

Applicazioni della Fisica in ambito medico: Rivelatori

Pasquale Delogu

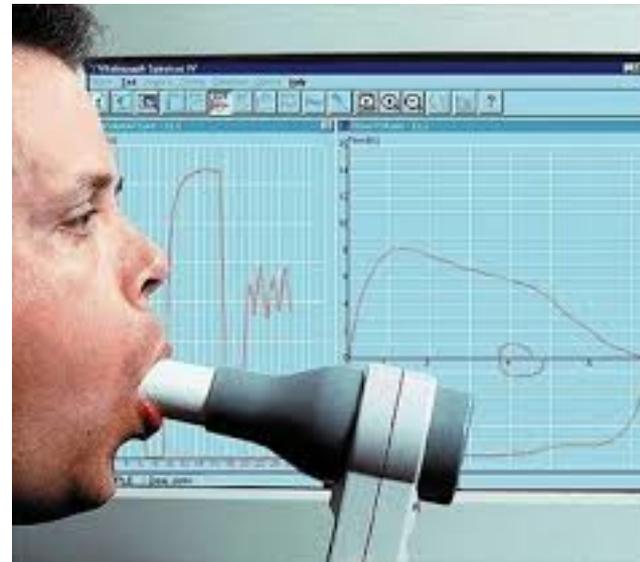
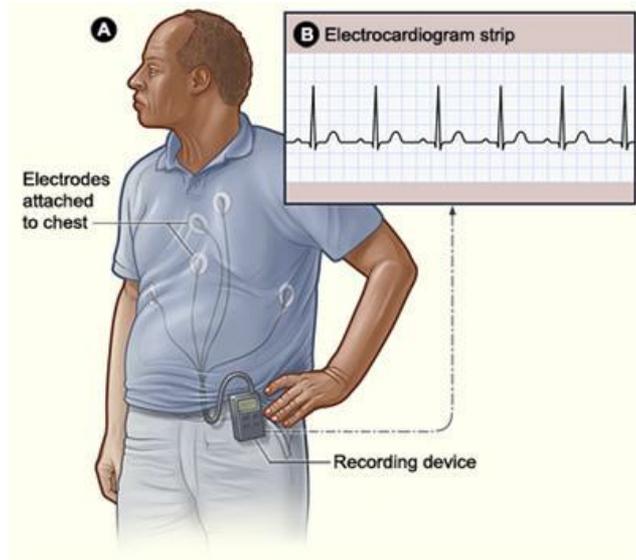
Università di Siena e INFN, sez. di Pisa

pasquale.delogu@unisi.it

indice

- introduzione
- principio di funzionamento dei rivelatori
- imaging a raggi X
- dispositivi di imaging
- caratterizzazione dei rivelatori
- esempio di rivelatore a conteggio di fotoni

rivelatori in diagnostica medica



diagnostica medica per immagini

- ecografia



- Sorgente e rivelatore di ultrasuoni (2-10 MHz): cristalli piezoelettrici

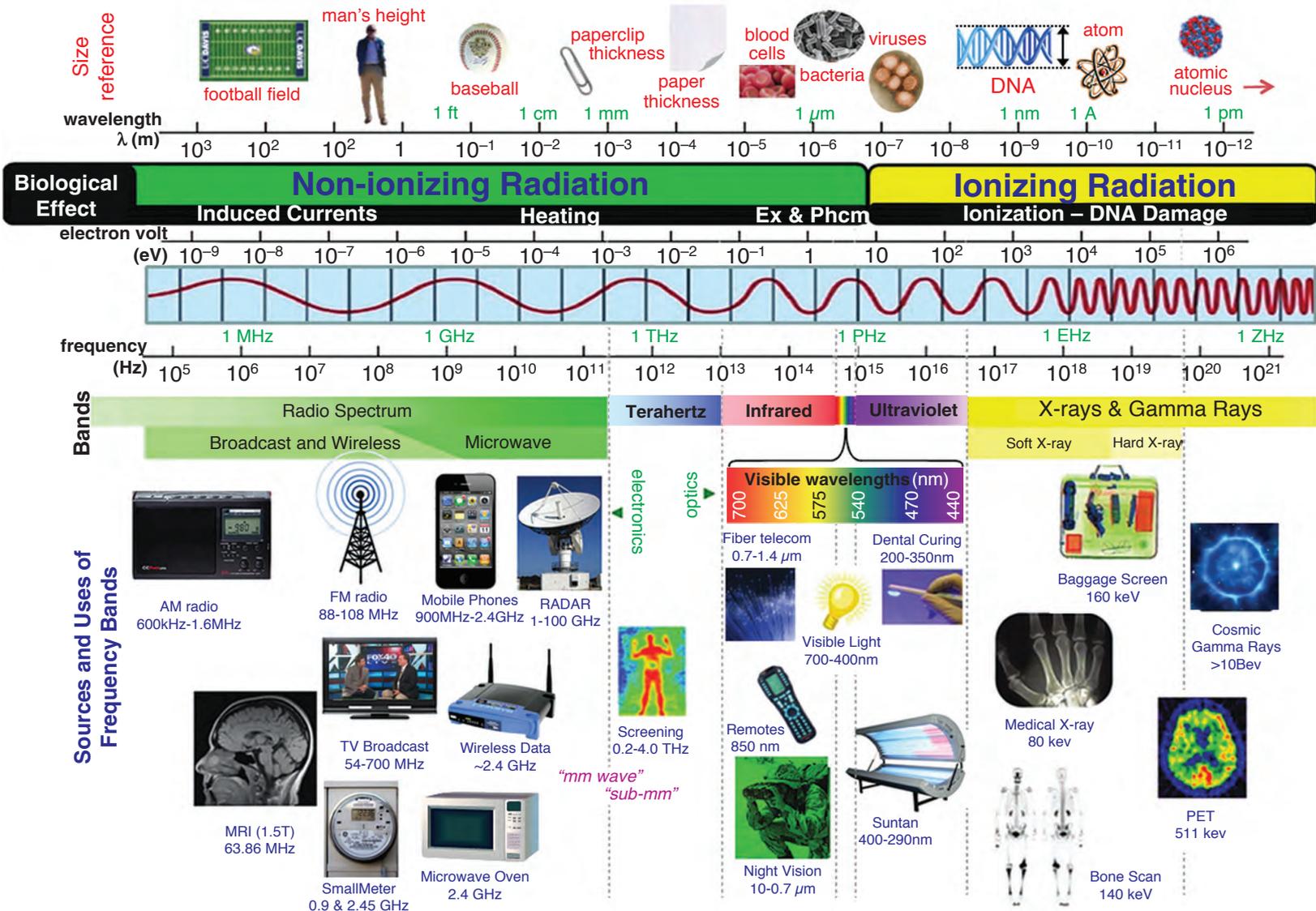
diagnostica medica per immagini

- MRI



- Sorgente e rivelatore di segnali elettromagnetici a radiofrequenza (42.58 MHz/T): bobine

ELECTROMAGNETIC RADIATION SPECTRUM



diagnostica medica per immagini

- Medicina Nucleare

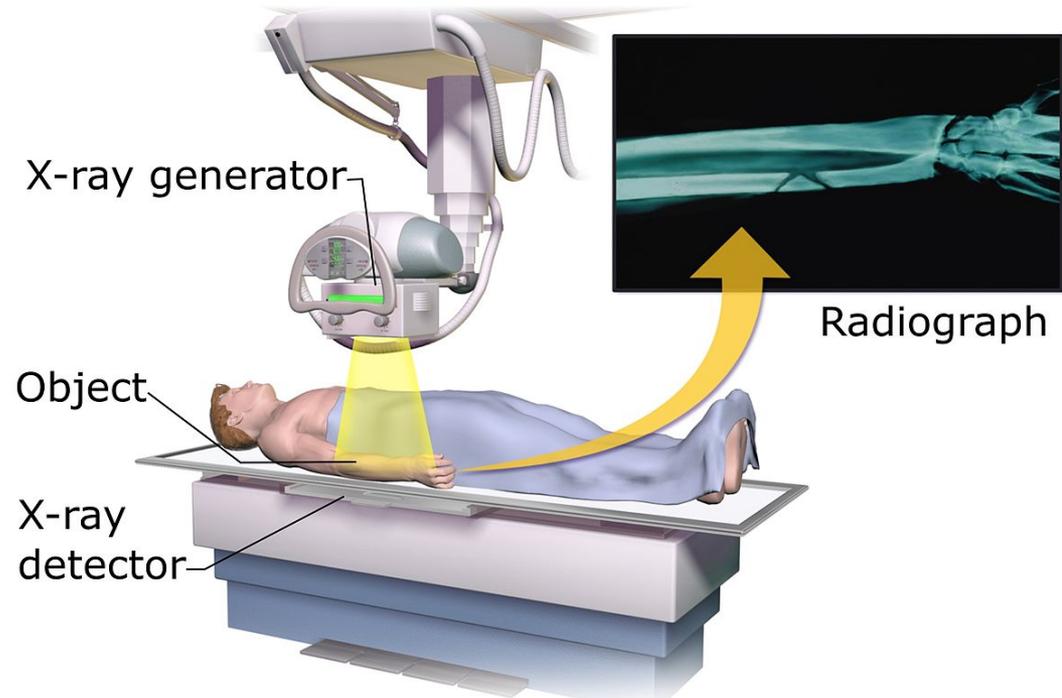


- Sorgente: radiofarmaco (140 keV-511 keV)
- Rivelatore: scintillatori accoppiati con fotorivelatori

diagnostica medica per immagini

- Radiologia

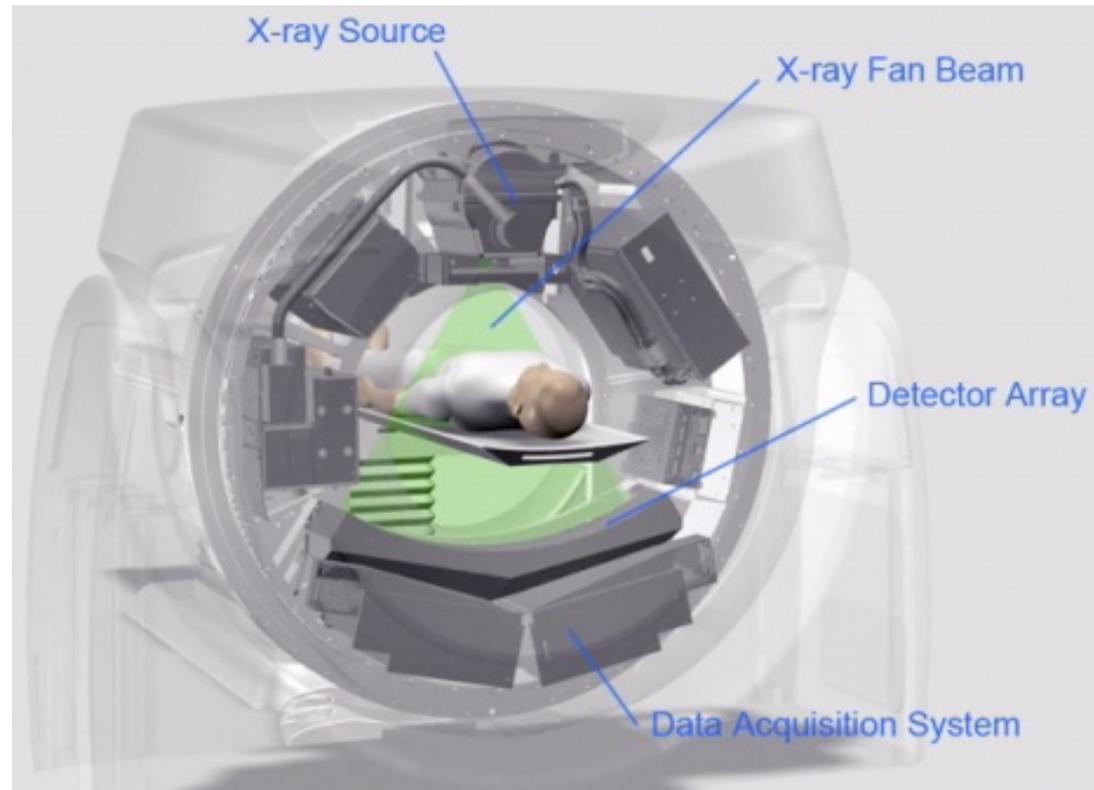
Projectional radiography



- Sorgente: tubi a raggi X (40-150 kV)
- Rivelatore: scintillatori, riv. a stato solido

diagnostica medica per immagini

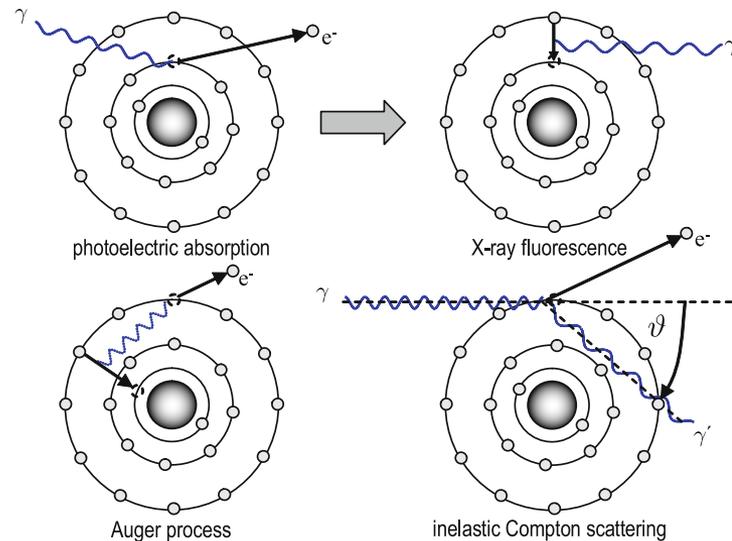
- CT



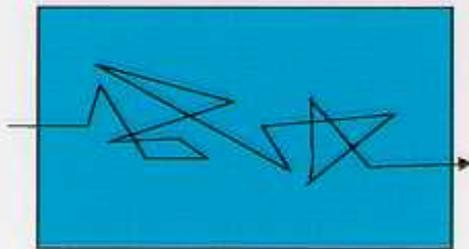
- Sorgente: tubi a raggi X (80-150 kV)
- Rivelatore: scintillatori, riv. a stato solido

ionizzazione della materia

Il fotone (primario) interagisce per effetto fotoelettrico o compton, liberando un elettrone di alta energia

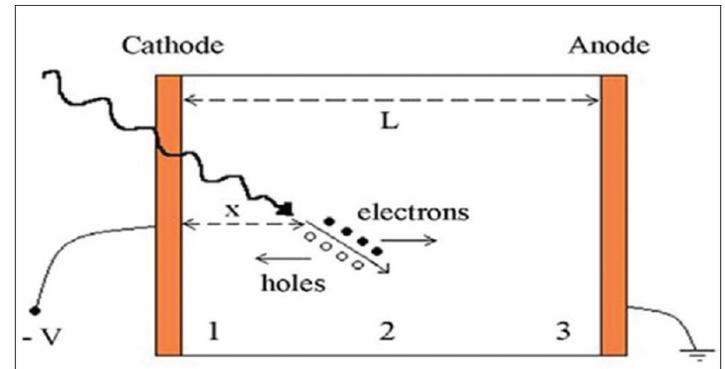
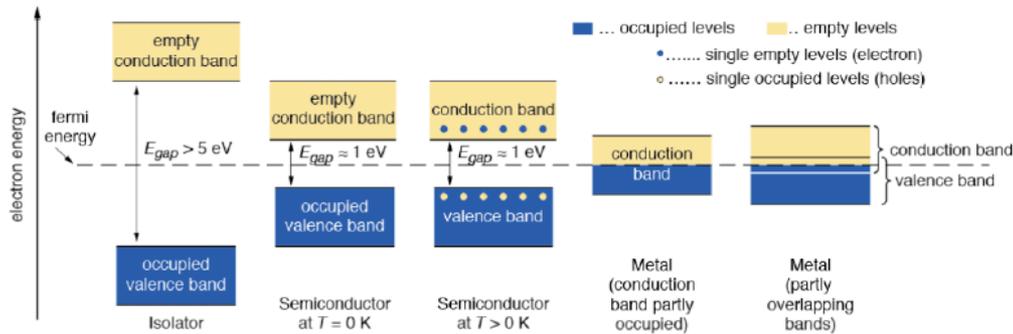


An Imaginary Path of a β particle in a Medium



L'elettrone cede la sua energia al mezzo eccitando e ionizzando gli atomi. In questo caso vengono create coppie di elettroni-ioni in numero proporzionale all'energia dell'elettrone

semiconduttori

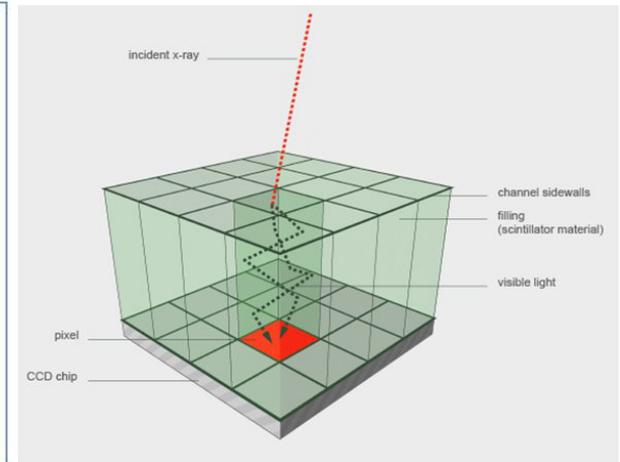
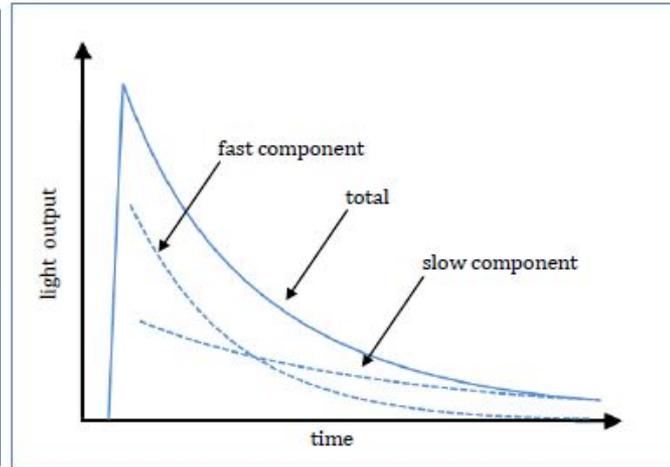
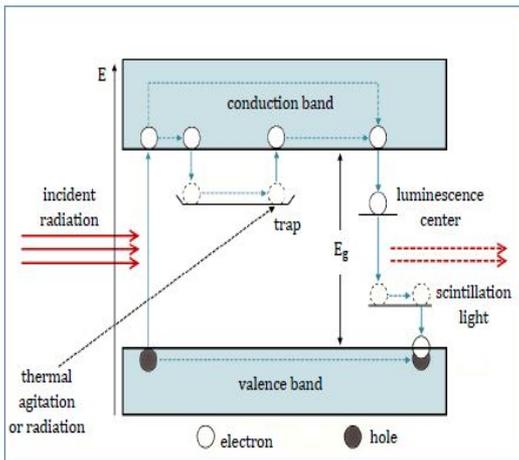


Property	Si	Ge	GaAs	CdTe	CdZnTe
Crystal structure	Cubic	Cubic	Cubic (ZB)	Cubic (ZB)	Cubic (ZB)
Growth method*	C	C	CVD	THM	HPB, THM
Atomic number	14	32	31,33	48,52	48,30,52
Density (g/cm ³)	2.33	5.33	5.32	6.20	5.78
Band gap (eV)	1.12	0.67	1.43	1.44	1.57
Pair creation energy (eV)	3.62	2.96	4.2	4.43	4.6
Resistivity (Ω cm)	10 ⁴	50	10 ⁷	10 ⁹	10 ¹⁰
$\mu_e \tau_e$ (cm ² /V)	>1	>1	10 ⁻⁵	10 ⁻³	10 ⁻³ -10 ⁻²
$\mu_h \tau_h$ (cm ² /V)	>1	>1	10 ⁻⁶	10 ⁻⁴	10 ⁻⁵

*The common growth methods - C: Czochralski; CVD: Chemical vapor deposition; THM: Traveler heater method; GaAs: Gallium arsenide; BM: Bridgman method; HPB: High-pressure Bridgman; Si: Silicon; Ge: Germanium; VAM: Vertical ampoule method (used with permission from the author)

Cammino libero medio dei fotoni da 40 keV: in Si 7 mm ; in CdTe 90 micron

scintillatori



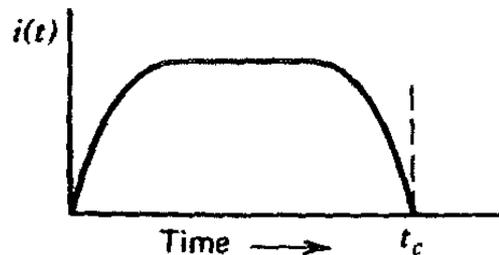
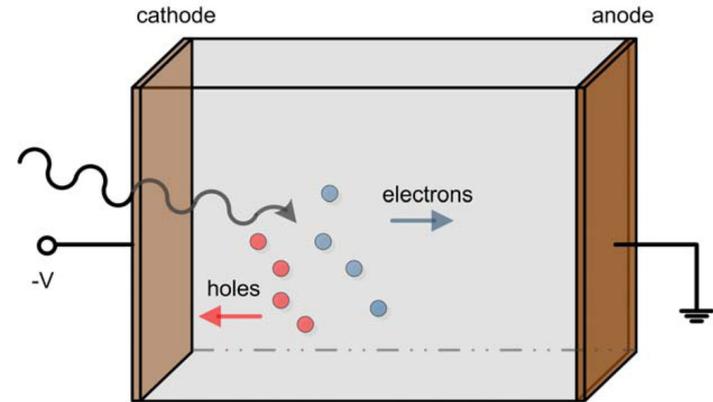
Properties	NaI(Tl)	CsI(Tl)	BGO	LSO:Ce	LaBr ₃ :Ce	YAP:Ce
Density (g/cm ³)	3.76	4.5	7.13	7.35	5.29	5.37
Atomic number (Z_{eff})	51	54	74	66	46.9	34
Energy resolution ¹³⁷ Cs (%)	7	9	9.5	12	-	11
Decay/ns	230	1000	300	42	16	25
Light output (photons/Mev)	38,000	60,000	8000	25,000	63,000	16,000
Hygroscopic	Strong	Slight	No	No	No	No

NaI(Tl): Thallium-activated sodium iodide; CsI(Tl): Thallium-activated cesium iodide; BGO: Bismuth germanate; LSO:Ce: Cesium-activated Lithium orthophosphate; LaBr₃:Ce: Lanthanum bromide activated by cerium; YAP:Ce: Cesium-activated yttrium aluminum garnet (used with permission from the author)

Cammino libero medio dei fotoni da 40 keV: in CsI: 96 micron

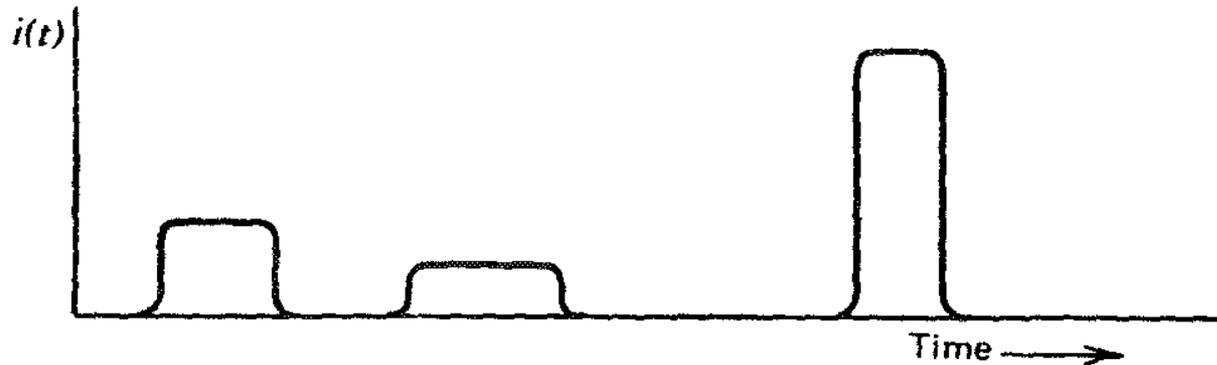
modello di sensore a stato solido

- la particella interagisce nel mezzo e lo ionizza (ps nei solidi)
- nel volume attivo è presente la carica generata Q
- nel volume attivo è presente un campo elettrico che separa le cariche
- le cariche sono raccolte dagli elettrodi (ns nei semiconduttori)
- il segnale elettrico viene elaborato dall'elettronica



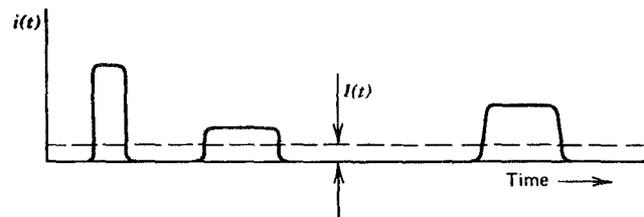
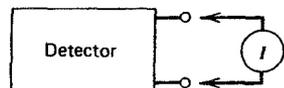
$$\int_0^{t_c} i(t) dt = Q$$

interazioni multiple a rate basso



- le larghezze dei segnali dipendono dal tempo di raccolta della carica
- le altezze dei segnali dipendono dalla carica totale prodotta nel volume attivo nel singolo evento
- gli intervalli temporali tra un evento e l'altro seguono la distribuzione temporale della sorgente (tipicamente eventi random, statistica di Poisson)

current mode



Se T è l'intervallo di tempo di risposta (fisso) del dispositivo, la corrente misurata al tempo t (corrente istantanea) è:

$$I(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t i(t') dt'$$

Nel caso stazionario (sorgente a rate costante), la corrente media è

$$I_0 = rQ = r \frac{E}{W} q$$

con:

r = rate di eventi

Q = carica prodotta nel singolo evento

E = energia media depositata in un evento

W = energia media richiesta per la produzione di una coppia el - lac

q = carica dell'elettrone = $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

integrazione

Se T è l'intervallo di tempo in cui il dispositivo è attivo (gate, durata dello "sparo"), la carica totale raccolta è:

$$Q_{tot} = \int_{t-T}^t i(t') dt'$$

Nel caso stazionario (sorgente a rate costante):

$$Q_{tot} = T I_0 = T r Q = T r \frac{E}{W} q$$

con:

$r = \text{rate di eventi}$

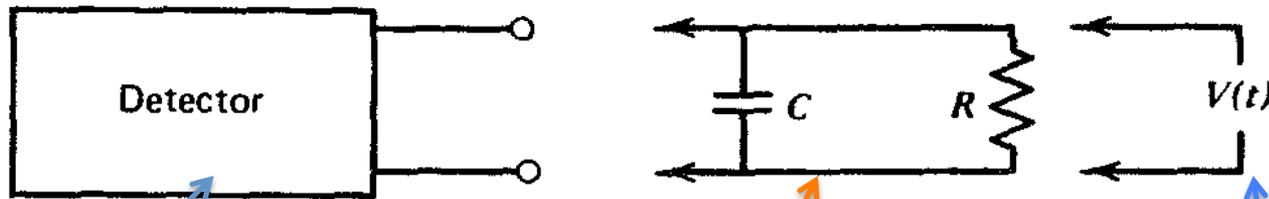
$Q = \text{carica prodotta nel singolo evento}$

$E = \text{energia media depositata in un evento}$

$W = \text{energia media richiesta per la produzione di una coppia el - lac}$

$q = \text{carica dell'elettrone} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

pulse mode: contatori



rivelatore: in questo dispositivo i quanti di radiazione producono la carica Q

circuito di misura (preamplificatore): è caratterizzato dalla resistenza d'ingresso e dalla capacità equivalente (capacità del rivelatore + capacità dei cavi + capacità di ingresso del circuito)

segnale

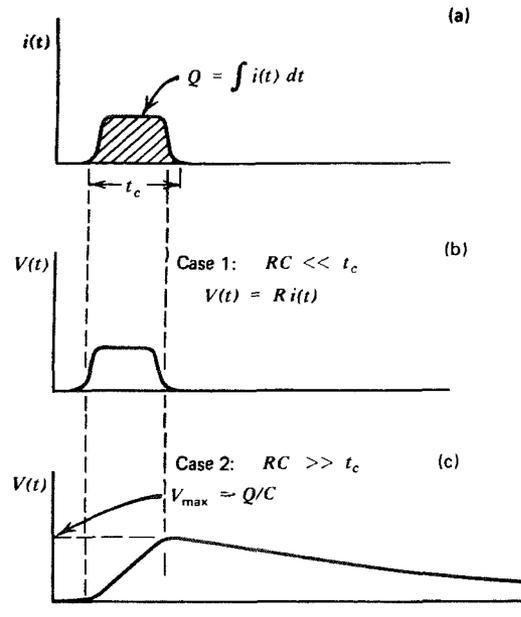
forma del segnale

Il tempo caratteristico del circuito di misura (preamplificatore) è:

$$\tau = RC$$

A seconda del valore di τ rispetto a t_c (tempo di raccolta di carica), il segnale in tensione $V(t)$ assume diverse forme.

in ingresso al
preamplificatore



in uscita dal
preamplificatore

Ampiezza di impulso

Caso $\tau \gg t_c$

In questo caso il tempo necessario a raggiungere il massimo del segnale è uguale al tempo di integrazione della carica. Inoltre abbiamo:

$$V_{max} = \frac{Q}{C}$$

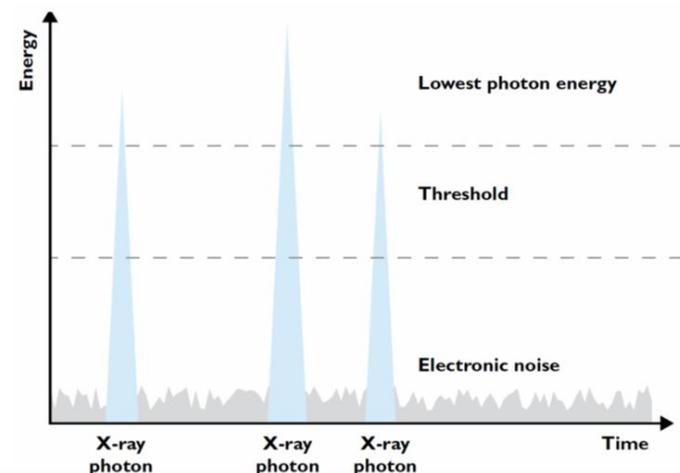
e, se C è fissa, l'ampiezza del segnale è proporzionale alla carica generata nel rivelatore. Quindi se misuriamo V_{max} per ogni evento otteniamo le corrispondenti cariche e abbiamo una misura indiretta dell'energia depositata nel rivelatore in quell'evento (eventualmente proporzionale all'energia della particella ionizzante incidente).

catena di elettronica

- **Preamplificatore:** primo stadio di amplificazione dell'impulso, produce alla sua uscita un segnale in tensione proporzionale al numero di portatori di carica.
- **Amplificatore:** ha la funzione di formare il segnale e di amplificarlo massimizzando il rapporto segnale-rumore.
- **Discriminatore:** seleziona gli eventi corrispondenti a energie sopra una soglia fissata. Permette di rigettare il rumore elettronico.
- **MCA (multi Channel Analyzer) :** permette di visualizzare lo spettro differenziale delle ampiezze dei segnali in entrata



Photon counting



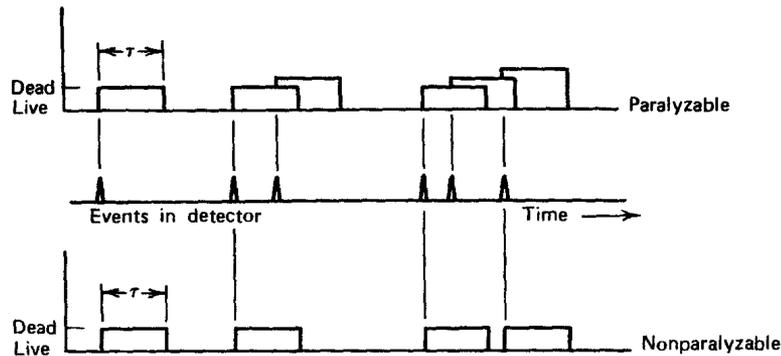
risposta temporale

Risposta temporale = tempo impiegato dal rivelatore per formare il segnale dopo l'arrivo della radiazione.

Per una buona temporizzazione (timing) è necessario che il segnale venga formato molto velocemente ed abbia un **tempo di salita breve**.

Anche la **durata del segnale** è importante, in quanto determina il tempo morto del rivelatore, ossia il tempo durante il quale il rivelatore rimane insensibile alla rivelazione di un nuovo evento o lo rivela distorto (fenomeno dell'impilamento, o "pile-up")

tempo morto

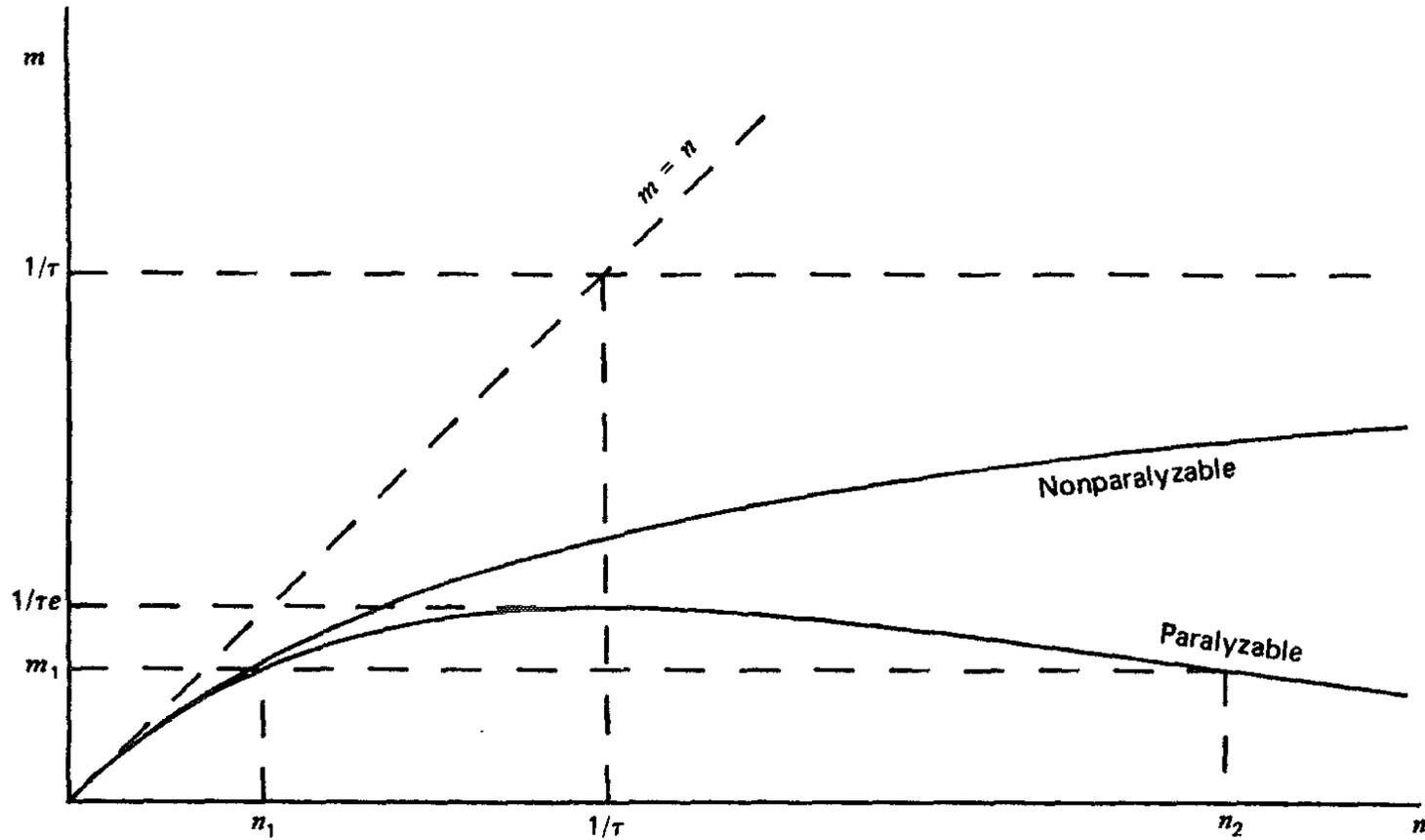


sono rivelati 3 eventi su 6

sono rivelati 4 eventi su 6

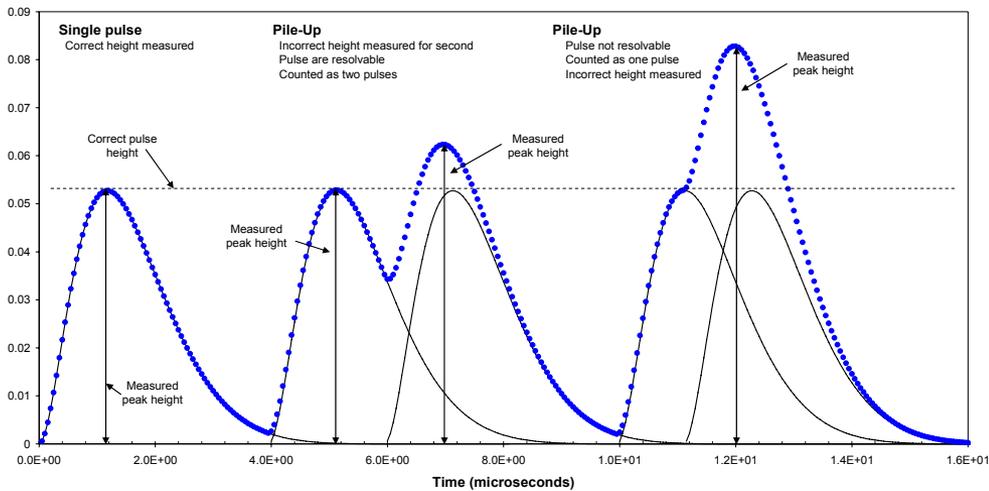
- Tempo morto: il minimo intervallo di tempo che deve intercorrere fra due eventi successivi affinché siano visti come eventi separati.
- Il tempo morto può dipendere dal rivelatore vero e proprio o dall'elettronica ad esso associata.
- Esiste una probabilità non nulla che qualche evento buono venga perso se capita troppo vicino al precedente.
- Queste perdite dovute al tempo morto diventano più elevate al crescere del rate

grafici di m in funzione di n



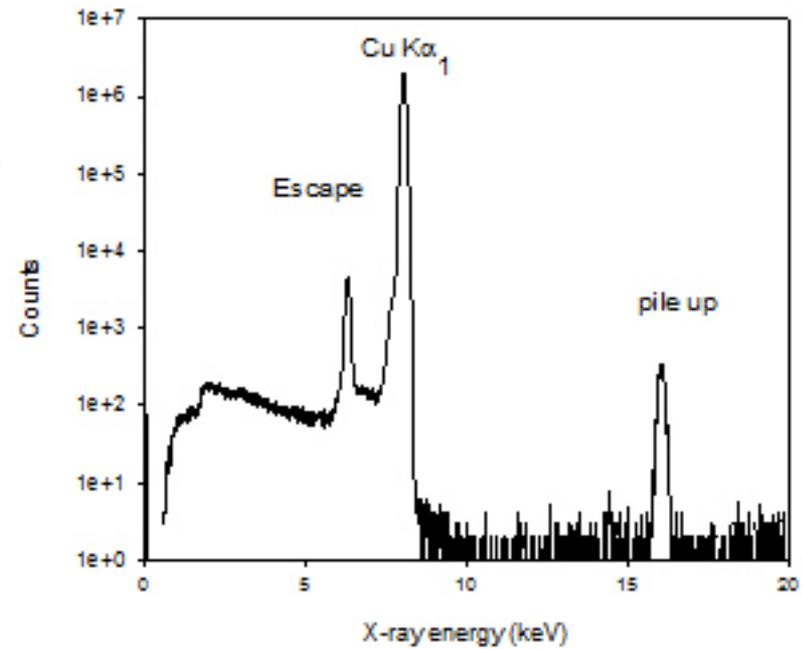
Pile up

Si verifica quando si misura l'altezza dell'impulso e due o più eventi sono temporalmente parzialmente o totalmente sovrapposti



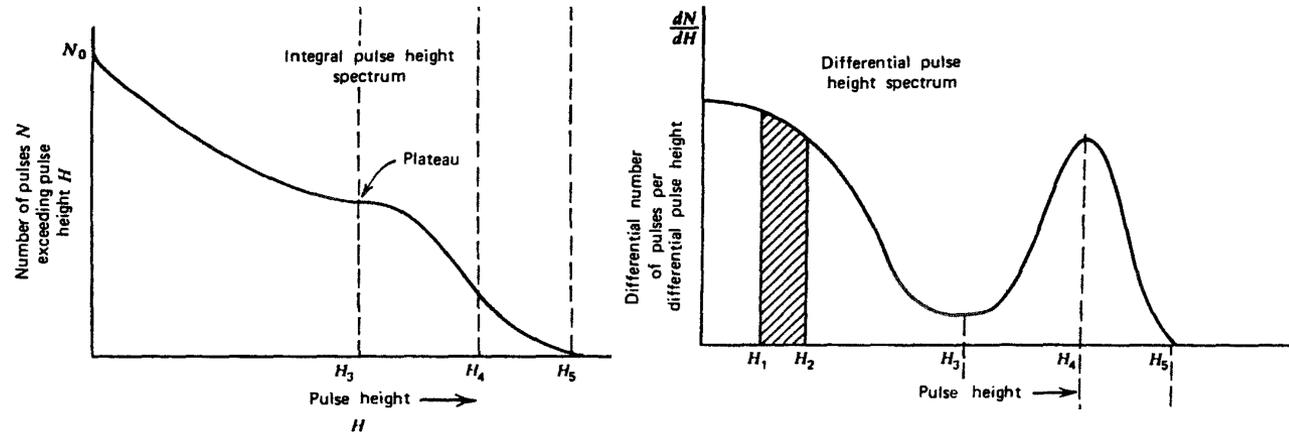
risultato su uno spettro

fenomeno del pile up

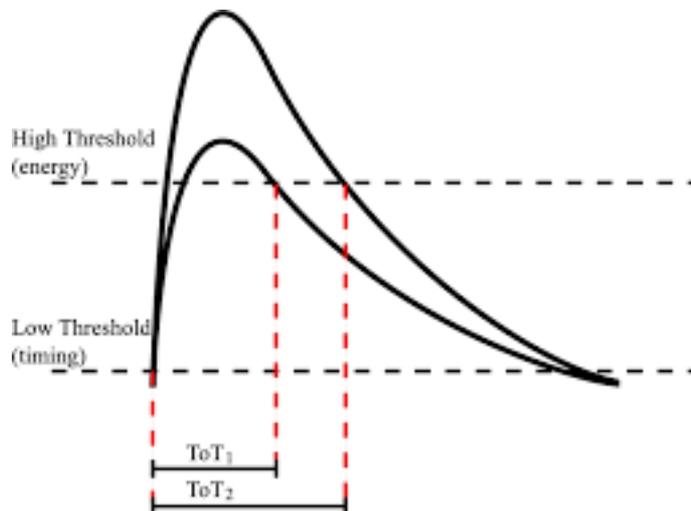


informazioni spettrometriche

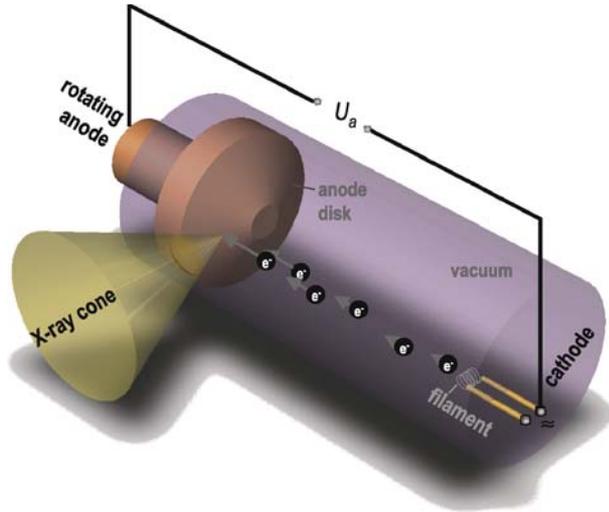
il Threshold scan permette di costruire lo spettro integrale dal quale si può ricavare lo spettro differenziale



il segnale formato dall'amplificatore ha lunghezza temporale proporzionale all'altezza: misurando la durata del segnale (time over threshold) si misura indirettamente l'energia

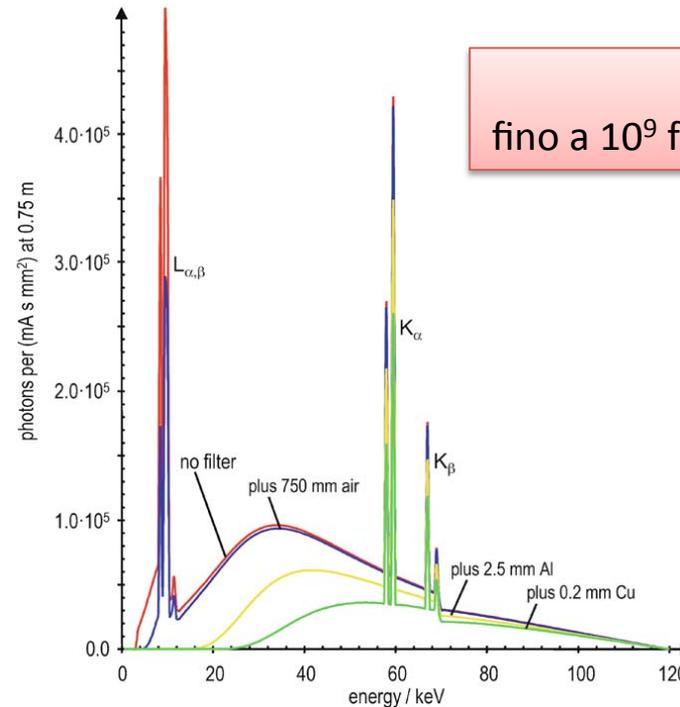
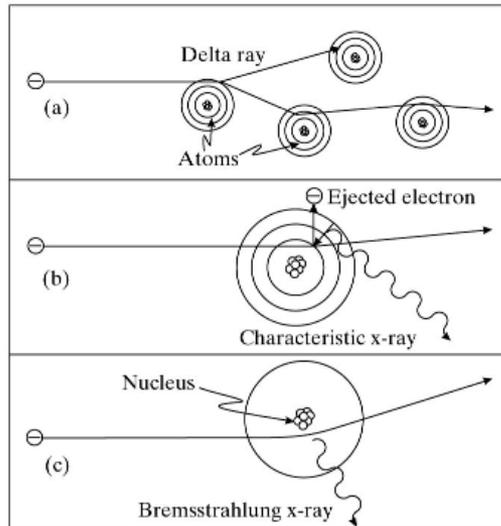


tubo a raggi X



Gli elettroni, prodotti per effetto termoionico, sono accelerati da un campo elettrico e collidono con un anodo (alto z , alto punto di fusione, Mo, W, Rh).

- Collisioni (calore)
- Scattering (elastico, anelastico)
- Bremsstrahlung



flussi:
fino a 10^9 fotoni al mm^2 al s

produzione dei fotoni

La generazione dei fotoni è un processo casuale con bassa probabilità ($p \ll 1$) ed è descritto dalla distribuzione di Poisson. Se per esempio N_0 è il numero medio di fotoni prodotti nell'unità di tempo, la probabilità, che in un intervallo di tempo unitario ne vengano prodotti N è:

$$P_P(N) = \frac{(N_0)^N \cdot e^{-N_0}}{N!}$$

La varianza di questa distribuzione è:

$$\sigma^2 = N_0$$

e per la standard deviation:

$$\sigma = \sqrt{N_0}$$

interazione dei fotoni

Consideriamo l'interazione di fotoni monocromatici con un materiale omogeneo di spessore t e coefficiente di attenuazione lineare μ . La probabilità che un fotone venga trasmesso (successo) è:

$$p_{tr} = e^{-\mu t}$$

la probabilità che il fotone interagisca (insuccesso) è:

$$1 - p_{tr} = 1 - e^{-\mu t}$$

Il processo di trasmissione dei fotoni attraverso un materiale è descritto da una distribuzione binomiale con probabilità di singolo evento p .

Se N è il numero di fotoni incidenti sul materiale, la probabilità che ne vengano trasmessi n è:

$$P_B(n) = \binom{N}{n} (p_{tr})^n (1 - p_{tr})^{N-n} = \binom{N}{n} (e^{-\mu t})^n \cdot (1 - e^{-\mu t})^{N-n}$$

distribuzione in uscita dal materiale

Poiché i fotoni prodotti dalla sorgente e in ingresso al materiale sono distribuiti Poissonianamente e la trasmissione attraverso il materiale è descritta da una distribuzione binomiale, la distribuzione dei fotoni in uscita dal materiale sarà data dalla composizione delle distribuzioni (Poisson + Binomiale). Si può dimostrare che questi seguono la statistica di Poisson:

$$P_P(n) = \frac{(p_{tr} N_0)^n \cdot e^{-p_{tr} N_0}}{n!} = \frac{(N_0 e^{-\mu t})^n \cdot e^{-N_0 e^{-\mu t}}}{n!}$$

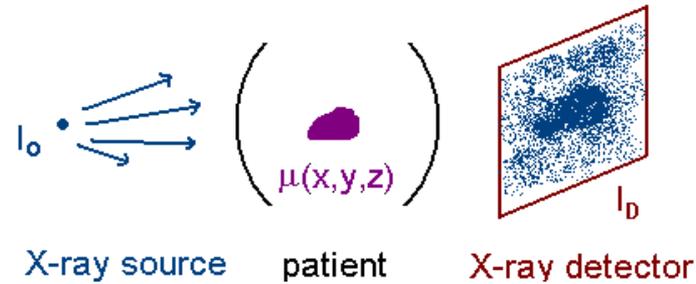
Con media:

$$\bar{n} = N_0 e^{-\mu t}$$

e varianza:

$$\sigma^2 = N_0 e^{-\mu t}$$

Imaging radiografico

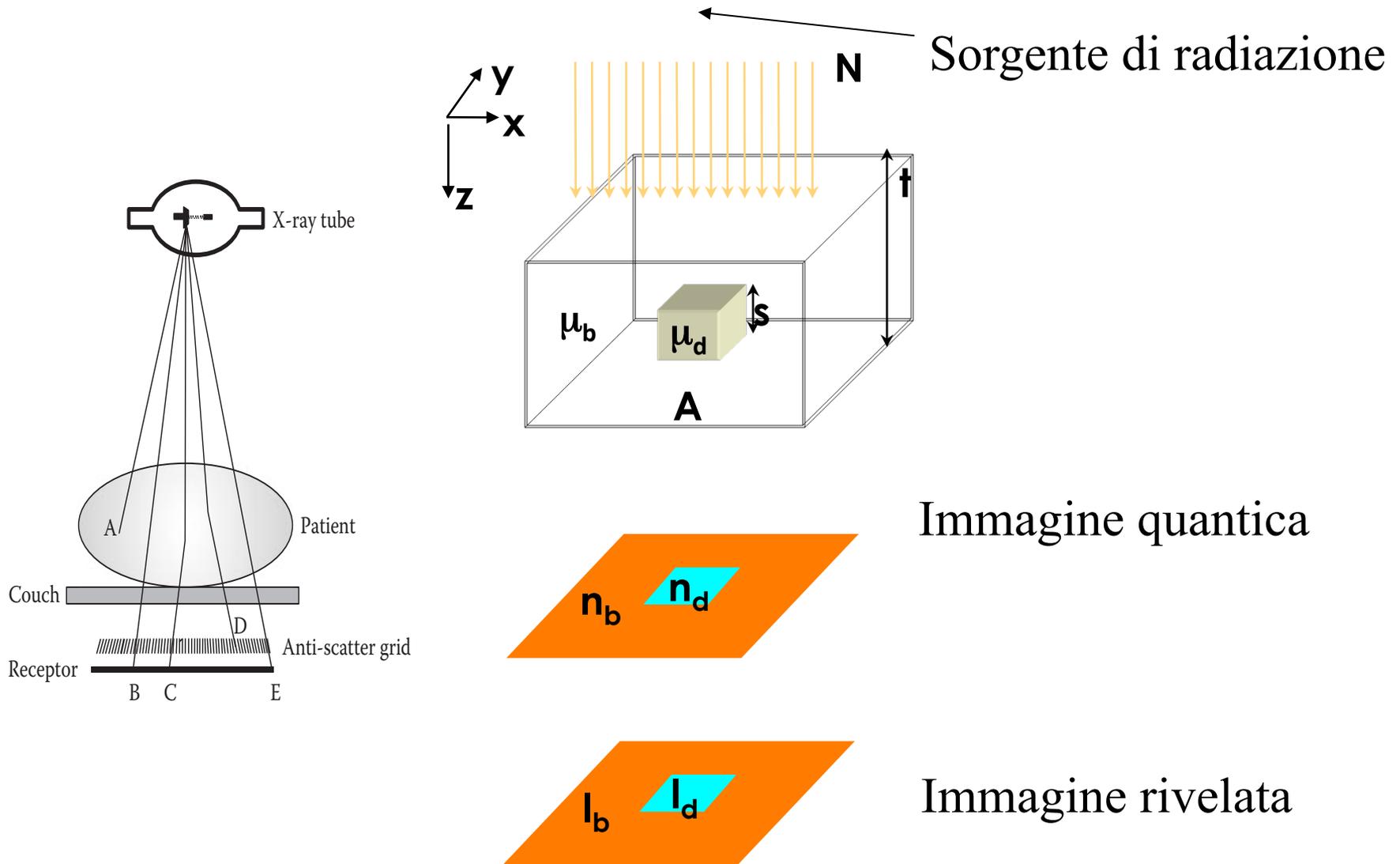


10 keV-100 keV

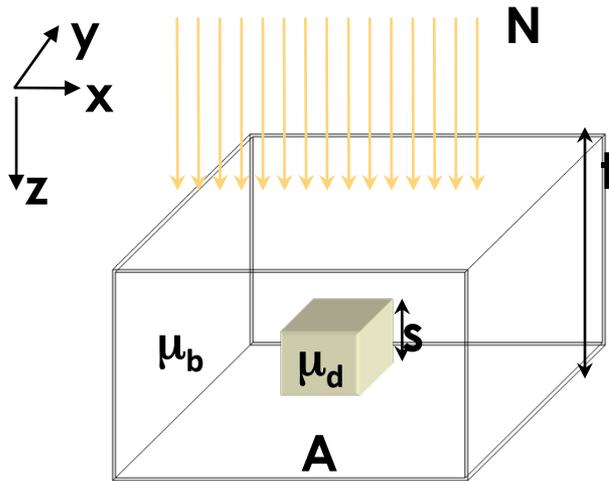
Oggetto disomogeneo,
spessore $\sim 10\text{cm}$,
densità $\sim 10^3 \text{ kgm}^{-3}$

Rivelatore 2D
fino a 30 cm x 40 cm

immagine radiografica



contrasto e SNR



Contrasto

Se indichiamo con $n_b = Ne^{-\mu_b t}$ il numero medio di fotoni nel background e $n_d = Ne^{-\mu_b(t-s)}e^{-\mu_d s}$ il numero medio di fotoni nel dettaglio:

$$C_q = \left| \frac{n_b - n_d}{n_b} \right| = \left| \frac{Ne^{-\mu_b t} - Ne^{-\mu_b(t-s)}e^{-\mu_d s}}{Ne^{-\mu_b t}} \right| = \left| 1 - e^{-\Delta\mu s} \right|$$

Rapporto segnale/rumore (SNR)

Indichiamo con $\sigma_b = \sqrt{n_b}$ la standard deviation nel background:

$$SNR_q = \left| \frac{n_b - n_d}{\sigma_b} \right| = C_q \frac{n_b}{\sigma_b} = C_q \frac{n_b}{\sqrt{n_b}} = C_q \sqrt{n_b} = C_q \sqrt{Ne^{-\mu_b t}}$$



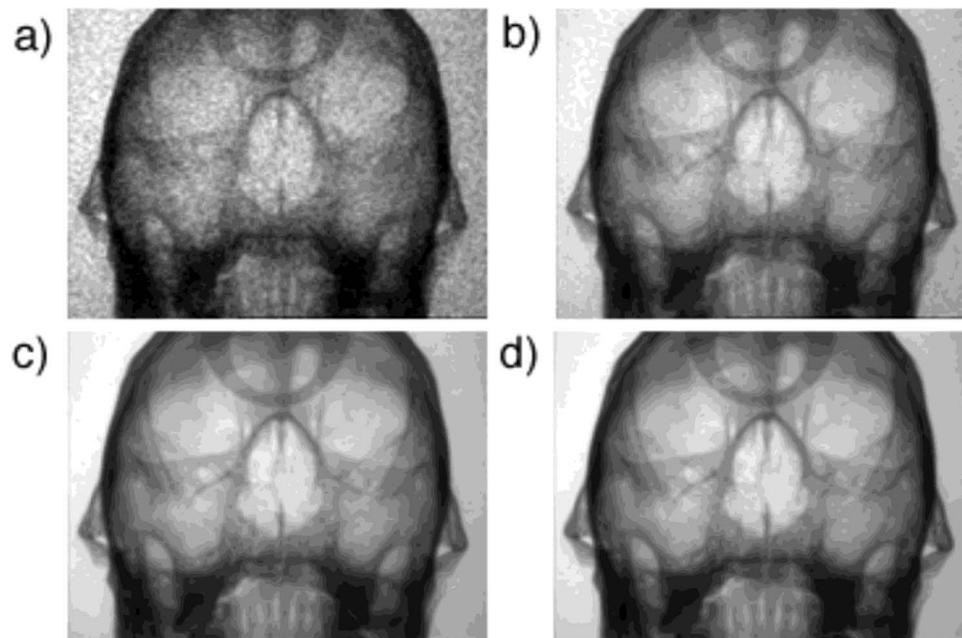


Figure 2.1: Image quality is dependent on the number of quanta used to create an image as illustrated in this example. The average detector x-ray exposure per image is approximately: a) $0.16 \mu\text{R}$, b) $1.6 \mu\text{R}$, c) $16 \mu\text{R}$, and d) $24 \mu\text{R}$.

SNR e dose

Criterio di Rose

Un dettaglio è visibile se $SNR > k = \text{numero di Rose}$

Supponiamo il dettaglio cubico di lato x e ricaviamo n (numero di fotoni per unità di superficie) fissato k :

$$k = C_q \sqrt{N e^{-\mu_b t}} = (1 - e^{-\Delta\mu x}) \sqrt{n x^2 e^{-\mu_b t}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow n = k^2 \cdot \frac{e^{\mu_b t}}{(1 - e^{-\Delta\mu x})^2 x^2} = \frac{\text{costante}}{\Delta\mu^2 x^4}$$

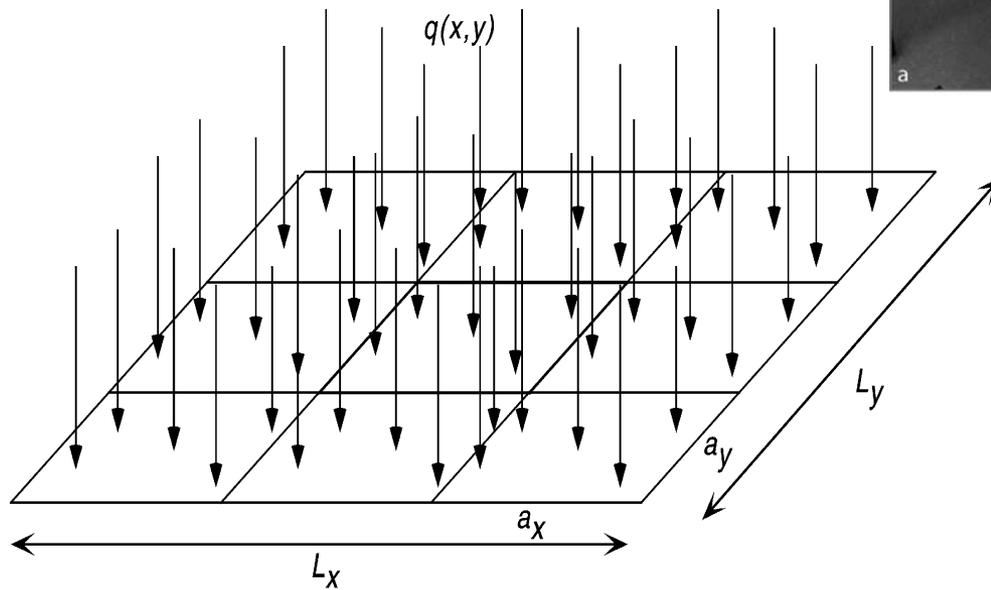
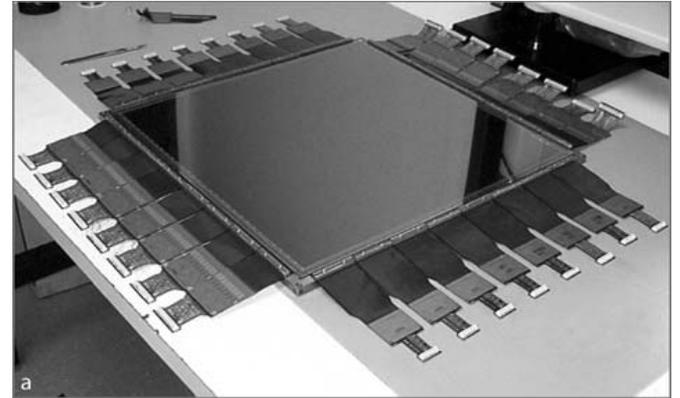
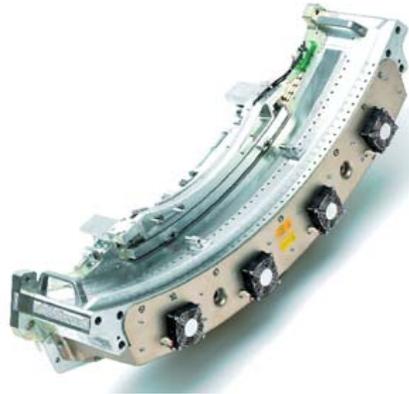
Poiché n e la dose rilasciata nel campione sono proporzionali, otteniamo la relazione tra dose e dimensione lineare del dettaglio:

$$Dose = \frac{\text{costante}}{x^4}$$

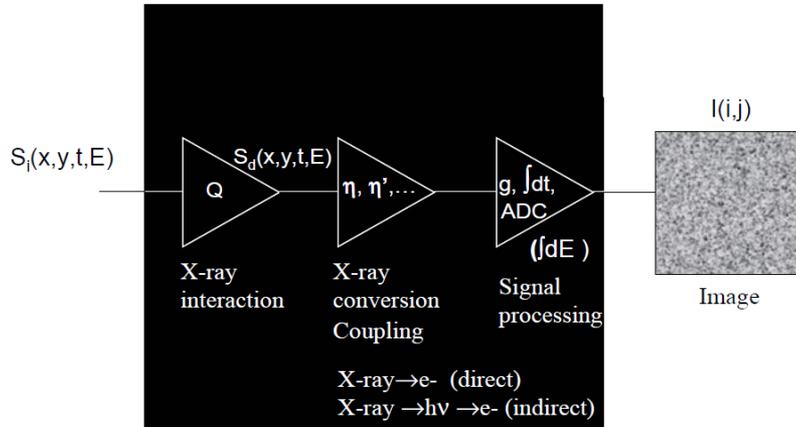
cosa registra il rivelatore?

- numero di fotoni, fluenza, flusso (contatore)
 - energia dei fotoni, fluenza di energia, flusso di energia (integratore)
-
- nel caso ideale, ogni fotone che arriva su un punto è rivelato e registrato in quel punto (efficienza unitaria, risoluzione spaziale arbitraria)
 - nel caso del contatore ideale, la risposta è proporzionale al NUMERO DI FOTONI (e indipendente dall'energia dei fotoni): se per N fotoni di energia E la risposta è I , allora per N fotoni di energia $2E$ la risposta sarà I ($I=N$)
 - nel caso dell'integratore ideale, la risposta è proporzionale all'ENERGIA TOTALE (numero di fotoni x energia dei fotoni): se per N fotoni di energia E la risposta è I , allora per N fotoni di energia $2E$ la risposta sarà $2I$

pixel, array, matrice



meccanismo di rivelazione



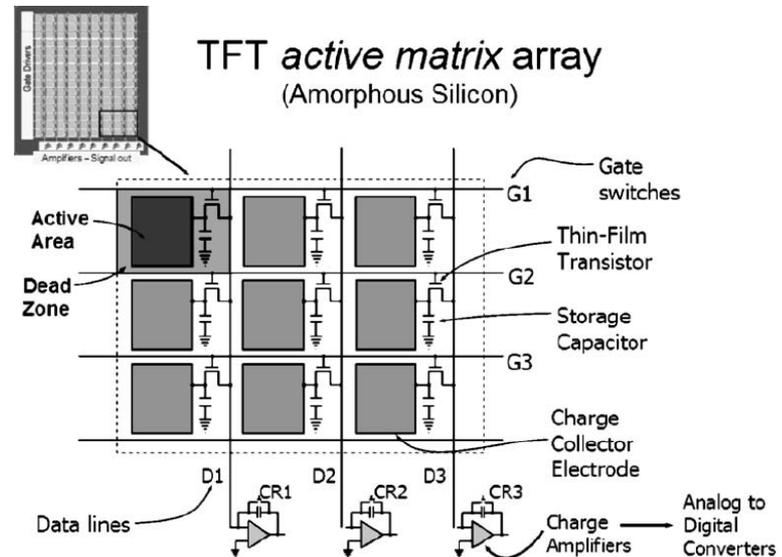
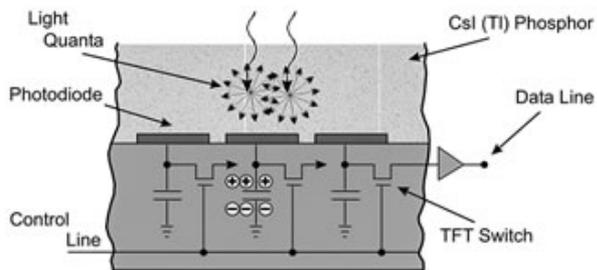
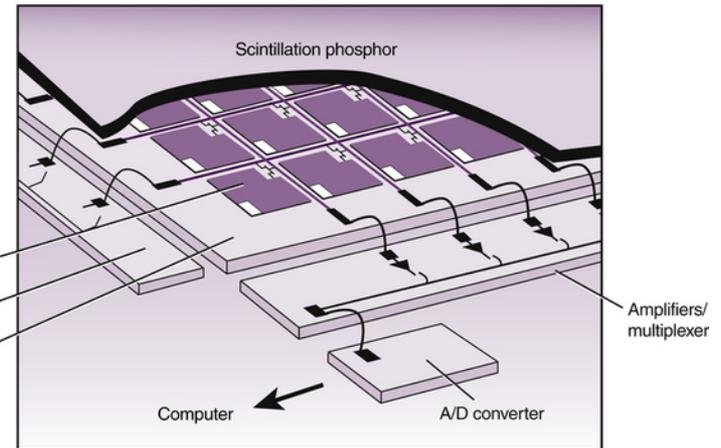
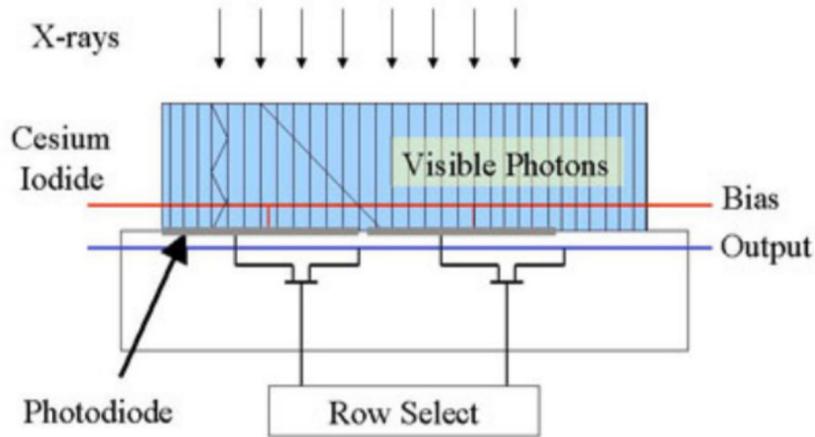
Ioduro di Cesio, Solfuro di Gadolinio,



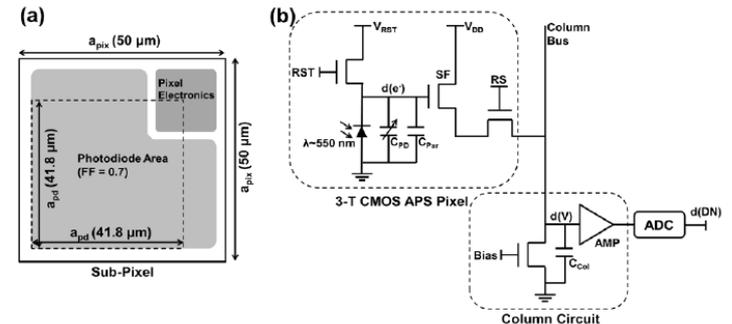
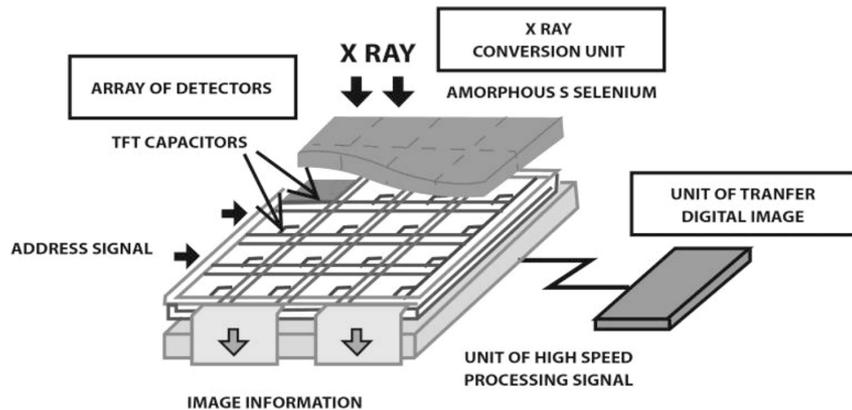
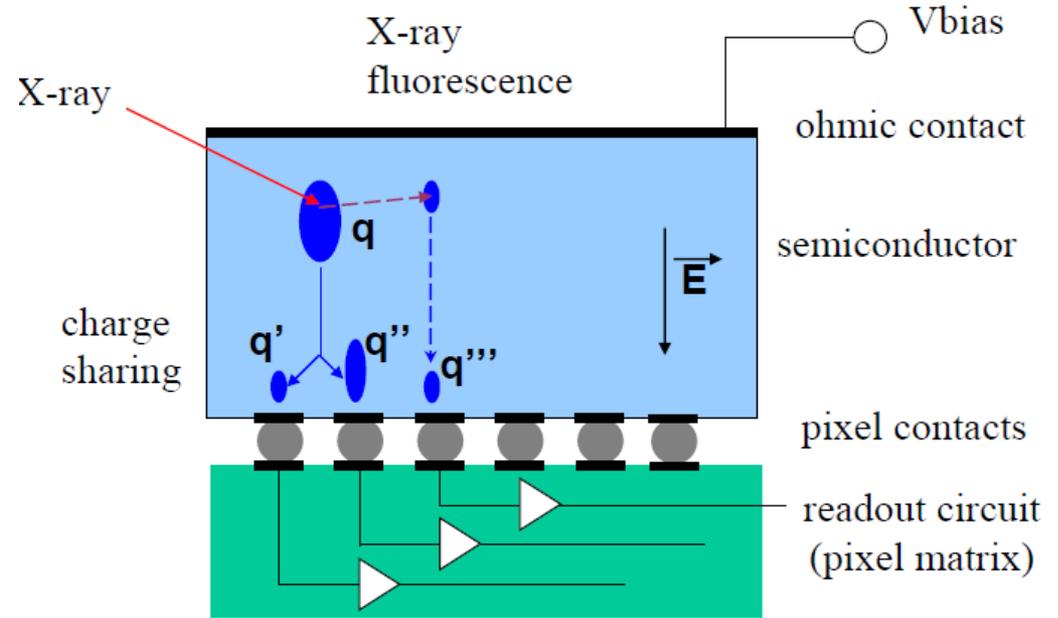
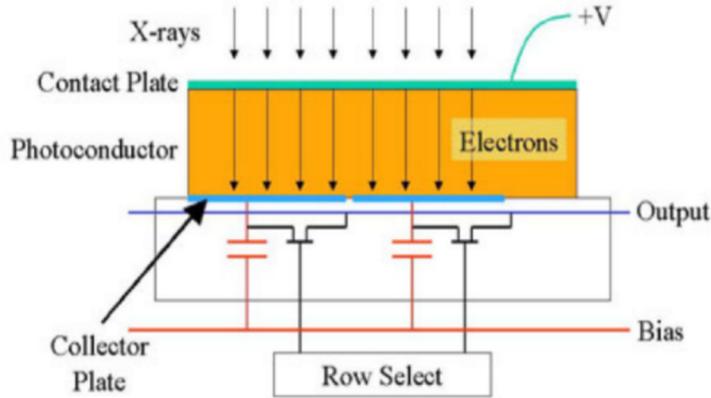
Flat panel detector (matrice 2D di pixel)

Selenio Amorfo, Silicio, Telloruro di Cadmio, ...

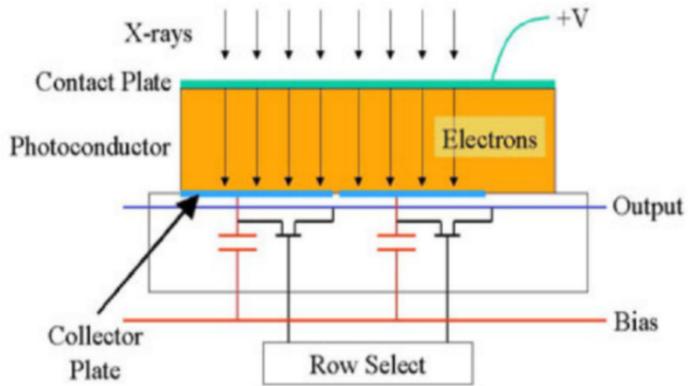
conversione indiretta



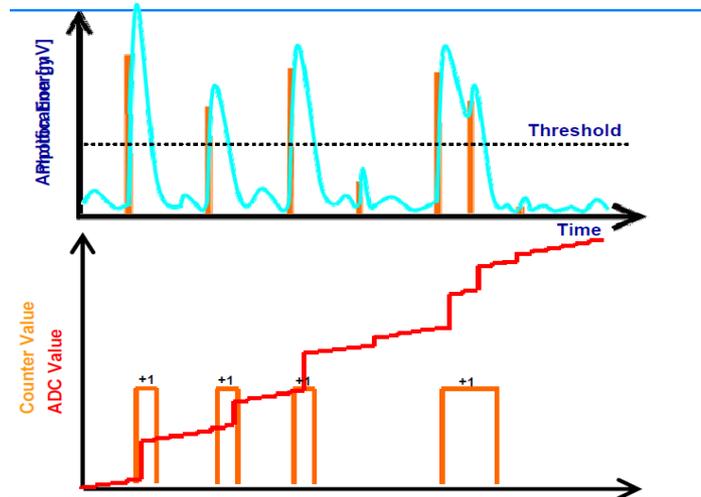
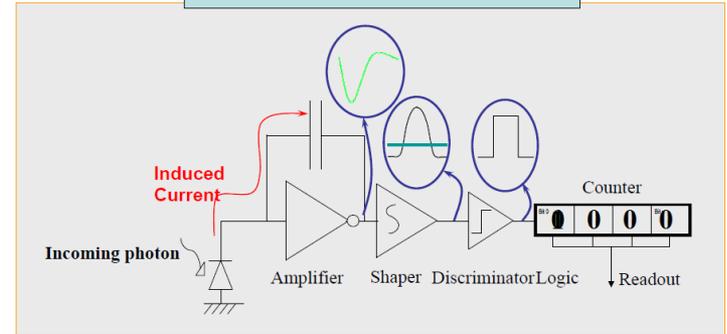
Conversione diretta



Integrazione vs Photon counting



Simplified working scheme of a channel



Integrazione vs Photon counting

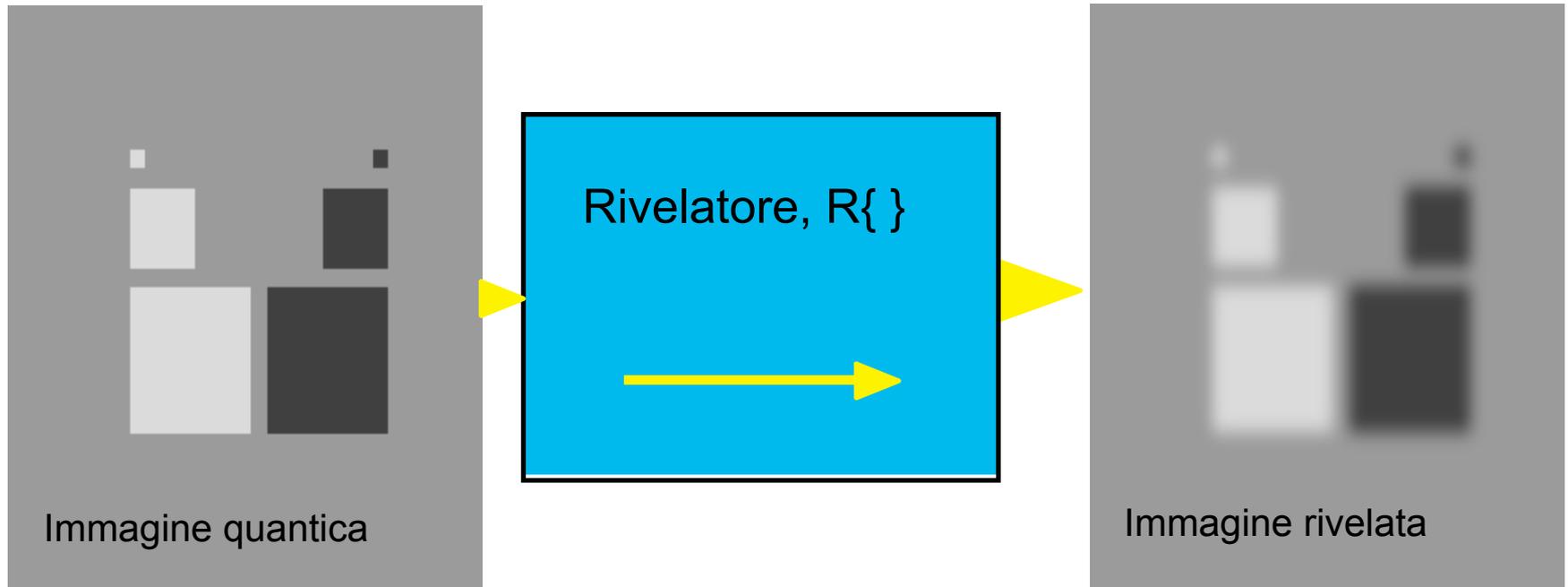
	Photon Counting	Integrazione
S/N	elevato	scarso
Rate capability	medio	elevato
Linearità di conteggio	medio	elevato
Capacità spettroscopiche	elevato	scarso

 elevato

 medio

 scarso

effetto del rivelatore



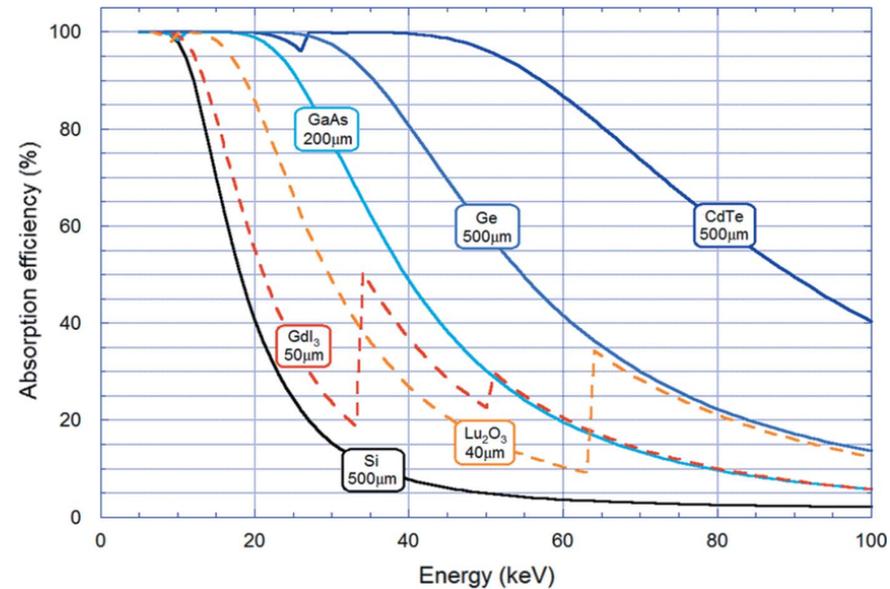
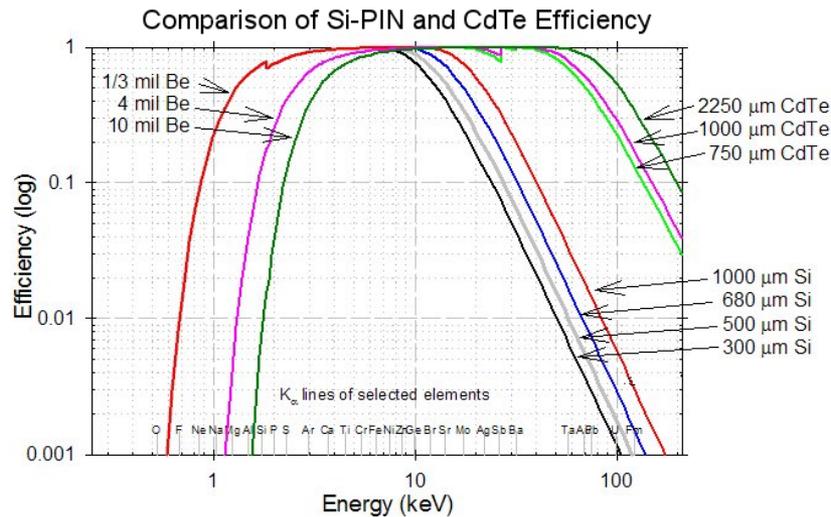
Rispetto all'immagine quantica, la presenza del rivelatore determina:

- Perdita di eventi (efficienza < 1)
- Degrado della risoluzione spaziale
- Aumento del rumore (readout, termico, disomogeneità)
- Degrado del contrasto (non linearità)

efficienza

- Limiti:

- densità e spessore del materiale
- raccolta di carica (semiconduttori)
- charge sharing (semiconduttori)
- raccolta di luce (scintillatori)
- fluorescenze



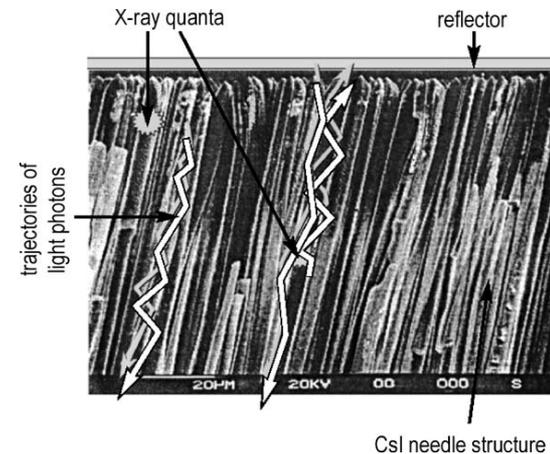
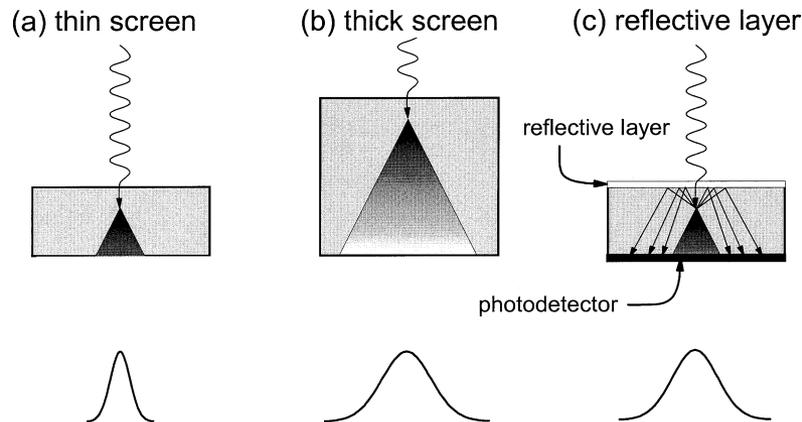
- Soluzioni:

- alto Z, grande spessore
- ridurre la soglia di discriminazione
- no fluorescenze nel range di interesse

risoluzione spaziale

- Limiti:

- dimensione del pixel
- spessore del materiale
 - Charge sharing(semiconduttori)
 - diffusione di luce (scintillatori)



- Soluzioni:

- Pixel piccolo
- Piccola spessore
- Aumentare la soglia di discriminazione (photon counters)
- Cristallo con struttura colonnare (scintillatori)

compromesso risoluzione spaziale- efficienza

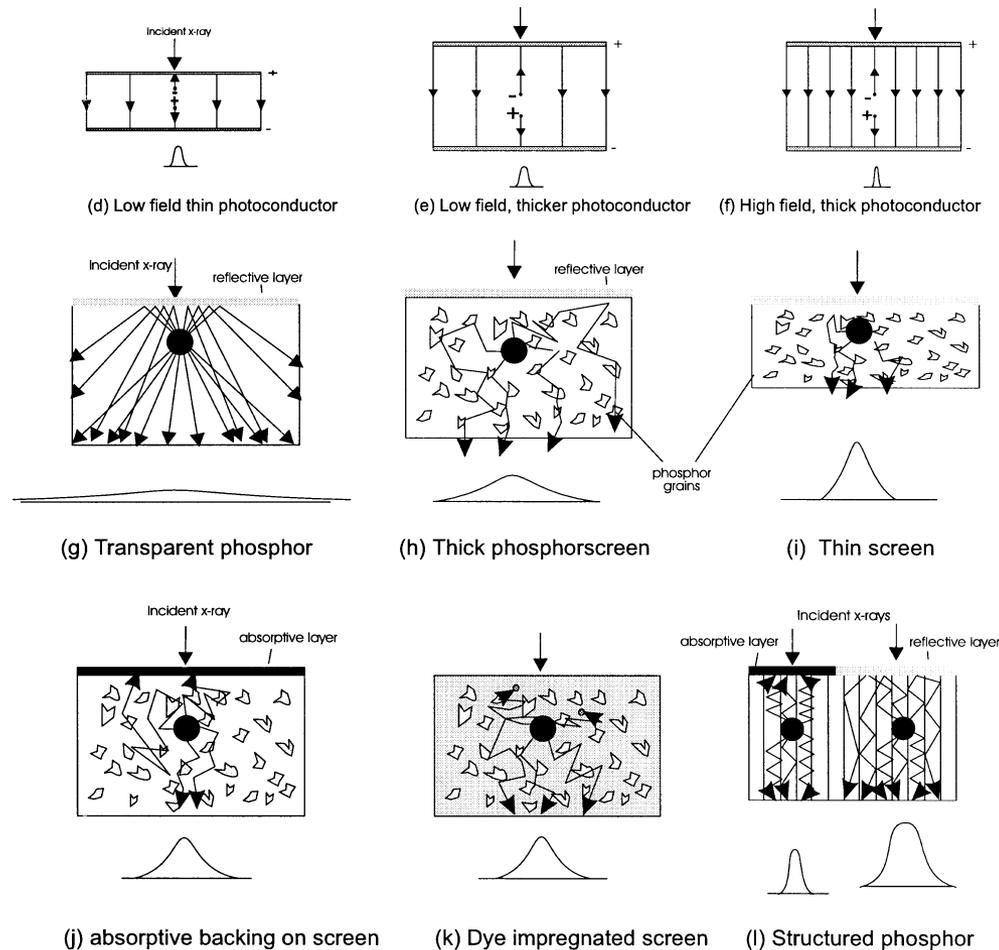
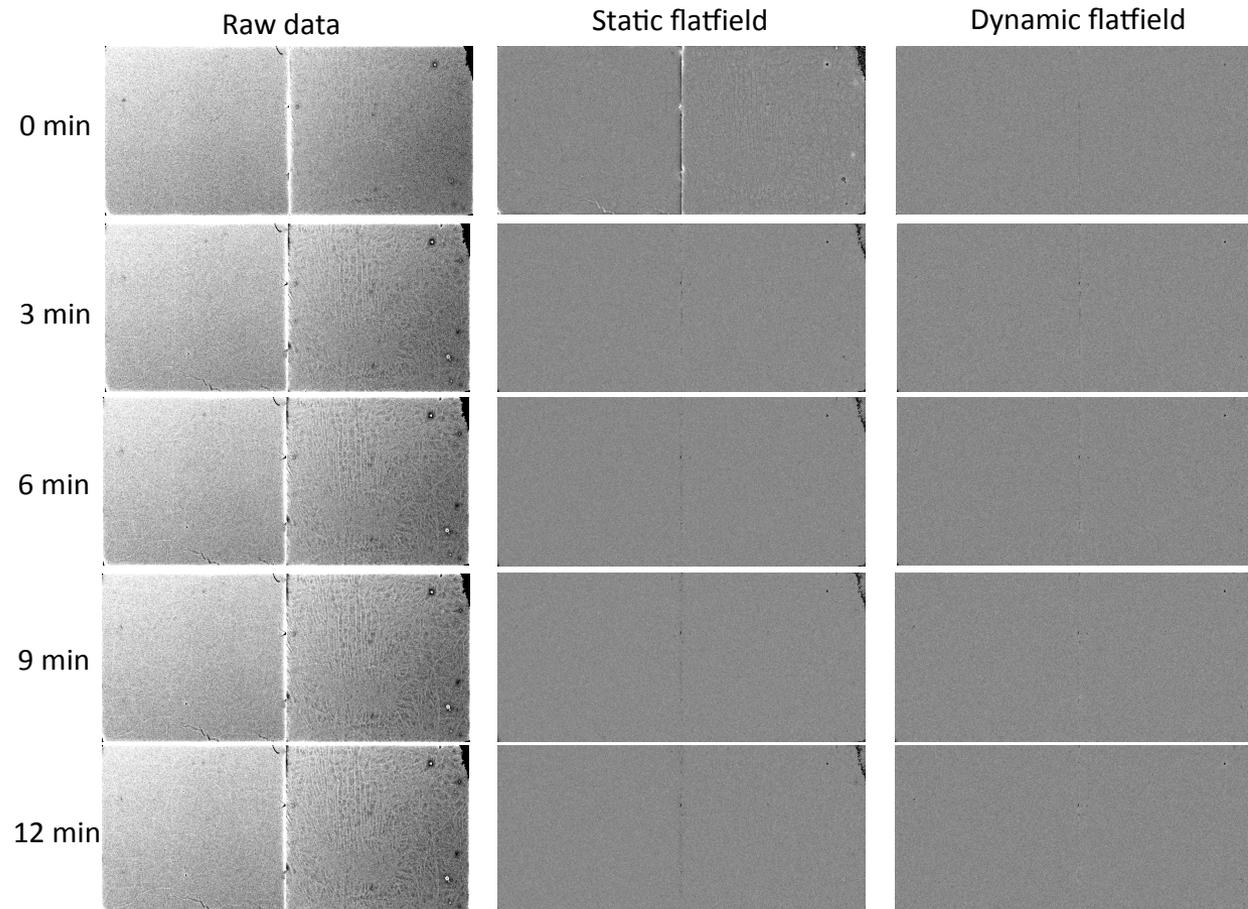


Figure 4.5: Intrinsic sources of blurring common in all x-ray imaging detectors (a)–(c). Those sources of blurring specific to photoconductors (d)–(f), and those specific to phosphors (g)–(l). For details see text.

rumore e disomogeneità



soluzione: circuiti a basso rumore di lettura (integratori), cristalli omogenei (semiconduttori), post processing

tabella photon counters

Name	Matrix	Channel size (μm^2)	Energy thresholds	Peaking time (ns)	Buttable sides	Technology (μm)	Specific information	References
Medipix3 (1)	256x256	55x55	2	120	3	0.13	Fine Pitch mode, Single Pixel mode, Compatibility with Through Silicon Vias (TSVs)	[33,34,35,36]
Medipix3 (2)	256x256	55x55	2	120	3	0.13	Fine Pitch mode, Charge summing and hit allocation algorithm, TSVs	[33,34,35,36]
Timepix3 (3)	256x256	55x55	10bits	30	3	0.13	Data push mode, Time-over-Threshold (ToT) energy measurement, charge sharing correction possible off-chip	[37]
Pixirad Pixie II (4)	512x476	52x60	2	300	2	0.18	Hexagonal pixels, equivalent pixel pitch of 55.6 μm	[38]
Samsung PC (5)	128x128	60x60	3	NS	0	0.13	On-pixel successive approximation Analog to Digital Converter (ADC)	[39]
Pixirad Pixie III (6)	512x402	62x62	2	125	2	0.16	Large area ASIC (31.7x25mm ²), Charge summing algorithm	[40]
Eiger (7)	256x256	75x75	1	30	3	0.25	Radiation hard electronics design	[41]
PXD23K (AGH) (8)	128x184	75x75	2	48	3	0.13		[42]
X-Counter PC (9)	256x256	100x100	2	NS	3	NS	Charge summing algorithm	[43]
PXD18K (AGH) (10)	96x192	100x100	2	30	3	0.18		[44]
FPDR90 (AGH) (11)	40x32	100x100	2	28	3	0.09		[45]
AGH_Fermilab (12)	18x24	100x100	2	48	0	0.04	Charge summing algorithm	[46]
Medipix3 (13)	128x128	110x110	8	120	3	0.13	Spectroscopic mode, Single Pixel mode, TSVs	[33,34,35,36]
Medipix3 (14)	128x128	110x110	8	120	3	0.13	Spectroscopic mode, Charge summing algorithm, TSVs	[33,34,35,36]
XPAD3 (15)	80x120	130x130	2	150	3	0.25		[47,48]
Pilatus 2 (16)	60x97	172x172	1	110.00	3	0.25	Radiation hard design	[49,50]
Pilatus 3 (17)	60x97	172x172	1	110.00	3	0.25	Radiation hard design, instant retrigger technology	[51]
Telesystems (18)	40x40	200x200	4	300-500	3	0.25		[52]
Dosepix (19)	16x16	220x220	16	300	3	0.13	ToT energy measurement, 16 digital thresholds	[53]
Siemens PC (20)	64x64	225x225	2	20	NS	NS	Pile-up trigger method	[54,55,56,57]
Hexitec (21)	80x80	250x250	14bits	2000	3	0.35	Digitization of pulse amplitude with off-chip ADC, TSVs	[58]
CIX 0.2 (22)	8x8	500x250	1	NS	1	0.35	Simultaneous charge integration and photon counting measurement	[59,60]
Philips Chromaix (23)	16x16	300x300	4	20	2	0.18		[61]
Ajat-0.35 (PC) (24)	32x64	350x350	1	1000	3	0.35		[62,63]
Ajat-0.35 (ADC) (25)	32x64	350x350	64	1000	3	0.35	On-pixel ADC	[62,63]
DxRay-Interon (26)	16x16	500x500	4	10	NS	NS		[2,64]
Ajat-0.5 (27)	44x22	500x500	2	1000-2000	3	0.35		[65]

Review of hybrid pixel detector readout ASICs for spectroscopic X-ray imaging

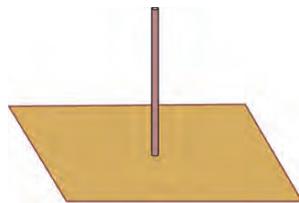
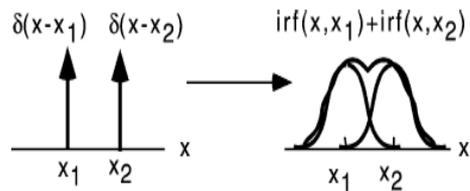
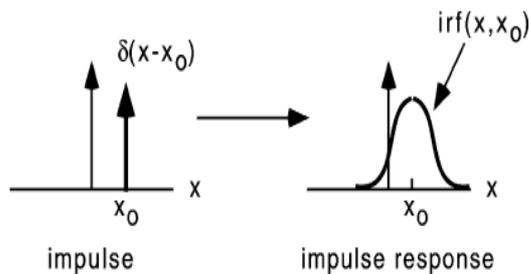
R. Ballabriga,^{a,1} J. Aloyz,^a M. Campbell,^c E. Frojd,^a E.H.M. Heijne,^{a,b} T. Koenig,^c X. Liopart,^a J. Marchal,^a D. Pennicard,^c T. Poikela,^a L. Tlustos,^a P. Valerio,^a W. Wong^a and M. Zuber,^a

CARATTERIZZAZIONE DEI RIVELATORI

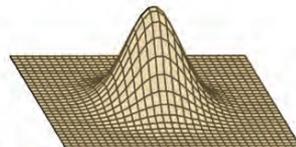
Point Spread Function

Quando l'input a un sistema è un impulso: $\delta(x - x_0)$ localizzato in $x = x_0$

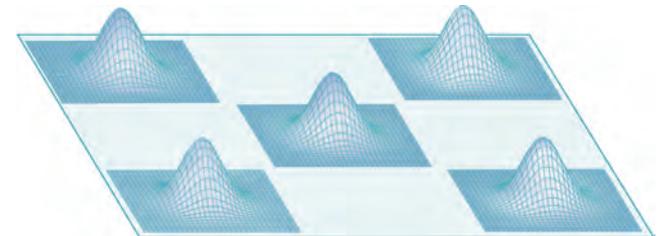
In uscita avremo: $\text{irf}(x, x_0) = \mathcal{S}\{\delta(x - x_0)\}$ impulse response function



Input Point Stimulus



Output: PSF(x, y)

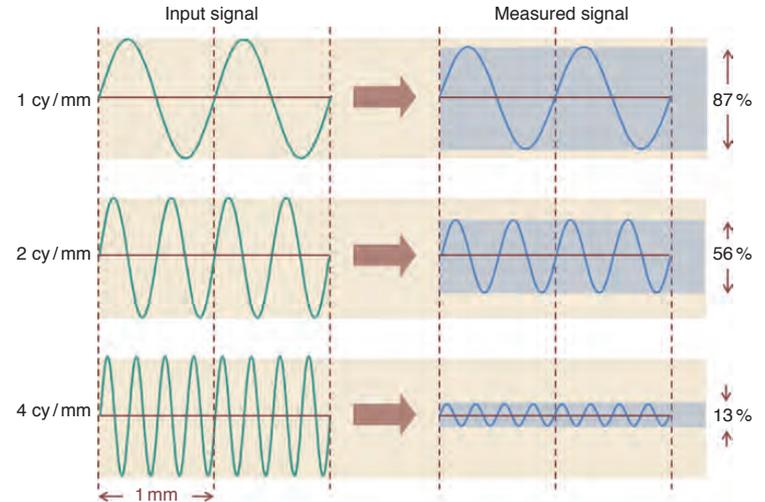
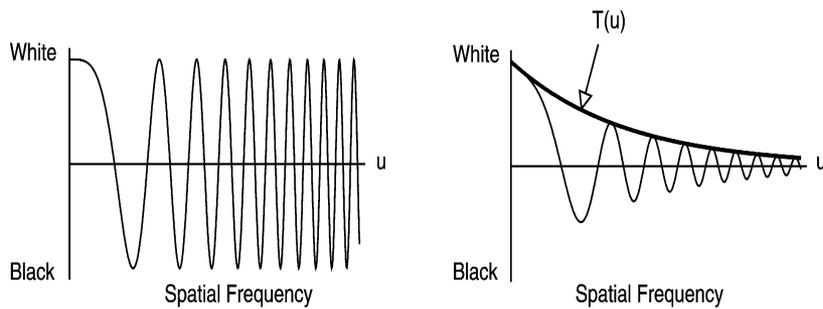
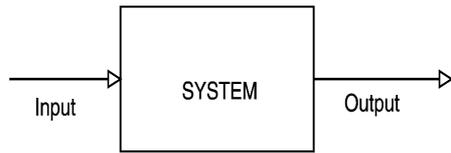


Stationary Imaging System



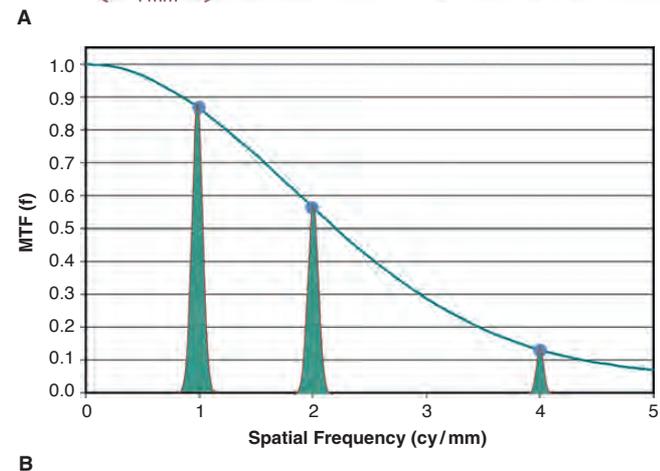
Non-stationary Imaging System

Modulation Transfer Function



Per sistemi lineari e invarianti per shift:

$$d(x) = S\{e^{i2\pi ux}\} = T(u)e^{i2\pi ux}$$



PSF e MTF

La funzione $T(u)$ è la trasformata di Fourier della funzione $\text{irf}(x)$: $T(u) = F\{\text{irf}(x)\}$

$$\text{MTF}(u) = \frac{|T(u)|}{T(0)}$$

In generale MTF è una funzione bidimensionale e può essere espressa come funzione di due coordinate (frequenze) ortogonali u e v :

$$\text{MTF}(u, v)$$

Line Spread Function

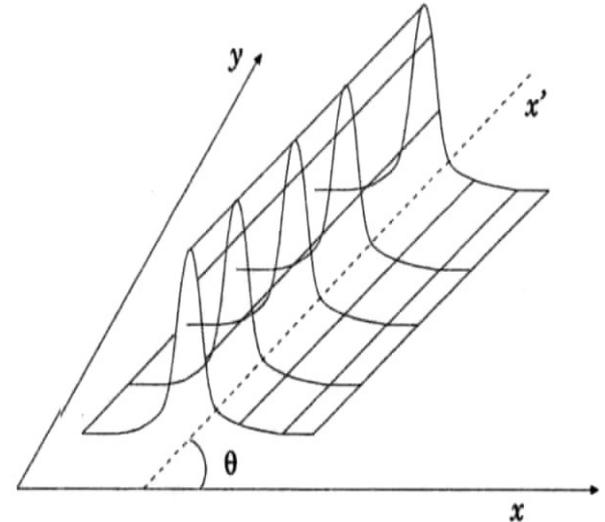
Descrive la risposta del sistema a una linea di impulsi.

Se la linea passa da $x=x_0$ e si estende lungo y , la risposta del sistema lungo una retta parallela a x è:

$$\text{lsf}(x - x_0) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_0) \text{psf}(x, y) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \text{psf}(x, y) dx dy} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \text{psf}(x - x_0, y) dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \text{psf}(x, y) dx dy}$$

Nel caso di sistemi invarianti per shift:

$$\text{lsf}(x) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \text{psf}(x, y) dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \text{psf}(x, y) dx dy}$$



Proprietà della LSF

Se consideriamo la *lsf* normalizzata, allora $T(0) = 1$ e:

$$T(u) = F\{lsf(x)\}$$

e

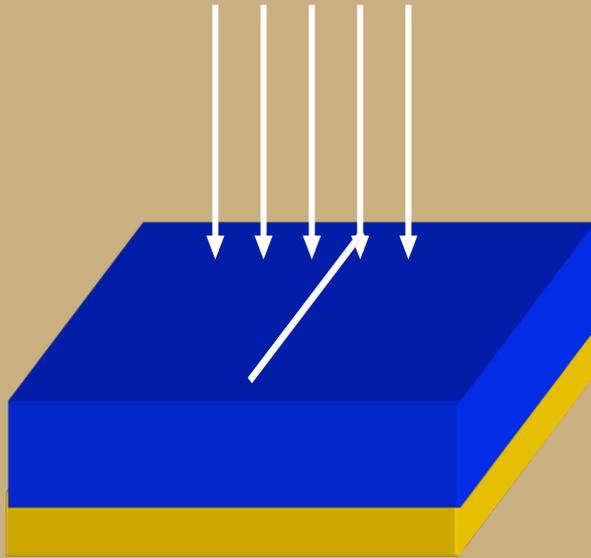
$$MTF(u) = |F\{lsf(x)\}|$$

Con u frequenza spaziale lungo x . Inoltre la MTF ottenuta a partire da LSF è tale che:

$$MTF(u) = MTF(u, v)|_{v=0}$$

Dato che l'integrazione lungo y corrisponde alla valutazione di MTF con $v=0$.

Misura: metodo della slit

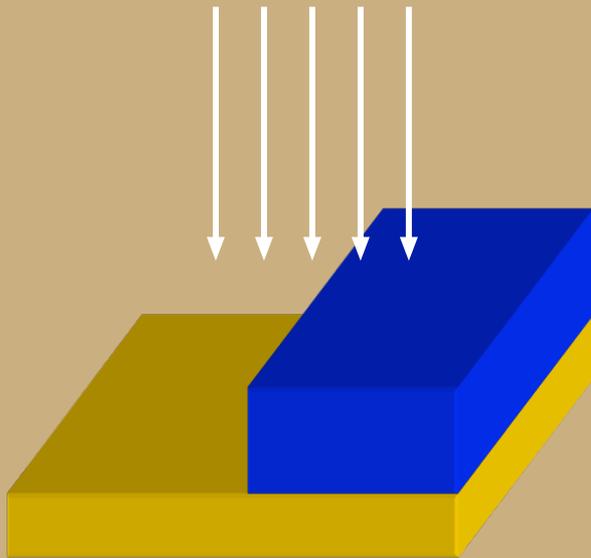


Si misura direttamente l' LSF dall'immagine di una fessura molto sottile, per simulare l'esposizione radiante a una linea di impulsi.

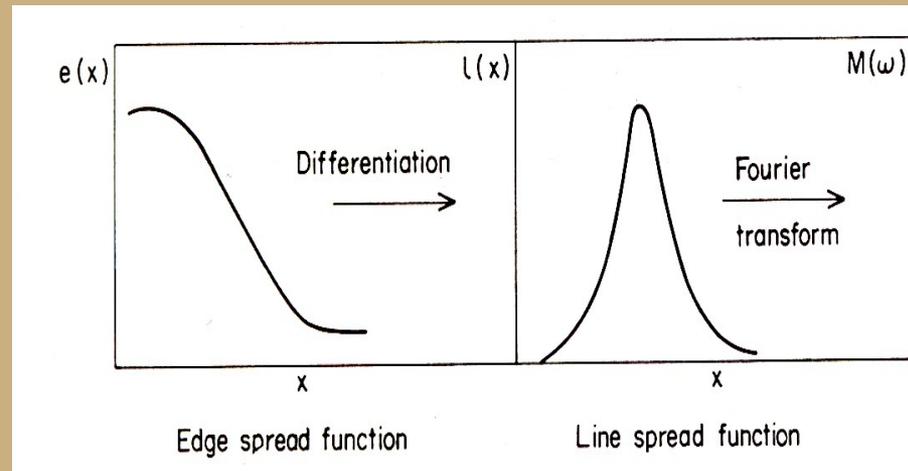
Orientando la slit è possibile ottenere la LSF orizzontale, verticale e diagonale. Inoltre se il sistema è sotto-campionato, è possibile misurare la LSF di precampionamento orientando la slit con una leggera inclinazione (qualche grado) rispetto alle righe o colonne o diagonali

Misura: metodo dell'edge

metodo del gradino



Si calcola l' LSF dall'immagine di un edge. Questa immagine, derivata in direzione perpendicolare allo spigolo, fornisce l'LSF del sistema.



Rumore: SNR e NEQ

Consideriamo un'immagine di flat field (fascio imperturbato, caratterizzato da un numero medio di fotoni N_{fotoni}). Definiamo il rapporto segnale/rumore quantico:

$$SNR_q = \frac{N_{fotoni}}{\sigma_{fotoni}} = \sqrt{N_{fotoni}} \Rightarrow N_{fotoni} = (SNR_q)^2$$

Il fascio viene rivelato e il detector conta mediamente $N_{conteggi}$. Il rapporto segnale/rumore rivelato è:

$$SNR_{rivelato} = \frac{N_{conteggi}}{\sigma_{conteggi}}$$

Definiamo NEQ (Noise Equivalent number of Quanta), il numero di fotoni che, nel caso quantico, danno lo stesso rapporto segnale/rumore:

$$NEQ = (SNR_{rivelato})^2$$

Efficienza e rumore: DQE

Nelle ipotesi del caso precedente, definiamo la *DQE* (Detective Quantum Efficiency):

$$DQE = \frac{NEQ}{N_{fotoni}}$$

Esempio 1: il rivelatore ha efficienza ε e non aggiunge rumore:

$$SNR_{rivelato} = \frac{N_{conteggi}}{\sigma_{conteggi}} = \sqrt{N_{conteggi}} = \sqrt{\varepsilon N_{fotoni}}$$

$$NEQ = (SNR_{rivelato})^2 = \varepsilon N_{fotoni} ; \quad DQE = \frac{\varepsilon N_{fotoni}}{N_{fotoni}} = \varepsilon$$

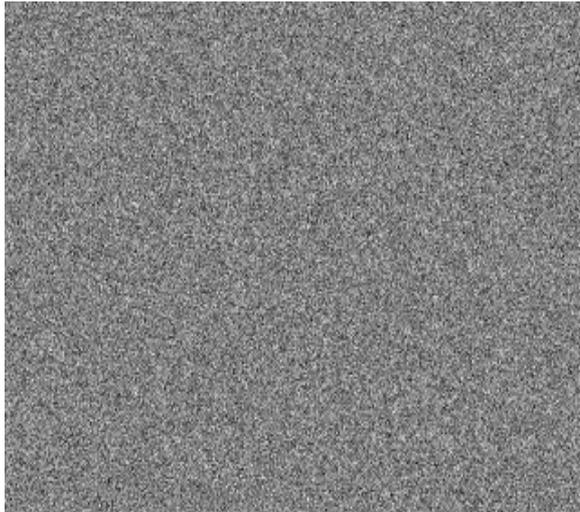
Esempio 2: il rivelatore ha efficienza 1 e aggiunge rumore:

$$SNR_{rivelato} = \frac{N_{conteggi}}{\sigma_{conteggi}} = \frac{N_{fotoni}}{\sigma_{conteggi}} < \sqrt{N_{fotoni}}$$

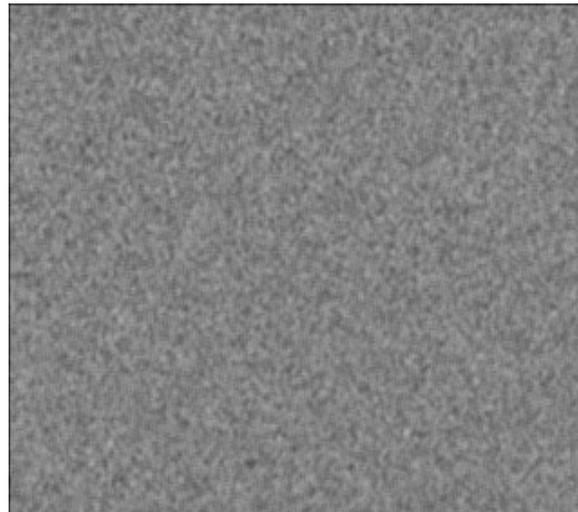
$$NEQ = (SNR_{rivelato})^2 < N_{fotoni} ; \quad DQE < 1$$

Noise Power Spectrum (NPS)

Uncorrelated Noise

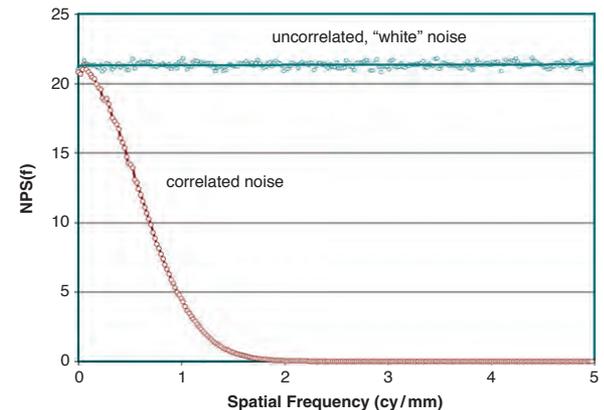


Correlated Noise



$$NPS(f_x, f_y) = \left| \int_x \int_y [I(x, y) - \bar{I}] e^{-2\pi i(xf_x + yf_y)} dx dy \right|^2$$

$$\sigma^2 = \int_{f_x} \int_{f_y} NPS(f_x, f_y) df_x df_y$$



NEQ e DQE in funzione della frequenza

E' possibile dimostrare che:

$$NEQ(u) = \frac{MTF^2(u)}{NPS(u)} \cdot N_{conteggi}^2 = \frac{MTF^2(u)}{NNPS(u)}$$

con NNPS (Normalised Noise Power Spectrum):

$$NNPS(u) = \frac{NPS(u)}{N_{conteggi}^2}$$

Inoltre:

$$DQE(u) = \frac{MTF^2(u)}{NPS(u)} \cdot \frac{N_{conteggi}^2}{N_{fotoni}} = \frac{1}{N_{fotoni}} \cdot \frac{MTF^2(u)}{NNPS(u)}$$

confronto rivelatori

Detector	Detector technology	X-ray absorber material	Radiation quality	pMTF 50% (x;y – lp/mm)	DQE peak (x;y) at specific DAK level
FUJIFILM <i>AMULET</i>	a-Se TFT	200 µm a-Se	W/Rh (28 kV)	4.4	0.75 at 103 µGy
Spectra <i>MicroDose</i>	Direct photon counting	Crystalline Si wafer	W/Al (28 kV)	6.2; 3.3	0.63; 0.61 at 113 µGy
Fischer <i>Senoscan</i>	CCD	180 µm CsI:Tl	W/Al (28 kV)	5.5	0.24 at 131 µGy
GE <i>Senographe 2000D</i>	a-Si:H TFT	100 µm CsI:Tl	Mo/Mo (28 kV) (RQA-M 2)	4	0.53 at 131 µGy
Hologic <i>Lorad Selenia</i>	a-Se TFT	200 µm a-Se	Mo/Mo (28 kV) (RQA-M 2)	5.8	0.59 at 92.5 µGy
LAS	CMOS APS	150 µm CsI:Tl	W/Al (28 kV)	1.5	0.73 at 60.3 µGy
Hamamatsu <i>C9732DK</i>	CMOS PPS	160 µm CsI:Tl	W/Al (28 kV)	3.3	0.48 at 120.5 µGy
Dexela 2932	CMOS APS	150 µm CsI:Tl	W/Rh (25 kV)	2.7	0.59 at 105.7 µGy (HFW mode)
Dexela 2932	CMOS APS	150 µm CsI:Tl	W/Rh (25 kV)	2.7	0.61 at 57.8 µGy (LFW mode)
Dexela 2932	CMOS APS	150 µm CsI:Tl	W/Al (28 kV)	3.3	0.55 at 121.6 µGy (HFW mode)
Dexela 2932	CMOS APS	150 µm CsI:Tl	W/Al (28 kV)	3.3	0.55 at 59.7 µGy (LFW mode)
Anrad <i>SMAM</i>	a-Se TFT	200 µm a-Se	W/Al (28 kV)	6.1; 5.3	0.67; 0.66 at 108.6 µGy
Remote <i>RadEye HR</i>	CMOS APS	85 µm Gd ₂ O ₂ S:Tb	W/Al (28 kV)	4.3	0.33 at 120.5 µGy

Alcuni rivelatori per mammografia

esempio di rivelatore

Pixirad-1

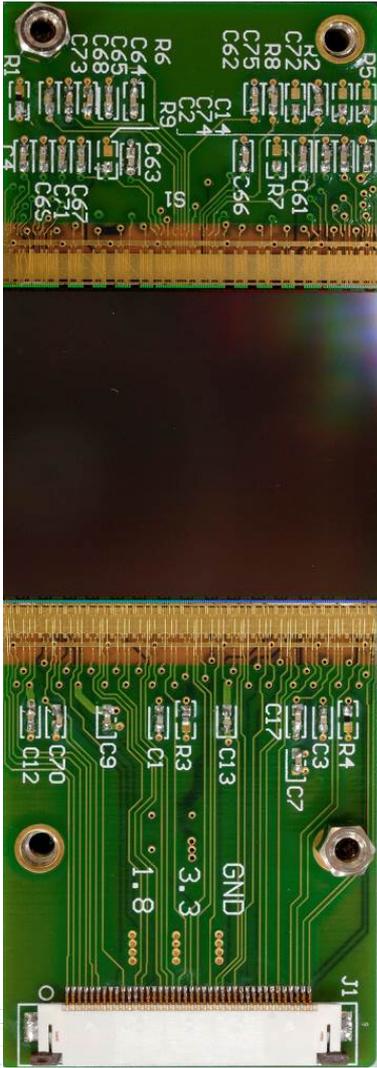
Singolo modulo di PIXIRAD.

Architettura ibrida

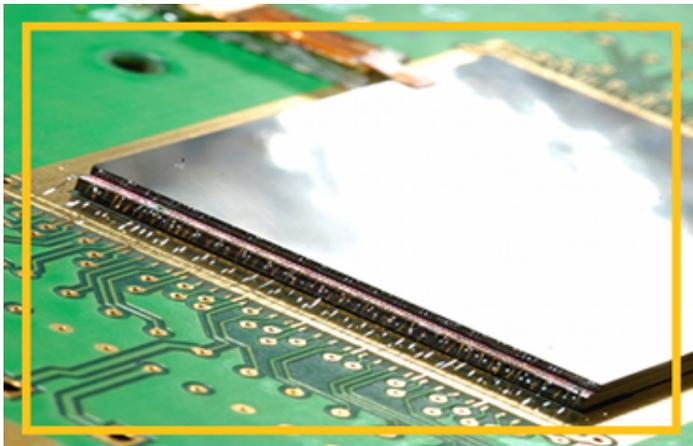
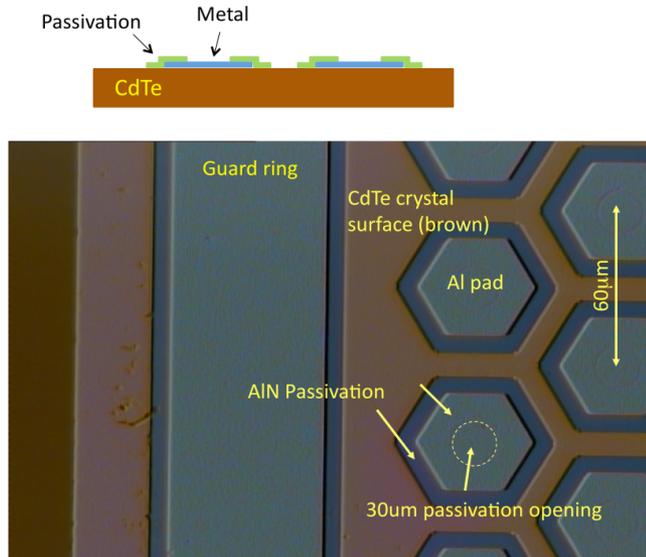
- CdTe ($30 \times 25 \text{ mm}^2$)
- CMOS ASIC a pixel (512×476 pixels, con passo es. $60 \mu\text{m}$)

Caratteristiche principali:

- 2 contatori per ogni pixel
- più grande chip ASIC mai costruito
- Assemblabile su entrambi i lati
- Soglie energetiche basse
- Compensazione automatica offset per ogni pixel



Il sensore CdTe

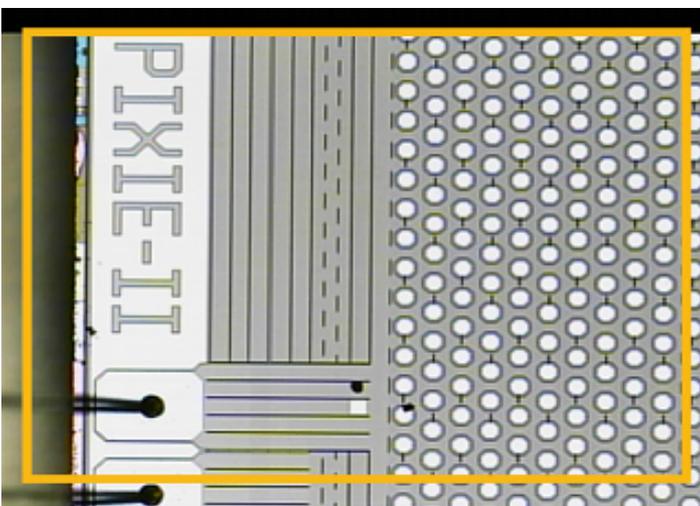
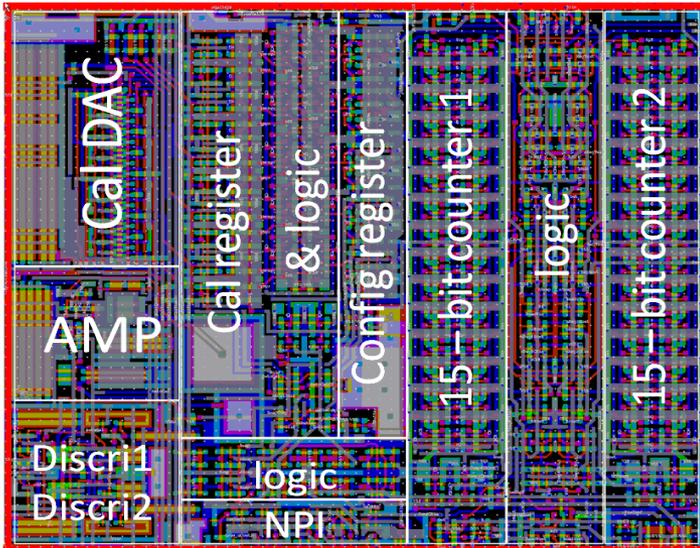


CdTe semiconductor characteristics:

Atomic numbers	48, 52
Effective atomic number	50
Density ρ (g/cm ³)	5.85
Band energy (eV)	1.5
Dielectric constant	11
Ionizing energy (eV)	4.43
Resistivity ρ (Ω cm)	10^9
Electron mobility μ_e (cm ² /Vs)	1100
Electrons mean lifetime τ_e (s)	3×10^{-6}
Hole mobility μ_h (cm ² /Vs)	100
Holes mean lifetime τ_h (s)	2×10^{-6}
$(\mu\tau)_e$ (cm ² /V)	3.3×10^{-3}
$(\mu\tau)_h$ (cm ² /V)	2×10^{-4}

- ✓ Il sensore a pixel di CdTe (ACRORAD Co., Ltd) è un diodo di tipo Schottky a raccolta di elettroni sui pixel
- ✓ Grande area $30.96 \times 24.98 \times 0.65$ mm³
- ✓ Matrice esagonale con passo di 60 μ m
- ✓ Corrente di leakage estremamente bassa: 5nA/cm² @ 400-500 V

ASIC CMOS a grande area



Pixel characteristics

Shaped pulse duration (at the base)	1 μ s (adjustable)
Linear range	> 3000 electrons
Saturation level	> 6000 electrons (>30 keV for CdTe)
Equivalent noise (ENC)	50 electrons (rms)
Residual offset after auto-calibration	\pm 30 electrons
Maximum number of counts before reading	32768
Input signal	positive or negative
Possibility to disable, swap, by pass, pixels	user selectable

Pixel reading

Serialization of columns for best readout time	16, 32, 64, 128
Typical readout clock frequency	50 MHz
Readout time for 32 data outputs = 16 columns serialized (16 columns \times 476 pixels \times 15 bits \times 20 ns)	2.3 ms
Readout time for 16 data outputs = 32 columns serialized	4.6 ms
Readout time for 8 data outputs = 64 columns serialized	9.2 ms

Modalità di acquisizione dati:

- ✓ Lettura a 2 colori (2 soglie, 2 contatori)
- ✓ dead-time free (DTF), mentre un contatore acquisisce, l'altro legge

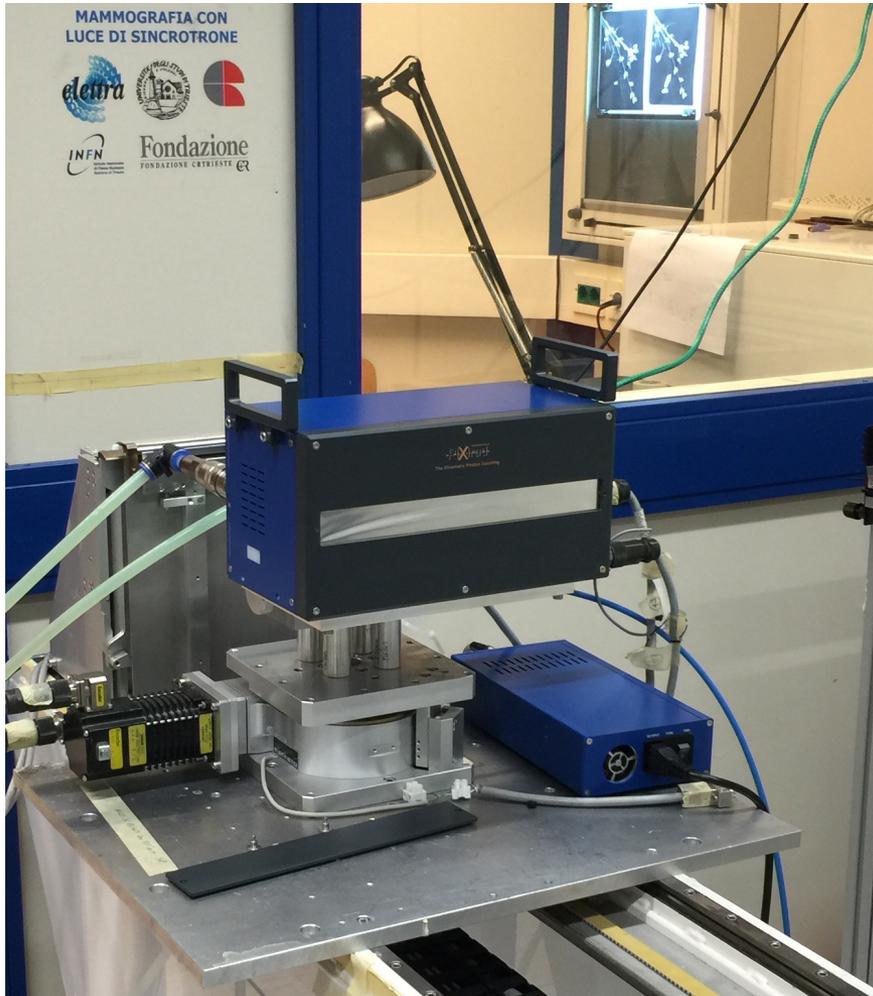
Pixirad-1



Sensor specs:	CdTe, 650 μm , 30.9 \times 25.0 mm ² Schottky type diode Electron collection at pixel
ASIC+CdTe base block	512 \times 476 pixels
Number of blocks	1
Global active area	31 x 25 mm ²
Total number of pixels	243712
Total number of counters	487424
Pixel size	60 μm hexagonal arrangement
Pixel density	323 pixels/mm ² , equivalent to 55 μm on square arrangement
Pixel rate capability	10 ⁶ counts/pixel/s (after dead-time correction)
Global rate capability	2.4x10 ¹¹ counts/s
Pixel dead-time	300 ns
Position resolution	11 line pairs/mm at MTF 50%
Reading while taking data	possible
Energy range	1-100 keV
Detection efficiency @10 keV, 25 keV, 50 keV	100%, 100%, 98%
Counters depth	15 bits
Read-out time @50 MHz clock	5 ms/counter
Frame rate	200 readouts/s
Minimum applicable global threshold	200 electrons
Sensor bias voltage	200 + 400 V
Leakage current density	5 nA /cm ² at 400 V, -20 °C
Typical number of defective pixels	less than 1%
Number of independent thresholds (colors)	2 set of two (swappable in real time)
Camera specs:	
Size (WxLxH)	14x14x7 cm ³
Weight	< 2Kg
Power consumption	60 Watts (typical)
Cooling	liquid or forced air
Operating temperature	+40 -40 °C



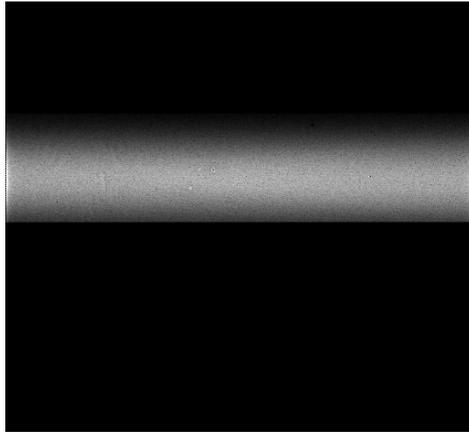
PIXIRAD-8



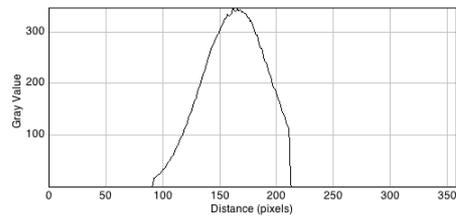
Complete module includes;

- 8 unit sensor
 - 25×2.5 cm² active area
 - 2 M pixel – 4M counters
 - 2 pixel inter-modules spacing
 - almost edge less toward the breast
- DAQ electronics
- Cooling system
- 1 Gbit Ethernet

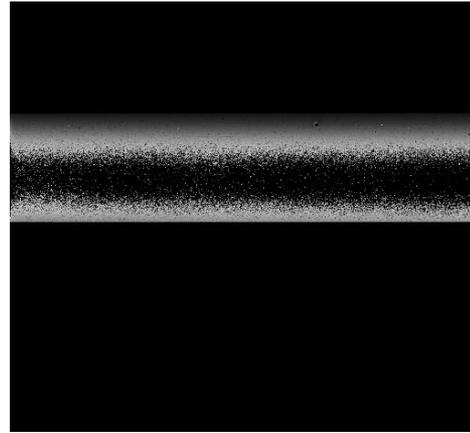
Linearità



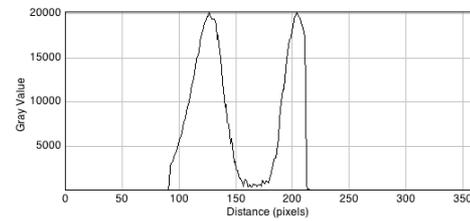
a)



b)

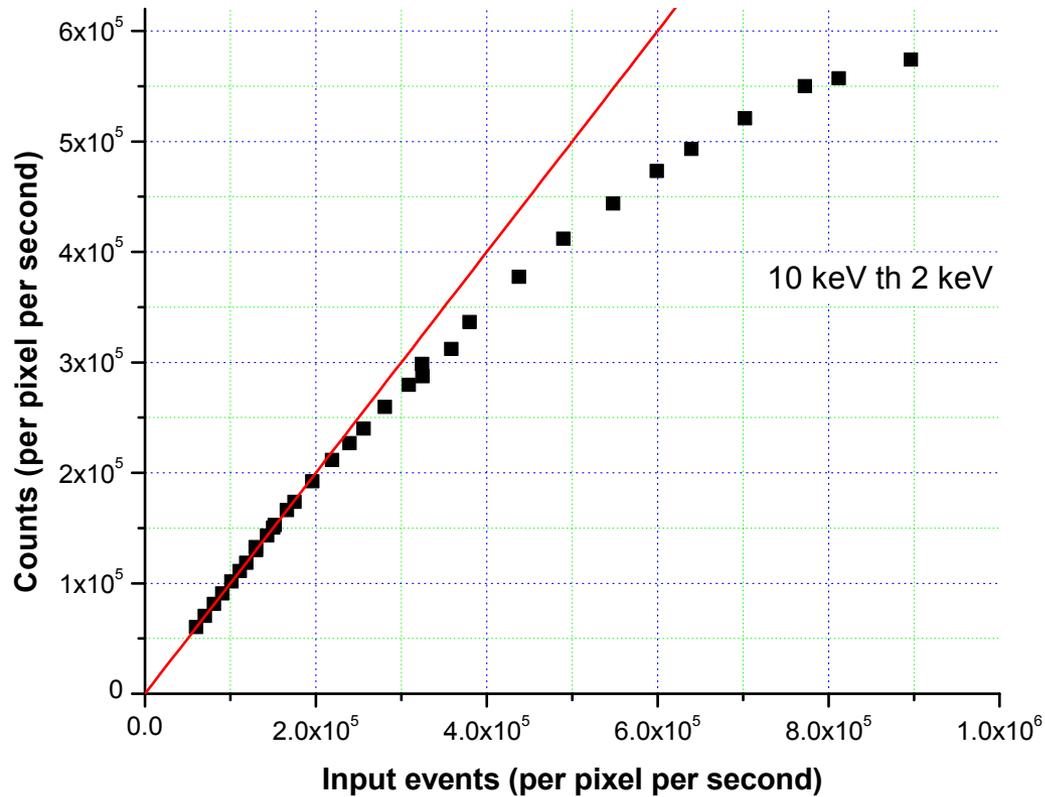


c)

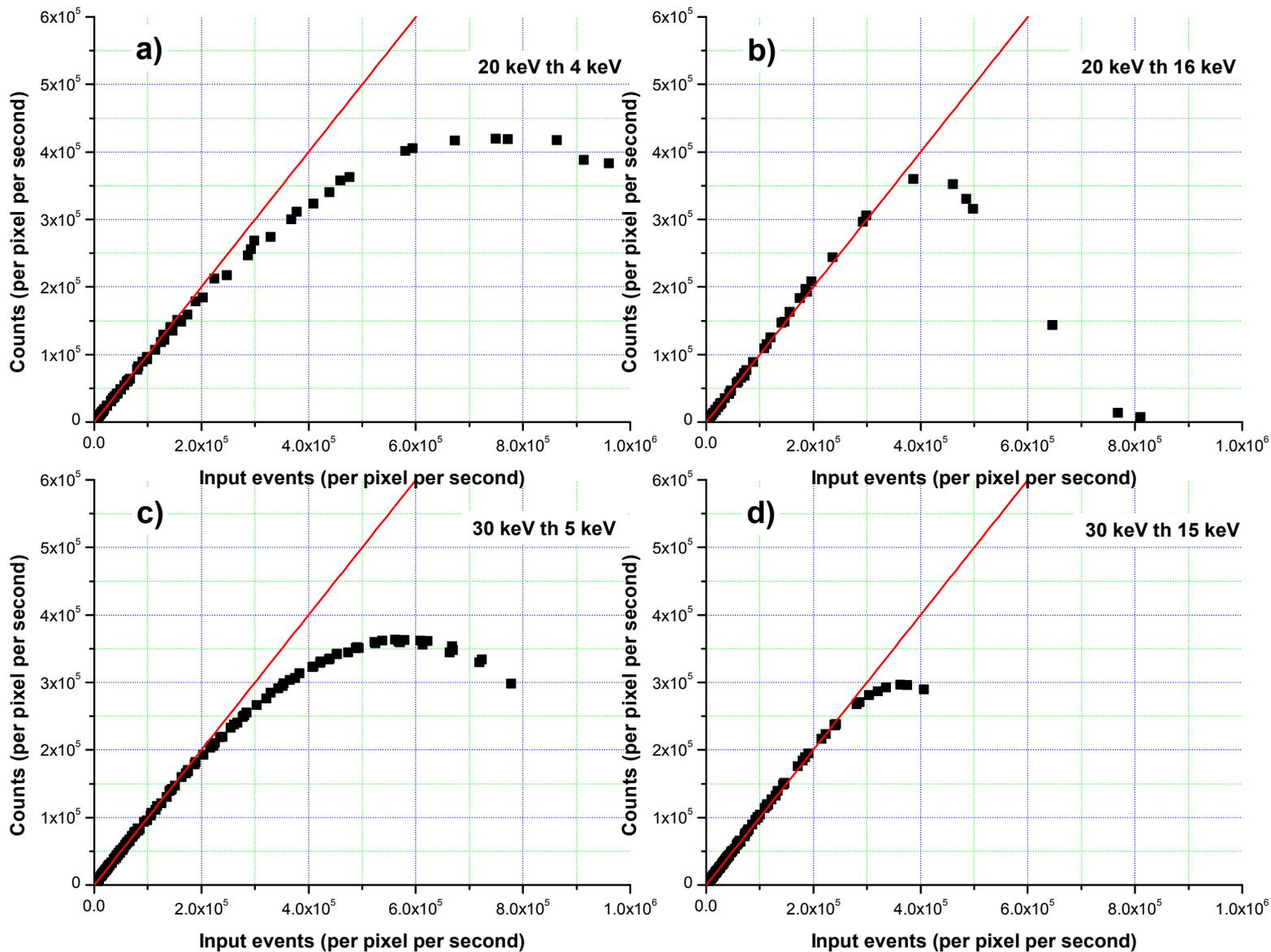


d)

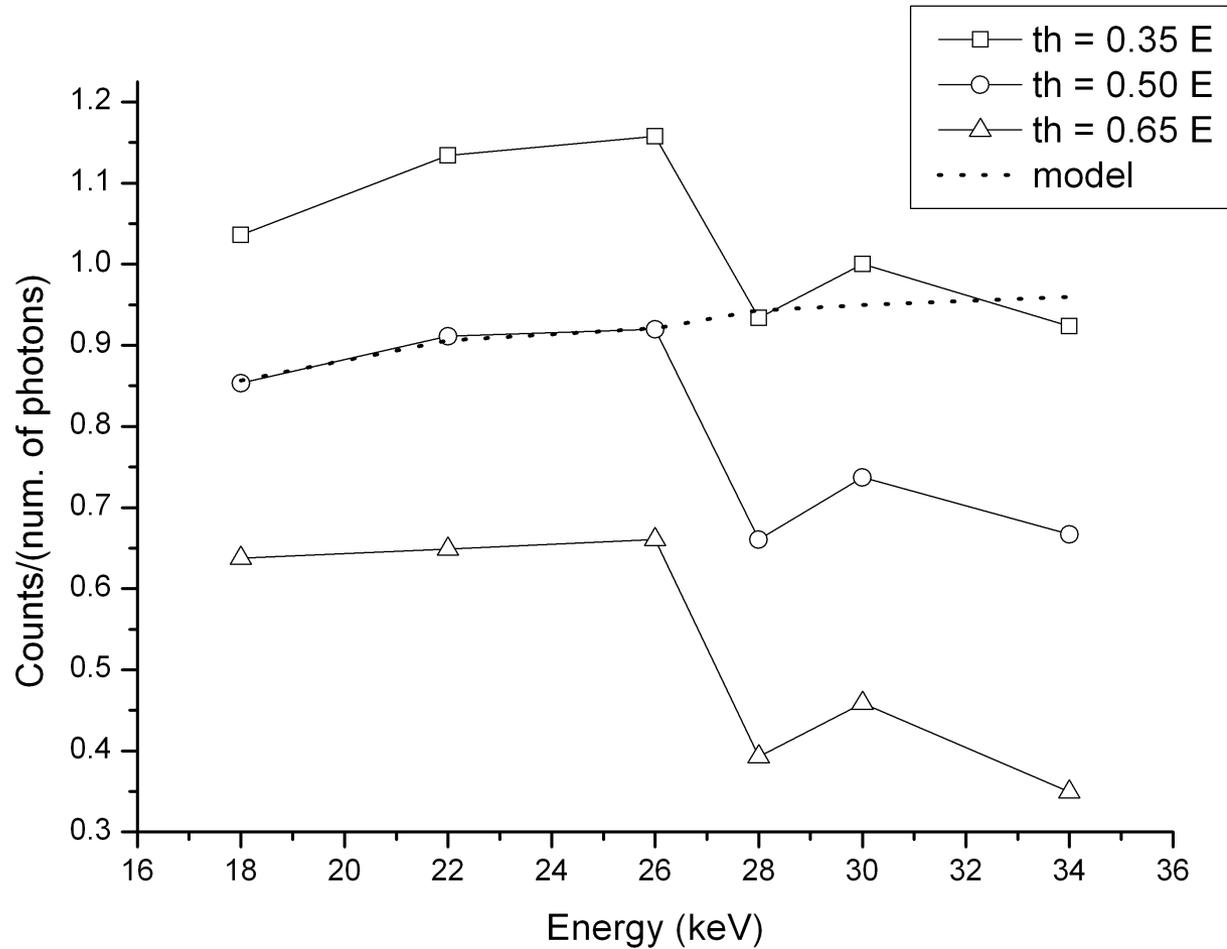
Grafico di linearità



Dipendenza da E e th

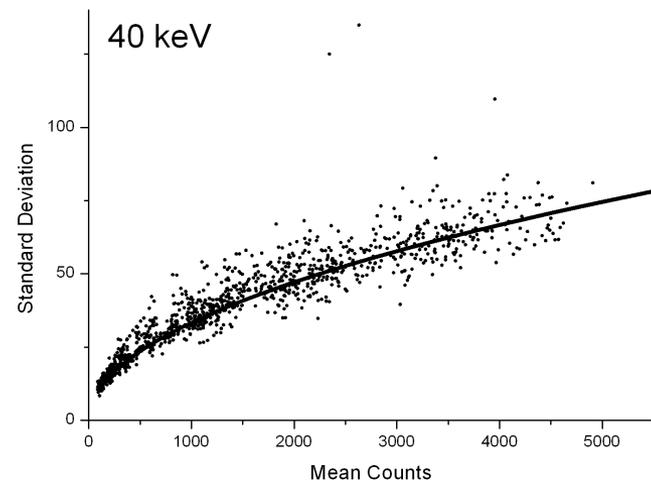
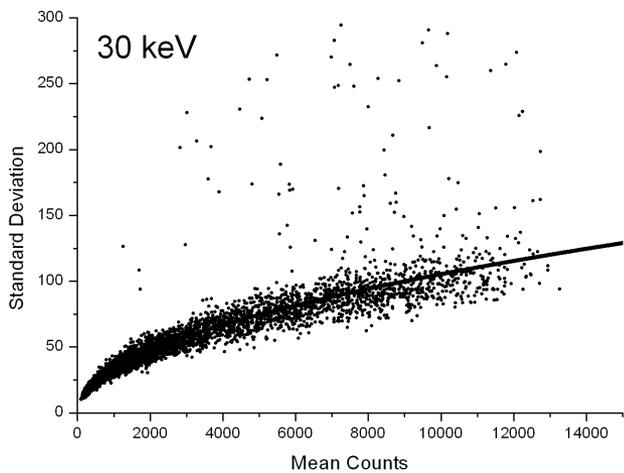
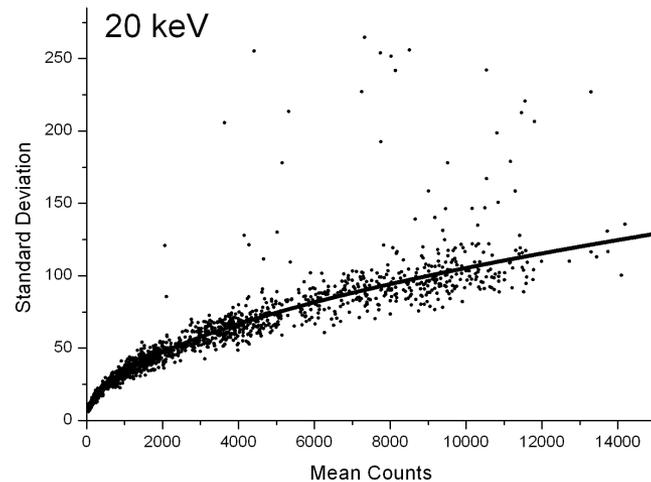
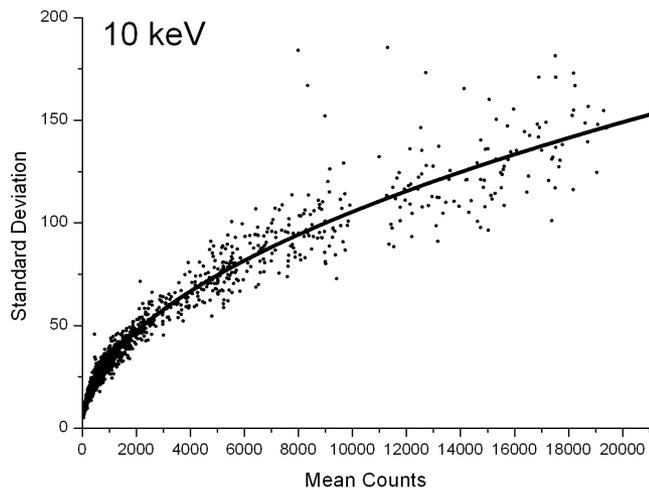


Risposta (conteggi in funzione del numero di fotoni)

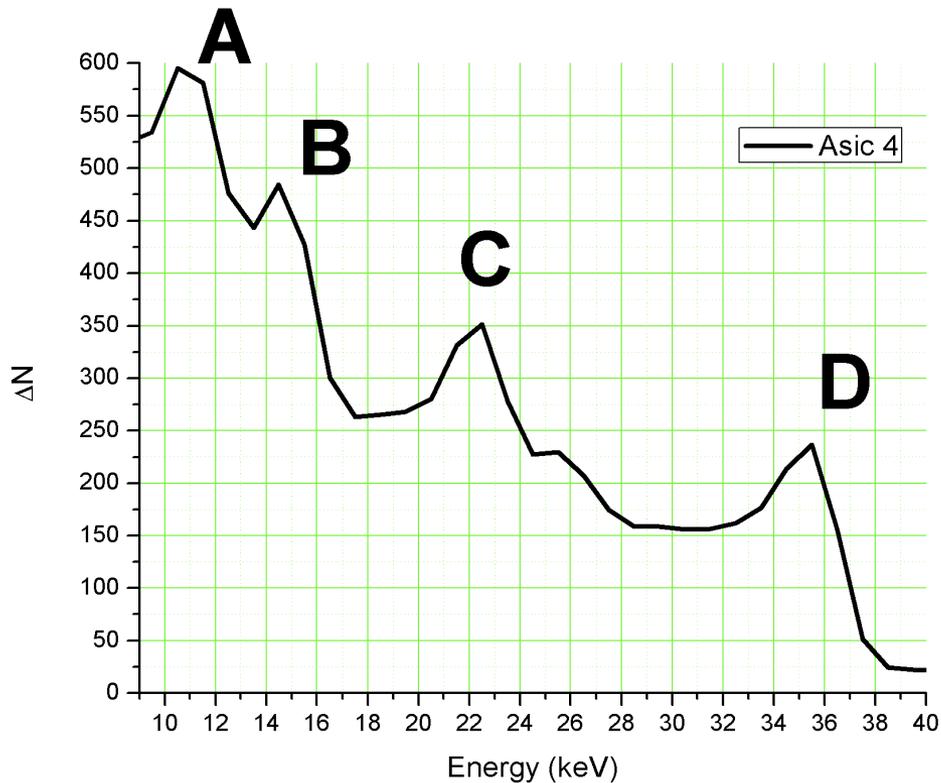


K-edge
del Cd a
26.7 keV

Noise



spettro differenziale



D= full energy peak a 38 keV

C=picco di fluorescenza del Cd a 23 keV

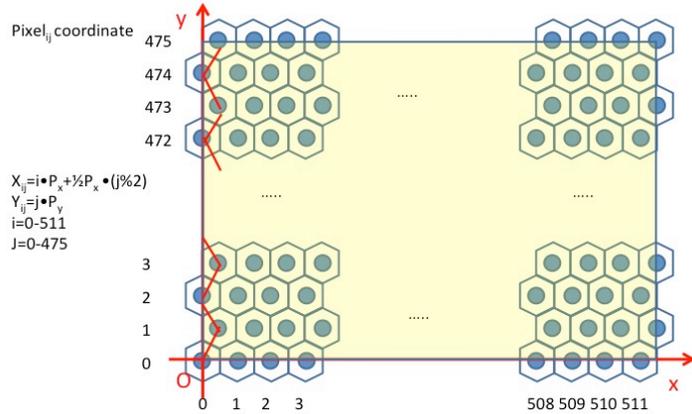
B= picco a 15 keV (38keV-23keV) è l'energia totale rilasciata in seguito all'assorbimento di un fotone primario e all'emissione di un fotone di fluorescenza che interagisce in un altro sito

A= picco a 11 keV (38keV-27keV) è l'energia rilasciata dal fotoelettrone prodotto per ionizzazione della k shell del Cd (k-edge 27 keV)

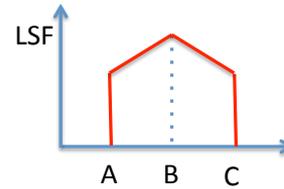
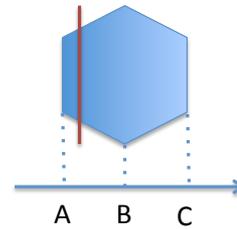
Risoluzione spaziale

Reference system of PiXirad single crystal detectors

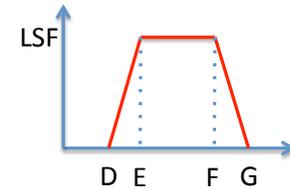
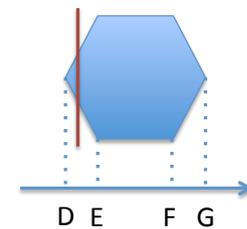
Pitch X $P_x=0.06\text{mm}$ maxROI Width = $(511+\frac{1}{2})P_x=30.690\text{mm}$
 Pitch Y $P_y=0.05196\text{mm}$ Height = $475*P_y = 24.681\text{mm}$



Horizontal



Vertical



a)

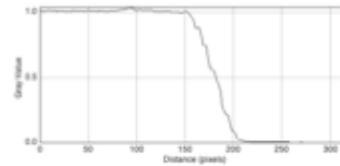


a)

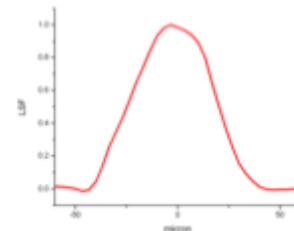


b)

b)

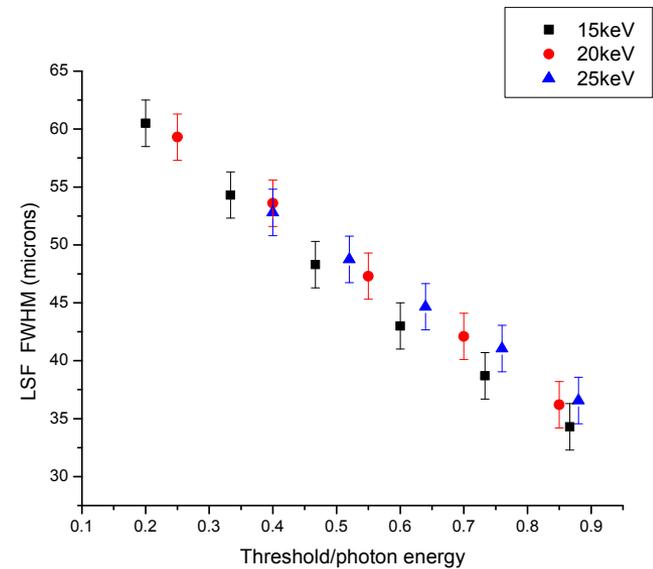
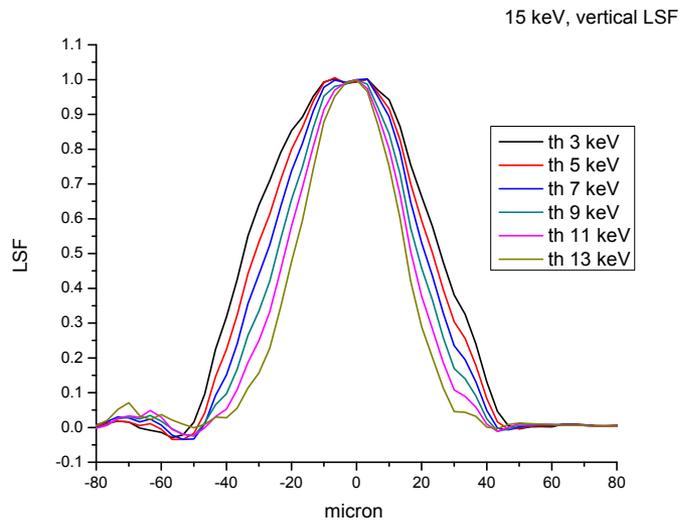
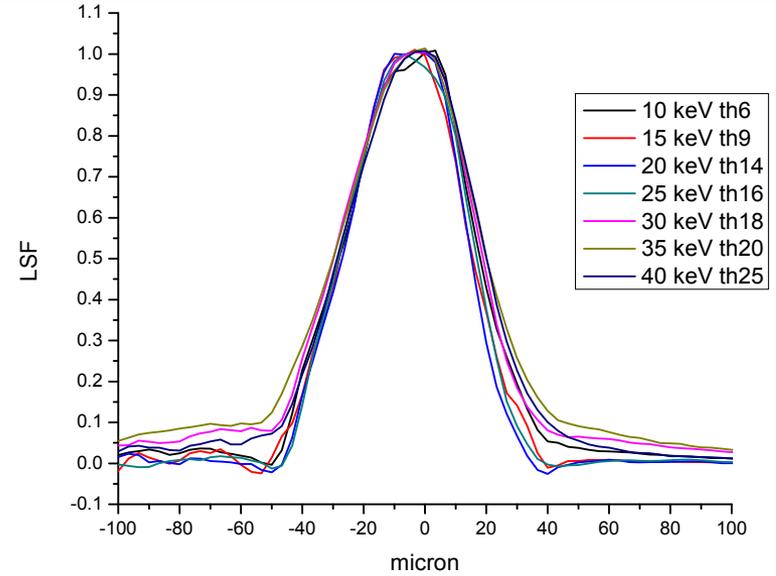
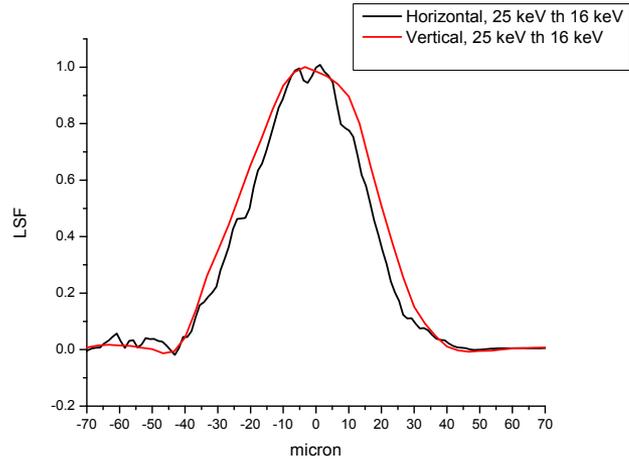


c)

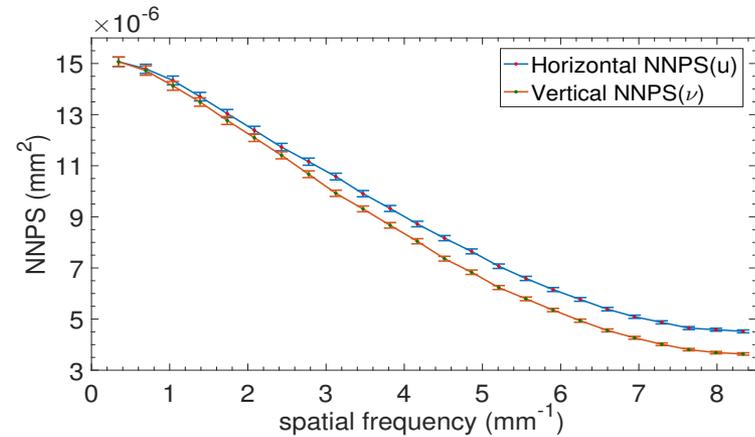
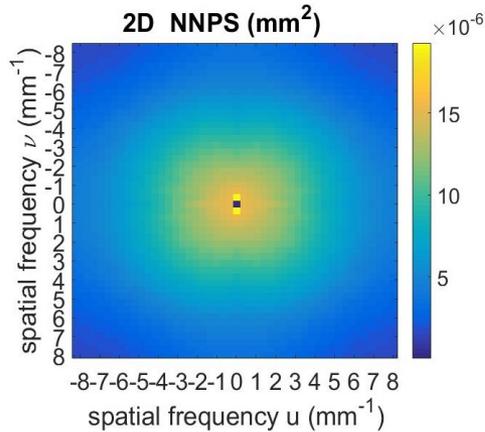


d)

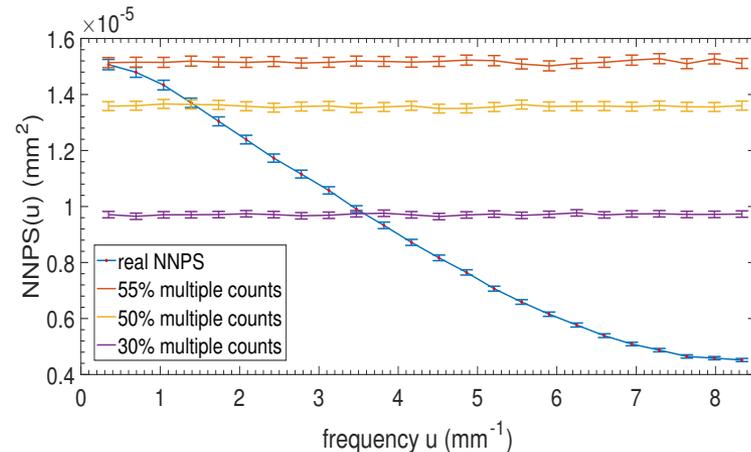
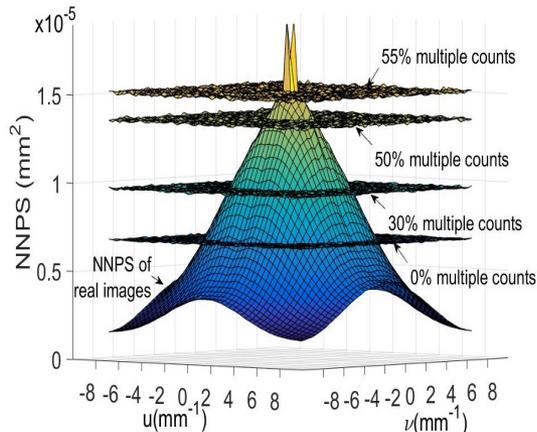
LSF



NNPS



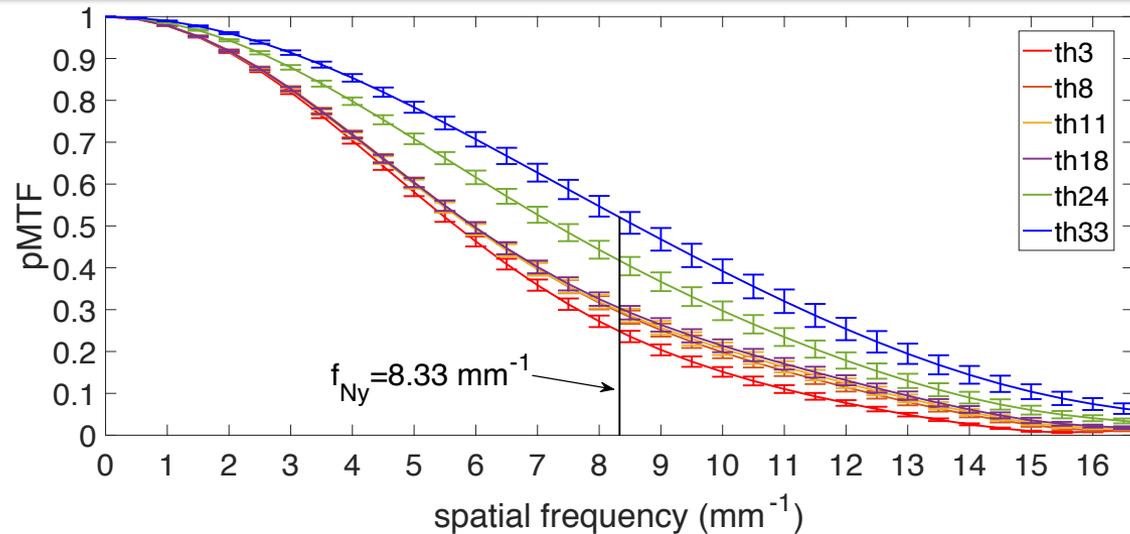
If N is the number of counts, the expected noise is $\sigma = \sqrt{N}$. Multiple counts lead to deviations from this 'ideal' behavior.



NEQ per l'ottimizzazione

A soglie basse
corrisponde risoluzione
spaziale peggiore

La soglia bassa
determina maggiore
smoothing



A soglie basse è
associato un rumore
inferiore

NEQ permette di
pesare risoluzione
spaziale e rumore in
un'unica figura di
merito

