



Radiazione di gravitoni ad energie estreme

Dimitri Colferai

(colferai@fi.infn.it)

Università di Firenze e INFN Firenze

Phys.Rev.Lett. 115 (2015) 171301; Phys.Rev.D93 (2016) 044052

In collaborazione con M. Ciafaloni, F. Coradeschi e G. Veneziano

Sesto Fiorentino, 7 novembre 2016

Motivazioni

- **Problema fondamentale:** descrizione quantistica della gravità (RG $\leftrightarrow$ MQ)
- **Il nostro ambito:** indagare con le teorie a disposizione processi all'interfaccia tra i rispettivi domini di applicabilità
- **Concretamente:** la formazione e l'evoluzione di buchi neri per fare luce sul *paradosso dell'informazione*
 - RG: concentrando $E = mc^2 \Rightarrow BN \Rightarrow$ perdita di informazione (o trasferimento in un altro universo)
 - TC o TS: dinamica descritta da S unitaria $\Rightarrow$ conservazione dell'informazione
 - Complicazione: radiazione di Hawking: BN emette, ma incoerentemente

Motivazioni

- **Problema fondamentale:** descrizione quantistica della gravità ($RG \leftrightarrow MQ$)
- **Il nostro ambito:** indagare con le teorie a disposizione processi all'interfaccia tra i rispettivi domini di applicabilità
- **Concretamente:** la formazione e l'evoluzione di buchi neri per fare luce sul *paradosso dell'informazione*
 - RG: concentrando $E = mc^2 \Rightarrow BN \Rightarrow$ perdita di informazione (o trasferimento in un altro universo)
 - TC o TS: dinamica descritta da S unitaria $\Rightarrow$ conservazione dell'informazione
 - Complicazione: radiazione di Hawking: BN emette, ma incoerentemente
- **Domanda cruciale:**

da una teoria quantistica

emerge

una descrizione semiclassica di un collasso gravitazionale?

Il processo in esame

[Amati, Ciafaloni, Veneziano 87], [Gross, Mende 87]

Urto di 2 stringhe ad energie trans-planckiane $\sqrt{s} \gg M_P \equiv \sqrt{\hbar/G}$;

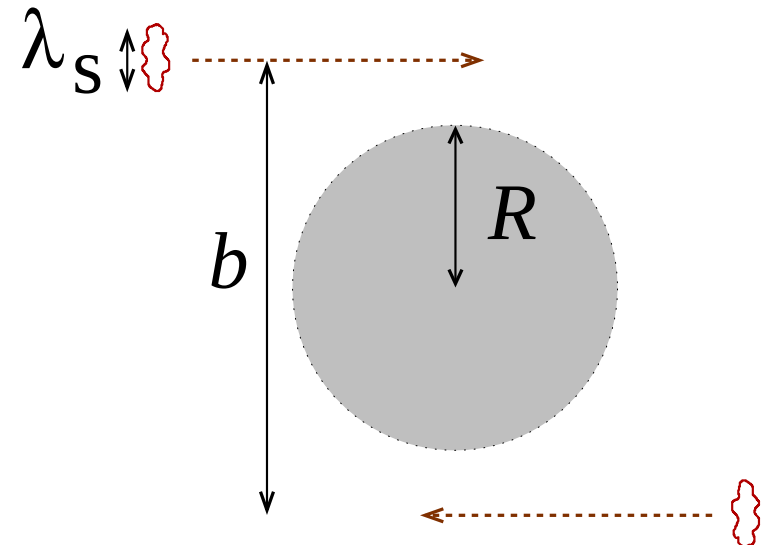
Permette di utilizzare la MQ

permette la creazione di un BN macroscopico (RG)

$$\lambda_P \equiv \sqrt{\hbar G}$$

$$\lambda_s \equiv \sqrt{\hbar \alpha'}$$

$$R \equiv 2G\sqrt{s} \quad b$$



Il processo in esame

[Amati,Ciafaloni,Veneziano 87], [Gross,Mende 87]

Urto di 2 stringhe ad energie trans-planckiane $\sqrt{s} \gg M_P \equiv \sqrt{\hbar/G}$;

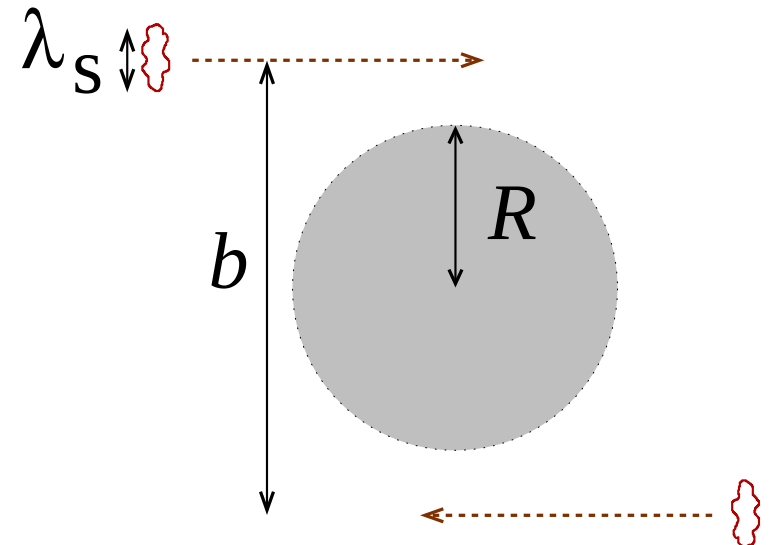
Permette di utilizzare la MQ

permette la creazione di un BN macroscopico (RG)

$$\lambda_P \equiv \sqrt{\hbar G} \quad \lambda_s \equiv \sqrt{\hbar \alpha'} \quad \ll \quad R \equiv 2G\sqrt{s} \quad b$$

Regime semiclassico:

- $\lambda_P \ll R \iff \sqrt{s} \gg M_P$
azione $\sim Gs \gg \hbar$
- $R \ll b$ urto iconale:
 $\theta_E = 2R/b \ll 1$
- $R \sim b$ grandi deflessioni:
 $\theta_E \sim 1$ (accoppiamento forte)



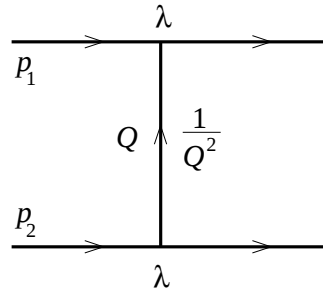
La teoria efficace

Per calcolare questi processi d'urto usiamo una *teoria di campo efficace* schematizzabile in termini di diagrammi di Feynman (con analogie e differenze)
Ad alta energia le particelle interagiscono essenzialmente:

scambiando
gravitoni

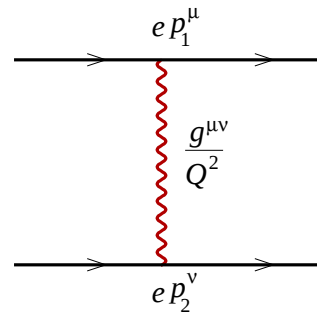
scalare (spin 0)

$$\frac{\lambda^2}{Q^2}$$



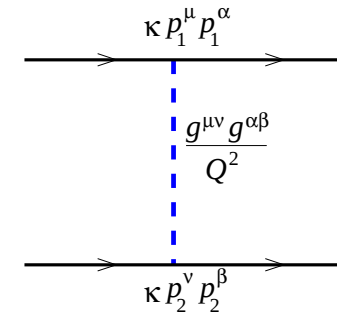
vettoriale (spin 1)

$$\propto \frac{s}{Q^2}$$



gravità (spin 2) α_G

$$\frac{\kappa^2 s^2}{Q^2} = G s \frac{s}{Q^2}$$



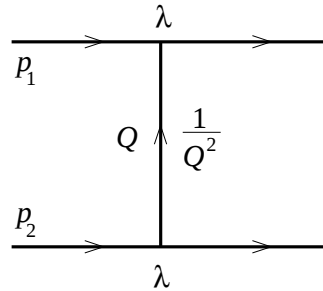
La teoria efficace

Per calcolare questi processi d'urto usiamo una *teoria di campo efficace* schematizzabile in termini di diagrammi di Feynman (con analogie e differenze)
Ad alta energia le particelle interagiscono essenzialmente:

scambiando
gravitoni

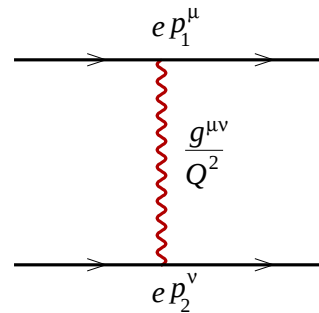
scalare (spin 0)

$$\frac{\lambda^2}{Q^2}$$



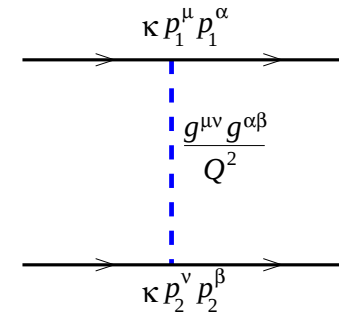
vettoriale (spin 1)

$$\propto \frac{s}{Q^2}$$

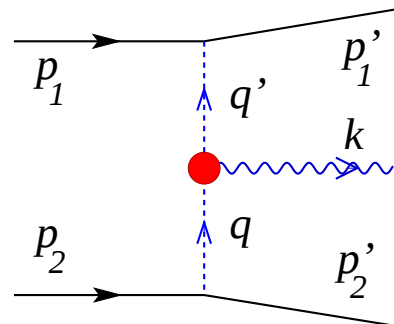


gravità (spin 2) α_G

$$\frac{\kappa^2 s^2}{Q^2} = G s \frac{s}{Q^2}$$



producendo
gravitoni



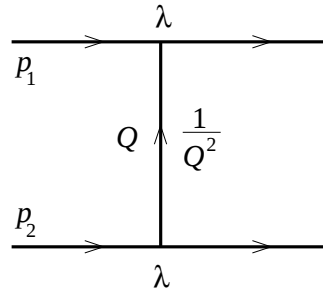
La teoria efficace

Per calcolare questi processi d'urto usiamo una *teoria di campo efficace* schematizzabile in termini di diagrammi di Feynman (con analogie e differenze)
Ad alta energia le particelle interagiscono essenzialmente:

scambiando
gravitoni

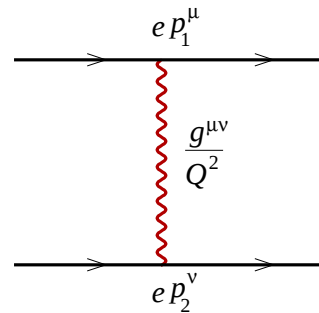
scalare (spin 0)

$$\frac{\lambda^2}{Q^2}$$



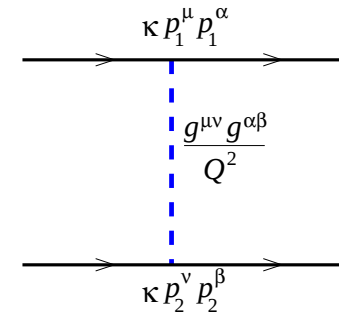
vettoriale (spin 1)

$$\propto \frac{s}{Q^2}$$

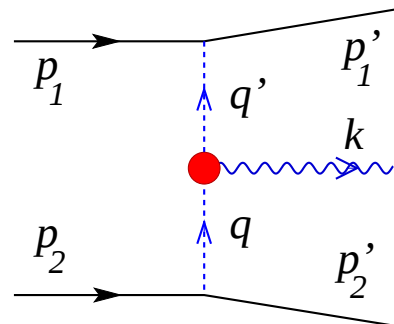


gravità (spin 2) α_G

$$\frac{\kappa^2 s^2}{Q^2} = G s \frac{s}{Q^2}$$



producendo
gravitoni



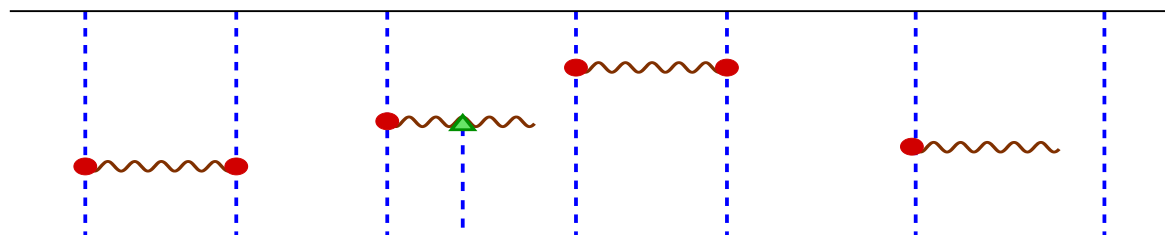
Derivabili da una lagrangiana
che definisce una TC efficace

La teoria efficace

- La lagrangiana efficace si può ricavare dalla:
 - RG nel limite di Regge $s \gg Q^2$ della $\mathcal{L}_{HE}$ [*Lip,KS, date*]
 - TS nel limite di TC: $\lambda_P, \lambda_s \ll R, b$ [*ACV, data*]
 - Fortissima contrazione di Lorentz
disaccoppia i GL longitudinali (accoppiamenti) da quelli trasversi (dinamici)

La teoria efficace

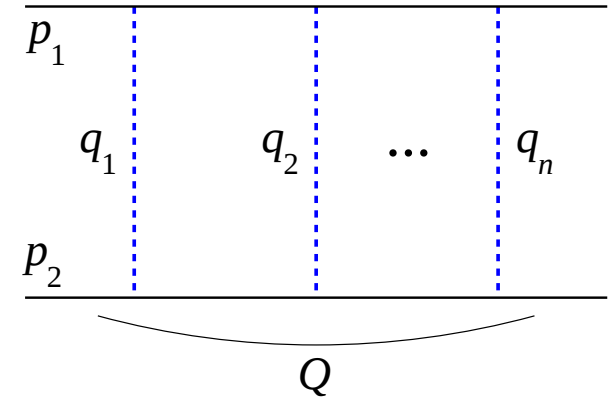
- La lagrangiana efficace si può ricavare dalla:
 - RG nel limite di Regge $s \gg Q^2$ della $\mathcal{L}_{HE}$ [Lip,KS, date]
 - TS nel limite di TC: $\lambda_P, \lambda_s \ll R, b$ [ACV, data]
 - Fortissima contrazione di Lorentz
disaccoppia i GL longitudinali (accoppiamenti) da quelli trasversi (dinamici)
- La teoria non è rinormalizzabile:
 - i diagrammi di loop divergono UV
ma è lecito trascurarli se $q \ll M_P$ [cfr. Fermi]
 - i gravitoni scambiati sono molto soffici
perchè le stringhe sono oggetti estesi [cfr. Rutherford]
 - $\alpha_G \gg 1$ favorisce lo scambio di molti gravitoni
ciascuno di impulso $q \sim \hbar/b \ll M_P$ [cfr. QED e QCD]



Urti elastici ($b \gg R$)

Termini dominanti: diagrammi a scala [ACV '88?]

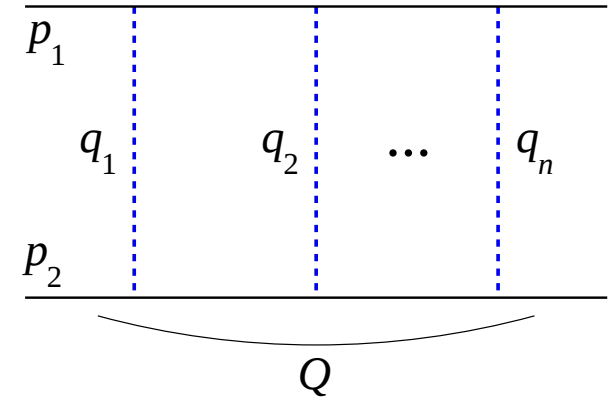
- Approx iconale: $p_{1,2}$ (quasi) non deflessi
- Ampiezza dipende solo dalle componenti trasverse dei q_i : $M_1 = \frac{G_s}{q^2}$



Urti elastici ($b \gg R$)

Termini dominanti: diagrammi a scala [ACV '88?]

- Approx iconale: $p_{1,2}$ (quasi) non deflessi
- Ampiezza dipende solo dalle componenti trasverse dei q_i : $M_1 = \frac{Gs}{q^2}$



$$iM_n(s, \mathbf{Q}) = \frac{i^n}{n!} \int d^2 \mathbf{q}_1 \cdots d^2 \mathbf{q}_n \quad M_1(s, \mathbf{q}_1) \cdots M_1(s, \mathbf{q}_n) \quad \delta^2(\mathbf{q}_1 + \cdots \mathbf{q}_n - \mathbf{Q})$$

$$i\mathcal{M}_n(s, \mathbf{b}) = \int d^2 \mathbf{Q} e^{i\mathbf{Q} \cdot \mathbf{b}} iM(s, \mathbf{Q}) = \frac{i^n}{n!} [\mathcal{M}(s, \mathbf{b})]^n$$

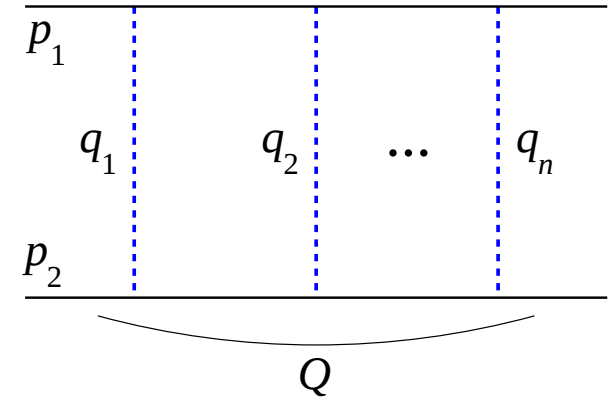
IR cutoff

$$S_{\text{el}}(s, \mathbf{b}) = \sum_n i\mathcal{M}_n = e^{i\mathcal{M}_1(s, \mathbf{b})} = e^{i2\delta_0(s, \mathbf{b})}, \quad \delta_0 = Gs \log \frac{L}{|\mathbf{b}|}$$

Urti elastici ($b \gg R$)

Termini dominanti: diagrammi a scala [ACV '88?]

- Approx iconale: $p_{1,2}$ (quasi) non deflessi
- Ampiezza dipende solo dalle componenti trasverse dei q_i : $M_1 = \frac{Gs}{q^2}$



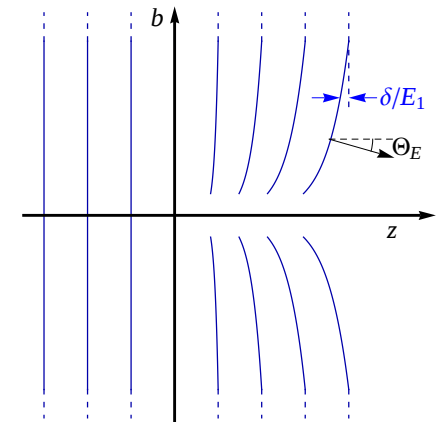
$$iM_n(s, \mathbf{Q}) = \frac{i^n}{n!} \int d^2 \mathbf{q}_1 \cdots d^2 \mathbf{q}_n \quad M_1(s, \mathbf{q}_1) \cdots M_1(s, \mathbf{q}_n) \quad \delta^2(\mathbf{q}_1 + \cdots + \mathbf{q}_n - \mathbf{Q})$$

$$i\mathcal{M}_n(s, \mathbf{b}) = \int d^2 \mathbf{Q} e^{i\mathbf{Q} \cdot \mathbf{b}} iM(s, \mathbf{Q}) = \frac{i^n}{n!} [\mathcal{M}(s, \mathbf{b})]^n$$

$$S_{\text{el}}(s, \mathbf{b}) = \sum_n i\mathcal{M}_n = e^{i\mathcal{M}_1(s, \mathbf{b})} = e^{i2\delta_0(s, \mathbf{b})}, \quad \delta_0 = Gs \log \frac{L}{|\mathbf{b}|}$$

$$\text{Deflessione: } \theta_E = \frac{2}{\sqrt{s}} \frac{\partial \delta_0}{\partial b} = -\frac{2R}{|b|}$$

come in RG

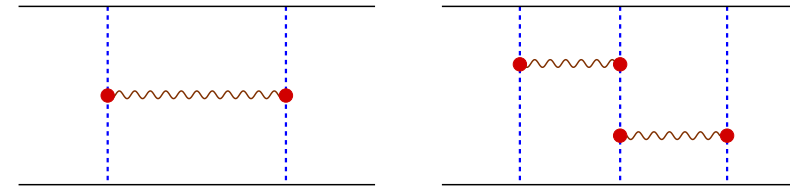


Urti elastici ($b \sim R$)

Termini sotto-dominanti: diagrammi “multi H” [ACV '90]

- Correzioni di ordine relativo $\mathcal{O}\left(\frac{R^2}{b^2}\right)$

$$\theta_s = \theta_E \left(1 + \frac{R^2}{b^2} + \dots\right)$$



Urti elastici ($b \sim R$)

Termini sotto-dominanti: diagrammi “multi H” [ACV '90]

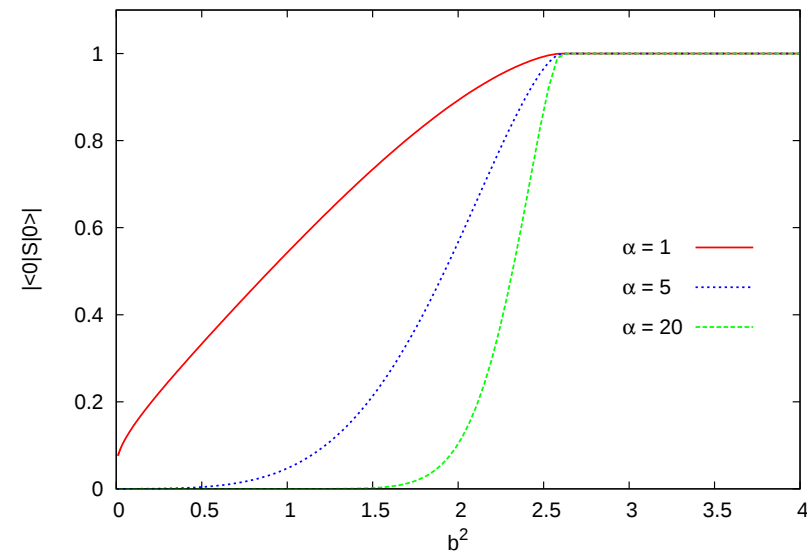
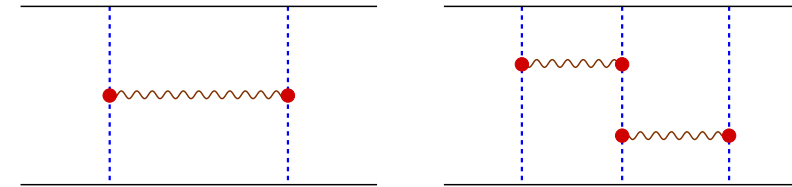
- Correzioni di ordine relativo $\mathcal{O}\left(\frac{R^2}{b^2}\right)$

$$\theta_s = \theta_E \left(1 + \frac{R^2}{b^2} + \dots\right)$$

- Lo sfasamento $\delta(s, \mathbf{b})$ acquista una parte immaginaria per $b < b_c = 1.6R$

- $|S_{\text{el}}(s, \mathbf{b})| < 1$ per $b < b_c$

[ACV '07]



Urti elastici ($b \sim R$)

Termini sotto-dominanti: diagrammi “multi H” [ACV '90]

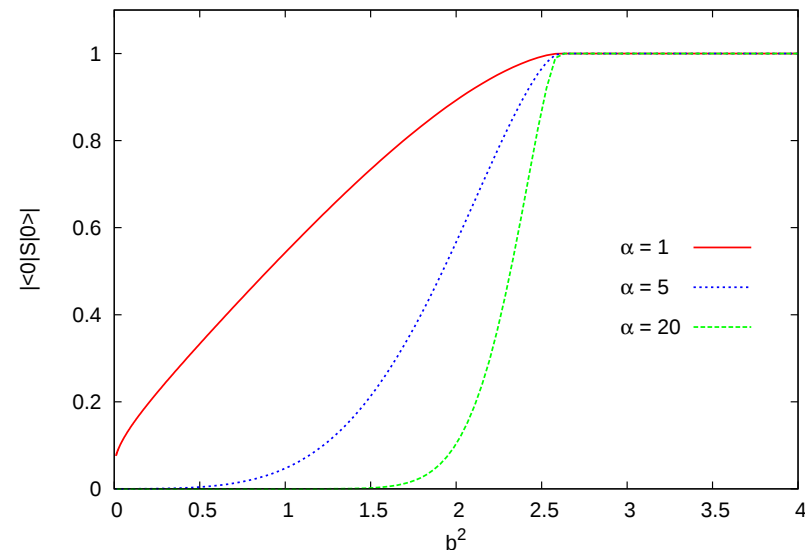
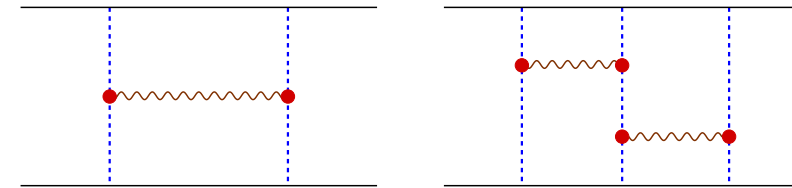
- Correzioni di ordine relativo $\mathcal{O}\left(\frac{R^2}{b^2}\right)$

$$\theta_s = \theta_E \left(1 + \frac{R^2}{b^2} + \dots\right)$$

- Lo sfasamento $\delta(s, \mathbf{b})$ acquista una parte immaginaria per $b < b_c = 1.6R$

- $|S_{\text{el}}(s, \mathbf{b})| < 1$ per $b < b_c$

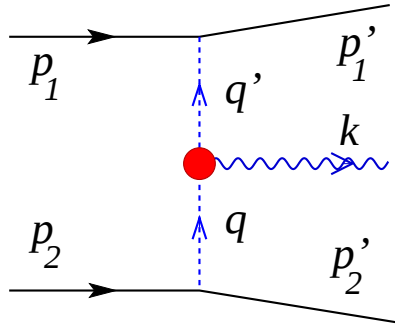
[ACV '07]



- Difetto di unitarietà: basta tenere in conto della produzione di gravitoni?

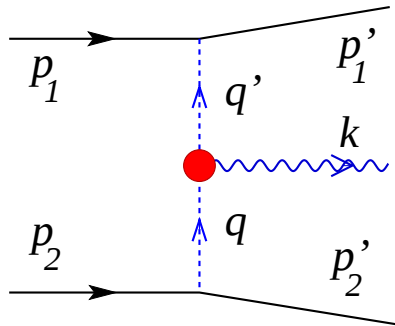
- È il segnale di un collasso? $1 - |S_{\text{el}}| \sim (b - b_c)^{3/2}$

Irraggiamento: ampiezza di Regge



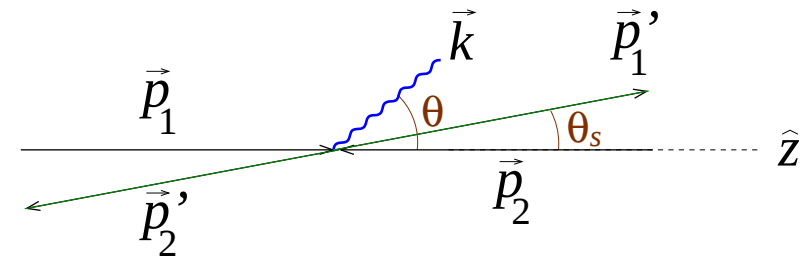
- [ACV 2007] hanno usato il vertice di Lipatov per la radiazione di gravitoni
- energia emessa maggiore di $\sqrt{s}$ se $R < b < \sqrt{Gs} R$
crisi dell'energia!

Irraggiamento: ampiezza di Regge

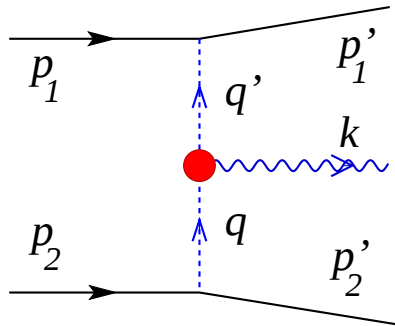


- [ACV 2007] hanno usato il vertice di Lipatov per la radiazione di gravitoni
- energia emessa maggiore di $\sqrt{s}$ se $R < b < \sqrt{Gs} R$
crisi dell'energia!

Problema: vertice di Lipatov accurato
solo in regione centrale $\theta \gg \theta_s$
(cinematica di Regge)

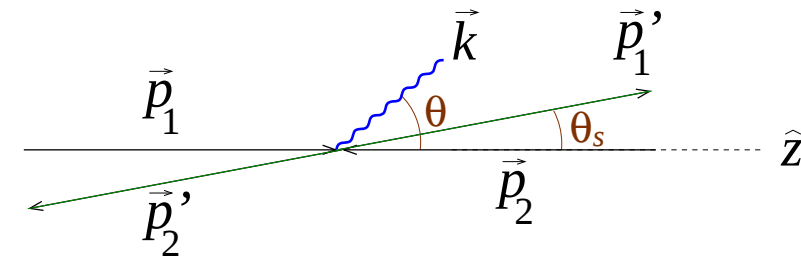


Irraggiamento: ampiezza di Regge



- [ACV 2007] hanno usato il vertice di Lipatov per la radiazione di gravitoni
- energia emessa maggiore di $\sqrt{s}$ se $R < b < \sqrt{Gs} R$
crisi dell'energia!

Problema: vertice di Lipatov accurato
solo in regione centrale $\theta \gg \theta_s$
(cinematica di Regge)



$$M_{\text{Regge}} \simeq M_{\text{el}} J_L^{\mu\nu}(\mathbf{q}, \mathbf{q}') \epsilon_{\mu\nu}^{(+)} = \kappa^3 s \frac{e^{2i(\phi_{\mathbf{q}} - \phi_{\mathbf{q}'})} - 1}{k^2}$$

$$= \kappa^3 s \frac{\mathbf{k}^* \mathbf{q} - \mathbf{k} \mathbf{q}^*}{k k^* q q'^*} \quad (\mathbf{k} \equiv k_x + i k_y \in \mathbb{C})$$

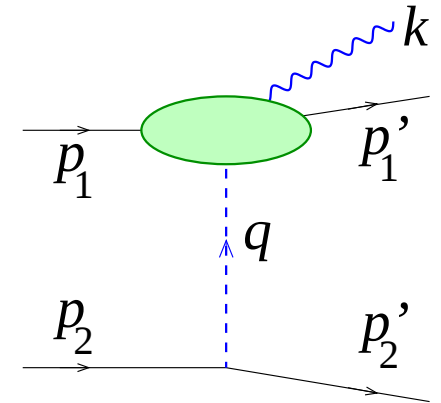
Ampiezza di elicità ha una **singolarità collineare non fisica** a $\mathbf{k} = 0$, cioè $\theta = 0$

Irraggiamento: ampiezza unificata

Per $\omega \ll E$ vale il teorema di [Weinberg '65]:

$$M_{\text{soft}} \simeq M_{\text{el}} \times J_W^{\mu\nu}(\mathbf{k}) \epsilon_{\mu\nu}^{(+)} = \kappa^3 s \frac{1 - e^{2i(\phi_\theta - \phi_{\theta - \theta_s})}}{E^2 \theta_s^2}$$

$$= \kappa^3 s \frac{\mathbf{k}^* \mathbf{q} - \mathbf{k} \mathbf{q}^*}{(\mathbf{k} - \frac{\omega}{E} \mathbf{q}) \mathbf{k}^* \mathbf{q} \mathbf{q}^*} \quad \begin{cases} \mathbf{k} = \omega \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{q} = \mathbf{p}'_1 = E \boldsymbol{\theta}_s \end{cases}$$



valido se $|\mathbf{k}| \ll |\mathbf{q}| \iff \omega \theta \ll E \theta_s$

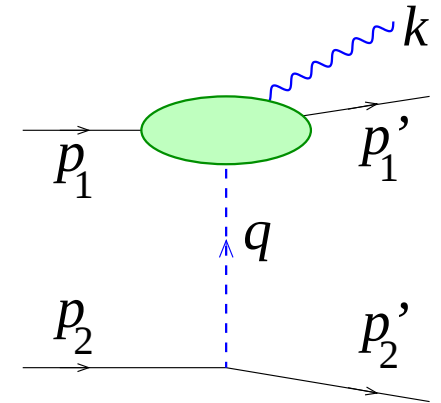
Non ci sono singolarità collineari né a $\boldsymbol{\theta} = 0$ ($\mathbf{k} = 0$) né a $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_s$ ($\mathbf{k} = \frac{\omega}{E} \mathbf{q}$)

Irraggiamento: ampiezza unificata

Per $\omega \ll E$ vale il teorema di [Weinberg '65]:

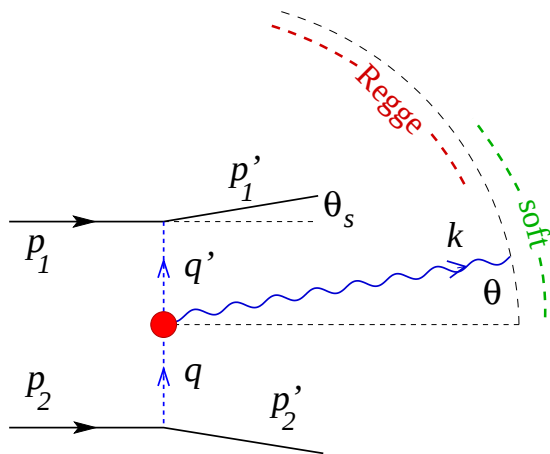
$$M_{\text{soft}} \simeq M_{\text{el}} \times J_W^{\mu\nu}(\mathbf{k}) \epsilon_{\mu\nu}^{(+)} = \kappa^3 s \frac{1 - e^{2i(\phi_\theta - \phi_{\theta - \theta_s})}}{E^2 \theta_s^2}$$

$$= \kappa^3 s \frac{\mathbf{k}^* \mathbf{q} - \mathbf{k} \mathbf{q}^*}{(\mathbf{k} - \frac{\omega}{E} \mathbf{q}) \mathbf{k}^* \mathbf{q} \mathbf{q}^*} \quad \begin{cases} \mathbf{k} = \omega \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{q} = \mathbf{p}'_1 = E \boldsymbol{\theta}_s \end{cases}$$



valido se $|\mathbf{k}| \ll |\mathbf{q}| \iff \omega \theta \ll E \theta_s$

Non ci sono singolarità collineari né a $\boldsymbol{\theta} = 0$ ($\mathbf{k} = 0$) né a $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_s$ ($\mathbf{k} = \frac{\omega}{E} \mathbf{q}$)



$$\frac{M_{\text{Regge}}}{\kappa^3 s} = \frac{\mathbf{k}^* \mathbf{q} - \mathbf{k} \mathbf{q}^*}{\mathbf{k} \mathbf{k}^* \mathbf{q} \mathbf{q}'^*}$$

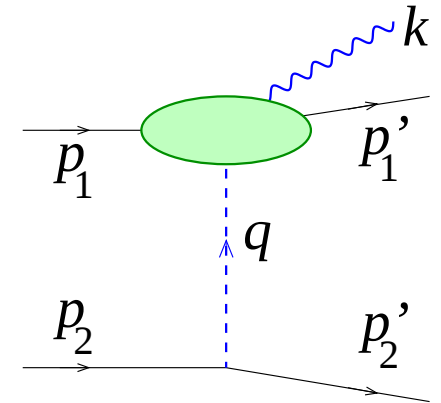
$$\frac{M_{\text{soft}}}{\kappa^3 s} = \frac{\mathbf{k}^* \mathbf{q} - \mathbf{k} \mathbf{q}^*}{(\mathbf{k} - \frac{\omega}{E} \mathbf{q}) \mathbf{k}^* \mathbf{q} \mathbf{q}^*}$$

Irraggiamento: ampiezza unificata

Per $\omega \ll E$ vale il teorema di [Weinberg '65]:

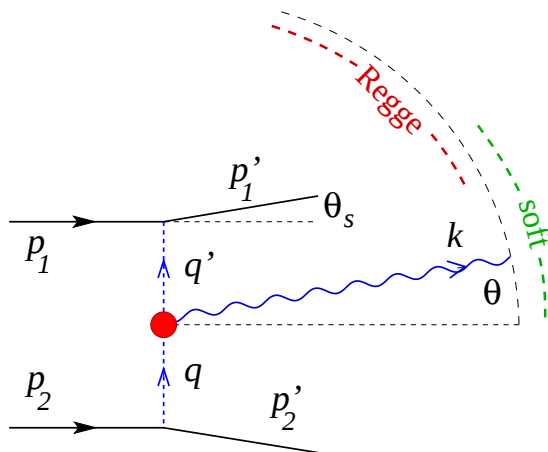
$$M_{\text{soft}} \simeq M_{\text{el}} \times J_W^{\mu\nu}(\mathbf{k}) \epsilon_{\mu\nu}^{(+)} = \kappa^3 s \frac{1 - e^{2i(\phi_\theta - \phi_{\theta - \theta_s})}}{E^2 \theta_s^2}$$

$$= \kappa^3 s \frac{\mathbf{k}^* \mathbf{q} - \mathbf{k} \mathbf{q}^*}{(\mathbf{k} - \frac{\omega}{E} \mathbf{q}) \mathbf{k}^* \mathbf{q} \mathbf{q}^*} \quad \begin{cases} \mathbf{k} = \omega \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{q} = \mathbf{p}'_1 = E \boldsymbol{\theta}_s \end{cases}$$



valido se $|\mathbf{k}| \ll |\mathbf{q}| \iff \omega \theta \ll E \theta_s$

Non ci sono singolarità collineari né a $\theta = 0$ ($\mathbf{k} = 0$) né a $\theta = \theta_s$ ($\mathbf{k} = \frac{\omega}{E} \mathbf{q}$)



$$\frac{M_{\text{Regge}}}{\kappa^3 s} = \frac{\mathbf{k}^* \mathbf{q} - \mathbf{k} \mathbf{q}^*}{\mathbf{k} \mathbf{k}^* \mathbf{q} \mathbf{q}'^*}$$

$$\frac{\mathbf{k}^* \mathbf{q} - \mathbf{k} \mathbf{q}^*}{(\mathbf{k} - \frac{\omega}{E} \mathbf{q}) \mathbf{k}^* \mathbf{q} \mathbf{q}'^*} = \frac{M_{\text{match}}}{\kappa^3 s}$$

$$\frac{M_{\text{soft}}}{\kappa^3 s} = \frac{\mathbf{k}^* \mathbf{q} - \mathbf{k} \mathbf{q}^*}{(\mathbf{k} - \frac{\omega}{E} \mathbf{q}) \mathbf{k}^* \mathbf{q} \mathbf{q}^*}$$

Campi metrici (parte 1)

Da M_{match} definiamo 2 campi: h_{Regge} e h_{soft}

$$M_{\text{match}}(\mathbf{q}, \mathbf{k}) \xrightarrow{\text{TdF}} M_{\text{match}}(\mathbf{b}, \mathbf{x})$$

ampiezza di probabilità
di trovare un gravitone
in posizione trasversa $\mathbf{x}$
in una collisione
con param. impatto $\mathbf{b}$.

Campi metrici (parte 1)

Da M_{match} definiamo 2 campi: h_{Regge} e h_{soft}

$$M_{\text{match}}(\mathbf{q}, \mathbf{k}) \xrightarrow{\text{TdF}} M_{\text{match}}(\mathbf{b}, \mathbf{x})$$

ampiezza di probabilità
di trovare un gravitone
in posizione trasversa $\mathbf{x}$
in una collisione
con param. impatto $\mathbf{b}$.

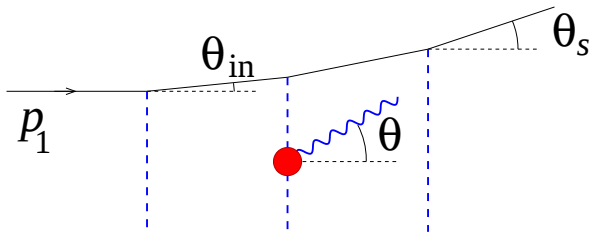
Nel limite classico $\frac{\hbar\omega}{E} \rightarrow 0$ esso corrisponde alla perturbazione alla metrica in $\mathbf{x}$:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

$$\begin{aligned} h_{11} + h_{22} &= \Re \lim_{\frac{\hbar\omega}{E} \rightarrow 0} \kappa M_{\text{match}}(\mathbf{b}, \mathbf{x}) \\ &= \frac{R^2}{|\mathbf{b}|^2} \Re \frac{\mathbf{x}\mathbf{b}^* - \mathbf{x}^*\mathbf{b}}{\mathbf{x}(\mathbf{x} - \mathbf{b})^*} \equiv \Re \kappa M_{\text{Regge}}(\mathbf{b}, \mathbf{x})!! \\ &= h_{\text{Regge}}|_{ACV} \end{aligned}$$

Risommazione

Ma h_{Regge} non è il campo coinvolto nella risommazione dei diagrammi

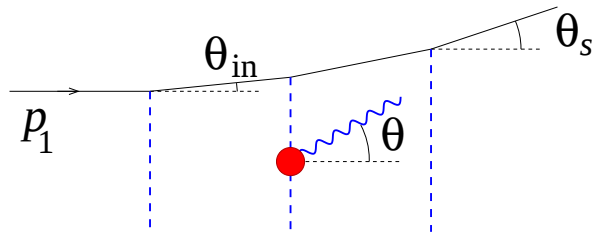


- Particella entrante ha direzione generica $\theta_{\text{in}} \neq 0$
- Ampiezza corrispondente legata da una rotazione

$$M(\theta_{\text{in}}, \theta) = e^{2i\phi\theta} M(0, \theta - \theta_{\text{in}}) e^{-2i\phi\theta - \theta_{\text{in}}}$$

Risommazione

Ma h_{Regge} non è il campo coinvolto nella risommazione dei diagrammi



- Particella entrante ha direzione generica $\theta_{\text{in}} \neq 0$
- Ampiezza corrispondente legata da una rotazione

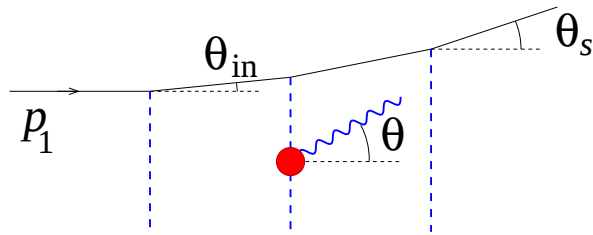
$$M(\theta_{\text{in}}, \theta) = e^{2i\phi\theta} M(0, \theta - \theta_{\text{in}}) e^{-2i\phi\theta - \theta_{\text{in}}}$$

Conseguenze

- Fisica: ampiezze interfiscono costruttivamente solo se $\theta \gg \theta_{\text{in}} \simeq \theta_s$
- Matematica: la struttura di convoluzione è rovinata ...

Risommazione

Ma h_{Regge} non è il campo coinvolto nella risommazione dei diagrammi



- Particella entrante ha direzione generica $\theta_{\text{in}} \neq 0$
- Ampiezza corrispondente legata da una rotazione

$$M(\theta_{\text{in}}, \theta) = e^{2i\phi\theta} M(0, \theta - \theta_{\text{in}}) e^{-2i\phi\theta - \theta_{\text{in}}}$$

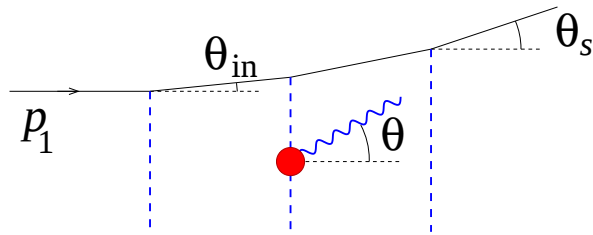
Conseguenze

- Fisica: ampiezze interfiscono costruttivamente solo se $\theta \gg \theta_{\text{in}} \simeq \theta_s$
- Matematica: la struttura di convoluzione è rovinata ...

Convoluzione ristabilita in termini di $h_{\text{soft}}(\mathbf{q}, \mathbf{k}) \equiv e^{-2i\phi\theta} M_{\text{match}} = \frac{\mathbf{k}^*}{\mathbf{k}} M_{\text{match}}$

Risommazione

Ma h_{Regge} non è il campo coinvolto nella risommazione dei diagrammi



- Particella entrante ha direzione generica $\theta_{\text{in}} \neq 0$
- Ampiezza corrispondente legata da una rotazione

$$M(\theta_{\text{in}}, \theta) = e^{2i\phi\theta} M(0, \theta - \theta_{\text{in}}) e^{-2i\phi\theta - \theta_{\text{in}}}$$

Conseguenze

- Fisica: ampiezze interfiscono costruttivamente solo se $\theta \gg \theta_{\text{in}} \simeq \theta_s$
- Matematica: la struttura di convoluzione è rovinata ...

Convoluzione ristabilita in termini di $h_{\text{soft}}(\mathbf{q}, \mathbf{k}) \equiv e^{-2i\phi\theta} M_{\text{match}} = \frac{\mathbf{k}^*}{\mathbf{k}} M_{\text{match}}$

$$M_{\text{tot}}(\mathbf{b}, \mathbf{k}) = e^{2i\delta_0(\mathbf{b})} \mathfrak{M}(\mathbf{b}, \mathbf{k})$$

$$h_{\text{soft}}(\mathbf{b}, \mathbf{x}) = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}^*} M_{\text{match}}$$

$$\mathfrak{M}(\mathbf{b}, \mathbf{k}) = e^{2i\phi\theta} \kappa^3 s \int d^2 \mathbf{x} \int_0^1 d\xi e^{i\omega \mathbf{x} \cdot (\boldsymbol{\theta} - \xi \boldsymbol{\Theta}_E)} h_{\text{soft}}(\mathbf{b}, \mathbf{x})$$

$$h_{\text{soft}} = \frac{1}{\mathbf{x}^2} \left[\frac{E}{\omega} \ln \left| \frac{\mathbf{b} - \frac{\omega}{E} \mathbf{x}}{\mathbf{b}} \right| - (E \rightarrow \omega) \right] \equiv M_{\text{soft}}(\mathbf{b}, \mathbf{x}; E) - (E \rightarrow \omega)$$

Campi metrici (parte 2)

Ricordiamo che $\lim_{\frac{\hbar\omega}{E} \rightarrow 0} M_{\text{match}}(\mathbf{b}, \mathbf{x}) = h_{\text{Regge}} = h_{11} + h_{22}$

$$\begin{aligned} \text{Da} \quad & h_{\text{soft}}(\mathbf{q}, \mathbf{k}) \equiv \frac{\mathbf{k}^*}{\mathbf{k}} M_{\text{match}} \\ \Rightarrow \quad & \partial_{\mathbf{x}} h_{\text{soft}}(\mathbf{b}, \mathbf{x}) = \partial_{\mathbf{x}^*} M_{\text{match}} \end{aligned}$$

$h_{\text{soft}}(\mathbf{b}, \mathbf{x})$ ha qualcosa a che fare con il campo metrico?

Campi metrici (parte 2)

Ricordiamo che $\lim_{\frac{\hbar\omega}{E} \rightarrow 0} M_{\text{match}}(\mathbf{b}, \mathbf{x}) = h_{\text{Regge}} = h_{11} + h_{22}$

$$\begin{aligned} \text{Da} \quad & h_{\text{soft}}(\mathbf{q}, \mathbf{k}) \equiv \frac{\mathbf{k}^*}{\mathbf{k}} M_{\text{match}} \\ \Rightarrow \quad & \partial_{\mathbf{x}} h_{\text{soft}}(\mathbf{b}, \mathbf{x}) = \partial_{\mathbf{x}^*} M_{\text{match}} \end{aligned}$$

$h_{\text{soft}}(\mathbf{b}, \mathbf{x})$ ha qualcosa a che fare con il campo metrico?

$$\text{Sì: } \lim_{\frac{\hbar\omega}{E} \rightarrow 0} h_{\text{soft}}(\mathbf{b}, \mathbf{x}) = h_{11} - h_{22} - 2i h_{12} = \frac{\partial_{\mathbf{x}^*}}{\partial_{\mathbf{x}}} h_{\text{Regge}}$$

equivalente alla condizione di trasversalità $\frac{\partial}{\partial x_i} h_{ij} = 0$, $(i, j = 1, 2)$

Campi metrici (parte 2)

Ricordiamo che $\lim_{\frac{\hbar\omega}{E} \rightarrow 0} M_{\text{match}}(\mathbf{b}, \mathbf{x}) = h_{\text{Regge}} = h_{11} + h_{22}$

$$\begin{aligned} \text{Da} \quad & h_{\text{soft}}(\mathbf{q}, \mathbf{k}) \equiv \frac{\mathbf{k}^*}{\mathbf{k}} M_{\text{match}} \\ \Rightarrow \quad & \partial_{\mathbf{x}} h_{\text{soft}}(\mathbf{b}, \mathbf{x}) = \partial_{\mathbf{x}^*} M_{\text{match}} \end{aligned}$$

$h_{\text{soft}}(\mathbf{b}, \mathbf{x})$ ha qualcosa a che fare con il campo metrico?

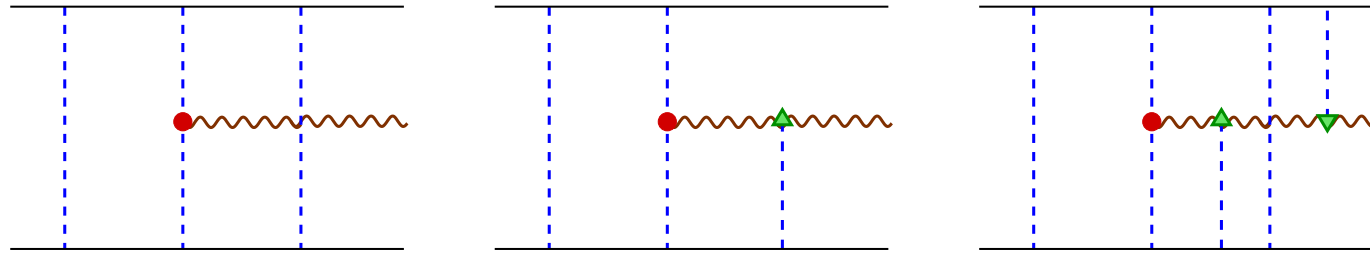
$$\text{Sì: } \lim_{\frac{\hbar\omega}{E} \rightarrow 0} h_{\text{soft}}(\mathbf{b}, \mathbf{x}) = h_{11} - h_{22} - 2i h_{12} = \frac{\partial_{\mathbf{x}^*}}{\partial_{\mathbf{x}}} h_{\text{Regge}}$$

equivalente alla condizione di trasversalità $\frac{\partial}{\partial x_i} h_{ij} = 0$, $(i, j = 1, 2)$

- In gravità il campo di Regge ed il campo soffice sono intimamente legati assieme
- La natura di **spin-2** del gravitone ci permette di trovare un'**unica forma limite** che descrive sia la cinematica di Regge che il limite soffice

Re-interazioni

Ulteriore sorpresa: se risommiamo anche i diagrammi di re-interazione



il campo soffice esponentia:

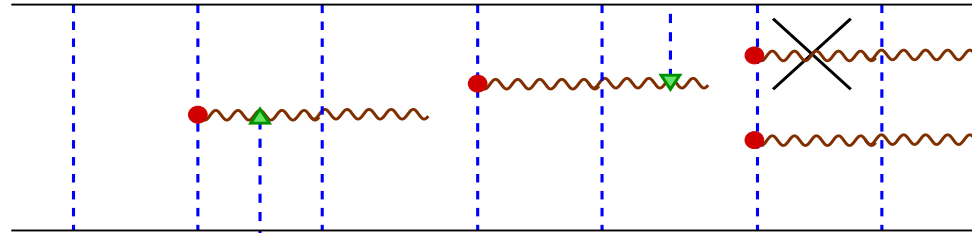
$$h_{\text{soft}} = \frac{1}{x^2} \left[\frac{E}{\omega} \log \left| \frac{\mathbf{b} - \frac{\omega}{E} \mathbf{x}}{\mathbf{b}} \right| - \log \left| \frac{\mathbf{b} - \mathbf{x}}{\mathbf{b}} \right| \right] \equiv \frac{1}{x^2} \Phi(\mathbf{b}, \mathbf{x})$$

$$\frac{M_{\text{tot}}}{e^{2i\delta_0(b)}} \equiv \mathfrak{M} = \frac{e^{2i\phi_\theta}}{i2\omega R} \int d^2x \, e^{i\omega(\theta - \Theta_E) \cdot \mathbf{x}} \frac{e^{i2\omega R \Phi} - 1}{x^2}$$

- Il denominatore $1/x^2$ corrisponde al **tensore di Riemann** dell'**onda d'urto gravitazionale** generata da una delle particelle entranti [*Aichelburg-Sexl '71*]
- I campi di radiazione sono generati dalla collisione dei due fronti d'onda

Emissioni multiple

Emissione di molti gravitoni (senza correlazioni) può essere risommata in forma chiusa:

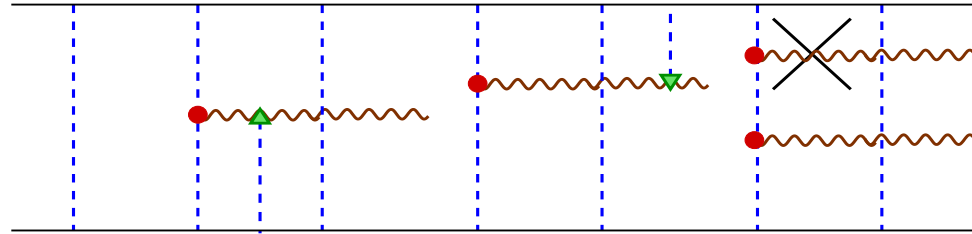


$$M_{\text{tot}}(2 \rightarrow 2 + \mathbf{k}_1 \cdots \mathbf{k}_n) \equiv e^{2i\delta_0(b)} \frac{1}{n!} \mathfrak{M}(\mathbf{k}_1) \cdots \mathfrak{M}(\mathbf{k}_n)$$

$$|\text{gravitoni}\rangle = e^{2i\delta_0(b)} \exp \left\{ i \sum_{\lambda=\pm} \int \frac{d^3k}{2\omega_k} \mathfrak{M}^{(\lambda)}(k) a^{(\lambda)\dagger}(k) + \text{h.c.} \right\} |0\rangle$$

Emissioni multiple

Emissione di molti gravitoni (senza correlazioni) può essere risommata in forma chiusa:



$$M_{\text{tot}}(2 \rightarrow 2 + \mathbf{k}_1 \cdots \mathbf{k}_n) \equiv e^{2i\delta_0(b)} \frac{1}{n!} \mathfrak{M}(\mathbf{k}_1) \cdots \mathfrak{M}(\mathbf{k}_n)$$

$$|\text{gravitoni}\rangle = e^{2i\delta_0(b)} \exp \left\{ i \sum_{\lambda=\pm} \int \frac{d^3k}{2\omega_k} \mathfrak{M}^{(\lambda)}(k) a^{(\lambda)\dagger}(k) + \text{h.c.} \right\} |0\rangle$$

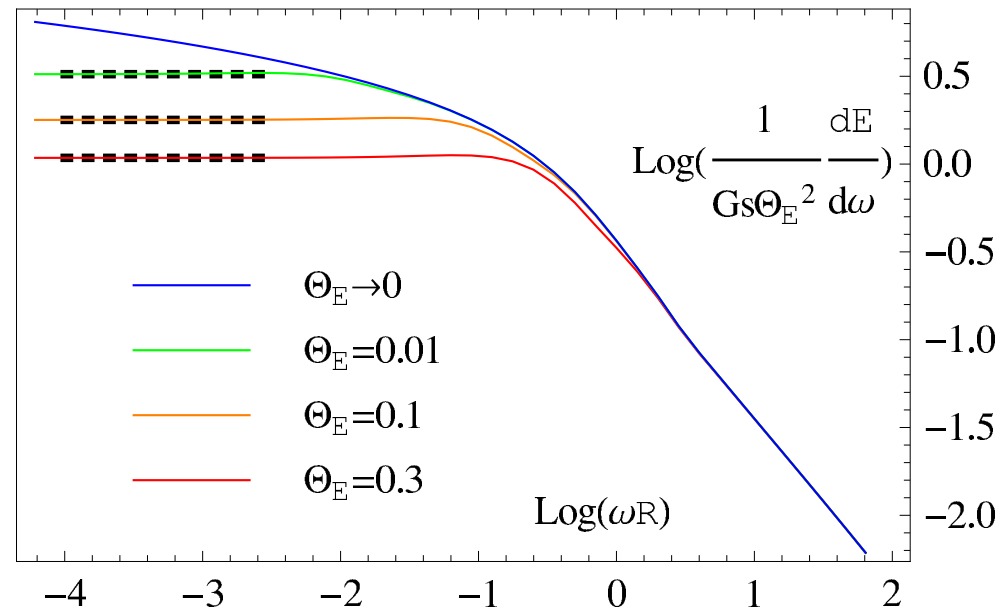
Lo spettro e altri osservabili si calcolano esplicitamente

$$\frac{dE^{\text{GW}}}{d\omega} = \frac{2G s \theta_E^2 b^2}{\pi^2} \int \frac{d^2\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^4} \left(\frac{\sin \omega R \Phi(\mathbf{x})}{\omega R} \right)^2$$

in accordo con [\[Gruzinov, Veneziano 2015\]](#) per $\hbar\omega/E \rightarrow 0$

Spettro

$$\frac{dE^{\text{GW}}}{d\omega} = \frac{2Gs\theta_E^2 b^2}{\pi^2} \int \frac{d^2\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^4} \left(\frac{\sin \omega R \Phi(\mathbf{x})}{\omega R} \right)^2 \xrightarrow{\omega R \gg 1} Gs\theta_E^2 \frac{4}{3} (1 - \log 2) \frac{1}{\omega R}$$

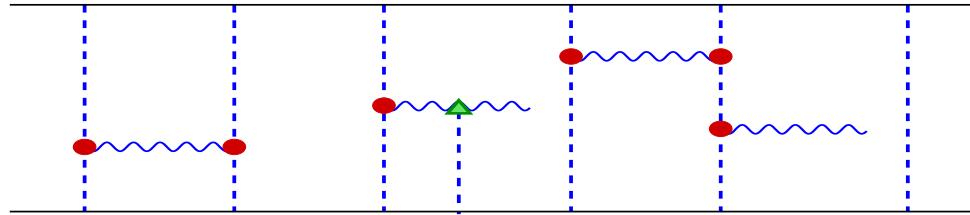


- In accordo con il limite di frequenza zero ($\omega \rightarrow 0$)
- Frequenza caratteristica $\langle \omega \rangle \sim 1/R$ quasi indipendente da b , cioè, da θ_E
- $\langle \omega \rangle$ decresce al crescere di E , come la radiazione di Hawking

Verso $b \rightarrow R$

I precedenti risultati sono validi se $b \gg R$, cioè, $\Theta_E \ll 1$

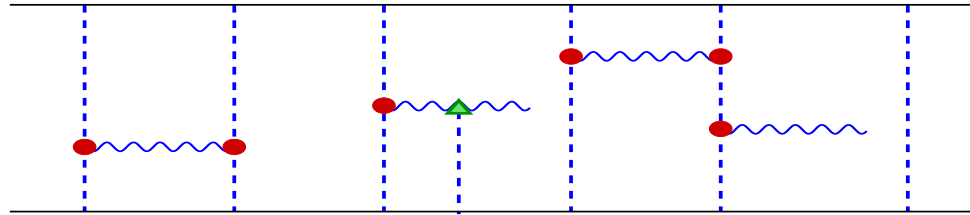
Investigare l'emissione per $b \sim R$ richiede di tenere in conto i diagrammi multi-H



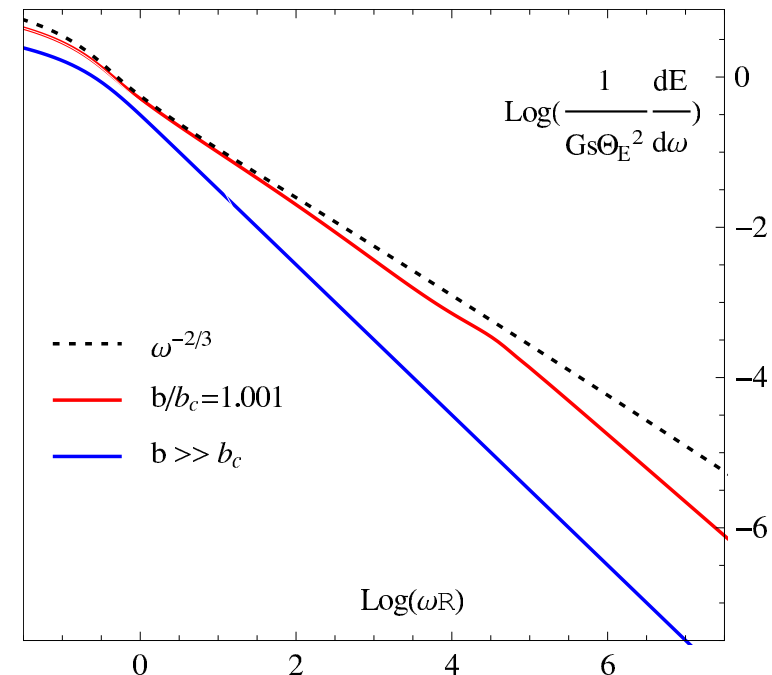
Verso $b \rightarrow R$

I precedenti risultati sono validi se $b \gg R$, cioè, $\Theta_E \ll 1$

Investigare l'emissione per $b \sim R$ richiede di tenere in conto i diagrammi multi-H

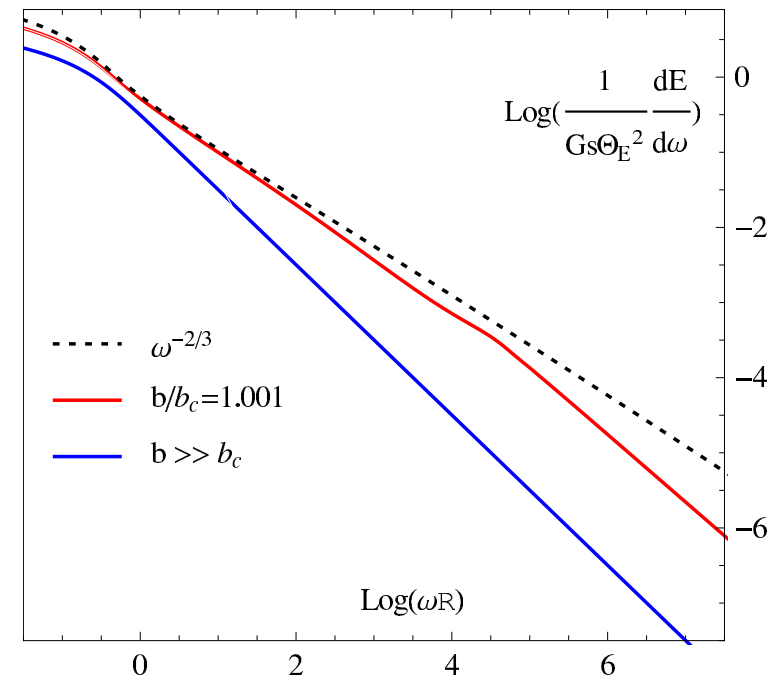


- Abbiamo dimostrato che una formula di fattorizzazione simile vale, rimpiazzando $\delta_0(b) \rightarrow \delta(b)$, lo sfasamento che ha il punto critico a $b_c = 1.6R$
- Il comportamento non-analitico di $\delta(b \rightarrow b_c^+)$ modifica profondamente lo spettro d'energia
- In una regione intermedia sempre più estesa per $b \rightarrow b_c^+$ si verifica un **incremento dell'emissione** $\sim \omega^{-2/3}$ invece che $\sim \omega^{-1}$



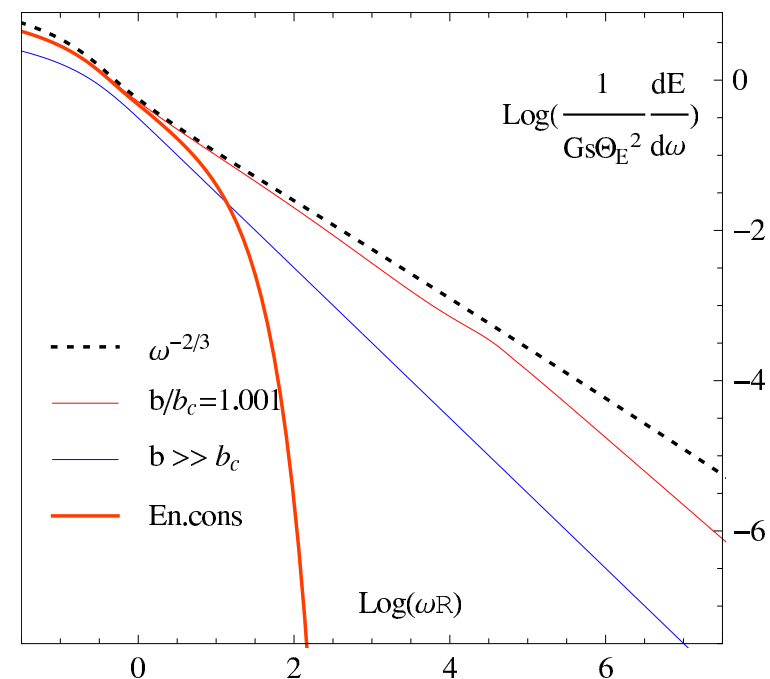
Conservazione dell'energia

- Per $b \gg b_c$ lo spettro decade come ω^{-1}
- Comportamento non-analitico di $\delta(b \rightarrow b_c)$ **accentua l'emissione** $\sim \omega^{-2/3}$ per ω intermedi



Conservazione dell'energia

- Per $b \gg b_c$ lo spettro decade come ω^{-1}
- Comportamento non-analitico di $\delta(b \rightarrow b_c)$ **accentua l'emissione** $\sim \omega^{-2/3}$ per ω intermedi



Importante imporre la **conservazione dell'energia**

PRELIMINARE

$$\frac{dP_n}{dq_1 \cdots dq_n} \propto |M(q_1) \cdots M(q_n)|^2 \quad \Theta(\sqrt{s} - \hbar(\omega_1 + \cdots + \omega_n))$$

$$\left. \frac{dE^{\text{GW}}}{d\omega} \right|_{\text{cons ener}} \simeq \left. \frac{dE^{\text{GW}}}{d\omega} \right|_0 \times e^{-\hbar\omega/\tau} \quad \left(\tau \stackrel{b \rightarrow b_c}{\sim} \frac{\hbar}{R} = k_B T_{\text{Hawking}} \right)$$

Conclusioni

- Siamo in gradi di calcolare la radiazione di gravitoni nelle collisioni transplanckiane (per ora trascurando le correlazioni)
 - **Determinata un'ampiezza di emissione unificata**
 - Risolto il problema della crisi dell'energia: spettro $\sim 1/\omega$ per $\omega > 1/R$.
 - Finalmente si vede il ruolo del raggio gravitazionale $R^{-1} = \langle \omega \rangle$ nello spettro, come nella radiazione di Hawking
- Gli effetti non lineari delle correzioni sottodominanti provocano per $b \simeq R$ un **incremento dell'emissione** $\sim \omega^{-2/3}$ per ω intermedi
- Imponendo la conservazione dell'energia
 - lo spettro sembra soppresso esponenzialmente
 - come una radiazione termica (ma qui la radiazione è corente)
 - per $b \rightarrow b_c$ la “temperatura” diventa quella di Hawking