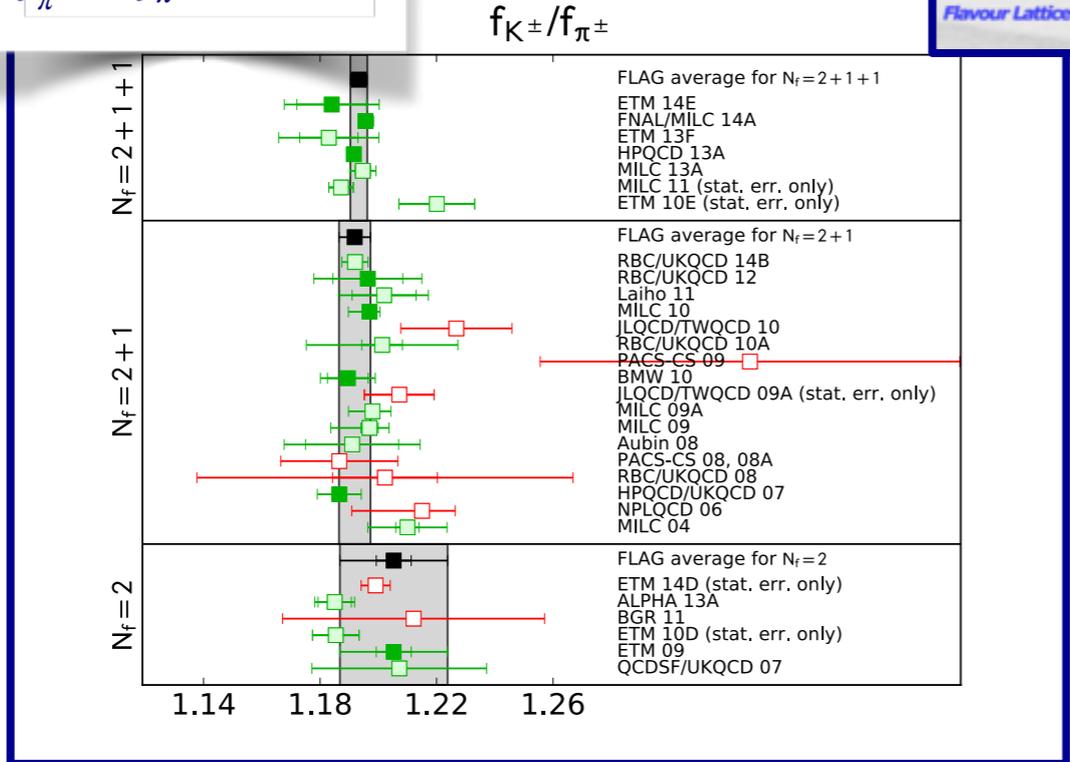
$$\frac{|V_{us}|}{|V_{ud}|} \frac{f_K}{f_\pi} = 0.27599(38)$$

0.2%

$$|V_{us}| f_+(0) = 0.21654(41)$$

TEORIA: QCD SU RETICOLO

$$\frac{f_{K^\pm}}{f_{\pi^\pm}} = \frac{f_K}{f_\pi} \sqrt{1 + \delta_{SU(2)}}$$

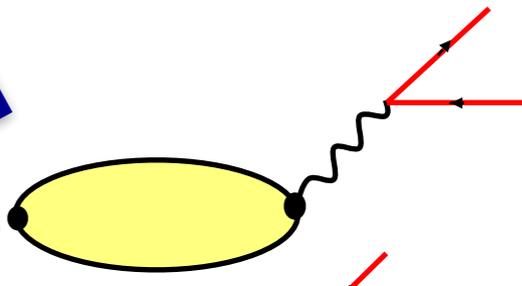


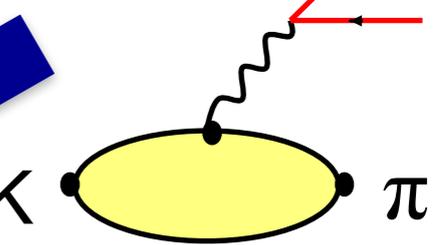
$$f_K / f_\pi = 1.193(3)$$

0.3%

$$f_+(0) = 0.9704(33)$$

Date le attuali accuratèzze sperimentali e teoriche (LQCD), gli **effetti di IB** rappresentano un'importante sorgente di incertezza

$$\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell(\gamma))}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell(\gamma))} = \left(\frac{|V_{us}| f_K}{|V_{ud}| f_\pi} \right)^2 \frac{M_{K^+} (1 - m_\ell^2/M_{K^+}^2)^2}{M_{\pi^+} (1 - m_\ell^2/M_{\pi^+}^2)^2} \left(1 + \delta_{EM} + \delta_{SU(2)} \right)$$


$$\Gamma(K^{+,0} \rightarrow \pi^{0,-} \ell^+ \nu_\ell(\gamma)) = \frac{G_F^2 M_{K^{+,0}}^5}{192 \pi^3} C_{K^{+,0}}^2 |V_{us} f_+^{K^0 \pi^-}(0)|^2 I_{K\ell}^{(0)} S_{EW} \left(1 + \delta_{EM}^{K^{+,0}\ell} + \delta_{SU(2)}^{K^{+,0}\pi} \right)$$


$\Gamma_{Kl2}/\Gamma_{\pi l2}$

Al LO in **ChPT** sia δ_{EM} sia $\delta_{SU(2)}$ sono esprimibili in termini di quantità fisiche ($M_{\pi^\pm} - M_{\pi^0}$, f_K/f_π , ...)

- $\delta_{EM} = -0.0069(17)$ 25% di errore per gli ordini superiori \rightarrow 0.2% su $\Gamma_{Kl2}/\Gamma_{\pi l2}$

M.Knecht et al., 2000; V.Cirigliano, H.Neufeld, 2011

- $\delta_{SU(2)} = \left(\frac{f_{K^+}/f_{\pi^+}}{f_K/f_\pi} \right)^2 - 1 = -0.0044(12)$ 25% di errore per gli ordini superiori \rightarrow 0.1% su $\Gamma_{Kl2}/\Gamma_{\pi l2}$

J.Gasser, H.Leutwyler, 1985; V.Cirigliano, H.Neufeld, 2011

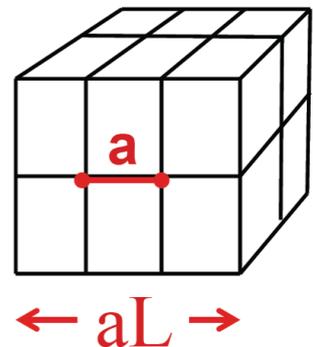
ChPT non è applicabile ai decadimenti dei mesoni D e B

Decadimenti adronici

Correzioni di QED ai decadimenti adronici

In generale le ampiezze di decadimento sono divergenti IR

Su reticolo un naturale regolatore IR è fornito dal **volume finito**



Per rimuovere il regolatore è necessaria una delicata procedura

N. Carrasco et al.

PRD 91 (2015) 074506

Decadimento leptónico di mesoni pseudoscalari carichi

Il **metodo è generale**: applicazione ai decadimenti semileptonici

In fase di
preparazione...

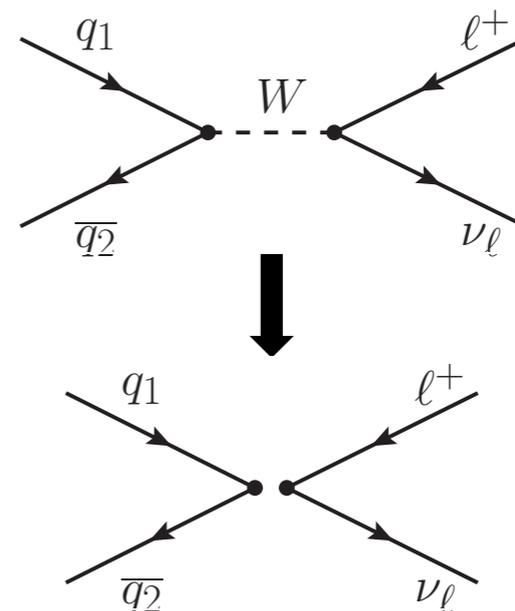
Decadimenti leptonici a livello albero

$$M_\pi, M_K \ll M_W$$



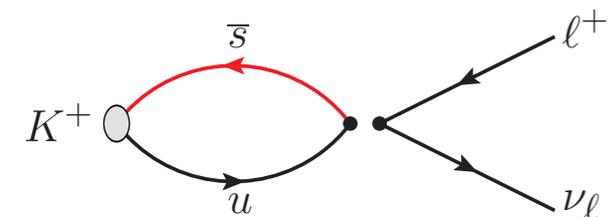
$$H_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud}^* (\bar{q}_2 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) q_1) (\bar{\nu}_\ell \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \ell)$$

Su reticolo: $1/a \ll M_W$



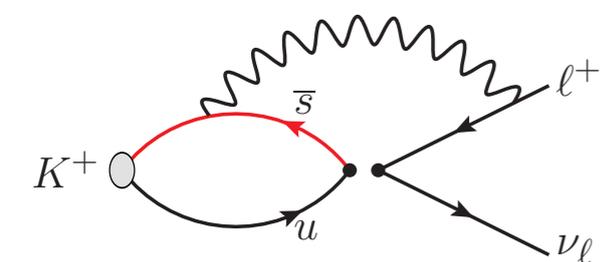
Rate a livello albero:

$$\Gamma_{P^\pm}^{(tree)} (P^\pm \rightarrow \ell^\pm \nu_\ell) = \frac{G_F^2}{8\pi} |V_{q_1 q_2}|^2 f_P^2 M_{P^\pm} m_\ell^2 \left(1 - \frac{m_\ell^2}{M_{P^\pm}^2}\right)^2$$



In assenza di elettromagnetismo gli effetti non perturbativi di QCD sono contenuti nella **costante di decadimento** pseudoscalare

$$A_P^{(0)} \equiv \langle 0 | \bar{q}_2 \gamma_4 \gamma_5 q_1 | P^{(0)} \rangle = f_P M_P^{(0)}$$

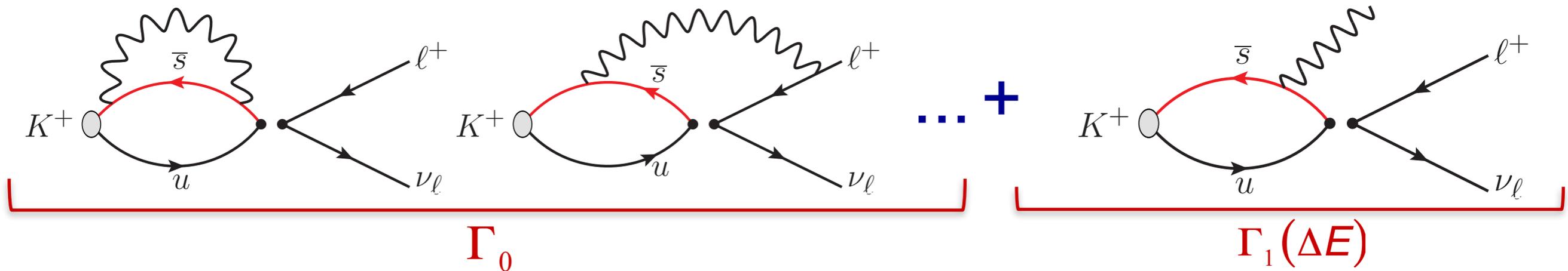


In presenza di elettromagnetismo **f_P** non ha definizione fisica

J. Gasser, G.R.S. Zarnauskas; PLB 693 (2010) 122

Decadimenti leptonici a $O(\alpha)$: il problema IR

A $O(\alpha)$, Γ_0 contiene **divergenze IR**



$$\Gamma(P_{\ell 2}^{\pm}) = \Gamma(P^{\pm} \rightarrow \ell^{\pm} \nu_{\ell}) + \Gamma(P^{\pm} \rightarrow \ell^{\pm} \nu_{\ell} \gamma(\Delta E)) \equiv \Gamma_0 + \Gamma_1(\Delta E)$$

$$0 \leq E_{\gamma} \leq \Delta E$$

La somma è IR finita

F. Bloch, A. Nordsieck;
PR 52 (1937) 54

Sia Γ_0 sia $\Gamma_1(\Delta E)$ possono essere determinati in modo completamente non perturbativo con **simulazioni su reticolo**.

Tuttavia, come primo approccio al problema, abbiamo considerato una diversa strategia

Strategia

fotoni sufficientemente soffici



adrone trattato in approssimazione puntiforme

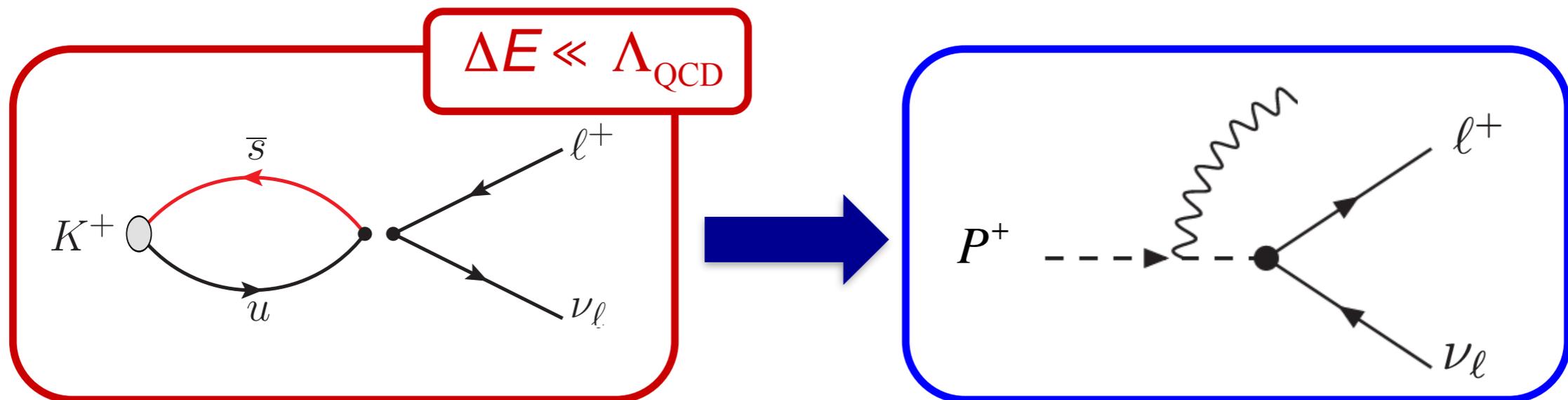


$\Gamma_1(\Delta E)$ calcolato in teoria delle perturbazioni

fotoni sufficientemente duri



risoluzione sperimentale



Un taglio

$$\Delta E \sim O(20 \text{ MeV})$$

risulta essere appropriato dal punto di vista sia

sperimentale sia teorico

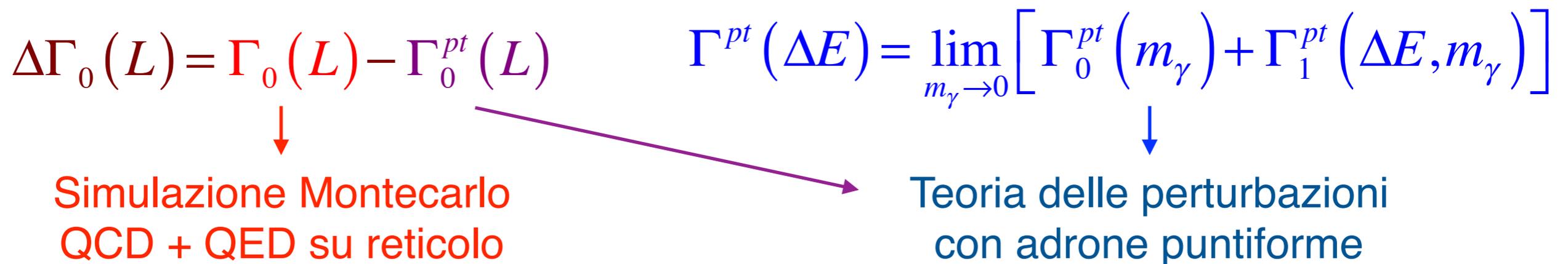


F. Ambrosino et al., KLOE Collaboration, PLB 632 (2006) 76; EPJC 64 (2009) 627, 65 (2010) 703(E)

J. Bijnens et al., NPB 396 (1993) 81
V. Cirigliano, I. Rosell; JHEP 0710 (2007) 005

$$\Gamma\left(P_{\ell 2}^{\pm}\right)=\left(\Gamma_0-\Gamma_0^{pt}\right)+\left(\Gamma_0^{pt}+\Gamma_1^{pt}(\Delta E)\right)$$

- $\Gamma_0 - \Gamma_0^{pt}$ I contributi a Γ_0 e Γ_0^{pt} relativi al fotone virtuale soffice sono gli stessi.
 La **divergenza IR si cancella**
- $\Gamma_0^{pt} + \Gamma_1^{pt}(\Delta E)$ La somma è **IR finita**, essendo una quantità fisica ben definita.
 Questo termine può essere calcolato in teoria delle perturbazioni con un **diverso regolatore IR**.
- I due termini sono separatamente **gauge invarianti**

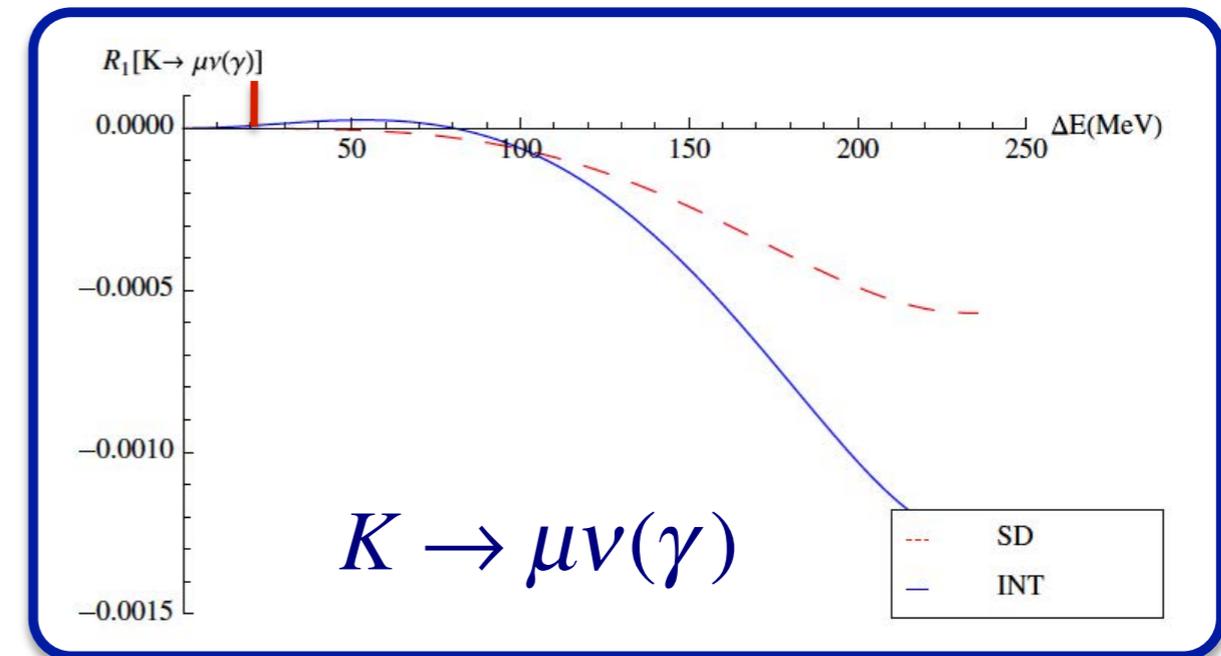
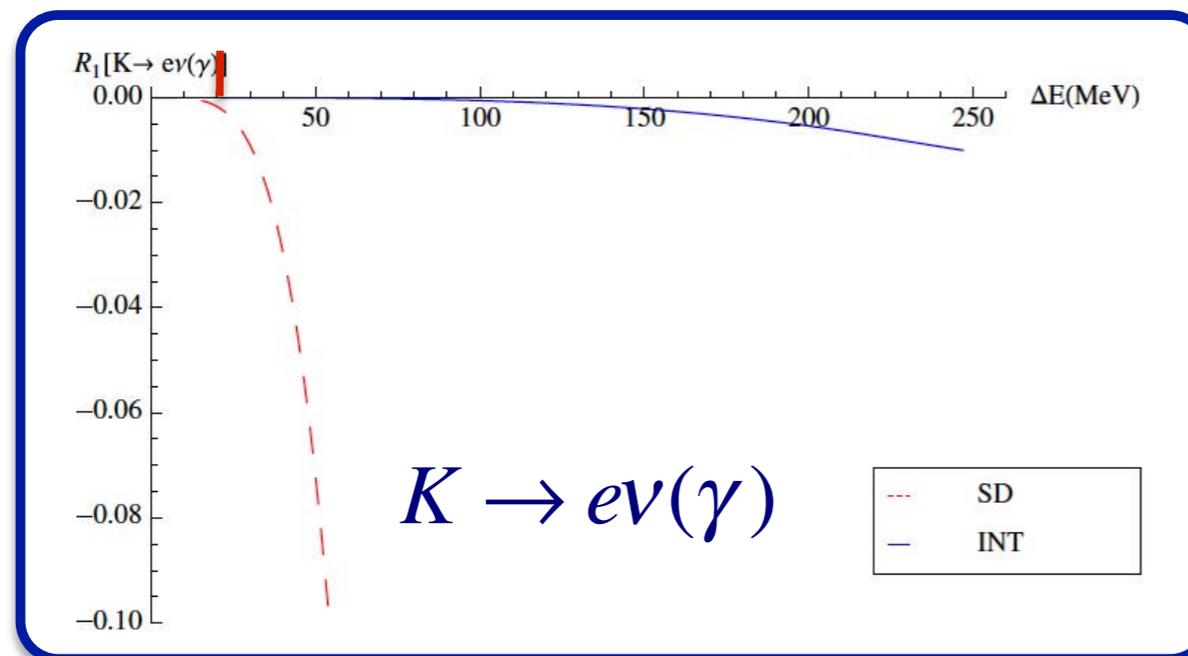
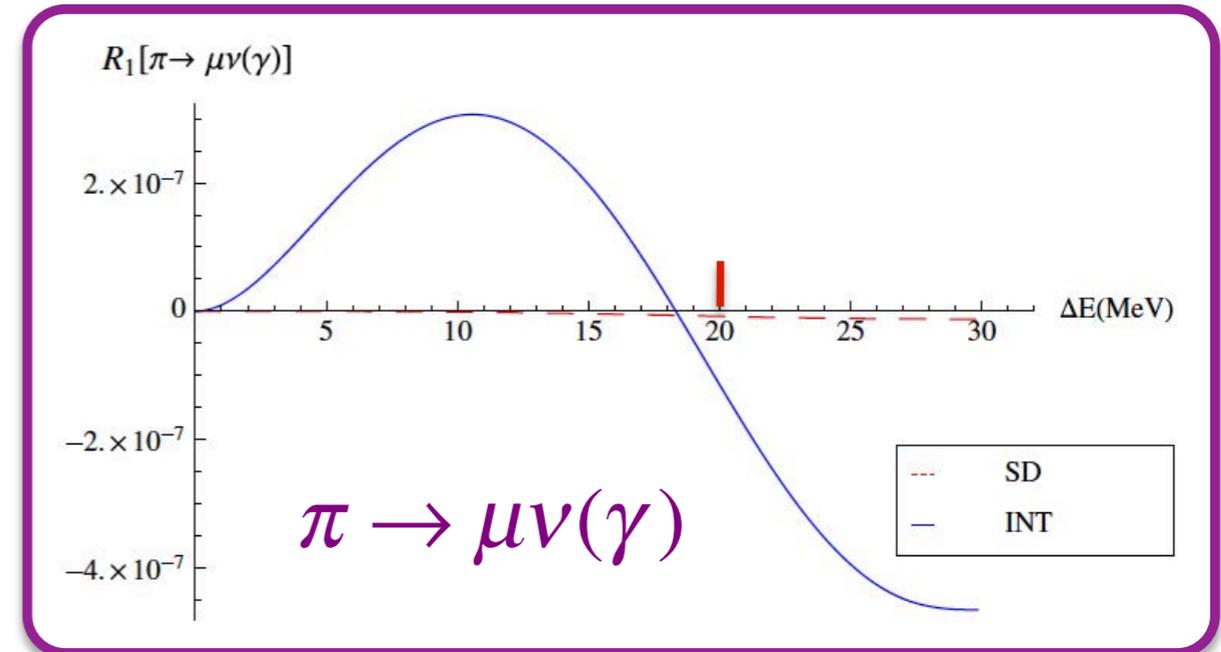
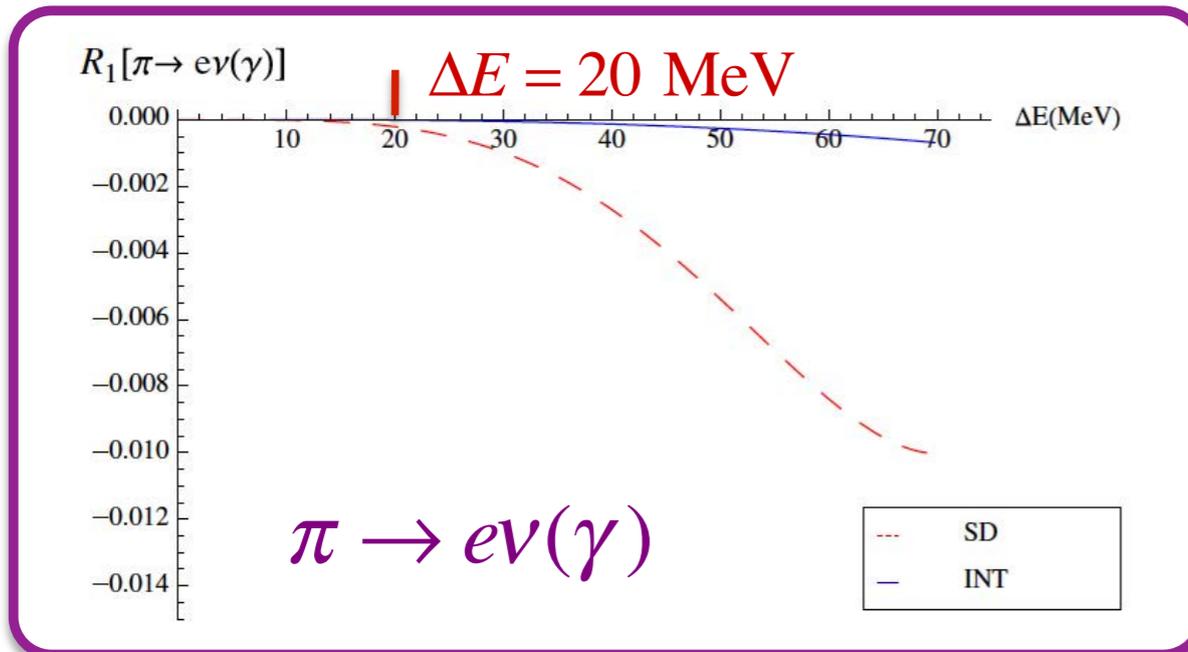


DG et al., PRL 120 (2018) 072001

V. Lubicz et al., PRD 95 (2017) 034504
 N. Carrasco et al., PRD 91 (2015) 074506

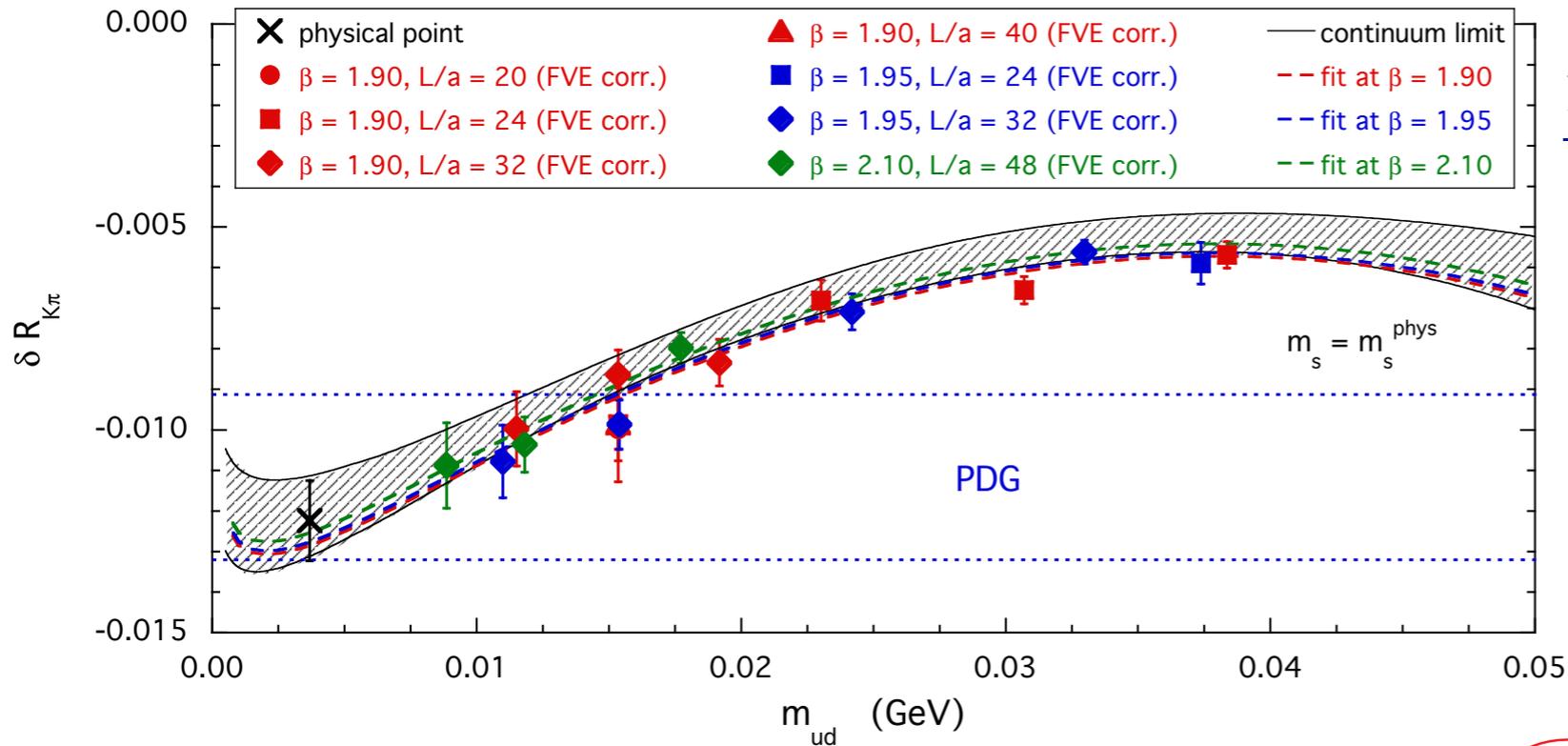
$$R_1^A(\Delta E) = \frac{\Gamma_1^A(\Delta E)}{\Gamma_0^{\alpha,pt} + \Gamma_1^{pt}(\Delta E)}, \quad A = \{\text{SD}, \text{INT}\}$$

SD = dipendente dalla struttura
INT = interferenza



- I contributi di **interferenza** sono trascurabili in tutti i decadimenti
- I contributi **dipendenti dalla struttura** possono essere **apprezzabili** per $K \rightarrow e\nu(\gamma)$, ma sono **trascurabili** per $\Delta E < 20 \text{ MeV}$

Decadimenti leptonici a $O(\alpha)$: **RISULTATI**



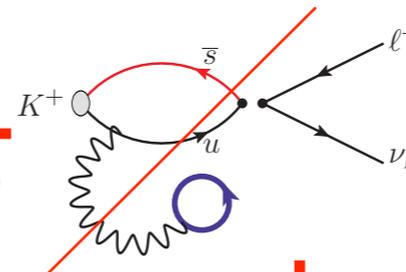
$$\frac{\Gamma(K_{\mu 2}^{\pm})}{\Gamma(\pi_{\mu 2}^{\pm})} = \left| \frac{V_{us}}{V_{ud}} \frac{f_K}{f_{\pi}} \right|^2 \frac{M_{\pi^{\pm}}^3}{M_{K^{\pm}}^3} \left(\frac{M_{K^{\pm}}^2 - m_{\mu}^2}{M_{\pi^{\pm}}^2 - m_{\mu}^2} \right)^2 (1 + \delta R_{K^{\pm}\pi^{\pm}})$$

$$\begin{aligned} \delta R_{K\pi} = & C_0 + C_{\chi} \log(m_{ud}) + C_1 m_{ud} + C_2 m_{ud}^2 + D a^2 \\ & + \frac{K_2}{L^2} \left[\frac{1}{M_K^2} - \frac{1}{M_{\pi}^2} \right] + \frac{K_2^{\mu}}{L^2} \left[\frac{1}{(E_{\mu}^K)^2} - \frac{1}{(E_{\mu}^{\pi})^2} \right] \\ & + \delta\Gamma^{pt}(\Delta E_{\gamma}^{\text{max},K}) - \delta\Gamma^{pt}(\Delta E_{\gamma}^{\text{max},\pi}) \end{aligned}$$

PRIMO RISULTATO SU RETICOLO

$$\begin{aligned} \delta R_{K^{\pm}\pi^{\pm}} &= -0.0122(10)_{stat} (2)_{input} (8)_{chir} (5)_{FVE} (4)_{disc} (6)_{qQED} \\ &= -0.0122(16) \end{aligned}$$

DG et al., PRL 120 (2018) 072001

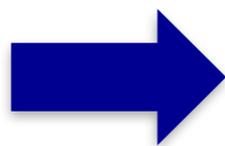


ChPT/PGD

$$\delta R_K - \delta R_{\pi} = -0.0112(21)$$

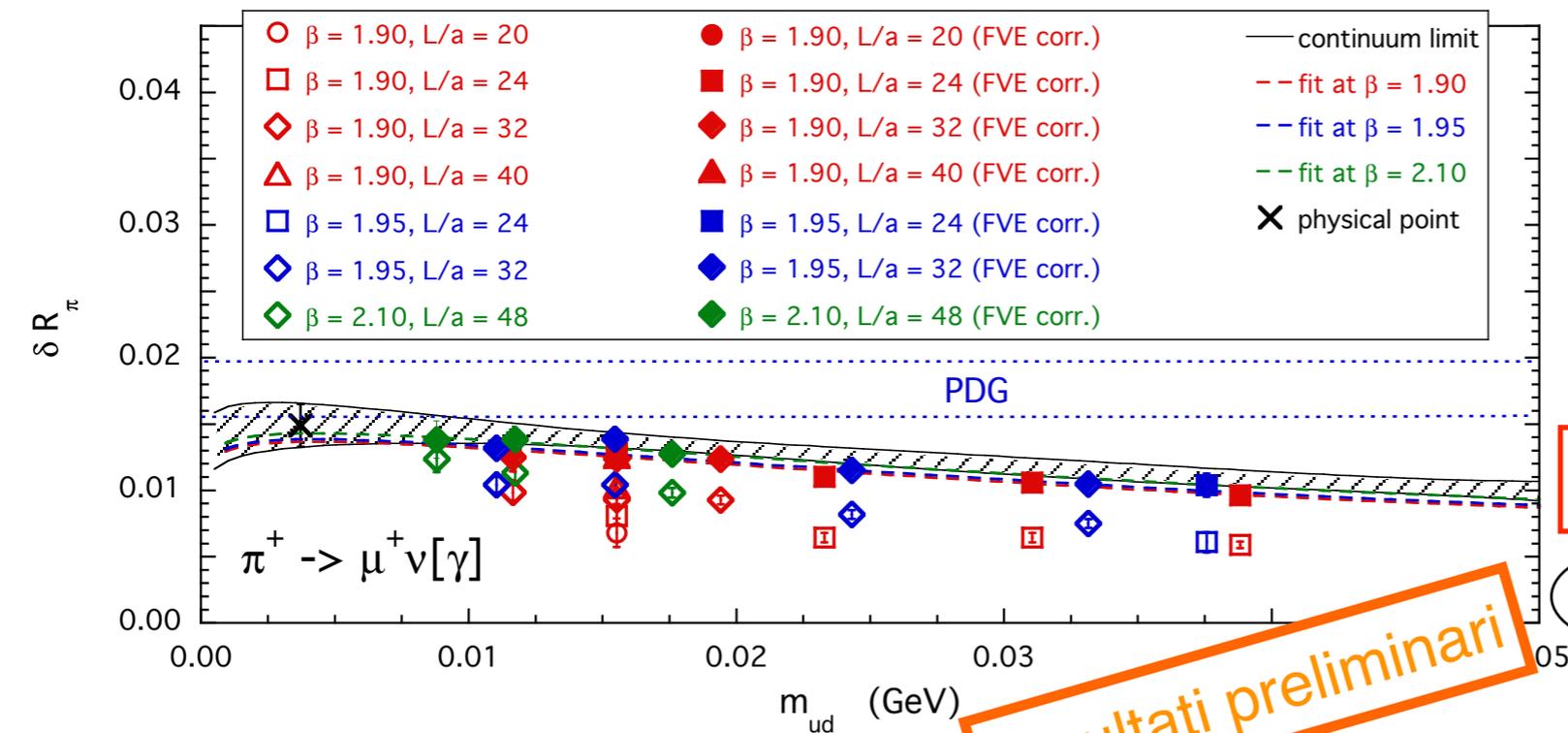
V.Cirigliano, H.Neufeld;
PLB 700 (2011) 7

$$\left| \frac{V_{us}}{V_{ud}} \frac{f_K}{f_{\pi}} \right| = 0.27673(29)_{\text{exp}} (23)_{\text{th}}$$



$$\left| \frac{V_{us}}{V_{ud}} \right| = 0.23142(24)_{\text{exp}} (54)_{\text{th}}$$

FLAG(2017) $N_f=2+1+1$ $\frac{f_K}{f_{\pi}} = 1.1958(26)$



$$\Gamma(P^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu_\mu [\gamma]) = \Gamma^{(tree)} [1 + \delta R_{P^\pm}]$$

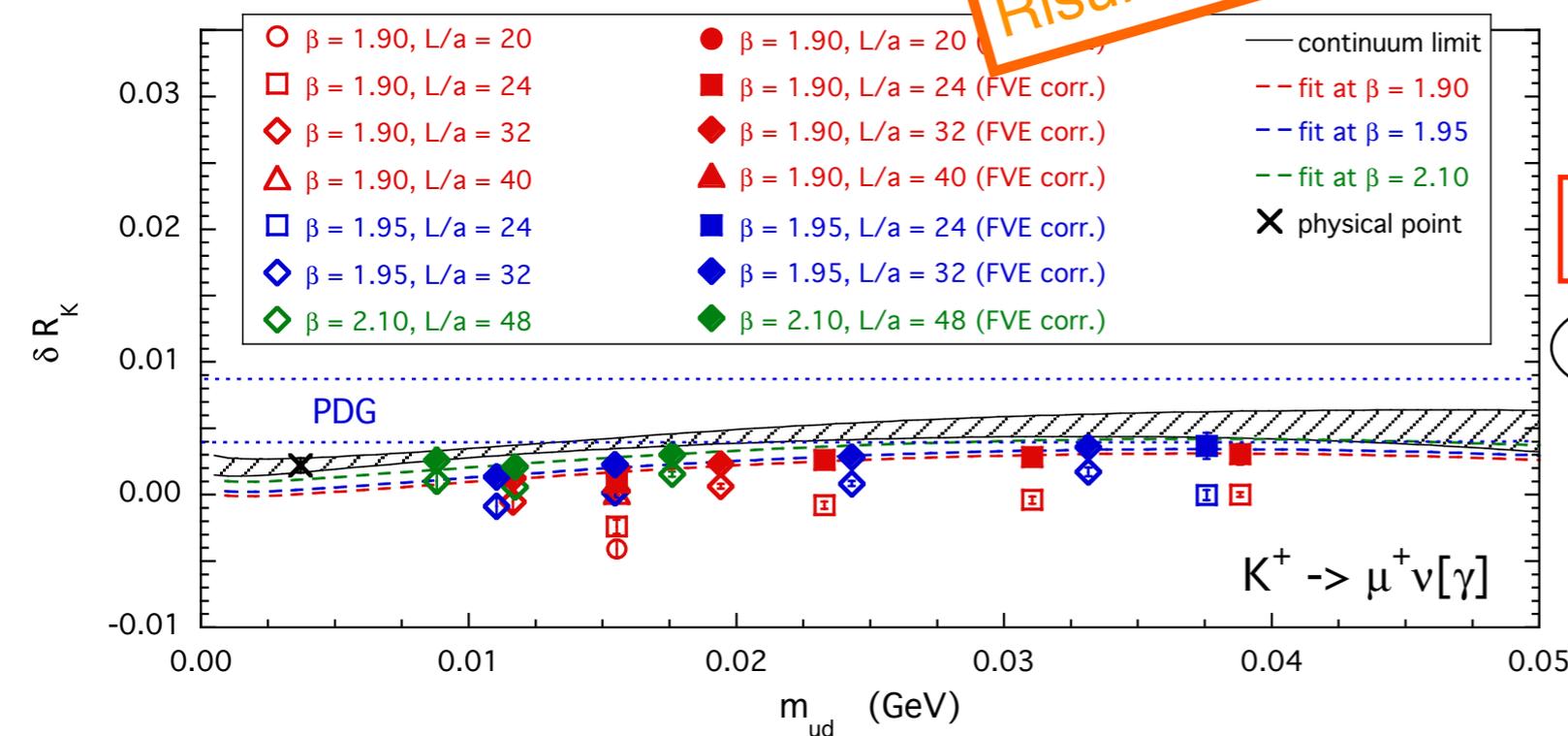
$$\Delta E_\gamma^{\max, P} = M_P (1 - m_\mu^2 / M_P^2) / 2$$

$$\Delta E_\gamma^{\max, \pi} \simeq 29 \text{ MeV}$$

$$\delta R_{\pi^\pm} = 0.0149(16)_{stat} (20)_{syst} = 0.0149(26)$$

$$\text{ChPT/PGD} \quad \delta R_\pi = 0.0176(21)$$

Risultati preliminari



$$\Delta E_\gamma^{\max, K} \simeq 235 \text{ MeV}$$

$$\delta R_{K^\pm} = 0.0022(5)_{stat} (19)_{syst} = 0.0022(20)$$

$$\text{ChPT/PGD} \quad \delta R_K = 0.0064(24)$$

V.Cirigliano, H.Neufeld;
PLB 700 (2011) 7

dipendenza dal modello

$$f_\pi |V_{ud}| = 127.30(2)_{exp} (16)_{th} \text{ MeV}$$

$$f_K |V_{us}| = 35.24(4)_{exp} (4)_{th} \text{ MeV}$$



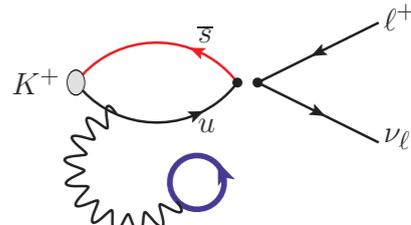
$$f_\pi = 130.68(16)_{exp+th} (3)_{V_{ud}} \text{ MeV}$$

$$f_K = 156.32(27)_{exp+th} (40)_{V_{us}} \text{ MeV}$$

Conclusioni

- Sono stati presentati i **primi risultati su reticolo** delle **correzioni di IB** alle **rate** di decadimento dei **mesoni leggeri pseudoscalari carichi**
- L'inclusione dei diagrammi disconnessi è necessaria per poter rilassare l'approssimazione di *quenched-QED*

In fase di preparazione...

A Feynman diagram showing the decay of a K+ meson. On the left, a K+ meson is represented by a grey circle. A red line labeled \bar{s} (anti-strange quark) and a black line labeled u (up quark) form a loop. A wavy line representing a photon is attached to the \bar{s} line. A blue circular arrow is shown below the photon line. On the right, the photon decays into a lepton ℓ^+ and a neutrino ν_ℓ .
- La strategia di calcolo presentata è applicabile ai **decadimenti** leptonici dei **mesoni pesanti** ed ai decadimenti **semileptonici (Kl3)**
- Il **calcolo non perturbativo** del contributo all'ampiezza di decadimento relativo all'**emissione di fotoni reali** permetterebbe una comprensione teorica più profonda degli **effetti di volume finito dipendenti dalla struttura** dell'adrone