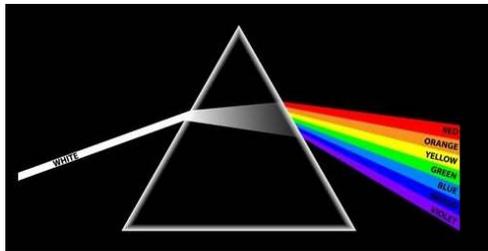


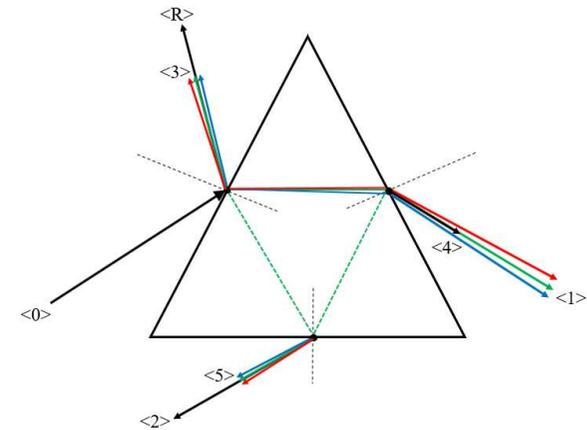


“IL PRISMA DI NEWTON VISTO DA VICINO: EFFETTI DELLE RIFLESSIONI MULTIPLE INTERNE”



Antonio Parretta

Martedì, 17 Ottobre 2017
Ore 15:00
Aula C100



Dip.to di Fisica e Scienze della Terra, Università di Ferrara



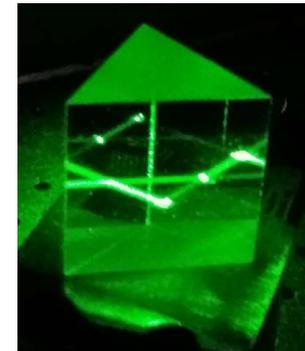
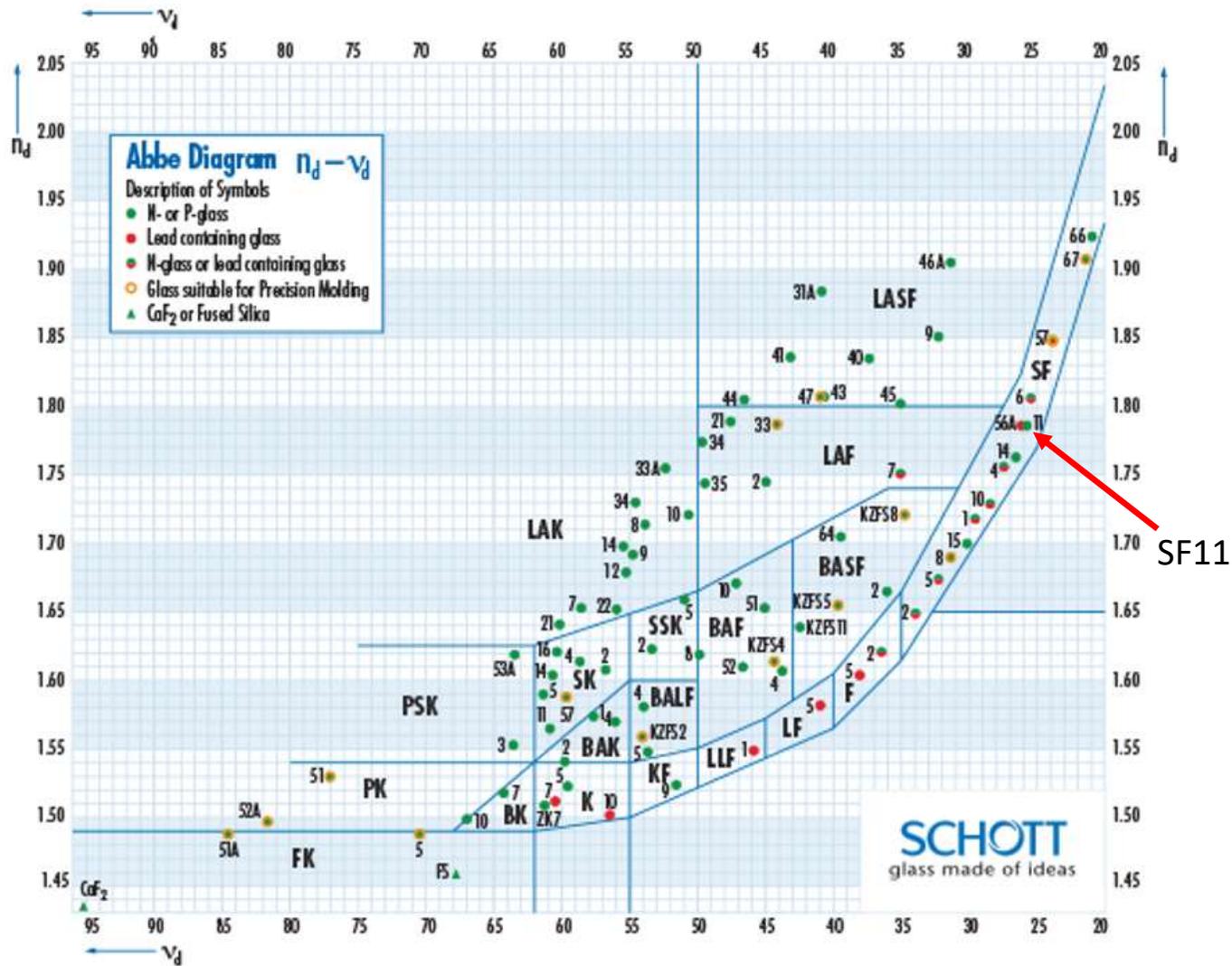
Sommario

- Introduzione
- Impiego tradizionale del prisma (misura di $n(\lambda)$)
- Analisi degli angoli di rifrazione interni ed esterni al prisma equilatero
- Misure sperimentali con luce laser polarizzata "s" e "p"
- Calcolo delle intensità dei fascetti e confronto con le intensità misurate
- Analisi spettrale dei fascetti uscenti dal prisma
- Misure sperimentali in luce bianca

Introduzione

Gli esperimenti di dispersione della luce bianca eseguiti da Newton con i prismi rimangono tra i più belli della fisica e vengono replicati costantemente nelle scuole e nelle università. Ma c'è un aspetto che non sempre viene considerato, e cioè che la luce rifratta la prima volta all'interno del prisma equilatero, oltre che essere ulteriormente rifratta e dar luogo, in uscita, al ben noto fascetto disperso, è anche riflessa internamente un numero indefinito di volte e, in seguito ad ogni riflessione, produce un fascetto rifratto esterno che può essere bianco o disperso a seconda della parità del numero di riflessioni subite. In questa presentazione analizzo, sia teoricamente che sperimentalmente, tutti i fascetti uscenti dal prisma in due situazioni diverse: i) illuminando il prisma con un fascetto laser polarizzato "s" o "p"; ii) illuminando il prisma con un fascetto bianco polarizzato "s" o "p".

Diagramma di Abbe

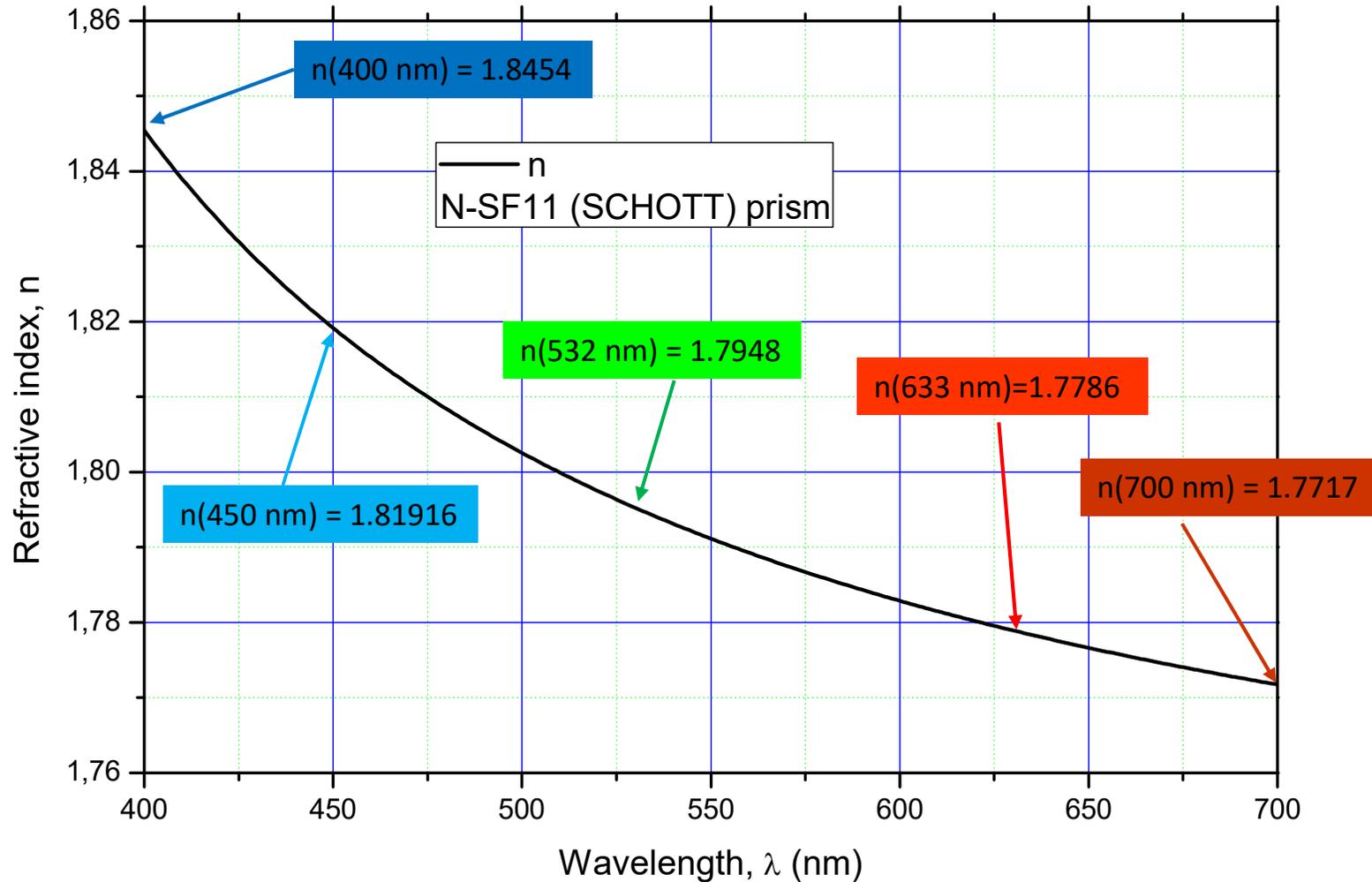


SF11

Collocazione del materiale del prisma, N-SF11, all'interno del diagramma di Abbe.

Prisma N-SF11 (Dense Flint - SCHOTT) (*)

$$n^2 - 1 = \frac{1.73759695 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - 0.013188707} + \frac{0.313747346 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - 0.0623068142} + \frac{1.89878101 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - 155.23629}$$



(In colore le lunghezze d'onda di riferimento)

(*) <https://refractiveindex.info/>

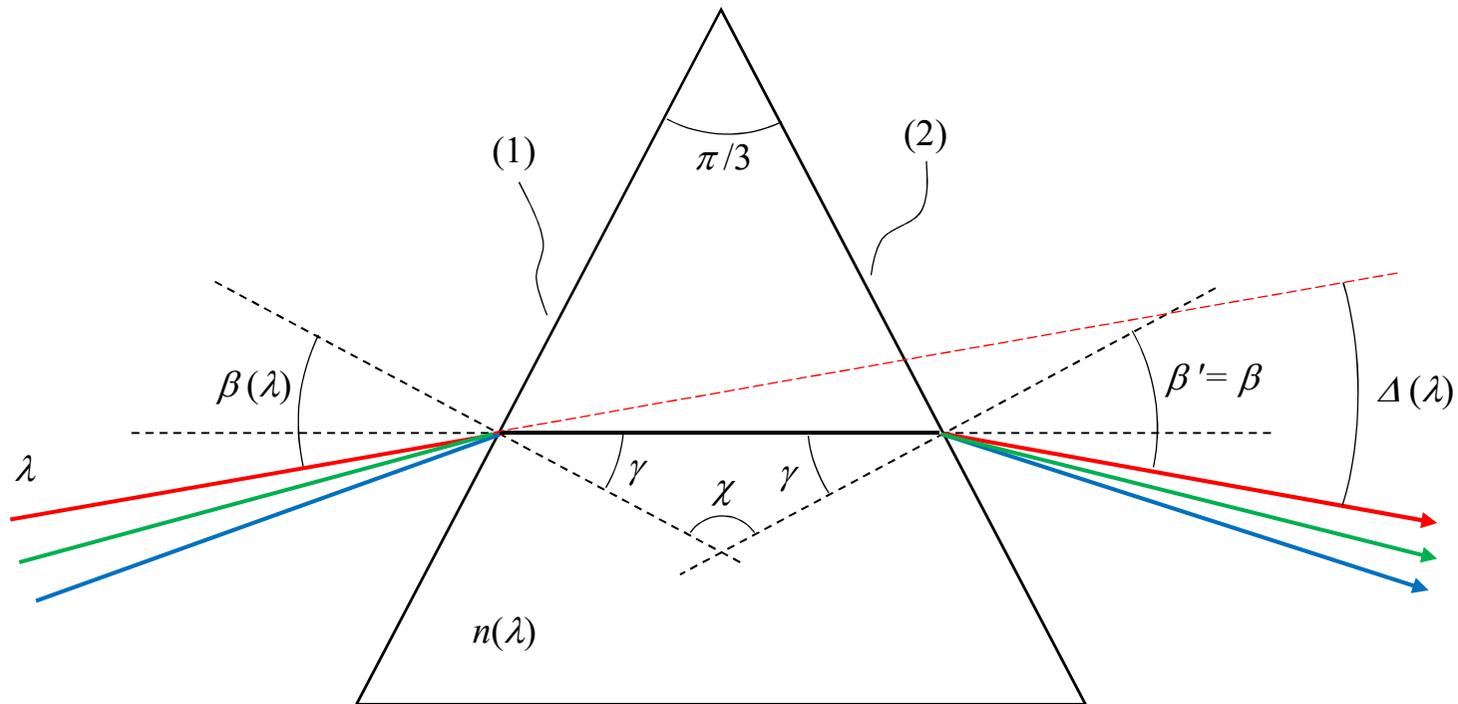
Impiego tradizionale del prisma

Commento

Il metodo più semplice ed immediato per misurare l'indice di rifrazione del vetro in funzione della lunghezza d'onda è quello di impostare un cammino simmetrico (rispetto alla bisettrice dell'angolo al vertice del prisma) per il fascetto di luce.

Il fascetto di luce in ingresso può essere monocromatico o bianco. Si tratta poi di impostare l'angolo d'incidenza β in maniera tale da avere il fascetto rifratto simmetrico alla lunghezza d'onda desiderata, che è stata opportunamente selezionata. Dal valore di β si ricava immediatamente l'indice di rifrazione.

Misura dell'indice di rifrazione (cammino del raggio simmetrico)



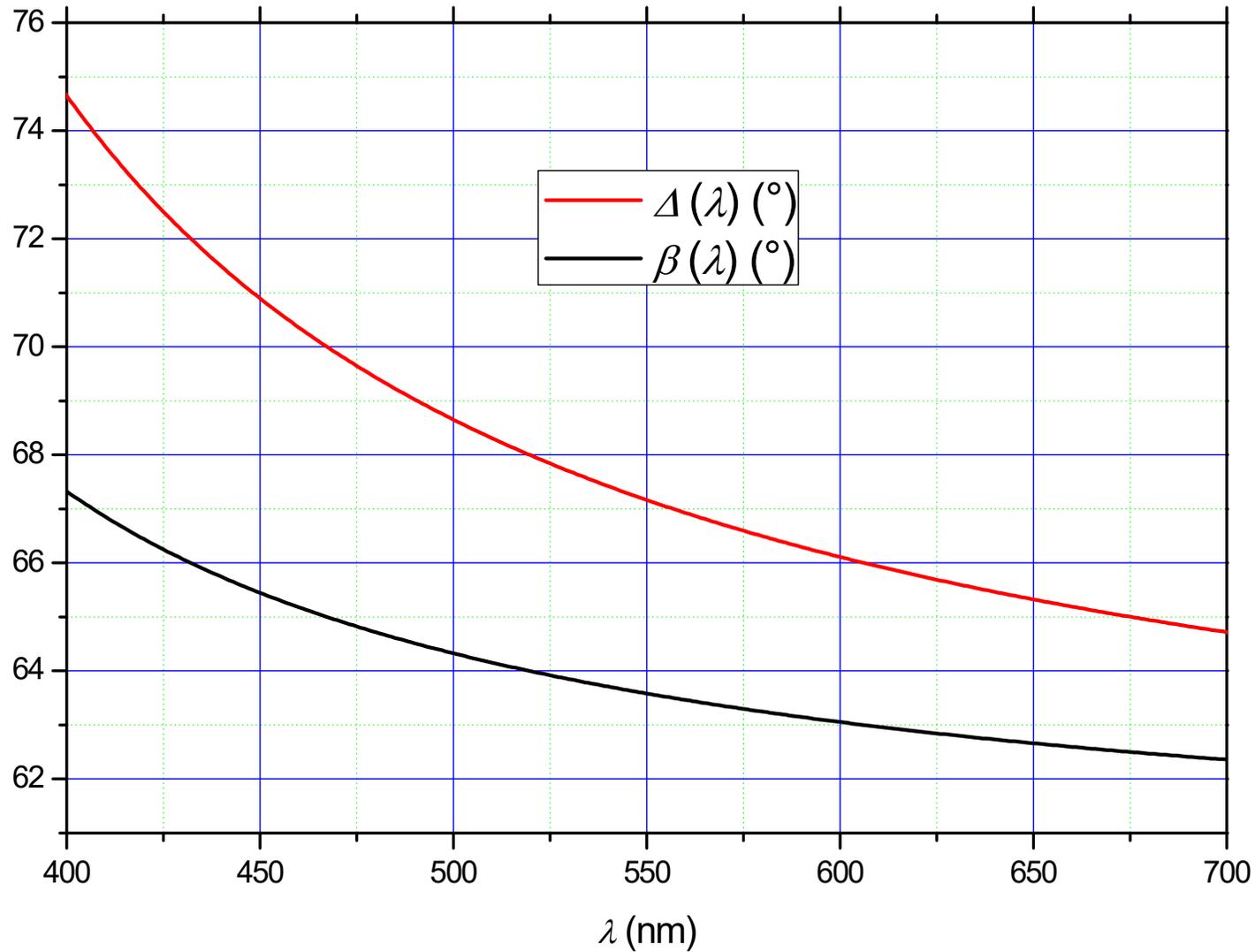
$$\chi = \frac{2}{3}\pi = 120^\circ$$

$$\Delta(\lambda) = 2 \cdot \beta(\lambda) - \frac{\pi}{3}$$

$$\gamma = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

$$n(\lambda) = \frac{\sin \beta(\lambda)}{\sin(\pi/6)} = 2 \cdot \sin \beta(\lambda)$$

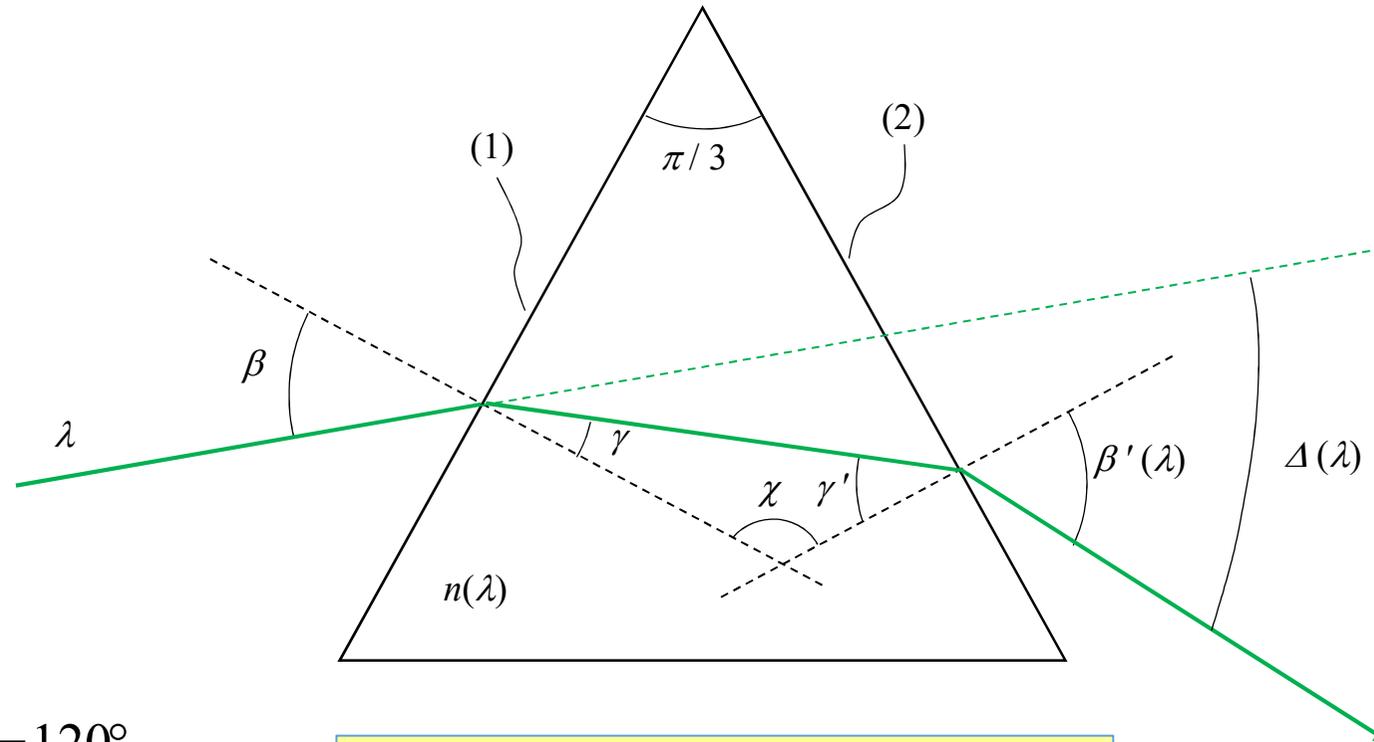
Angoli $\beta(\lambda)=\beta'(\lambda)$ e $\Delta(\lambda)$ (cammino del raggio simmetrico)



Commento

Adesso immaginiamo di conoscere l'indice di rifrazione del vetro del prisma e andiamo a vedere come cambia l'angolo di rifrazione β' e la deviazione angolare totale Δ in funzione dell'angolo d'incidenza in ingresso β .

Angoli $\beta'(\lambda)$ e $\Delta(\lambda)$ (cammino del raggio non simmetrico)



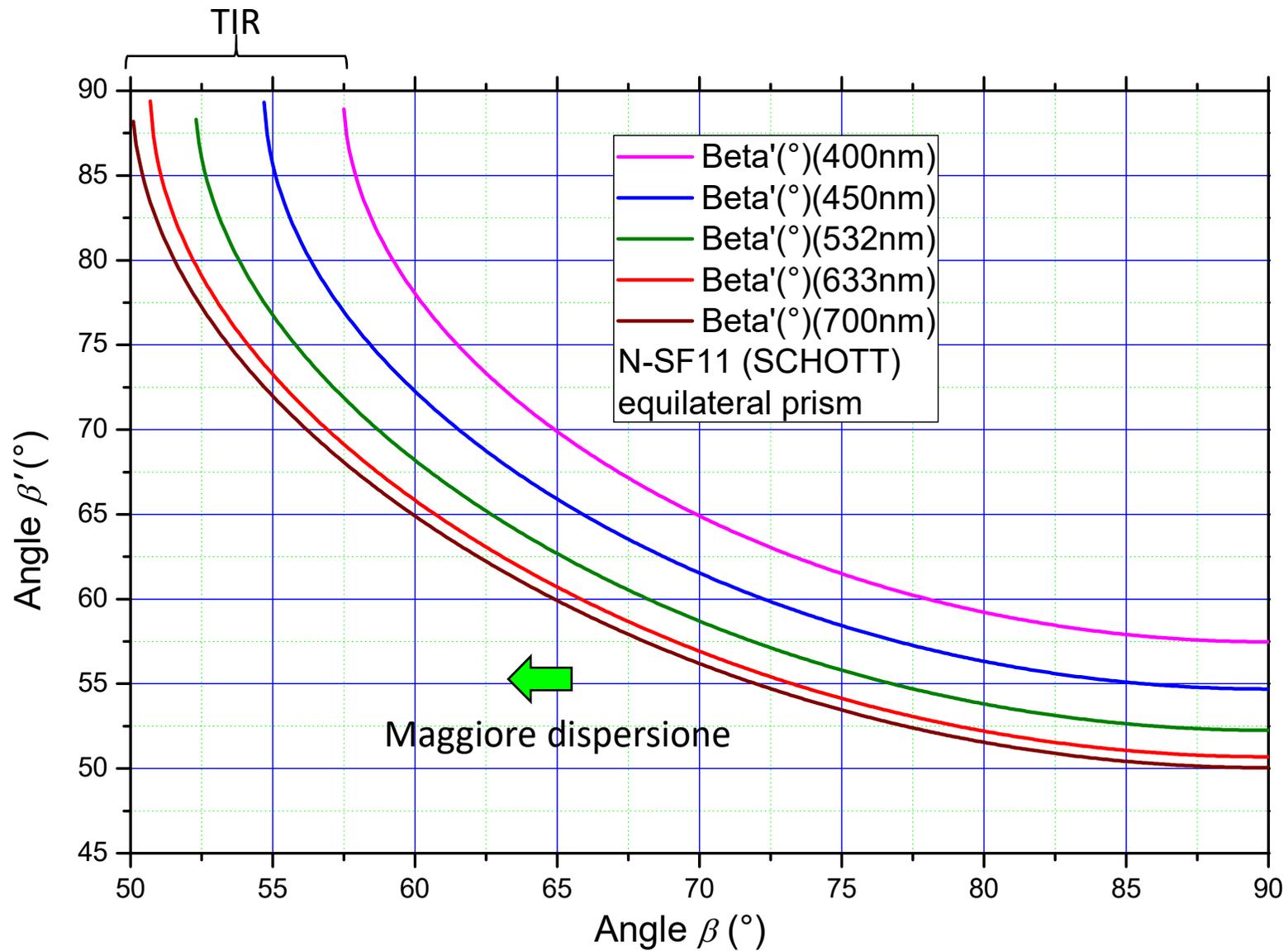
$$\chi = \frac{2}{3}\pi = 120^\circ$$

$$\gamma' = \frac{\pi}{3} - \gamma$$

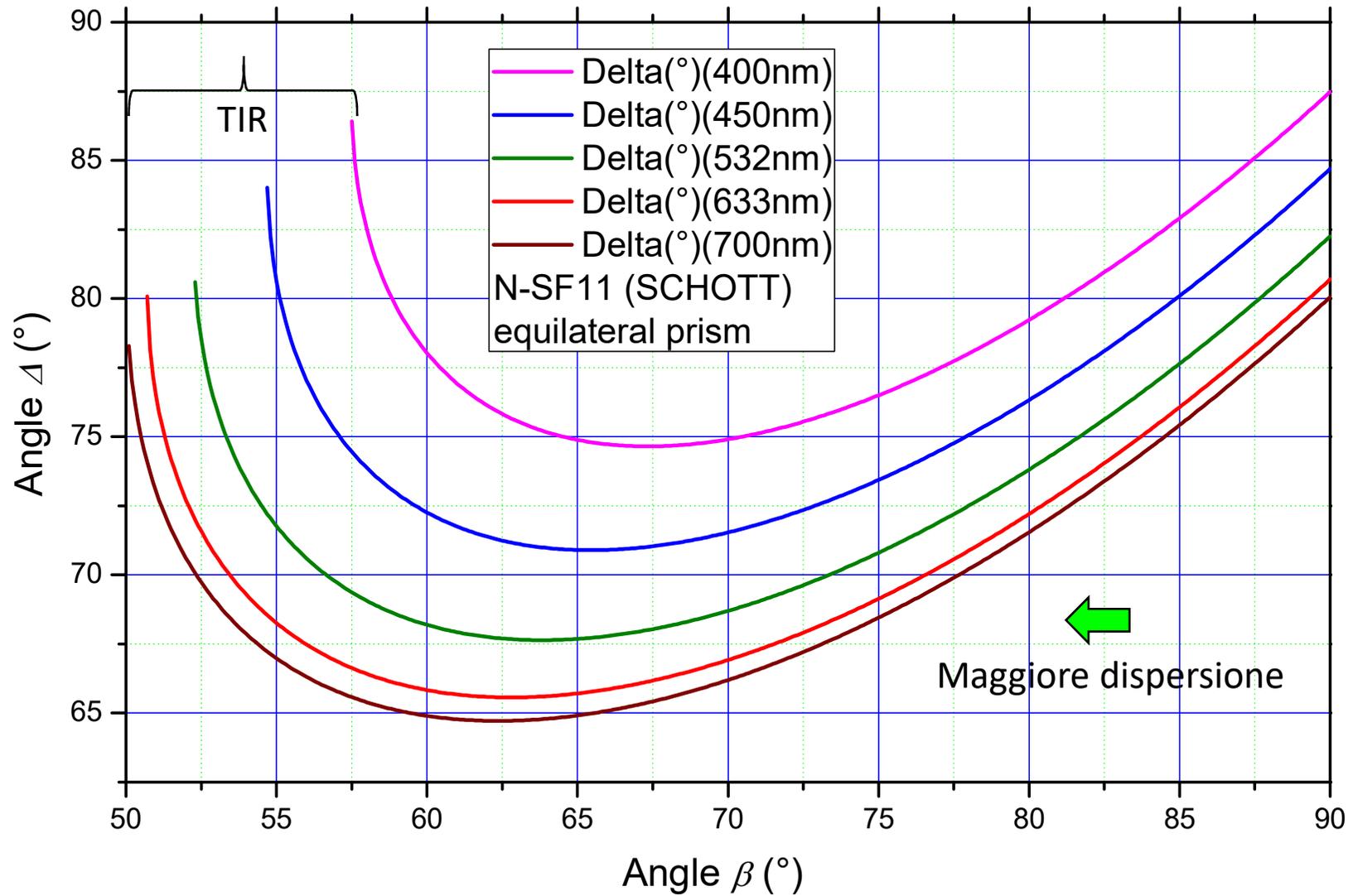
$$\beta'(\lambda) = \text{asin} \left\{ n(\lambda) \cdot \sin \left[\frac{\pi}{3} - \text{asin} \left(\frac{\sin \beta}{n(\lambda)} \right) \right] \right\}$$

$$\Delta(\lambda) = \beta - \frac{\pi}{3} + \text{asin} \left\{ n(\lambda) \cdot \sin \left[\frac{\pi}{3} - \text{asin} \left(\frac{\sin \beta}{n(\lambda)} \right) \right] \right\}$$

Angolo di rifrazione, $\beta'(\beta)$



Deviazione angolare, $\Delta(\beta)$



Commento

Dal grafico della deviazione angolare Δ vs. l'angolo d'incidenza β , si trova che la deviazione angolare è minima quando $\beta = \beta'$, cioè nelle condizioni in cui il cammino del raggio è simmetrico rispetto all'asse verticale. Come si vede, il valore minimo di Δ diminuisce all'aumentare della lunghezza d'onda.

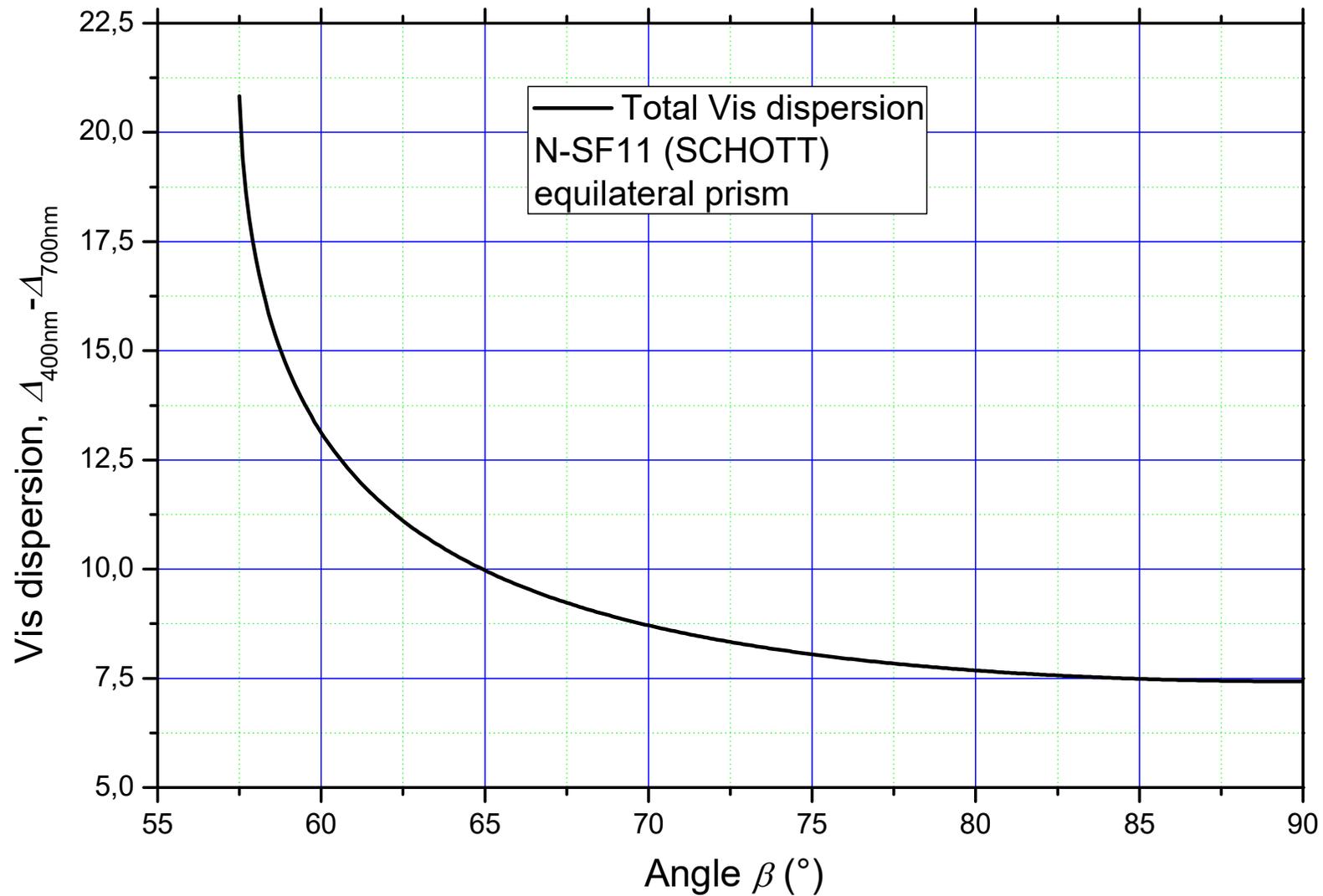
L'angolo d'incidenza β può essere aumentato fino a 90° , però presenta un limite inferiore che va dai 50° ai 57° circa, a seconda della lunghezza d'onda, dovuto al manifestarsi della riflessione interna totale (TIR) in corrispondenza della faccia (2) del prisma. Questo valore minimo per β diminuisce all'aumentare della lunghezza d'onda. Se vogliamo avere allora un fascetto rifratto per tutte le lunghezze d'onda del visibile (400-700nm), dobbiamo mantenere β al di sopra di circa 57° .

Mentre l'angolo di uscita β' cresce monotonamente al diminuire dell'angolo d'ingresso β , la deviazione angolare totale Δ presenta un minimo tra i 62° e i 67° circa, e raggiunge i valori massimi, superiori agli 80° , alle due estremità dell'intervallo angolare.

Dai grafici di β' e Δ , inoltre, si nota un altro aspetto importante dell'azione del prisma, e cioè che tutte le curve presentano la derivata massima, in termini assoluti, ai valori più bassi dell'angolo β , il che significa che a questi valori si ha la massima dispersione angolare delle lunghezze d'onda del Vis.

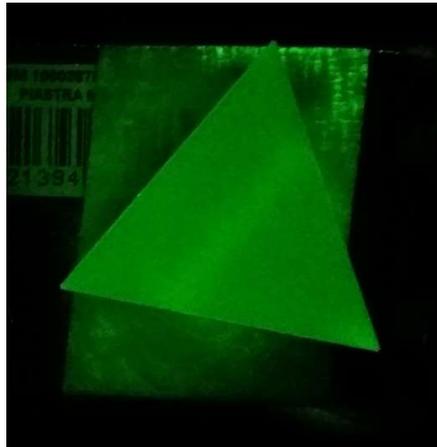
Il grafico seguente mostra la dispersione angolare totale nel Vis, che aumenta al diminuire di β e che raggiunge i 20° circa per $\beta \approx 57^\circ$.

Dispersione angolare totale nel Vis

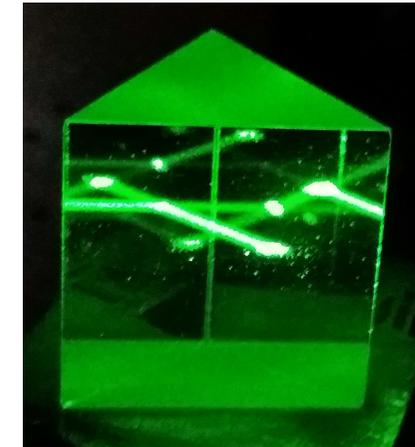
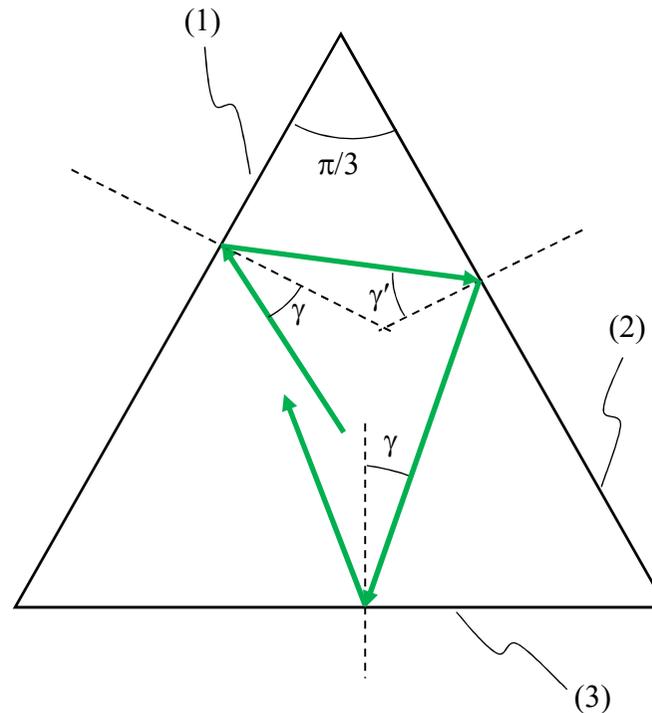


Effetti delle riflessioni interne (luce monocromatica)

Angoli d'incidenza sulle facce interne al prisma



N-SF11 (SCHOTT)
(No ARC)



N-SF11 (SCHOTT)
(No ARC)

Nel prisma equilatero ($\alpha=60^\circ$), considerando che l'angolo χ formato da due normali alle facce del prisma è uguale a 120° , gli angoli d'incidenza interni possono essere solo due e si alternano:

γ ;

$$\pi/3 - \gamma = \gamma';$$

$$\pi/3 - \gamma' = \pi/3 - (\pi/3 - \gamma) = \gamma;$$

$$\pi/3 - \gamma = \gamma';$$

...

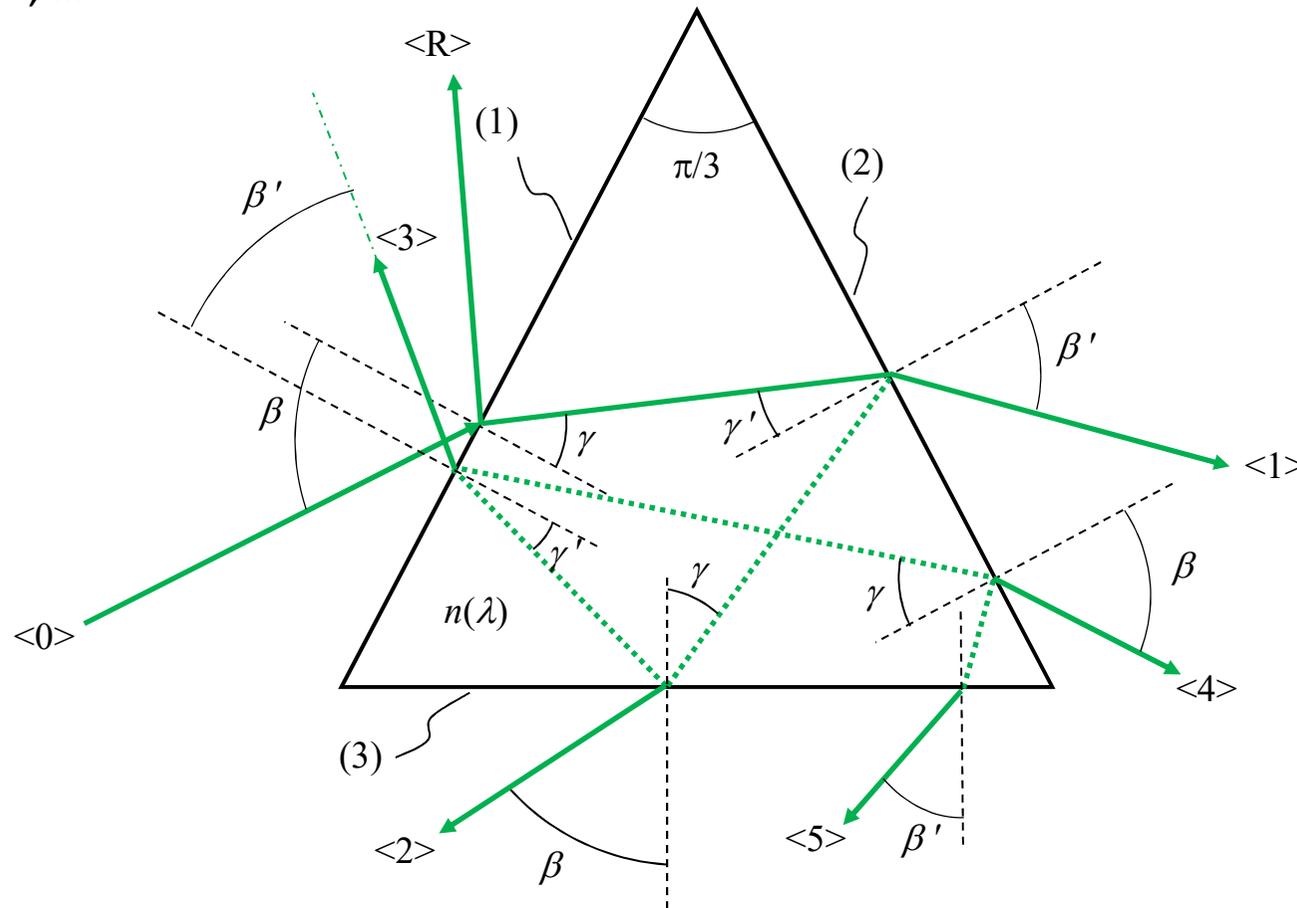
Commento

Consideriamo ora un raggio monocromatico che viaggia all'interno del prisma per effetto di multiple riflessioni. È facile vedere che, grazie alla geometria del prisma equilatero, se γ è l'angolo d'incidenza su una faccia, dopo una riflessione interna l'angolo d'incidenza successivo sarà $\gamma' = (60^\circ - \gamma)$, e quindi quello successivo ancora ritornerà ad essere γ . In sostanza, avremo che un raggio all'interno del prisma inciderà sulle sue facce soltanto a due angoli: γ e $\gamma' = (60^\circ - \gamma)$. Questo significa che, in corrispondenza ad ogni rifrazione esterna, il raggio rifratto presenterà un angolo di rifrazione a soli due valori, diciamo β e β' . Questo fatto non ha conseguenze particolari se lavoriamo in luce monocromatica, ma diventa essenziale quando lavoriamo in luce bianca, come vedremo in seguito.

Se il raggio monocromatico viaggia parallelo alle facce del prisma, allora avremo un solo angolo d'incidenza interno: $\gamma = \gamma'$ e di rifrazione esterno: $\beta = \beta'$. Questo è il caso di un raggio verde (532 nm) incidente in ingresso a $\beta = 63.8^\circ$.

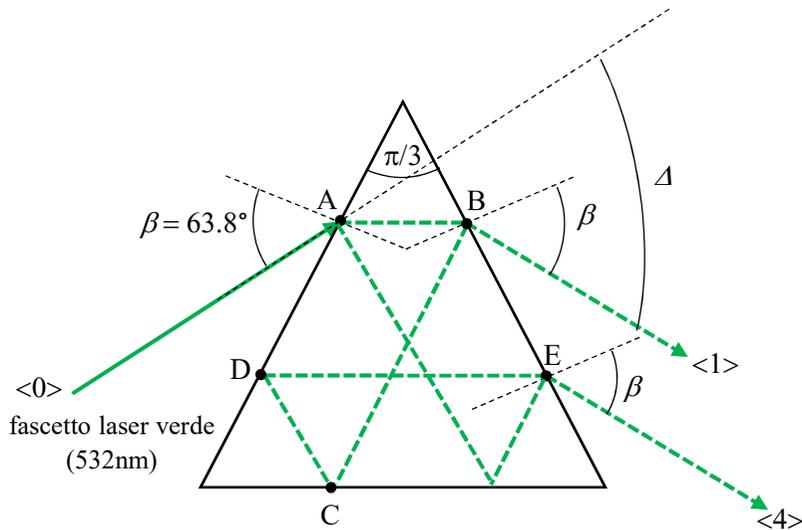
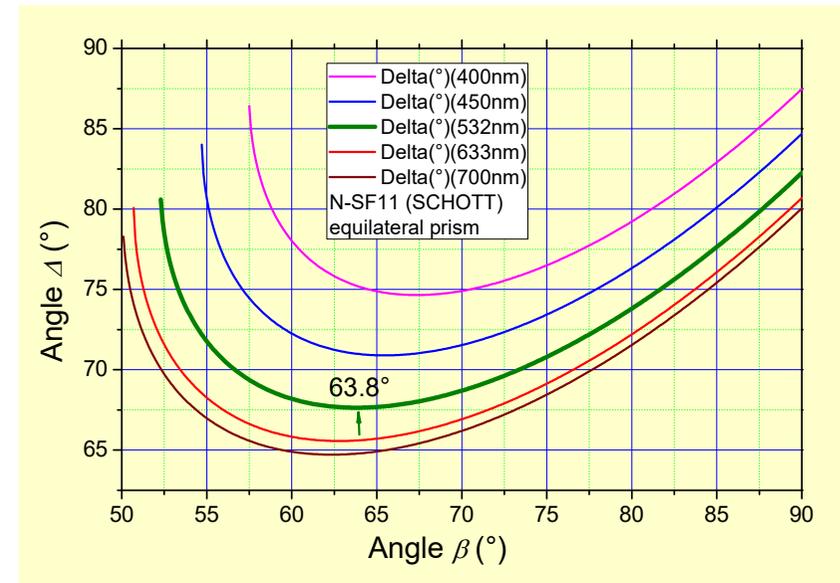
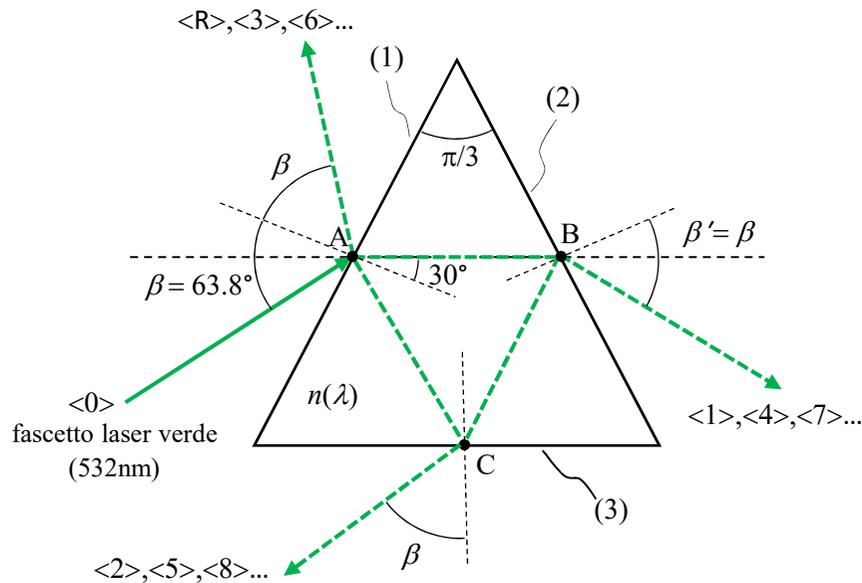
Angoli di rifrazione esterni al prisma

Questo significa che anche gli angoli di rifrazione esterni sono solo due e si alternano:
 $\beta; \beta'; \beta; \beta'; \dots$



Se però è posta la condizione: $\beta = \beta'$, allora tutti i raggi usciranno dal prisma allo stesso angolo ...

Fascetto verde ($\lambda = 532 \text{ nm}$) simmetrico



La condizione: $\beta = \beta' = 63.8^\circ$ corrisponde alla minima deviazione angolare Δ del primo fascetto rifratto, $\langle 1 \rangle$, rispetto al fascetto incidente $\langle 0 \rangle$.

Per $\lambda = 532 \text{ nm}$, abbiamo: $\beta = \beta' = 63.8^\circ$
(leggermente più alto dell'angolo di Brewster:
 $\beta_B = 60.9^\circ$).

Misure sperimentali in luce laser polarizzata

LEGENDA:

FA=Fan

LA=Laser

PS=Power Supply

BS=Beam Splitter

PO=Polarizer

IS=Integrating Sphere

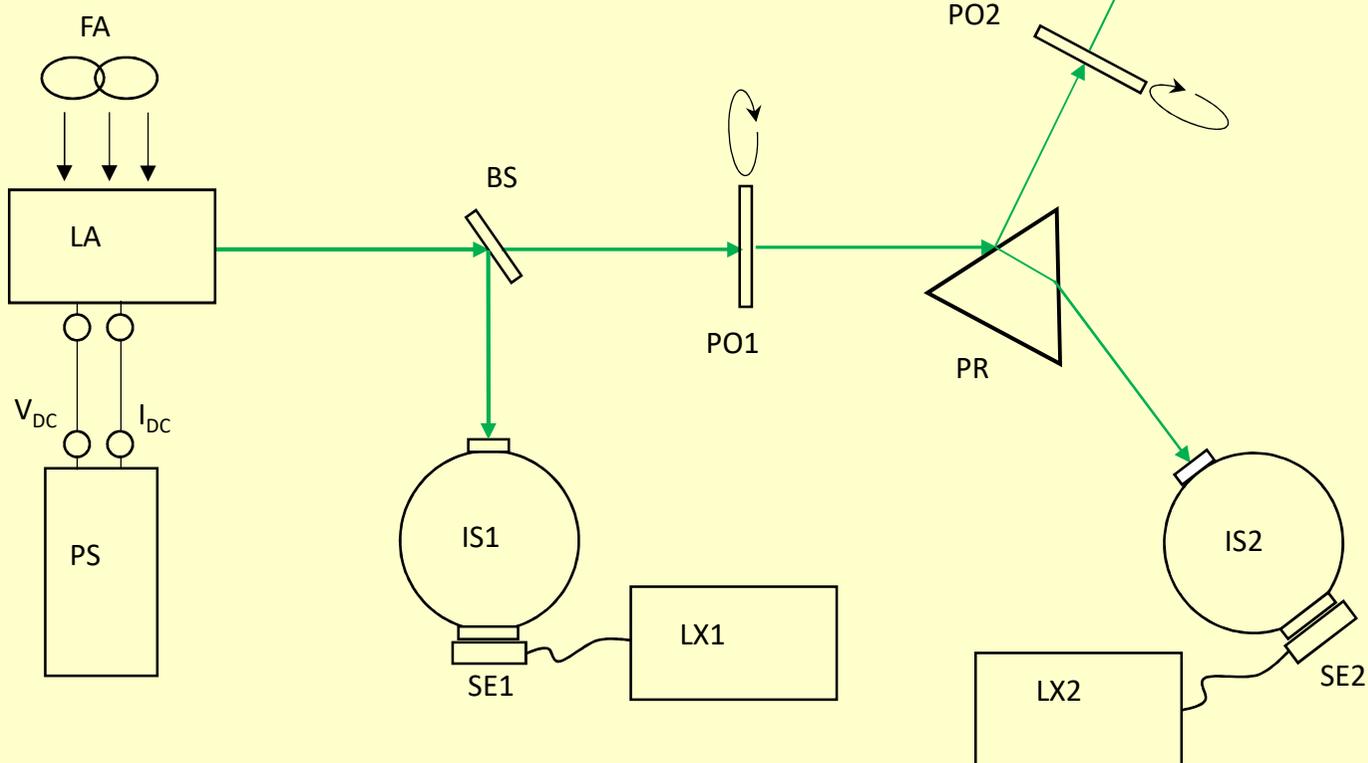
LX1=Luxmeter Lutron LM-8000

LX2=Luxmeter Lutron LX-1102

SE=Sensor

PR=Prism

SC=Screen



Laser: $P = 100\text{mW}$; $\lambda = 532\text{nm}$. PS: $V_{DC} = 2.7\text{V}$; $I_{DC} = 0.3\text{A}$.

L'intensità del fascetto laser è controllata da IS1+LX1. La misura dell'intensità del fascetto incidente sul prisma (emessa dal prisma) è fatta intercettando con IS2+LX2 la luce dopo PO1 (dopo PR). PO2 controlla la polarizzazione del fascetto emesso da PR, che è poi visualizzato su SC. Altri SC non sono mostrati.

Commento

Le misure sperimentali sono state svolte in luce laser verde ($\lambda = 532 \text{ nm}$). È stato usato un laser commerciale (LA) con potenza $P \approx 100 \text{ mW}$, dal quale è stata tolta la batteria ed è stato fatto un collegamento con un alimentatore dc esterno (PS). Le condizioni ottimali di alimentazione del laser, in termini di corrente e tensione, sono state trovate misurando la potenza luminosa in uscita, con un luxmetro collegato ad una sfera integrante, in funzione della tensione d'ingresso. I parametri ottimali sono stati: $V = 2.7 \text{ V}$, $I = 0.3 \text{ A}$. Il laser è stato raffreddato con una ventola (FA) per evitare un surriscaldamento ed è stato verificato che la potenza di uscita rimaneva molto stabile in queste condizioni. Una frazione ($\approx 10\%$) della luce incidente è stata riflessa da un "beam splitter" (BS) per essere monitorata, ed è stata misurata dal sistema comprendente la sfera integrante (IS1), il sensore (SE1) e il luxmetro (LX1) (LM-8000 della Lutron). Le due sfere integranti (IS1) e (IS2), del diametro di ... sono state da me fabbricate in casa e le modalità di fabbricazione si possono trovare nella Tesi di Edgar Bonfiglioli: "Sviluppo di metodi per la caratterizzazione ottica indoor di concentratori solari", Graduate Thesis in Physics and Astrophysics, Università degli Studi di Ferrara, A. A. 2007-2008, Ferrara, oppure nel volume di prossima pubblicazione: Advances in Optics: Reviews' Book Series, Vol. 1, Chapter ... : A. Parretta, "Optical Methods for the Characterization of PV Solar Concentrators".

Commento

Il fascetto trasmesso dal (BS) viene poi polarizzato dal polarizzatore (PO1), che è regolato in modo da trasmettere un fascio polarizzato “*p*” oppure “*s*” al prisma (PR). La misura dell’intensità di un fascetto uscente dal prisma è fatta mandando il fascetto sulla sfera integrante (IS2), collegata, attraverso il sensore (SE2), al luxmetro (LX2) (LX-1102 della Lutron). Trattandosi di luce monocromatica, le misure in lux sono proporzionali a quelle radiometriche, il che è sufficiente per avere le intensità dei fascetti in uscita relative a quella del fascetto in ingresso.

Per la misura dello stato di polarizzazione di un fascio uscente dal prisma, si può usare il polarizzatore (PO2) insieme allo schermo bianco (SC) e osservare visivamente l’andamento dell’intensità dello spot sullo schermo; in alternativa, si può interporre il (PO2) tra il prisma e la sfera integrante (IS2) e fare una misura quantitativa d’intensità luminosa.

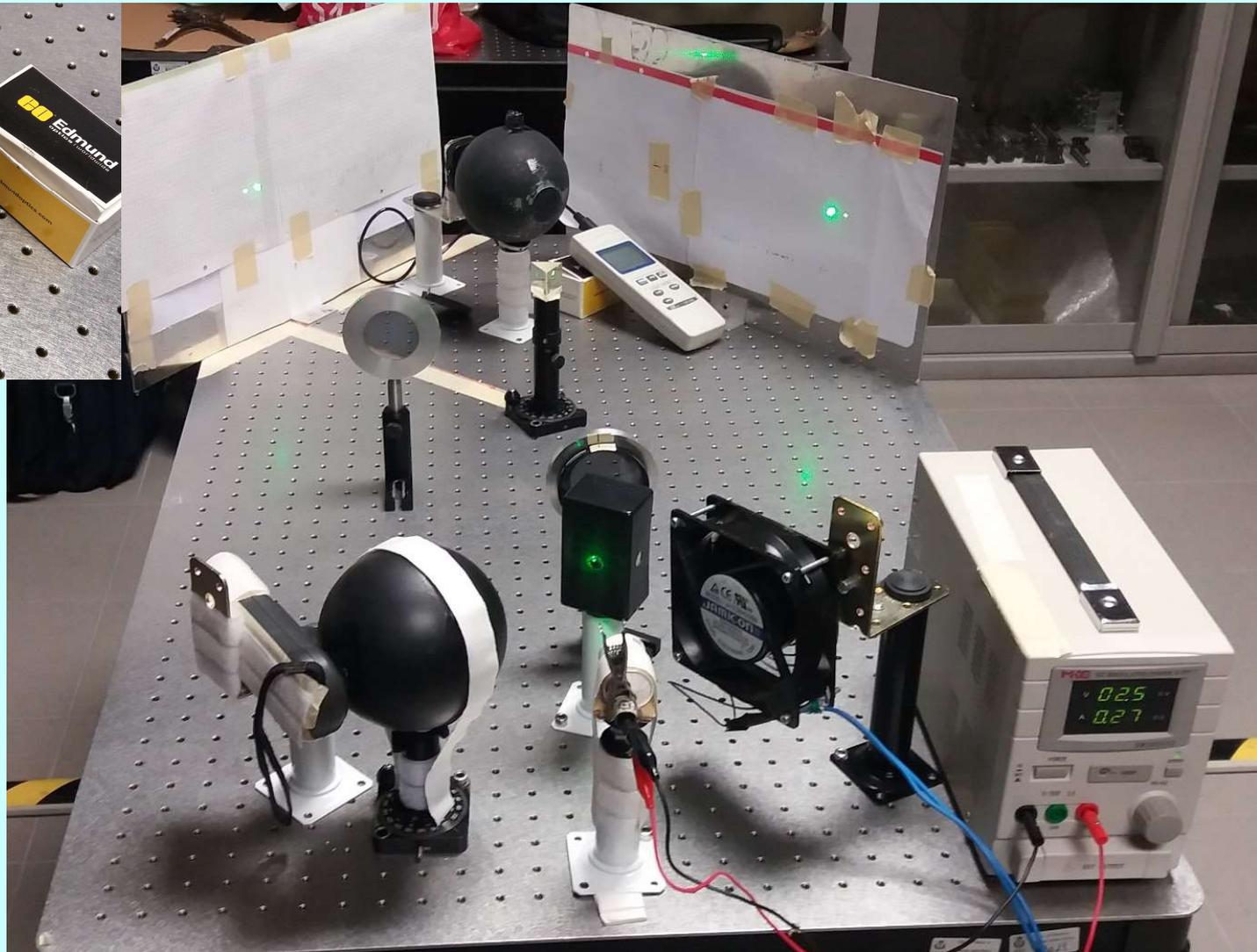
Nelle figure che seguono si possono osservare rispettivamente:

- i) Il prisma (PR) N-SF11 della Edmund.
- ii) Una vista d’insieme dell’apparato dalla parte della sorgente laser.
- iii) Vista d’insieme dell’apparato dalla parte del prisma.
- iv) Il particolare della misura dell’intensità del fascio laser polarizzato.
- v) Il particolare dei fascetti <R> e <3> proiettati sullo schermo di sinistra e dei fascetti <1> e <4> proiettati sullo schermo di destra in luce polarizzata “*s*”.

Misure sperimentali in luce laser polarizzata

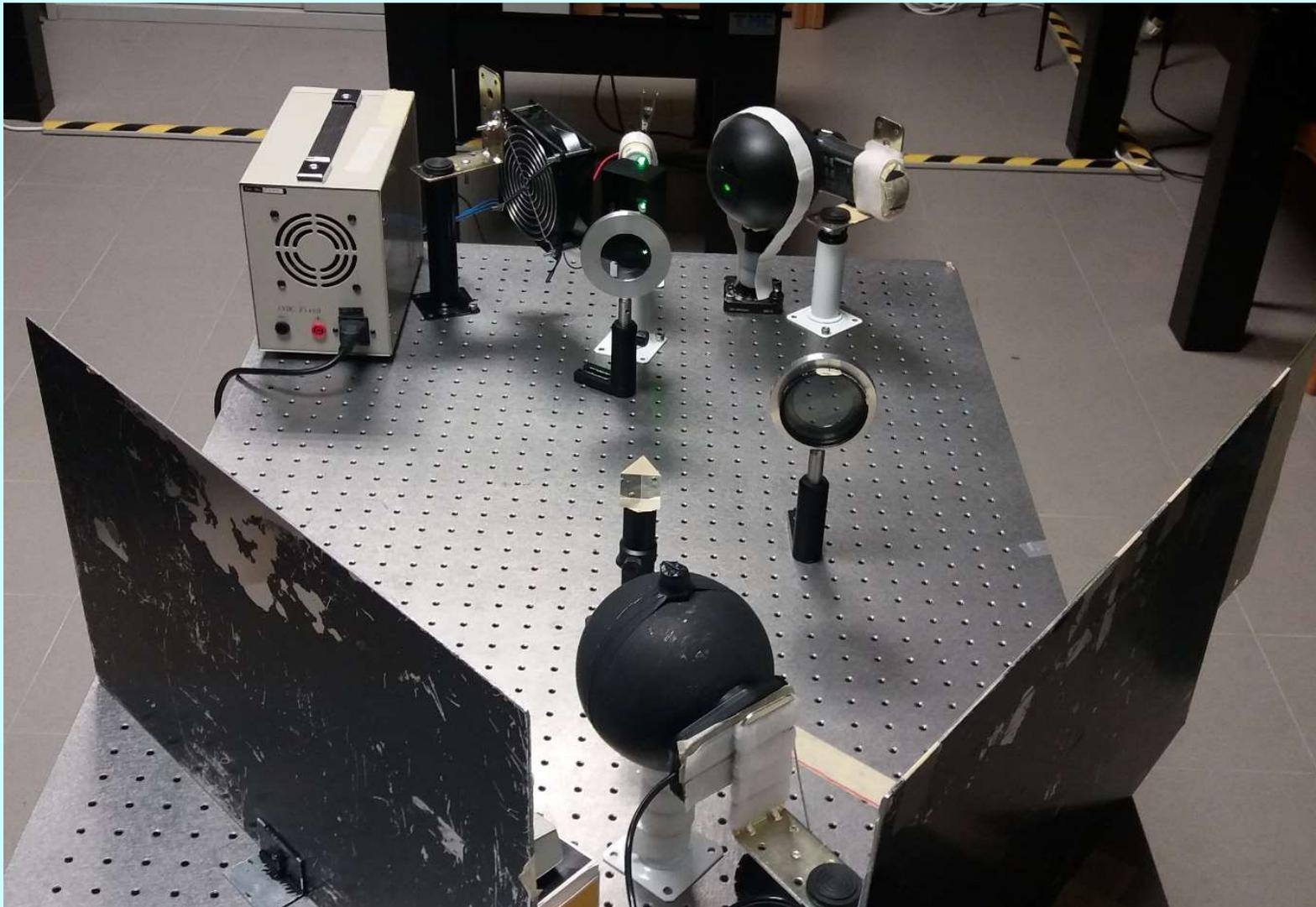


N-SF11 (SCHOTT)
(No ARC)

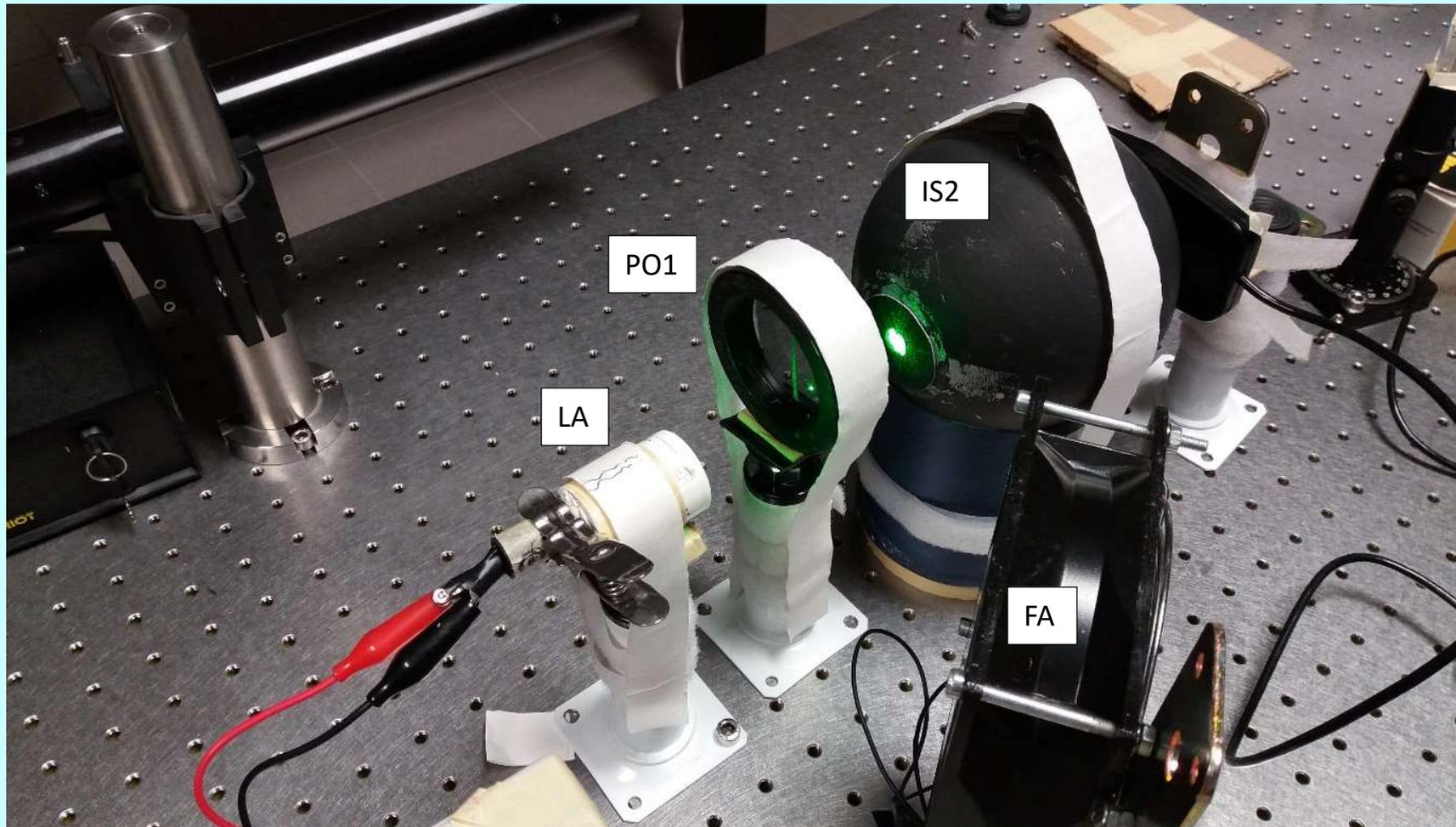


Trattandosi di luce monocromatica, le intensità relative dei vari fascetti possono essere misurate correttamente con un luxmetro.

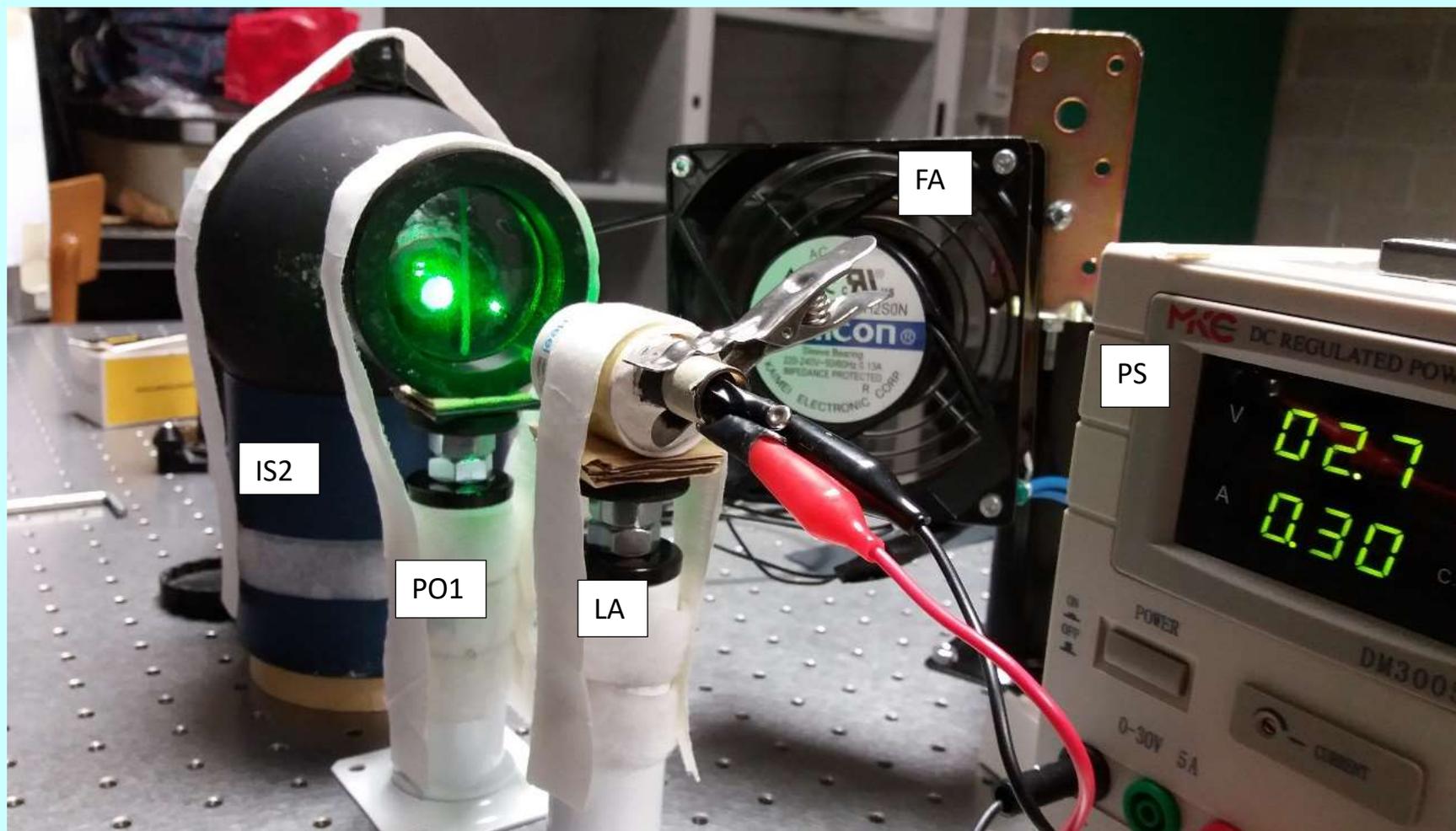
Misure sperimentali in luce laser polarizzata



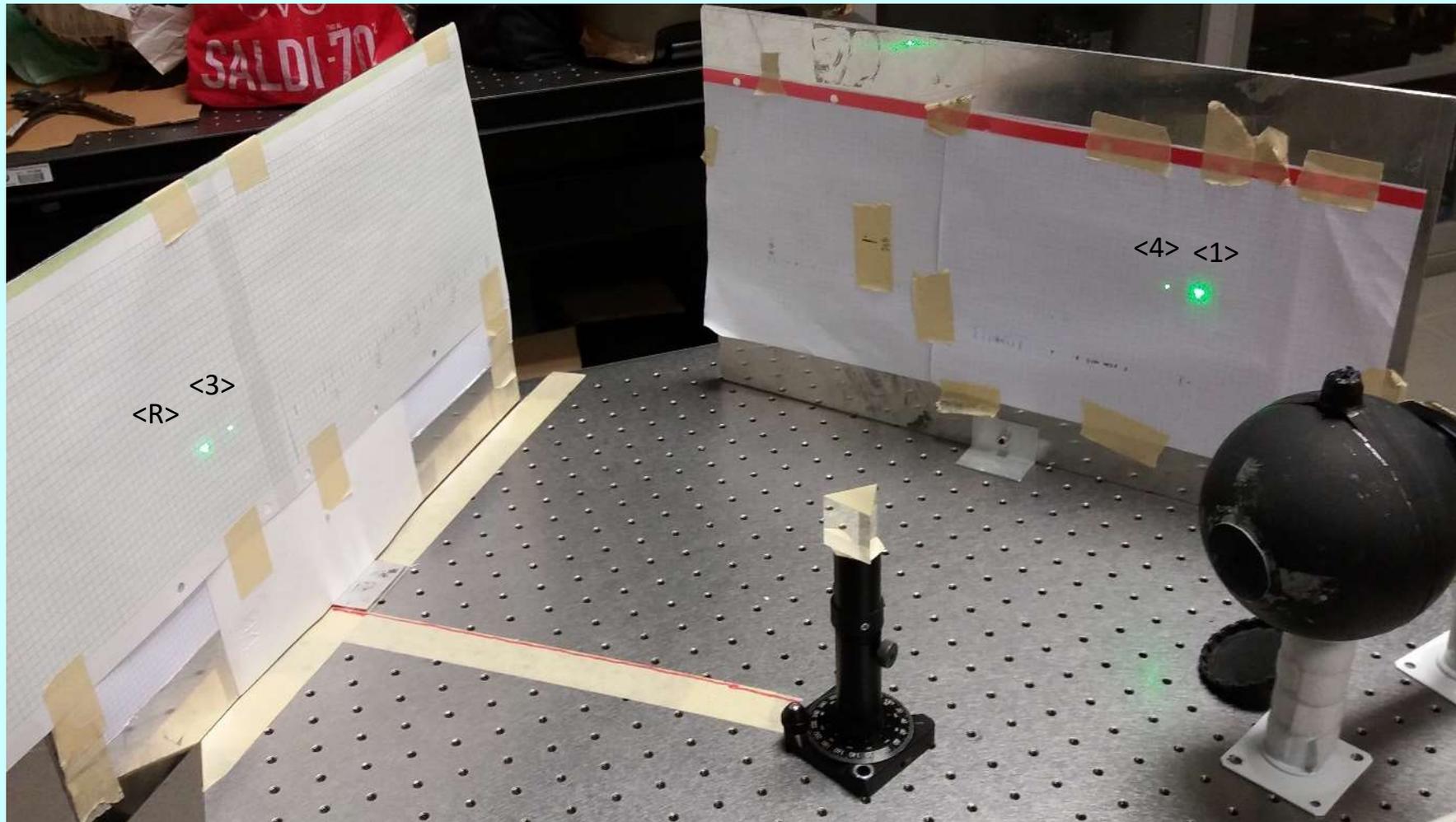
Misure sperimentali in luce laser polarizzata



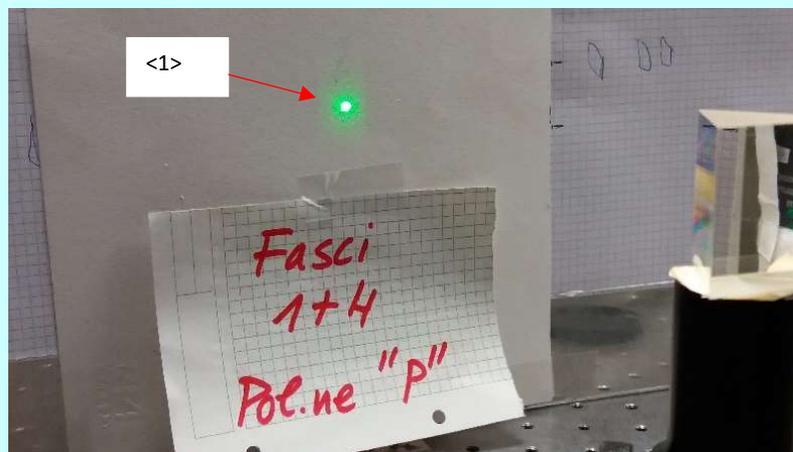
Misure sperimentali in luce laser polarizzata



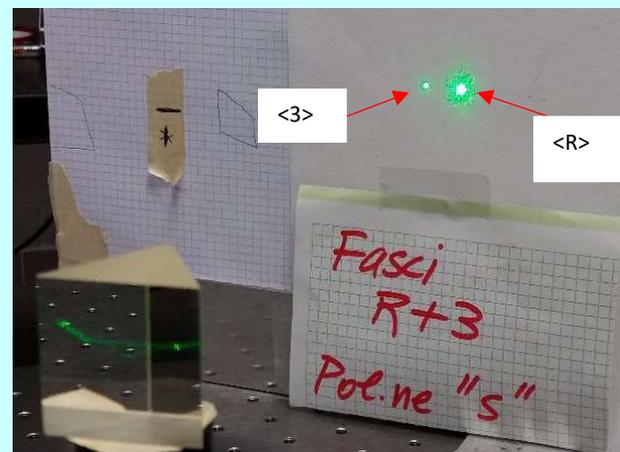
Misure sperimentali in luce laser polarizzata



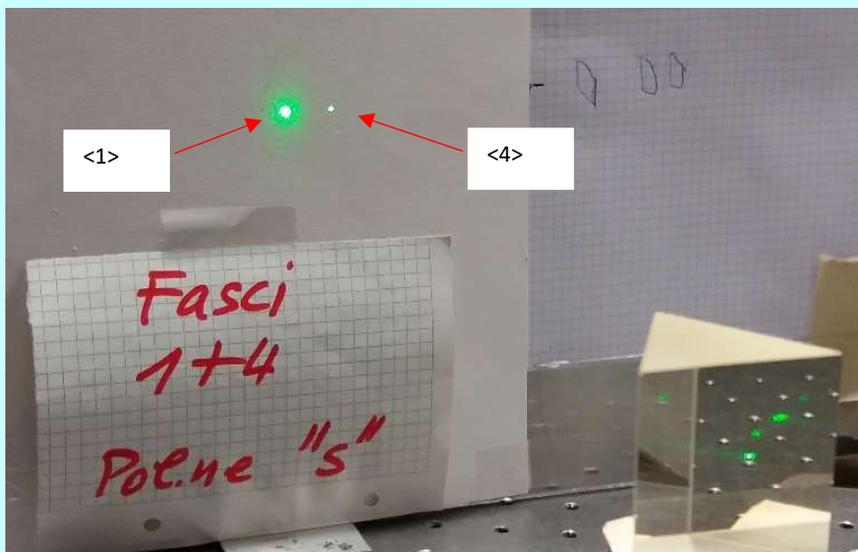
Misure sperimentali in luce laser polarizzata



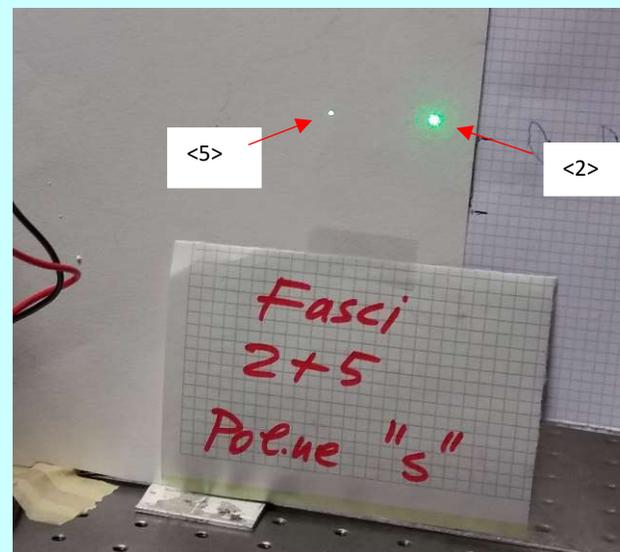
In polarizzazione "p", risulta ben visibile solo il fascetto <1>.



Per distinguere due fascetti sovrapposti, il prisma è ruotato leggermente dalla posizione corrispondente a $\beta=63.8^\circ$.



Per mettere in maggiore evidenza gli effetti delle riflessioni multiple all'interno del prisma, il prisma è stato scelto privo di antiriflesso. Questo permette di osservare agevolmente fino a 5 fascetti rifratti esternamente.



Calcolo delle intensità dei fascetti

Per il calcolo delle intensità sono state applicate le Equazioni di Fresnel:

$$\mathcal{R}_p = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} \quad \mathcal{T}_p = \frac{\sin(2\theta_i)\sin(2\theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)\cos^2(\theta_i - \theta_t)}$$

$$\mathcal{R}_s = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} \quad \mathcal{T}_s = \frac{\sin(2\theta_i)\sin(2\theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}$$

Dalle eq.ni di Fresnel osserviamo che tutte le componenti sono simmetriche rispetto agli angoli d'incidenza, cioè non cambiano se il passaggio avviene tra aria/vetro o vetro/aria.

Posto allora per l'intensità del fascetto incidente $I_o = 1$, l'intensità dei vari fascetti, riflessi o rifratti, diventa:

$$I_R^p = \mathcal{R}_p ; I_1^p = \mathcal{T}_p^2 ; I_2^p = \mathcal{R}_p \mathcal{T}_p^2 ; I_3^p = \mathcal{R}_p^2 \mathcal{T}_p^2 ; I_4^p = \mathcal{R}_p^3 \mathcal{T}_p^2 ; I_5^p = \mathcal{R}_p^4 \mathcal{T}_p^2 ; \dots$$

$$I_R^s = \mathcal{R}_s ; I_1^s = \mathcal{T}_s^2 ; I_2^s = \mathcal{R}_s \mathcal{T}_s^2 ; I_3^s = \mathcal{R}_s^2 \mathcal{T}_s^2 ; I_4^s = \mathcal{R}_s^3 \mathcal{T}_s^2 ; I_5^s = \mathcal{R}_s^4 \mathcal{T}_s^2 ; \dots$$

Per i fascetti rifratti possiamo allora scrivere la forma compatta:

$$I_n^p = \mathcal{R}_p^{n-1} \mathcal{T}_p^2 ; \quad I_n^s = \mathcal{R}_s^{n-1} \mathcal{T}_s^2$$

Essa va interpretata così: l'intensità del fascetto rifratto di ordine $\langle n \rangle$ ($n=1, 2, 3, \dots$) è il risultato di due trasmissioni, una verso l'interno del prisma e una verso l'esterno del prisma, che comportano un'attenuazione pari a \mathcal{T}^2 , e di un numero $(n-1)$ di riflessioni interne, ciascuna con attenuazione \mathcal{R} , che comportano un'attenuazione pari a \mathcal{R}^{n-1} .

Confronto tra intensità teoriche e intensità misurate

Fascetto	Pol.ne misurata	I(lx)	I _{sper} (%)	I _{teo} (%)		Pol.ne misurata	I(lx)	I _{sper} (%)	I _{teo} (%)
<0>	p	1218	100	100		s	1284	100	100
<R>+<3>	-	4.81(+)	0.5	0.2		-	424	33.3(+)	35.7
<R>	s	6	0.5	0.2		s	370	29	31.1
<3>	s	≈0	0	≈0		s	50.2	3.9	4.59
<0>	p	1112	100	100		s	1265	100	100
<1>+<4>	-	1100	≈100	99.6		-	594	47.2(+)	48.9
<1>	p	1100	≈100	99.6		s	602	47.9	47.5
<4>	s	≈0	0	≈0		s	15.3	1.2	1.43
<0>	p	1190	100	100		s	1250	100	100
<2>+<5>	-	2.6	0.2	0.2		-	161.4	12.9(+)	15.2
<2>	p	2.6	0.002	0.002		s	172	13.7	14.8
<5>	s	≈0	0	≈0		s	5.6	0.45	0.445
<0>	p	1210	100	100		s	1256	100	100

I valori teorici dell'intensità dei vari fascetti sono riportati in Tabella. L'accordo con i valori sperimentali è molto buono, pur avendo lavorato con un controllo non ottimale del fascio incidente.

Essendo che la luce polarizzata "p" è indipendente da quella polarizzata "s", non si dovrebbero trovare fascetti polarizzati "s" quando il fascetto incidente è polarizzato "p". Le anomalie riscontrate nella seconda colonna sono dovute semplicemente ad un leggero disallineamento tra l'asse del polarizzatore e il prisma.

Commento

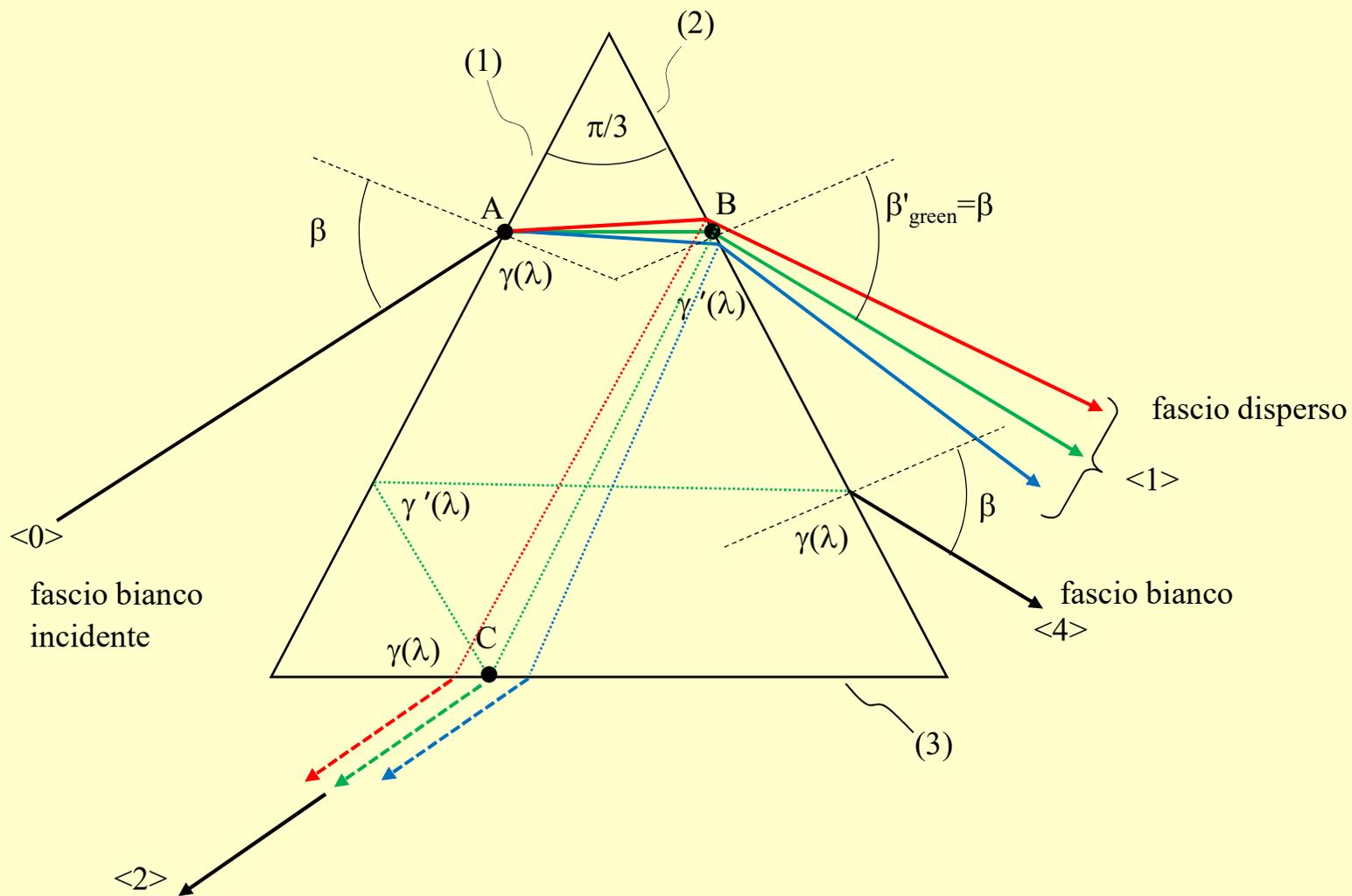
Le misure sperimentali in luce monocromatica verde (532nm) sono state fatte impostando un angolo d'ingresso prossimo a 63.8° , quello che corrisponde ad un cammino simmetrico del raggio all'interno del prisma. L'intensità sperimentale, in lux, dei vari fascetti è riportata nella tabella precedente per i due stati di polarizzazione, "p" ed "s", del fascetto incidente.

I valori d'intensità sono stati poi tradotti in (%) rispetto all'intensità del fascetto incidente. I valori d'intensità di poche unità, soprattutto quelle relative ad una polarizzazione anomala, sono state poste a zero.

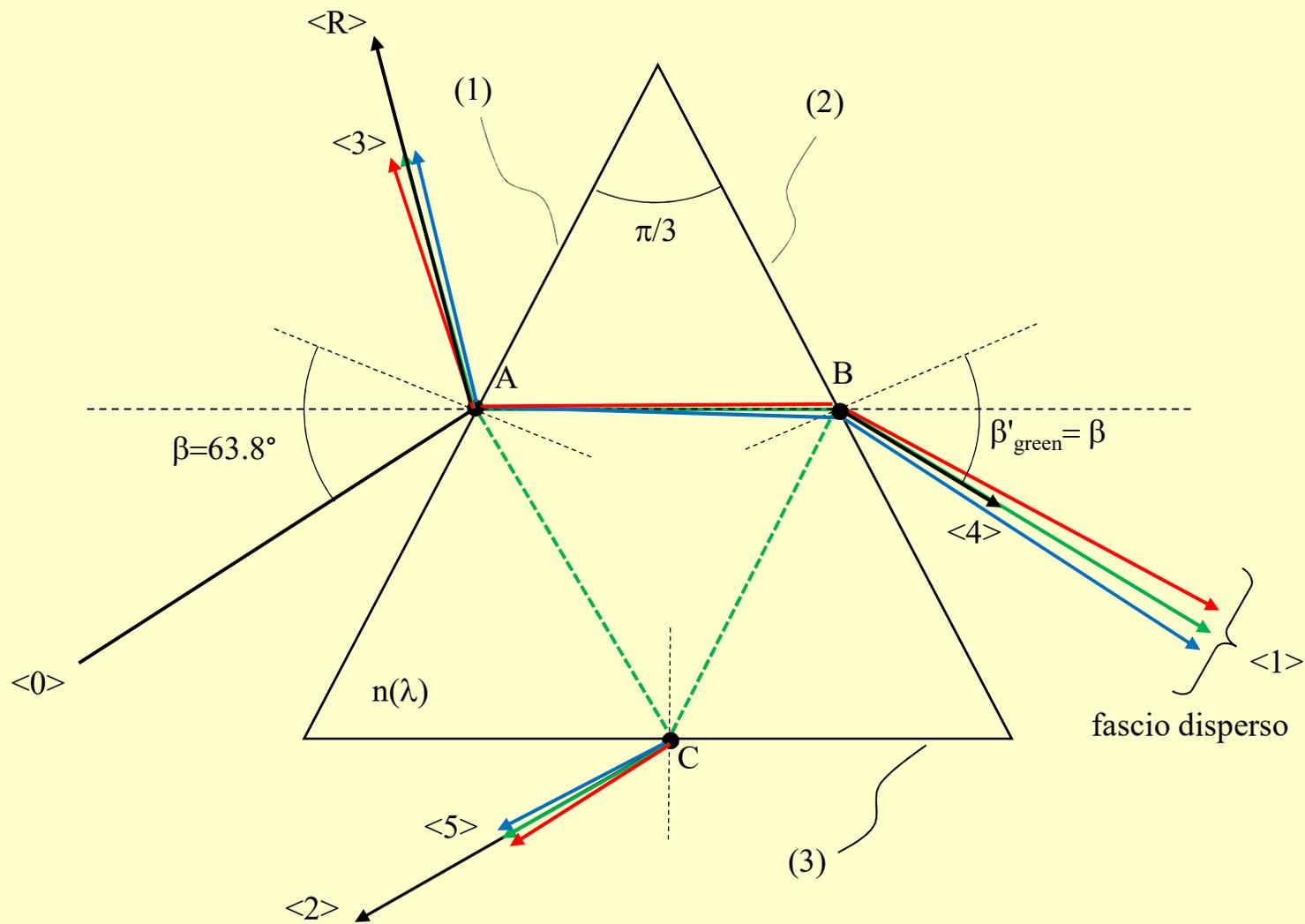
La Tabella mostra che, in polarizzazione "p", l'unico fascetto uscente dal prisma è quello rifratto <1>, con polarizzazione "p" (le due polarizzazioni sono indipendenti se l'allineamento tra polarizzatore e prisma è fatto correttamente); tutti gli altri fascetti sono trascurabili. In polarizzazione "s", invece, tutti i fascetti uscenti dal prisma sono polarizzati "s", come è giusto che sia, e la loro intensità è misurabile per i fascetti da <1> a <5>.

Effetti delle riflessioni interne (luce bianca)

Comportamento in luce bianca



Comportamento in luce bianca



Commento

Per effetto dell'alternarsi di due soli valori per l'angolo di rifrazione interno al prisma, l'angolo d'incidenza interno successivo ad una riflessione su una faccia coincide con l'angolo di riflessione interno sulla faccia precedente.

Di conseguenza, l'angolo di rifrazione esterno ad una faccia coincide con l'angolo di rifrazione esterno alla faccia intercettata dal fascetto prima dell'ultima riflessione interna. Questo significa che, se il prisma è illuminato sulla faccia (1) con un fascetto parallelo di luce "bianca", dopo una prima riflessione interna sulla faccia (2), gli angoli d'incidenza sulla faccia successiva (3) saranno gli stessi angoli con cui si dipartono i raggi dalla faccia (1), ovvero, gli stessi angoli di rifrazione interna del fascio bianco incidente. Di conseguenza, la rifrazione esterna sulla faccia (3) darà come risultato un angolo uguale per tutte le lunghezze d'onda, ovvero un fascetto bianco.

Lo stesso ragionamento si può fare per tutte le altre riflessioni interne, e quindi i fascetti uscenti dalle facce del prisma saranno, alternativamente, "dispersi" e "bianchi". Inoltre, la divergenza angolare dei fascetti "dispersi" rimane perfettamente invariata, ma non il loro spettro, che cambia sensibilmente insieme a quello dei fascetti "bianchi", soprattutto in polarizzazione "p" a partire dal fascetto <2> (vedi in seguito).

Analisi spettrale dei fascetti uscenti dal prisma

Manteniamo le condizioni precedenti per l'angolo d'incidenza del fascio in ingresso, uguale a 63.82° , che comporta un angolo di rifrazione interna sempre uguale a 30° per la luce verde a 532nm .

Trattandosi ora di luce non monocromatica, l'angolo di trasmissione alla prima rifrazione, $\theta_{t0}(\lambda)$, per $\lambda \neq 532\text{nm}$ sarà diverso dall'angolo d'incidenza alla seconda rifrazione, $\theta_{i1}(\lambda) = 60^\circ - \theta_{t0}(\lambda)$, quindi, nel caso di polarizzazione "p", dobbiamo distinguere la componente \mathcal{T}_p alla prima rifrazione, \mathcal{T}_{p0} , da quella alla seconda rifrazione, \mathcal{T}_{p1} ; nelle successive rifrazioni, le componenti \mathcal{T}_p torneranno a essere uguali a quelle relative a due rifrazioni precedenti, cioè: $\mathcal{T}_{p2} = \mathcal{T}_{p0}$; $\mathcal{T}_{p3} = \mathcal{T}_{p1}$; $\mathcal{T}_{p4} = \mathcal{T}_{p0}$; $\mathcal{T}_{p5} = \mathcal{T}_{p1}$; ... Avremo allora, nel caso di polarizzazione "p" (Equazioni simili valgono per la polarizzazione "s"):

$$I_R^p(\lambda) = I_0^p(\lambda) \mathcal{R}_{p0}[(\theta_{i0}, \theta_{t0}(\lambda))];$$

$$I_1^p(\lambda) = I_0^p(\lambda) \mathcal{T}_{p0}[(\theta_{i0}, \theta_{t0}(\lambda))] \mathcal{T}_{p1}[\theta_{i1}(\lambda), \theta_{t1}(\lambda)];$$

$$I_2^p(\lambda) = I_0^p(\lambda) \mathcal{R}_{p1}[(\theta_{i1}(\lambda), \theta_{t1}(\lambda))] [\mathcal{T}_{p0}(\theta_{i0}, \theta_{t0}(\lambda))]^2;$$

$$I_3^p(\lambda) = I_0^p(\lambda) \cdot \mathcal{R}_{p1}[(\theta_{i1}(\lambda), \theta_{t1}(\lambda))] \cdot \mathcal{R}_{p2}[(\theta_{i0}(\lambda), \theta_{t0}(\lambda))] \cdot \mathcal{T}_{p0}[(\theta_{i0}, \theta_{t0}(\lambda))] \cdot [\mathcal{T}_{p1}(\theta_{i1}(\lambda), \theta_{t1}(\lambda))];$$

$$I_4^p(\lambda) = I_0^p(\lambda) \cdot \mathcal{R}_{p1}[(\theta_{i1}(\lambda), \theta_{t1}(\lambda))]^2 \cdot \mathcal{R}_{p2}[(\theta_{i0}(\lambda), \theta_{t0}(\lambda))] \cdot \mathcal{T}_{p0}[(\theta_{i0}, \theta_{t0}(\lambda))]^2;$$

$$I_5^p(\lambda) = I_0^p(\lambda) \cdot \mathcal{R}_{p1}[(\theta_{i1}(\lambda), \theta_{t1}(\lambda))]^2 \cdot \mathcal{R}_{p0}[(\theta_{i0}(\lambda), \theta_{t0}(\lambda))]^2 \cdot \mathcal{T}_{p0}[(\theta_{i0}(\lambda), \theta_{t0}(\lambda))] \cdot \mathcal{T}_{p1}[(\theta_{i1}(\lambda), \theta_{t1}(\lambda))];$$

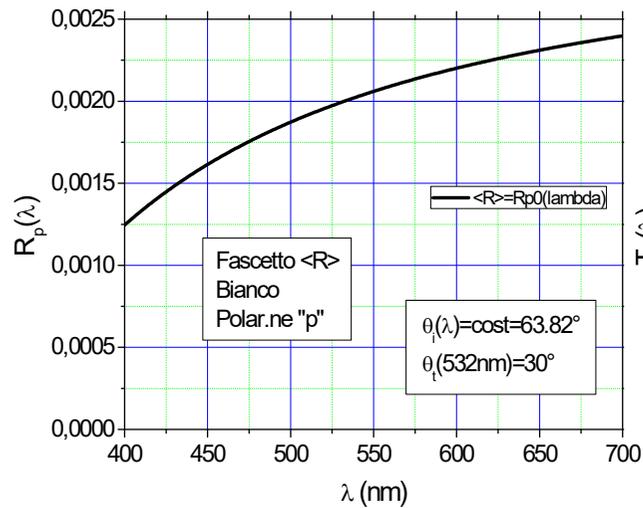
...

$$\theta_{i0} = \text{cost} = \text{asin}[n(532\text{nm}) * 0.5]; \theta_{t0}(\lambda) = \text{asin}[\sin(\theta_{i0})/n(\lambda)];$$

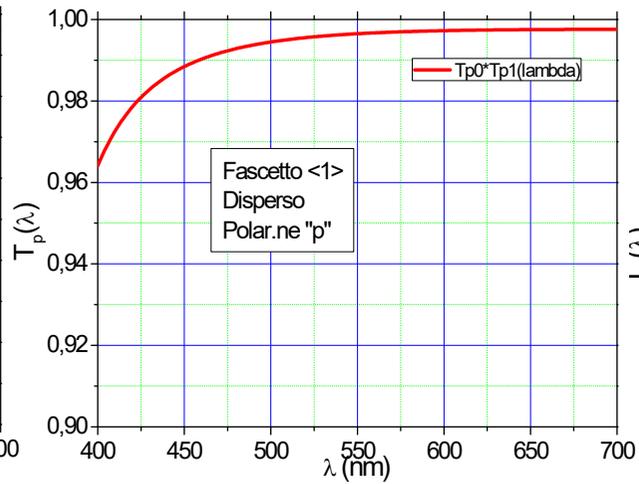
$$\theta_{i1}(\lambda) = 60^\circ - \theta_{t0}(\lambda); \quad \theta_{t1}(\lambda) = \text{asin}[\sin(\theta_{i1}(\lambda)) * n(\quad)]$$

Quando il fascetto in ingresso non è polarizzato, si tratta allora di partire dalle componenti già trovate di riflettività e trasmissività di tipo "p" ed "s" e farne una media.

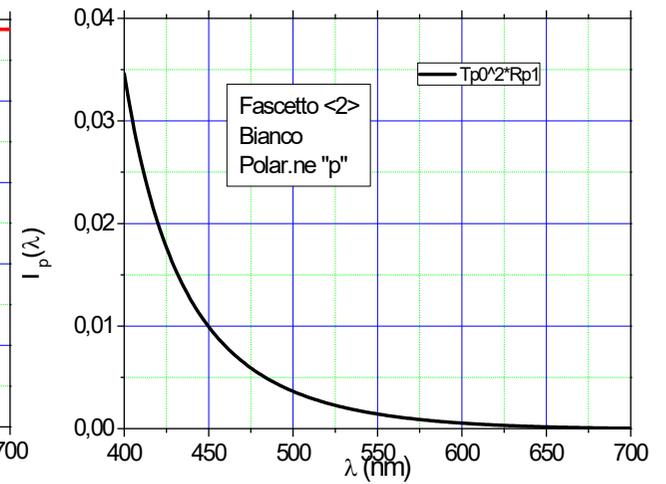
Analisi spettrale dei fascetti uscenti dal prisma (*) (Polarizzazione "p")



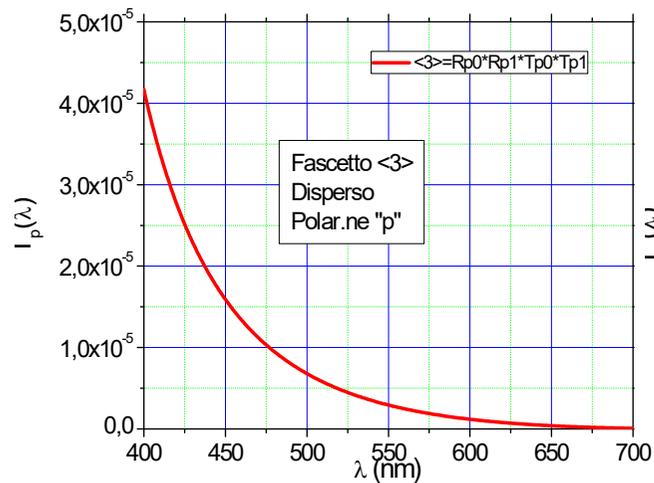
<R>



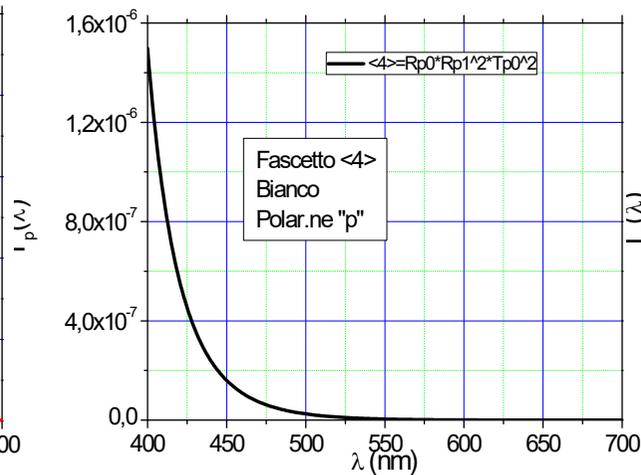
<1>



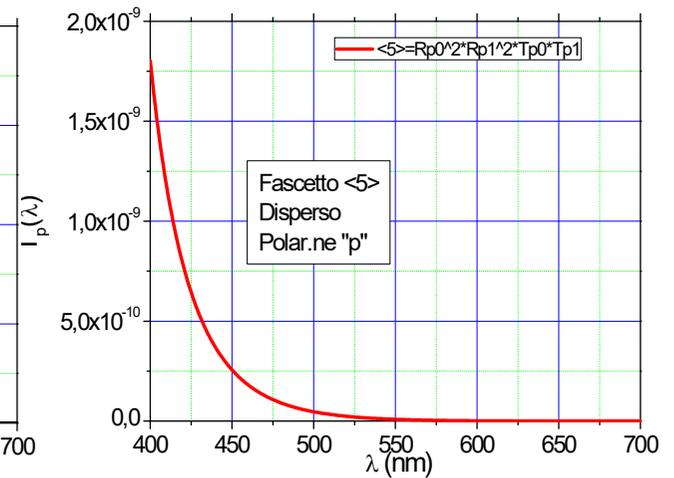
<2>



<3>



<4>



<5>

(*) I fascetti dispersi sono indicati in rosso.

Commento (Polarizzazione "p")

Il fascetto riflesso subisce un'attenuazione relativa alle basse lunghezze d'onda che è massima ($\approx 50\%$) a 400 nm e poi si riduce via via all'aumentare di λ .

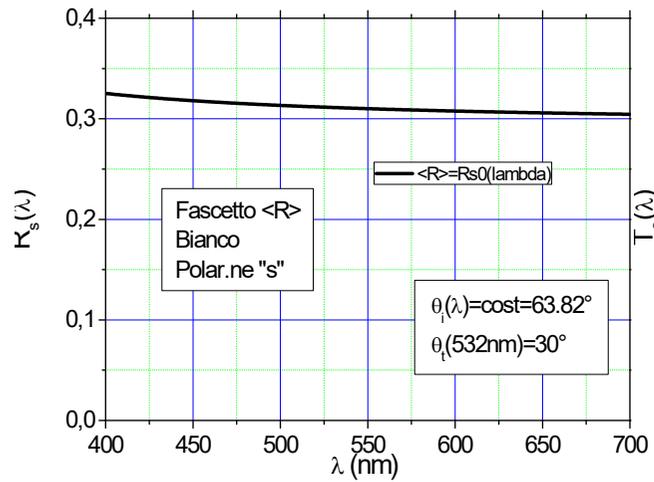
Lo spettro della luce riflessa "p" è quindi molto diverso da quello della luce incidente.

Il primo fascetto rifratto, <1>, invece, mantiene praticamente lo stesso spettro del fascetto incidente, anche se presenta una lieve attenuazione che diminuisce all'aumentare della lunghezza d'onda fino ad un valore minimo dello 0.23%.

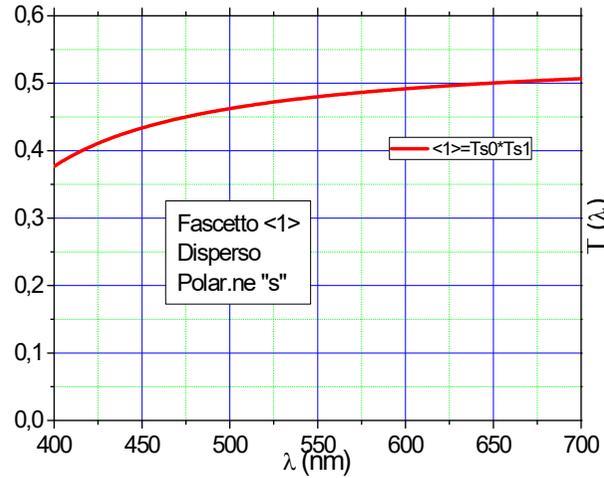
Lo spettro del secondo fascetto rifratto, non disperso, <2>, è fortemente diverso da quello incidente, con un'attenuazione che aumenta all'aumentare della lunghezza d'onda; praticamente è presente soltanto la componente violetto-blu dello spettro e la componente rossa è azzerata.

I fascetti <3>, <4> e <5> sono molto simili da un punto di vista spettrale al fascetto <2>, ma sono d'intensità trascurabile.

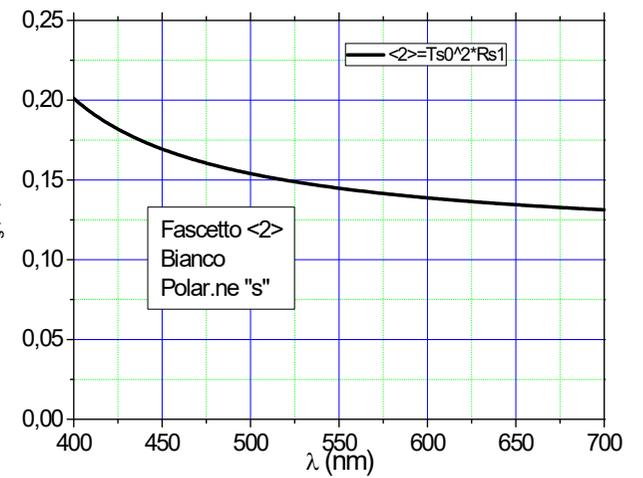
Analisi spettrale dei fascetti uscenti dal prisma (Polarizzazione "s")



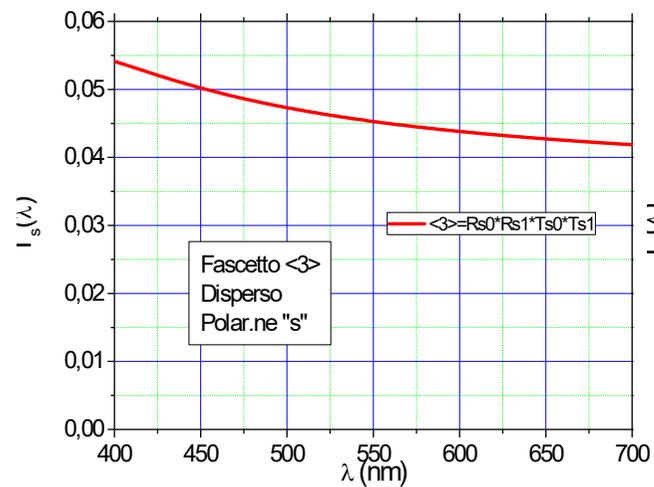
<R>



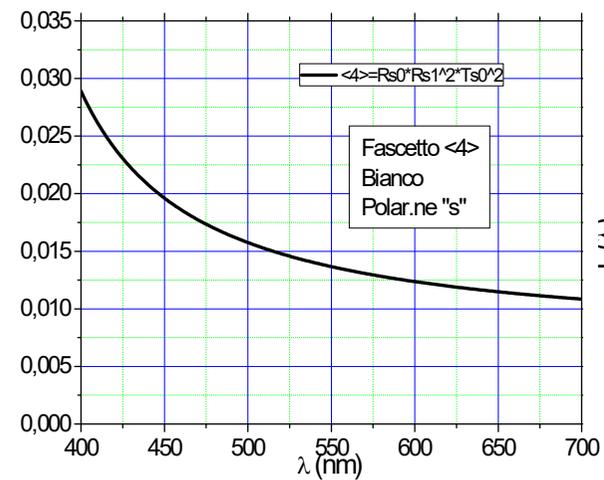
<1>



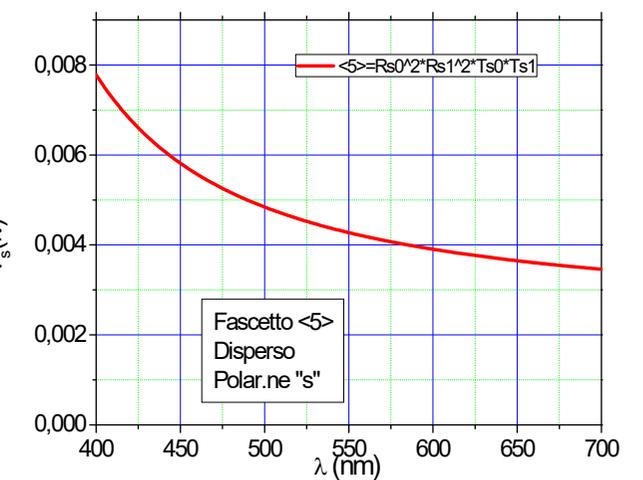
<2>



<3>



<4>



<5>

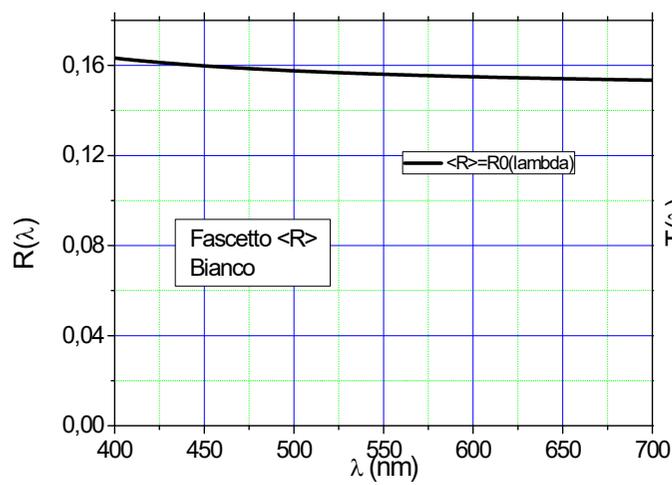
Commento (Polarizzazione "s")

La riflettività "s" del prisma è intorno a 0.3 e abbastanza piatta, e quindi lo spettro del fascetto <R> è simile a quello d'ingresso.

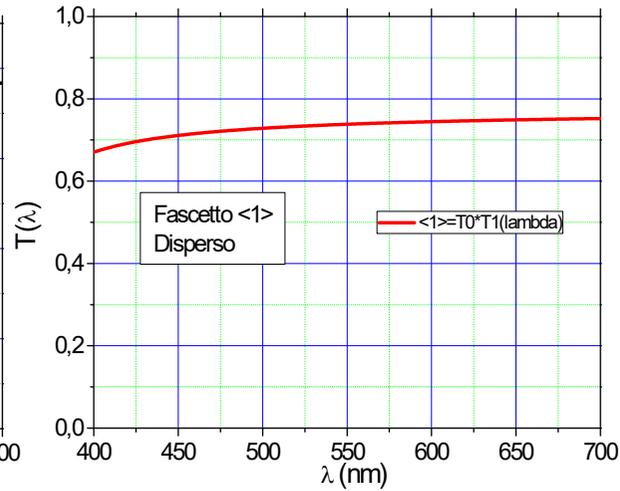
La trasmittività "s" del fascetto <1> mostra un andamento relativamente piatto con un leggero aumento all'aumentare di λ , e quindi lo spettro del fascetto <1> è abbastanza simile a quello d'ingresso.

Analogamente alla polarizzazione "p", con la polarizzazione "s" i fascetti da <2> a <5> mostrano un andamento decrescente della trasmittività con la lunghezza d'onda, ma molto meno accentuato che nel caso "p"; inoltre, la loro intensità è decisamente più alta dei corrispondenti fascetti polarizzati "p".

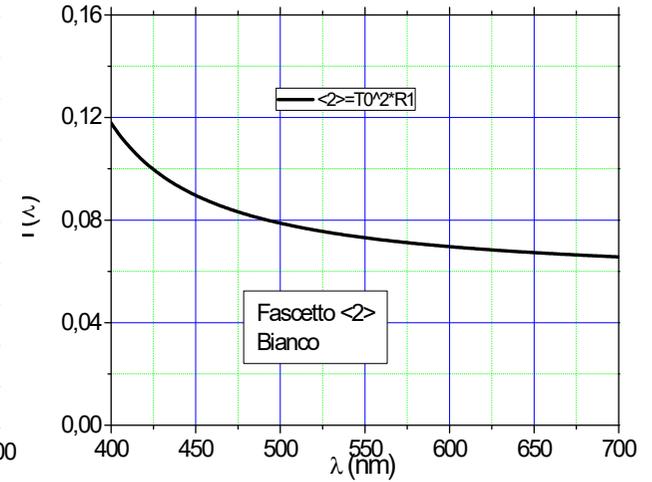
Analisi spettrale dei fascetti uscenti dal prisma (Nessuna polarizzazione)



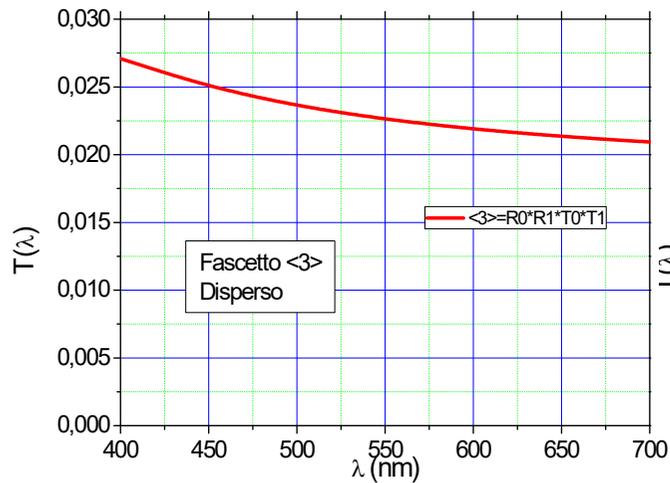
<R>



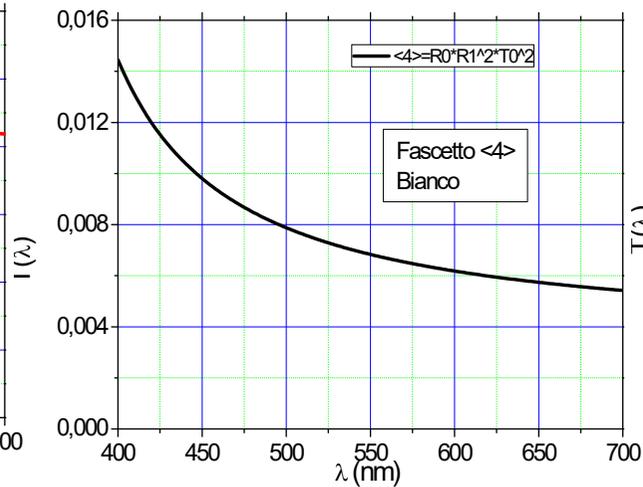
<1>



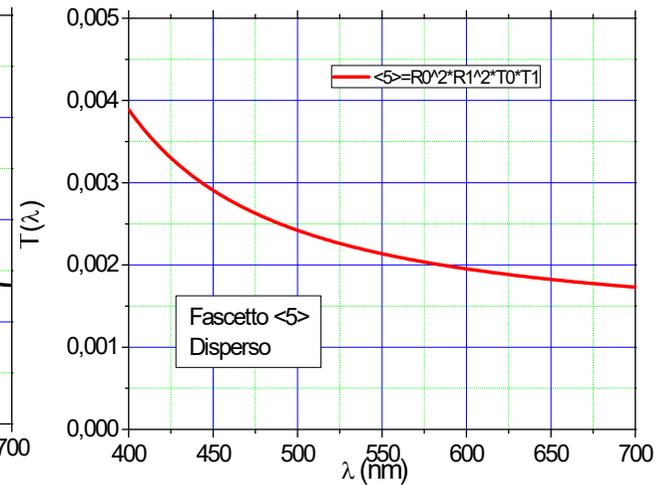
<2>



<3>



<4>



<5>

Commento (Nessuna polarizzazione)

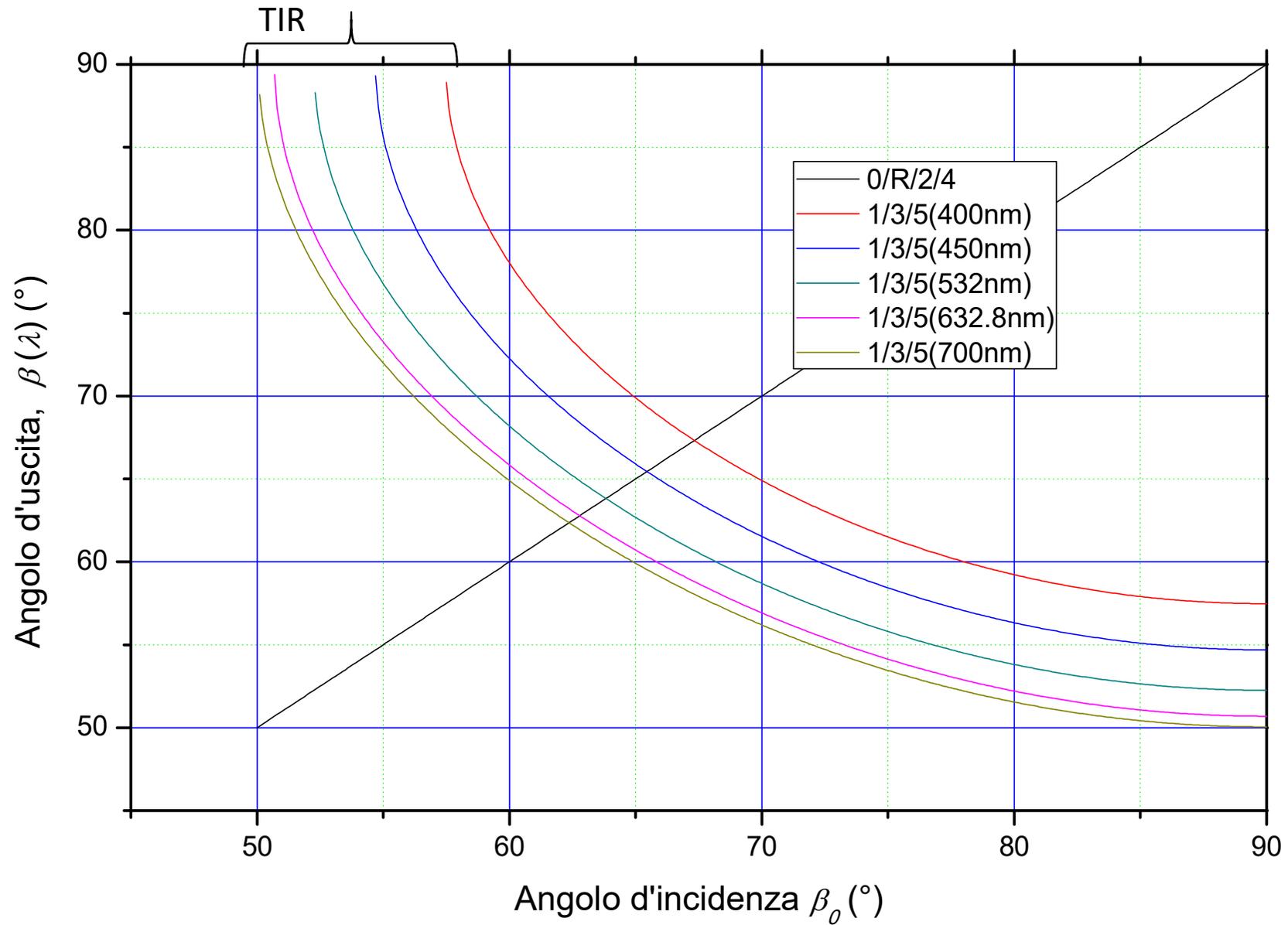
Il fascetto riflesso ha praticamente lo stesso spettro del fascetto incidente. Anche il fascetto <1>, quello disperso principale, ha uno spettro molto simile a quello del fascetto incidente, a parte una leggera attenuazione alle basse λ . Tutti gli altri fascetti mostrano invece una trasmissività decrescente con λ , più o meno accentuata.

Se confrontiamo tra loro i fascetti dispersi, l'<1>, il <3> e il <5>, troviamo che tutti e tre sono diversi tra loro e dal fascetto d'ingresso, ma il fascetto <1> è quello più fedele spettralmente al fascetto d'ingresso.

Che la misura dello spettro del fascetto rifratto <1> dia una buona stima dello spettro della luce incidente è un'importante considerazione, se si pensa che, fino a non molto tempo fa, gli spettrometri erano basati sull'uso di un prisma, anziché dei moderni reticoli di diffrazione.

Comunque, la conoscenza della trasmissività relativa al fascetto <1> permette di apportare quella piccola correzione necessaria per risalire allo spettro originale in ingresso.

Angoli d'uscita dei raggi dal prisma



Commento

Il grafico mostra l'angolo di uscita (angolo di rifrazione) dei vari fascetti dal prisma in funzione dell'angolo d'incidenza per alcune lunghezze d'onda: 400nm, 532nm, 632.8nm e 700nm.

Il fascetto <R> ha ovviamente lo stesso angolo d'uscita dell'angolo d'ingresso, così come i fascetti <2> e <4> per il fatto che, dopo una riflessione interna, gli angoli d'incidenza sulla parete interna del prisma si ripetono, e quindi anche quelli rifratti esternamente. I fascetti <1>, <3> e <5> escono dal prisma con lo stesso angolo di rifrazione, ma questo dipende dalla lunghezza d'onda. Per valori bassi dell'angolo d'ingresso, i fascetti <1>, <3> e <5> non compaiono a causa della riflessione interna totale (TIR). I primi a comparire sono i fascetti <1>, <3> e <5> per $\lambda = 700\text{nm}$ e poi via via gli altri alle lunghezze d'onda più piccole. In corrispondenza a determinati valori dell'angolo d'ingresso, tutti i fascetti escono allo stesso angolo dal prisma. Questi valori dipendono dalla lunghezza d'onda e sono più alti alle lunghezze d'onda più basse. Questa condizione si ha quando il fascetto d'ingresso è rifratto internamente a 30° , e incide sulle facce interne del prisma costantemente a quest'angolo. Per avere lo stesso angolo rifratto a 30° , è chiaro che l'angolo d'incidenza deve essere più alto alle lunghezze d'onda più basse, per le quali l'indice di rifrazione è più alto.

Misure sperimentali in luce bianca (con fenditura)

LEGENDA:

LP=Lamp

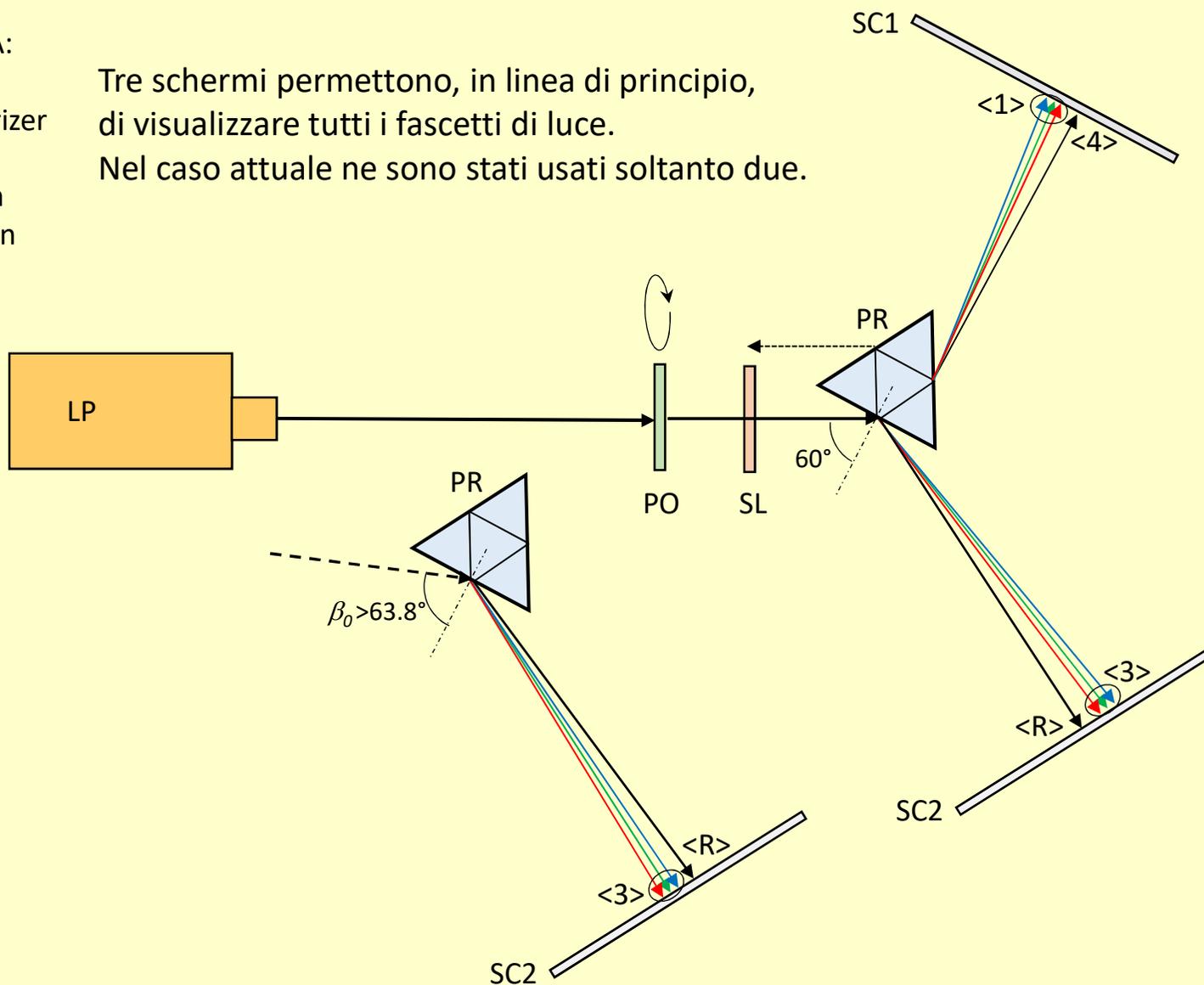
PO=Polarizer

SL=Slit

PR=Prism

SC=Screen

Tre schermi permettono, in linea di principio,
di visualizzare tutti i fascetti di luce.
Nel caso attuale ne sono stati usati soltanto due.



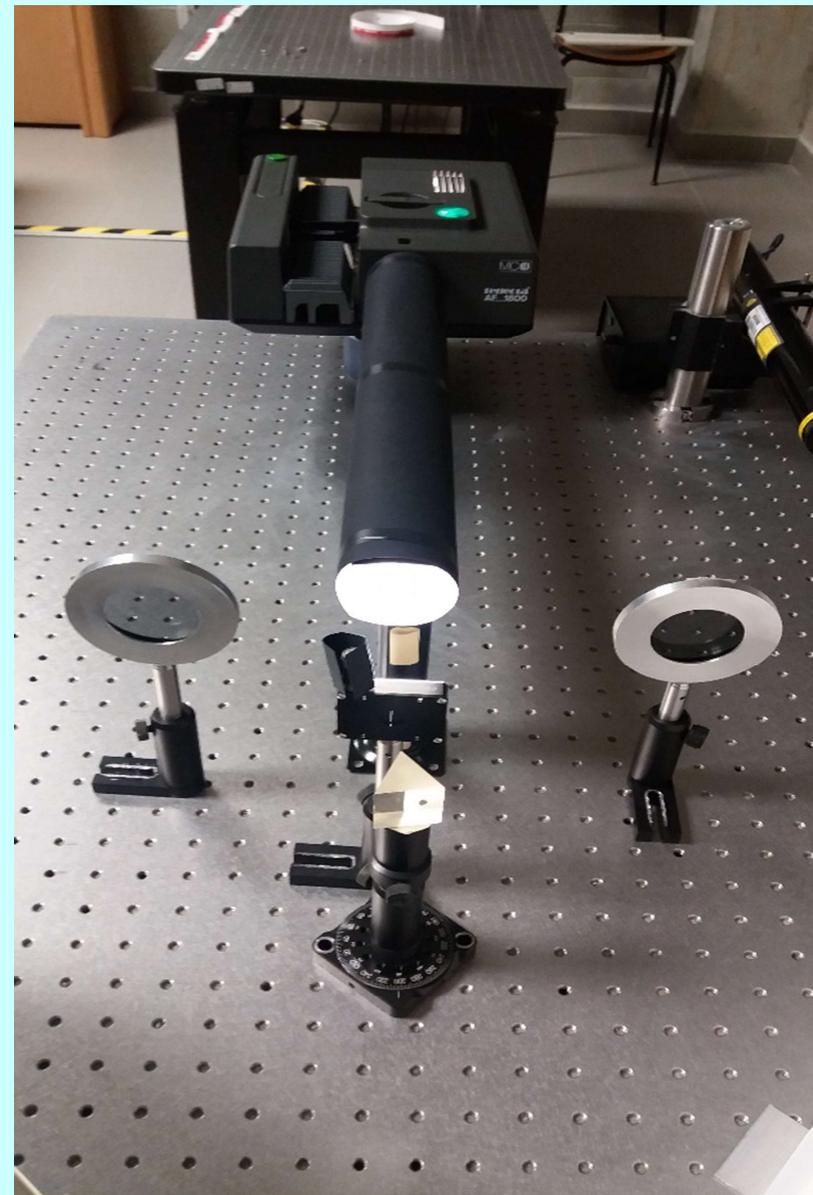
Commento

Le misure sperimentali in luce bianca sono state limitate all'osservazione della luce rifratta proiettata su due schermi bianchi.

Abbiamo osservato la luce rifratta in due condizioni diverse:

i) Nella prima, la luce della lampada è stata polarizzata "p" o "s" ed è stata posta una fenditura tra il polarizzatore ed il prisma. In tal modo, soltanto una faccia del prisma veniva illuminata. Sono stati osservati così i fascetti: <R> bianco, <1> e <3> dispersi, <4> bianco. I fascetti <2> e <5> non sono stati osservati per la difficoltà a disporre un terzo schermo. Sia in polarizzazione "p" ed "s" il fascetto <1> è risultato molto intenso, il che non ci ha permesso di distinguere per bene i vari colori nella foto. Tutti gli altri fascetti, invece, sono stati osservati bene.

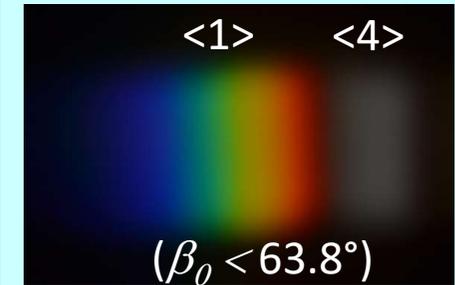
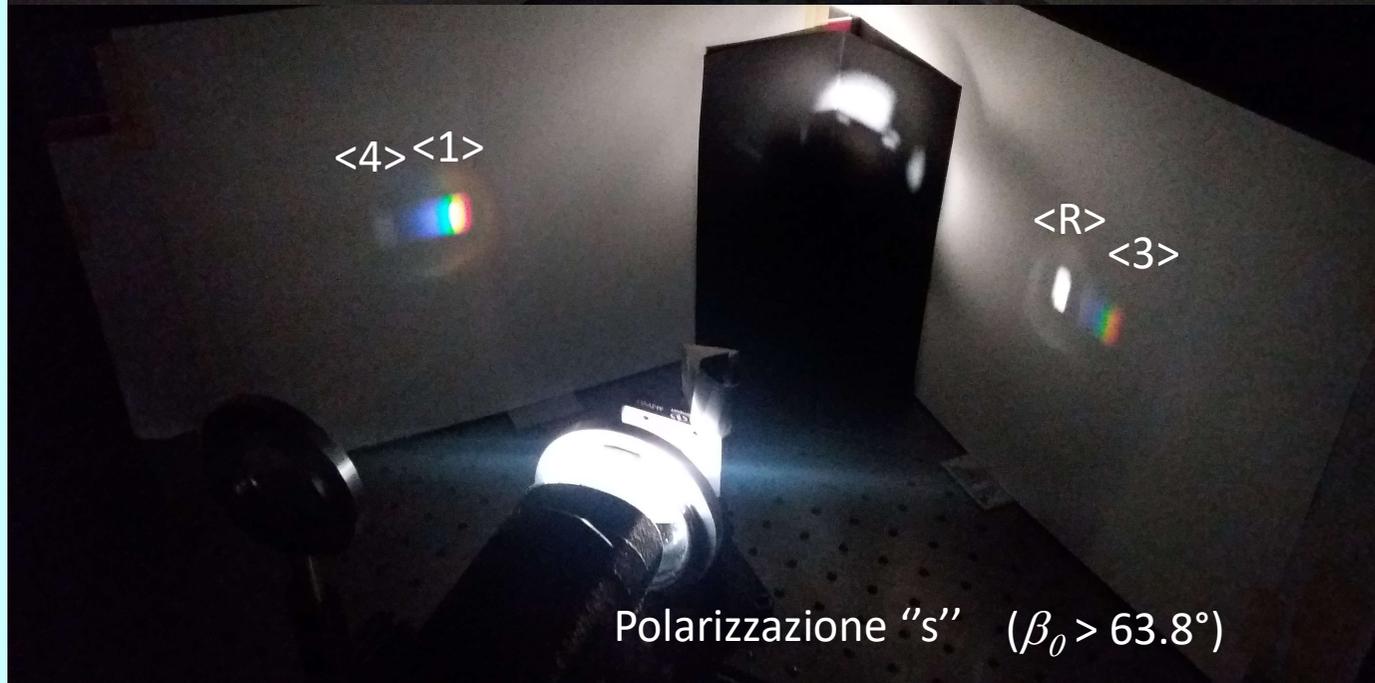
Misure sperimentali in luce bianca



Misure sperimentali in luce bianca (con fenditura)



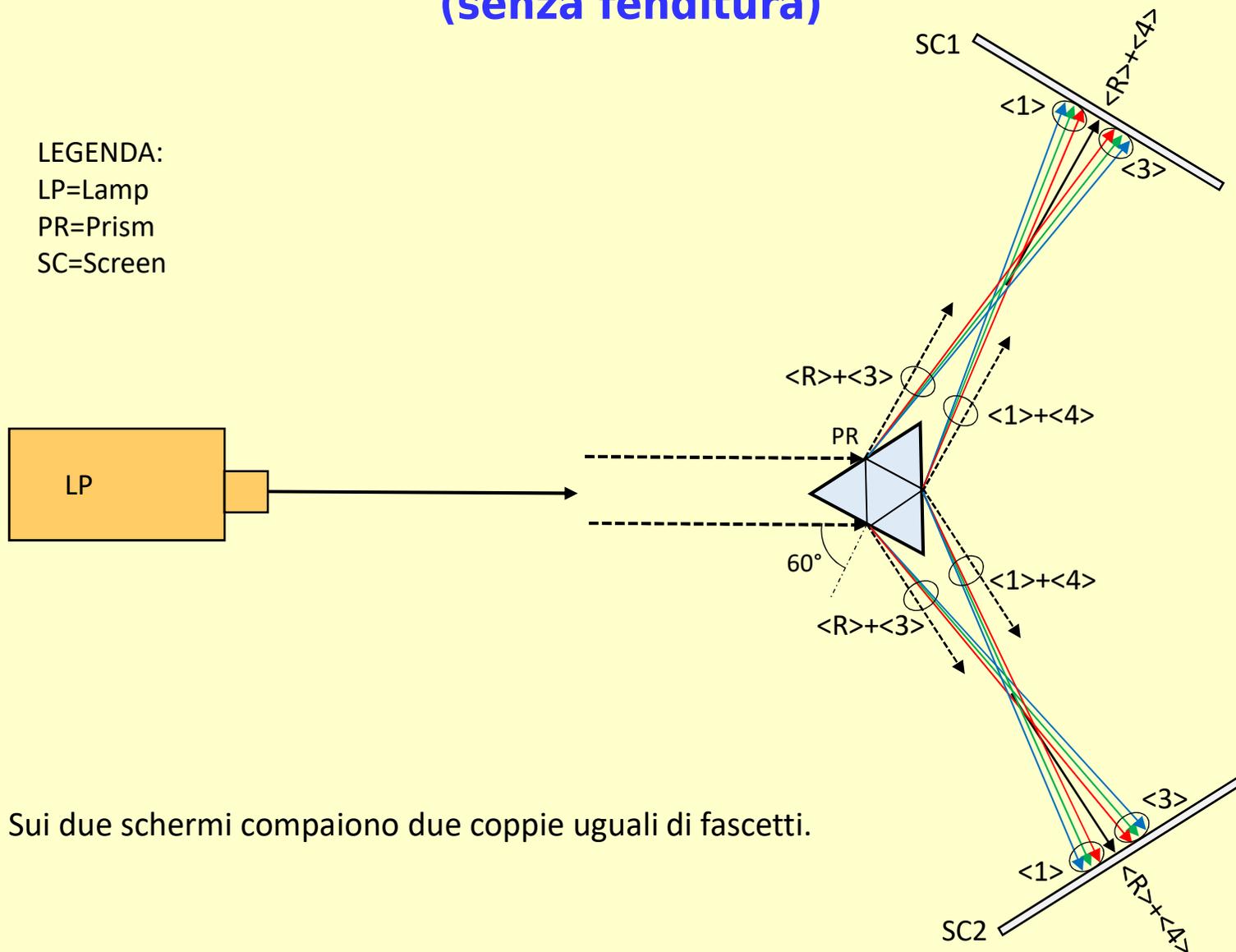
$$\left\{ \begin{array}{l} \langle R \rangle \approx 0.2\% \\ \langle 1 \rangle \approx 99\% \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \langle R \rangle \approx 30\% \\ \langle 3 \rangle \approx 5\% \\ \langle 1 \rangle \approx 50\% \\ \langle 4 \rangle \approx 1.5\% \end{array} \right.$$

Misure sperimentali in luce bianca (senza fenditura)

LEGENDA:
LP=Lamp
PR=Prism
SC=Screen



Sui due schermi compaiono due coppie uguali di fascetti.

Commento

Le misure sperimentali in luce bianca sono state limitate all'osservazione della luce rifratta proiettata su due schermi bianchi.

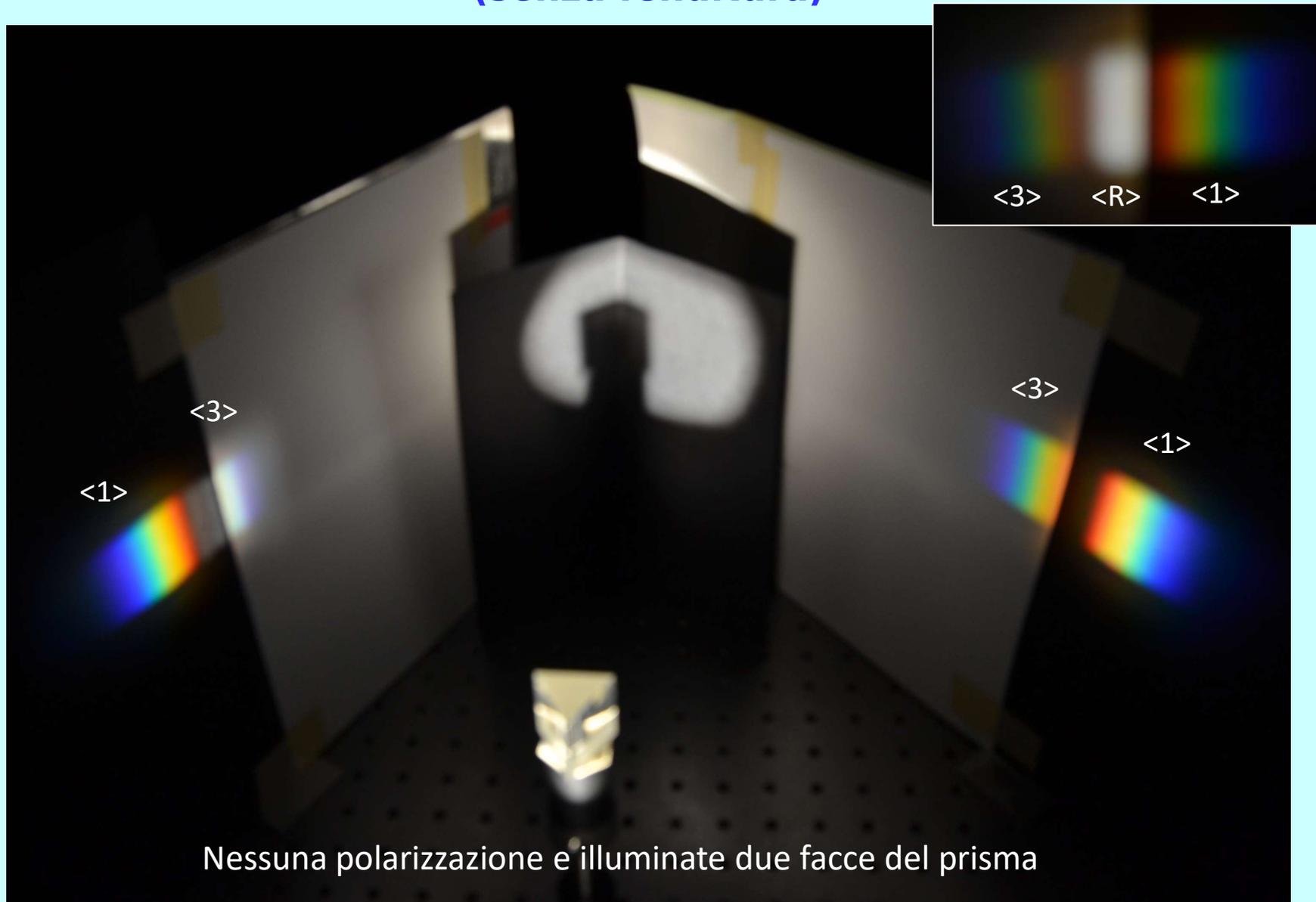
Abbiamo osservato la luce rifratta in due condizioni diverse:

ii) Nella seconda, non è stato usato il polarizzatore e il prisma è stato illuminato su due facce contemporaneamente. Su ciascuno dei due schermi è stato possibile osservare assieme i fascetti : <R>, relativamente intenso ($\approx 8\%$), <1>, molto intenso ($\approx 70\%$), e <3> ($\approx 2\%$) (vedi i grafici precedenti sulle intensità spettrali in assenza di polarizzazione).

Per registrare un'immagine chiara di tutti e tre i fascetti è stato necessario proiettare i fascetti <R> e <1> su uno schermo nero. È interessante notare come i fascetti <1> e <3> abbiano i colori rovesciati, come avviene per l'arcobaleno primario e secondario.

Nel caso dell'arcobaleno, l'inversione dei colori è dovuta alla differenza tra una e due riflessioni interne fatte dalla luce nella goccia d'acqua. Nel caso del prisma, invece, l'inversione dei colori è dovuta alla differenza tra zero e due riflessioni interne fatte dalla luce all'interno del prisma.

Misure sperimentali in luce bianca (senza fenditura)



Conclusioni

- Gli effetti prodotti dalle riflessioni multiple interne ad un prisma equilatero sono molteplici e didatticamente molto interessanti.
- Illuminando il prisma con luce laser si osservano bene fino a cinque fascetti rifratti.
- Polarizzando la luce laser incidente si osserva sperimentalmente l'indipendenza tra le polarizzazioni "p" ed "s".
- Applicando ripetutamente l'equazione di Fresnel, è stata calcolata l'intensità di tutti i fascetti uscenti e confrontata con quella misurata sperimentalmente.
- Lavorando in luce bianca, si osserva un fenomeno suggestivo, e cioè che la luce emessa dalle facce del prisma consiste in una serie di fascetti dispersi e bianchi, che si alternano per effetto delle riflessioni multiple interne.
- Sempre applicando le equazioni di Fresnel, è stata calcolata la trasmittività spettrale relativa a ciascun fascetto e quindi è previsto il suo spettro, una volta noto lo spettro della luce incidente.
- Si trova che tutti i fascetti in uscita dal prisma, bianchi o dispersi, presentano uno spettro molto diverso da quello della luce incidente. Fa eccezione il fascetto riflesso e il primo fascetto rifratto, molto simili a quello incidente.
- Si dimostra infine, teoricamente, che la dispersione spettrale angolare è esattamente la stessa per tutti i fascetti dispersi, conseguenza della particolare geometria del prisma equilatero.

Ringraziamenti

Si ringrazia sentitamente il Direttore di Dipartimento, Prof. Roberto Calabrese, per aver promosso questo tipo di esperimenti, che sono stati svolti presso il proprio Laboratorio di Ottica.

Costruzione di una sfera integrante



Globo di plastica



Foratura



Smerigliatura

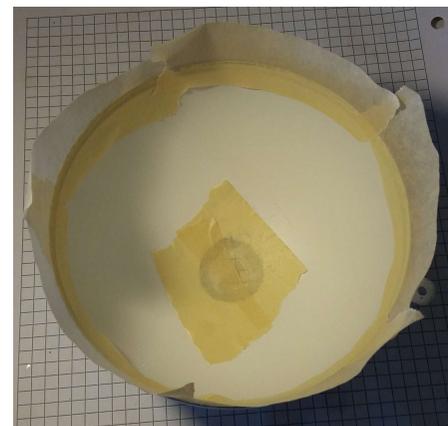


Cromatura

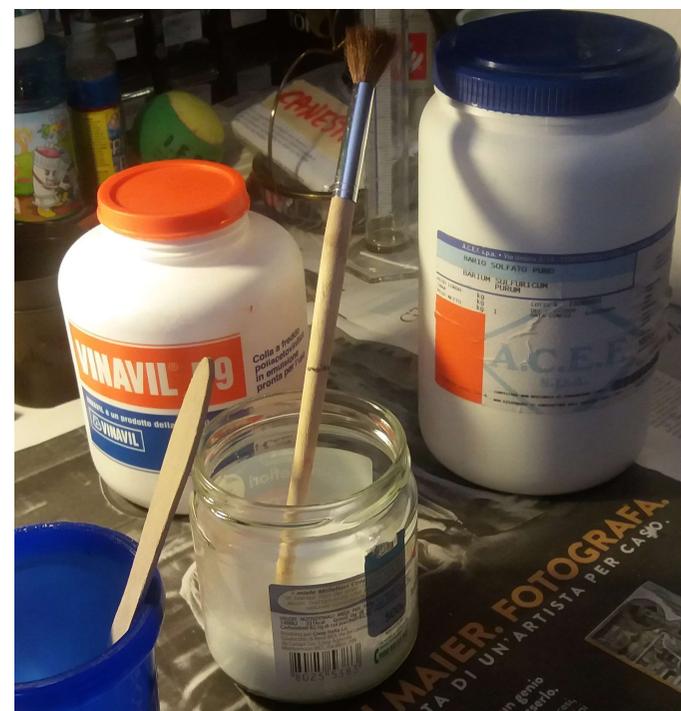




Vernice bianca opaca



Vernice nera opaca



Vernice interna a base di solfato di Bario



Finestre per ingresso luxmetro



Finestre per ingresso luce laser

GRAZIE PER L'ATTENZIONE!

Seminario in cantiere ...

“Metodi Inversi in Ottica con Applicazioni
al Solare a Concentrazione ”