

Analisi dei dati

Isidoro Ferrante

N.B. L'uso del Comic Sans MS per questa presentazione è stato adottato in ossequio ad una consolidata e gloriosa tradizione scientifica.

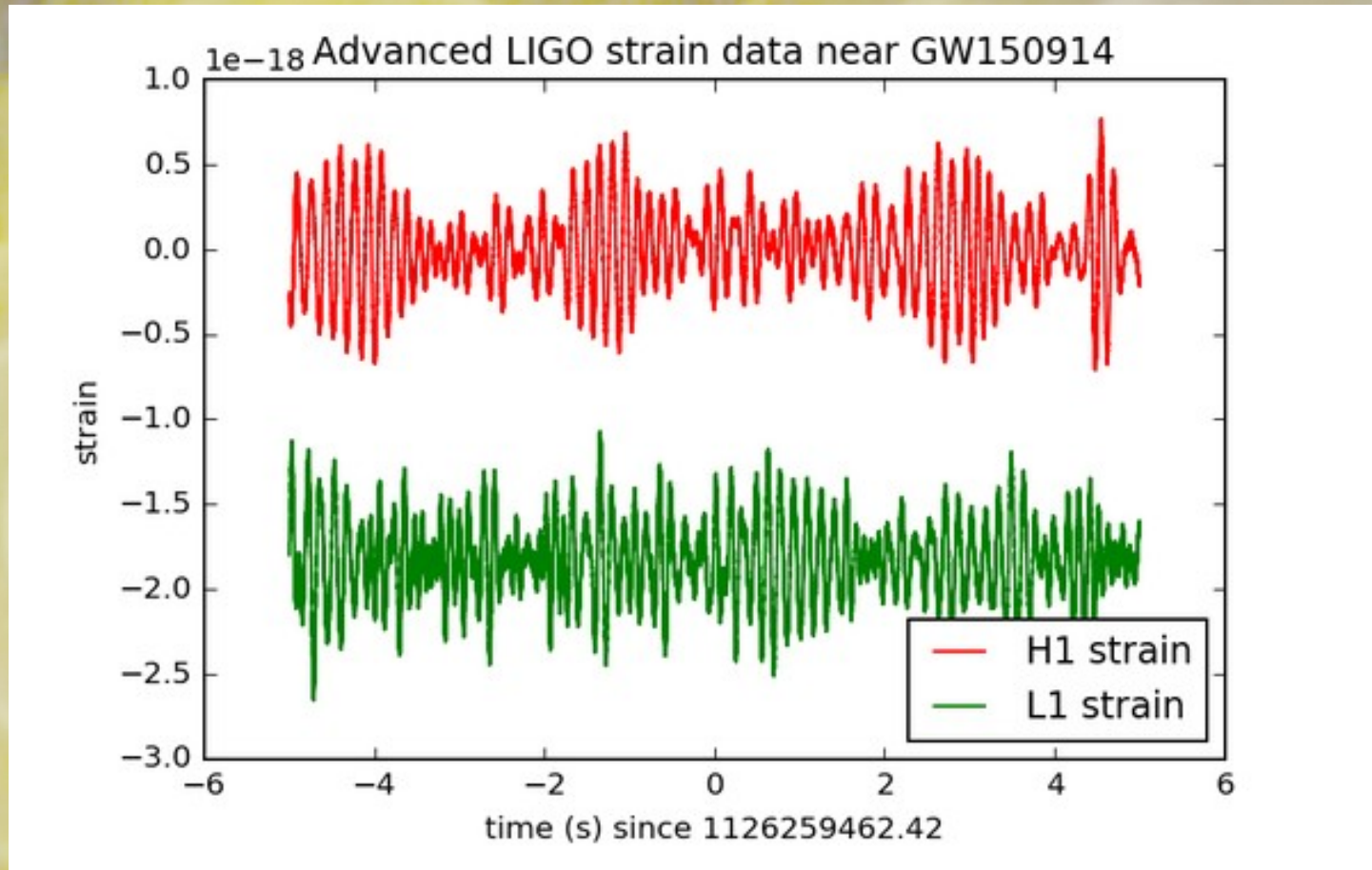
I dati

- I dati analizzati in questo primo articolo corrispondono a quelli raccolti dal 12 Settembre al 20 Ottobre 2015.
 - Si tratta di 39 giorni di dati: di questi, però, i dati raccolti con entrambi i rivelatori accesi e funzionanti ammontano a circa 18 giorni, poco meno della metà.
 - Eliminando infine i periodi rumorosi, si rimane con circa 16 giorni complessivi di dati coincidenti, formati da segmenti non continui.
- Nonostante al verificarsi dell'evento NON fosse ancora stato dichiarato l'inizio della presa dati, tuttavia i due rivelatori erano perfettamente funzionanti nella loro configurazione finale e le operazioni di calibrazione erano concluse.

I dati - 2

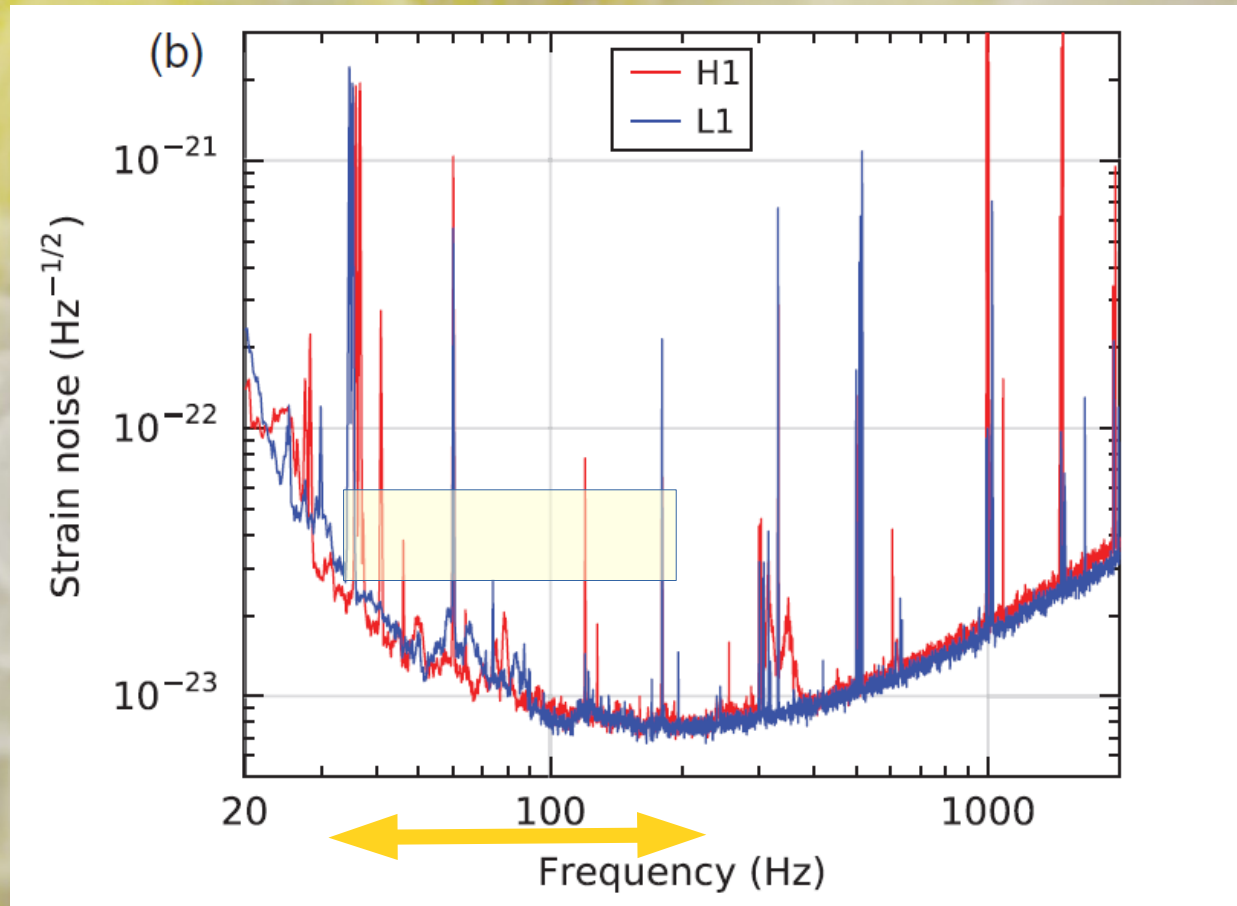
- I dati sono costituiti da due successioni temporali campionate alla velocità di 16384 campioni al secondo, che rappresentano la deformazione dell'interferometro. La frequenza di campionamento è tuttavia ridotta a 4096 Hz (2000 Hz di banda passante) già nelle prime fasi dell'analisi.
- I dati sono calibrati in tutto il range di frequenza utile effettuando dei microscopici spostamenti degli specchi tramite laser modulati in ampiezza.
- Oltre alle due *stream* di dati principali, vengono raccolti anche i segnali prodotti da centinaia di monitor che forniscono informazioni sullo stato di salute dell'interferometro, sui disturbi esterni, etc.

Raw data



- Questo è l'aspetto dei dati raccolti da LIGO: il segnale si estende circa tra -0.1 secondi e 0.02 secondi. Ad occhio non si vede nulla perché le basse frequenze dominano....

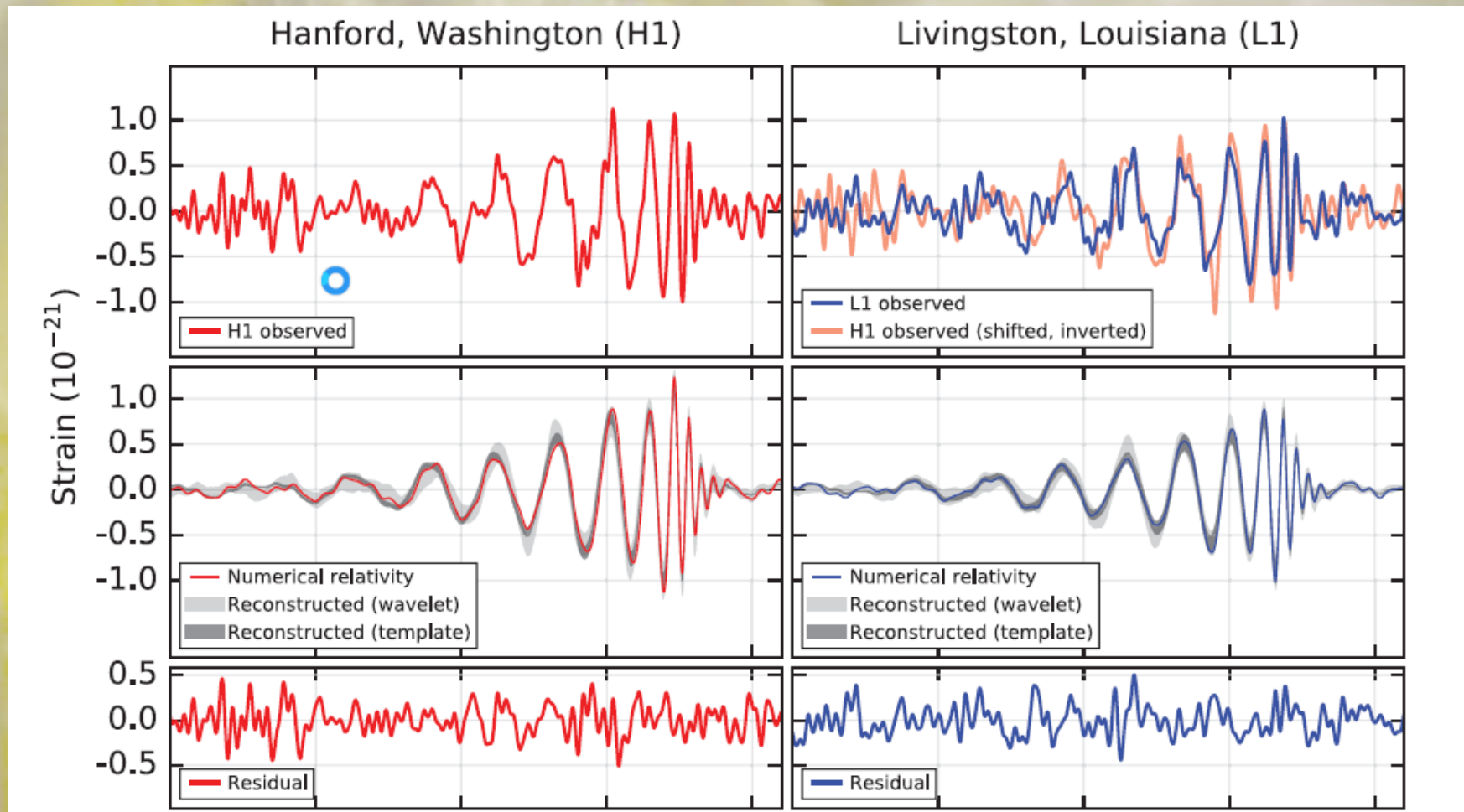
Ligo noise



- Densità spettrale di ampiezza del rumore di LIGO (radice quadrata della densità spettrale di potenza). L'asse verticale si misura in $1/\text{Hz}^{-1/2}$: la varianza del segnale in una data banda si ottiene integrando il quadrato dello spettro rispetto alla frequenza su tutta la larghezza di banda.

Operazioni preliminari

Per ridurre gli effetti del rumore a bassa frequenza, il rumore viene "sbiancato" (whitened) e successivamente filtrato eliminando le frequenze al di sotto di 20 ed al di sopra di 300 Hz.



Li riconosco! Sono due buchi neri!

- Il segnale ha il tipico aspetto di un *chirp*, chiaro segnale della coalescenza tra due corpi massicci
- L'andamento della frequenza in funzione del tempo dipende essenzialmente da un parametro detto massa di chirp:

$$M_c = \frac{(m_1 \cdot m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}} \quad \dot{f} = \left(\frac{96}{5}\right) \pi^{8/3} f^{11/3} \frac{(GM_c)^5}{c^5}$$

Qui la frequenza è quella delle onde gravitazionali osservate, pari al DOPPIO della frequenza di rivoluzione del sistema.

L'analisi dei primi cicli di oscillazione consente di determinare che la massa di chirp è 30-35 masse solari (nel sistema di riferimento del rivelatore!): la massa totale deve essere quindi maggiore di 70 masse solari! Questo consente di escludere che il segnale possa essere dovuto a due stelle a neutroni, in quanto le stelle a neutroni devono avere massa inferiore a circa 3 masse solari.

Può essere un sistema buco nero-stella a neutroni?

- Se uno dei due componenti fosse una stella a neutroni di 3 masse solari, per avere la massa di chirp osservata il buco nero dovrebbe avere una massa pari a circa 1000 masse solari, ed un raggio di Schwarzschild di circa 3000 km. Quindi l'ultima orbita prima della coalescenza dovrebbe essere percorsa in un decimo di secondo circa, il che porterebbe ad emissione di onde gravitazionali di 20 Hz, molto inferiori ai 150 Hz osservati.
- Possiamo quindi concludere che l'oggetto osservato è costituito dalla coalescenza di due buchi neri.
- Dall'ampiezza del segnale è possibile anche effettuare una stima della distanza,

$$D = \frac{2}{h} \frac{(\pi f)^{2/3}}{c^4} (G \dot{M}_c)^{5/3}$$

che risulta dell'ordine di grandezza di qualche centinaio di Mpc, che corrisponde pressappoco a $z=0.1$

Le analisi

- L'evento è stato trovato da diverse "pipeline" (algoritmi di rivelazione), che possono a loro volta essere divise in due categorie: ricerche di transienti generici, o ricerche di segnali specifici.
- Nel primo caso le assunzioni sulle caratteristiche dei segnali gravitazionali sono molto generiche; nel secondo caso invece ci si basa su quanto previsto dalla relatività generale per la coalescenza di un sistema binario.
- Nel secondo caso il segnale osservato viene confrontato con una banca dati rappresentativa delle possibili forme di segnale prodotte da un collasso di due buchi neri, al variare dei parametri.
- In particolare, già tre minuti dopo l'evento una ricerca del primo tipo aveva fornito un primo allarme, successivamente distribuito agli osservatori per il follow-up elettromagnetico.

Ricerca generica

- La ricerca generica che ha fornito il primo allarme si basa su una ricostruzione della forma d'onda basata sui segnali ricevuti dai due rivelatori.
- Gli eventi vengono classificati in base al parametro: $\eta_c = \sqrt{\frac{2E_c}{(1+E_n/E_c)}}$
dove E_c è l'energia coerente nei due segnali, proporzionale al coefficiente di correlazione, ed E_n è l'energia residua dopo aver sottratto il segnale ricostruito dai dati [in teoria dei segnali l'energia di un segnale è l'integrale del modulo quadro del segnale.]
- La statistica η_c misura il rapporto segnale/rumore dell'evento, correlato tra i due rivelatori.

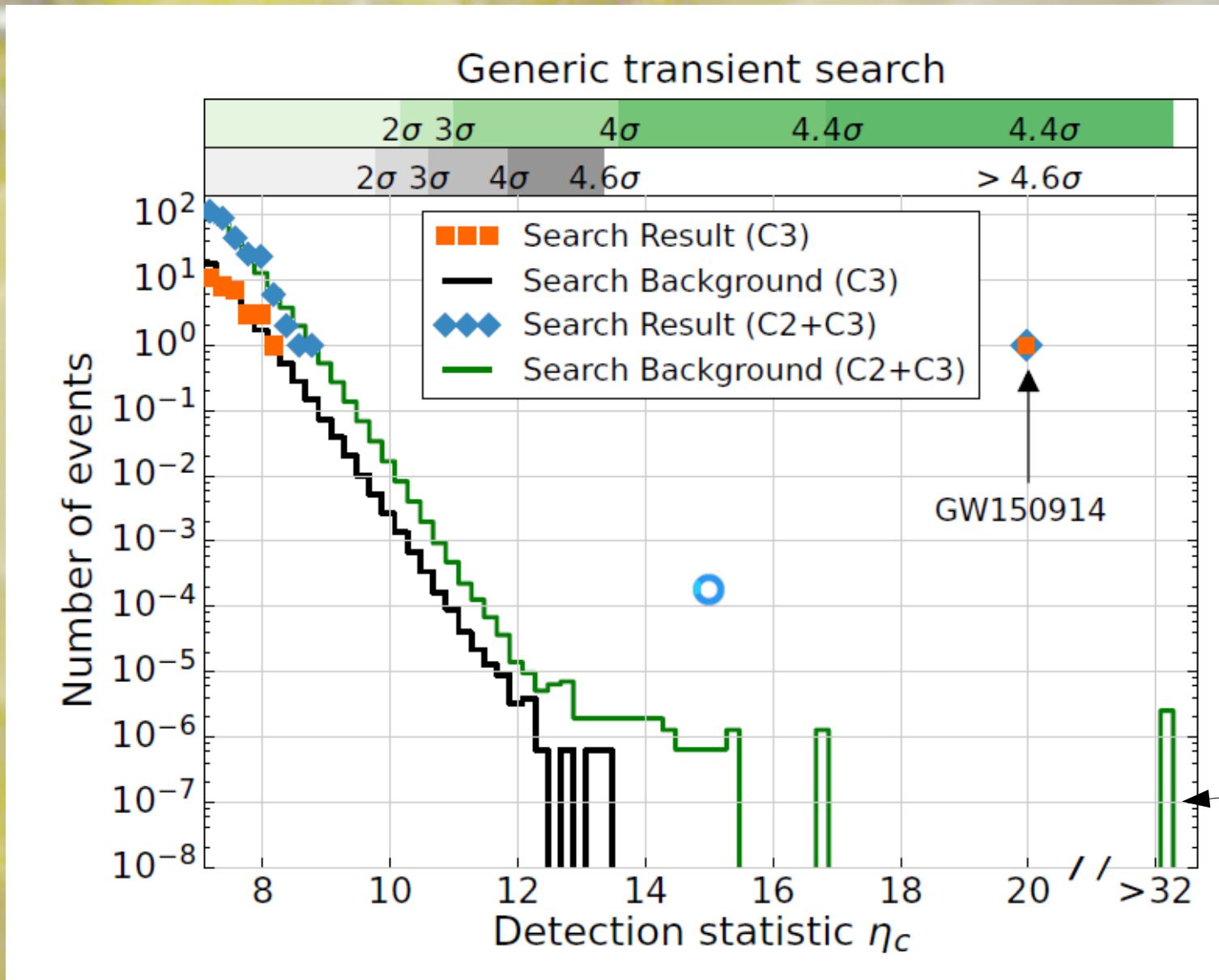
Stima del fondo

- Gli eventi vengono dapprima divisi in tre classi:
 - C1: Eventi in cui gli eventi vengono riconosciuti come *blip*, eventi impulsivi molto frequenti e di origine ignota: questa classe viene esclusa dall'analisi.
 - C3: Eventi a frequenza crescente, di morfologia simile ai *chirp*.
 - C2: Quelli non inclusi nelle categorie precedenti.
- Per stimare la distribuzione delle coincidenze casuali, e per quantificare la significatività dell'evento, ai dati di uno dei due rivelatori viene applicato un ritardo non fisico, di qualche secondo: in questo modo viene realizzato un campione di coincidenze casuali corrispondenti pressappoco a 67400 anni.

Risultati:

- *GW150914* viene rivelato ad $n_c=20.0$, nella classe *C3*, ed è l'evento più intenso di tutto il campione.
 - Confrontando la distribuzione delle coincidenze osservate nella classe *C3* con la distribuzione del fondo si stima che la frequenza dei falsi allarmi con $n_c > 20$ è dell'ordine di uno ogni 22500 anni, corrispondente ad una probabilità di osservare un evento del genere nei 16 giorni di dati dell'ordine di $2 \cdot 10^{-6}$, ovvero una significatività di 4.6σ .
 - Adoperando invece entrambi le classi *C2* e *C3* si trova che ci si attende una falsa coincidenza ogni 8400 anni, corrispondente ad una probabilità minore di $5 \cdot 10^{-5}$, ovvero una significatività di circa 4.4σ .

Istogrammi:



Ricerca mirata

- La ricerca generica è estremamente utile per la rivelazione di segnali non previsti dalle teorie, tuttavia il rapporto segnale rumore ottenuto è eccessivamente basso, ed i fondi troppo alti. Nel caso in cui esista un modello valido è possibile condurre una ricerca ottimizzata, che massimizzi il rapporto segnale rumore. Questo tipo di ricerca consiste nel calcolo della correlazione del segnale osservato con una serie di modelli, detti template, che ricoprono con densità sufficientemente alta lo spazio dei parametri fisici della coalescenza.

Filtro adattato o di Wiener

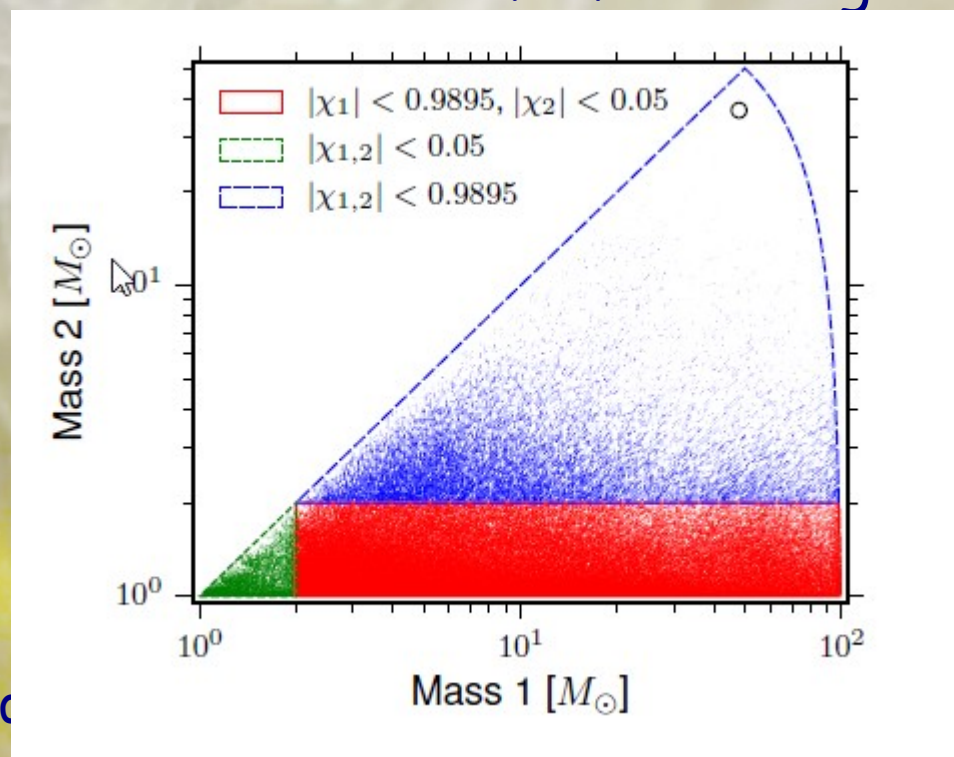
- Se il rumore è uniforme, il rapporto segnale/rumore massimo si ottiene effettuando la semplice correlazione tra il segnale ed il template, a cui però sia stato applicato preventivamente lo stesso filtro sbiancante applicato ai dati.
- Questo equivale ad adoperare sui dati non filtrati un filtro avente risposta in frequenza:

$$R(f) = \frac{\tilde{T}(f, p)^*}{S(f)}$$

- Dove $T(f, p)$ è la trasformata di Fourier del template ottenuto con i parametri p , e $S(f)$ è la densità spettrale di **potenza** del rumore dell'interferometro.
- Il filtro produce, in presenza del segnale, un massimo di valore pari al quadrato del rapporto segnale/rumore.

Pipeline

- La pipeline prevede il filtraggio dei dati con circa 250.000 templates che ricoprono i valori di massa tra 1 e 100 M_s , e i possibili valori dello spin.
- I templates risultano da una combinazione di approssimazioni analitiche e simulazioni numeriche. Lo spin viene considerato per semplicità allineato col momento angolare



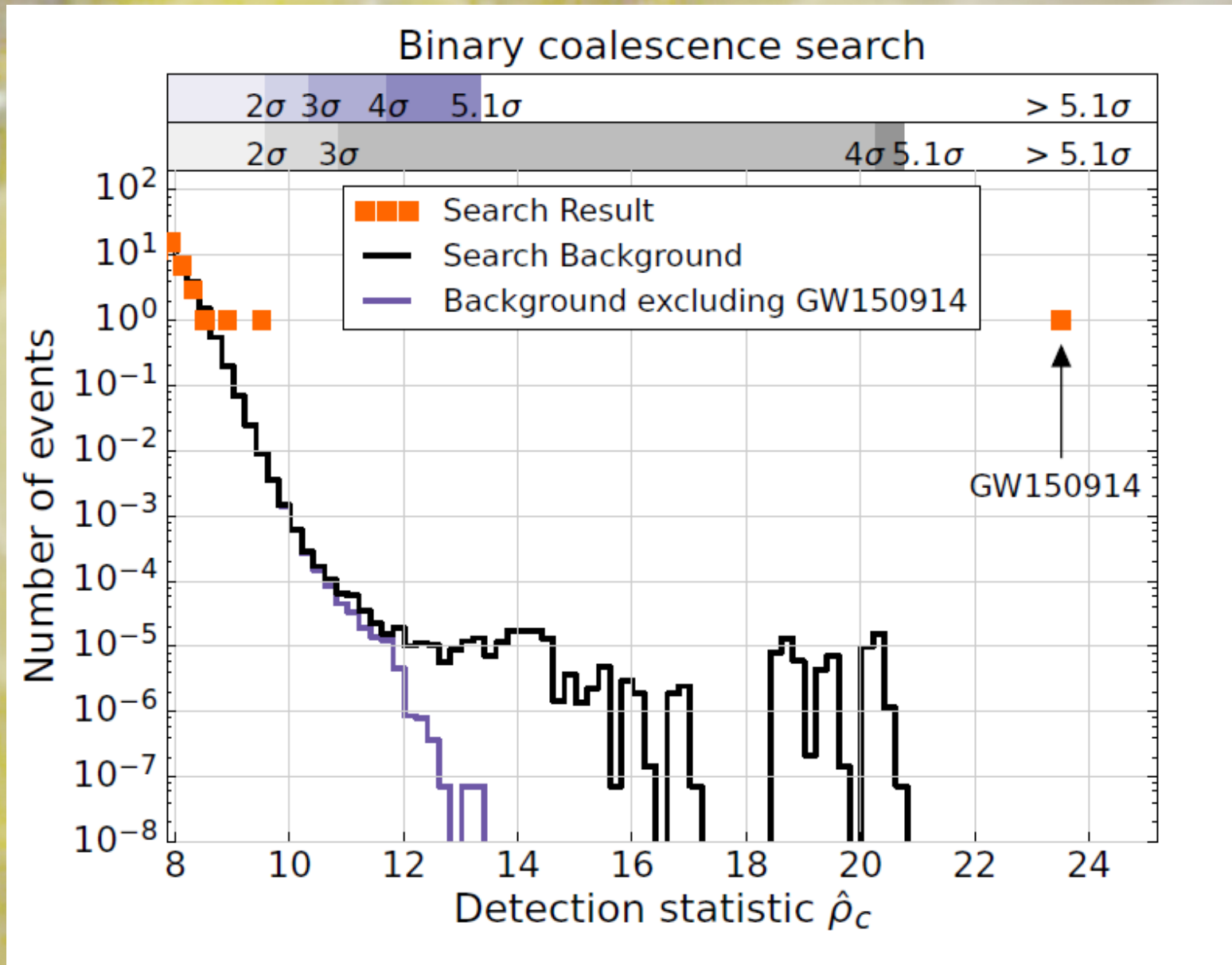
Pipeline - 2

- I dati dell'interferometro sono correlati separatamente con tutti i template, e vengono considerati solamente i massimi con $S/N > 5.5$.
- Per questi eventi viene calcolato un χ^2 ridotto confrontando dati e template nello spazio delle frequenze. Se il risultato è maggiore di 1, il S/N dell'evento viene pesato con una funzione proporzionale a $1/\sqrt{\chi_r^2}$.
- Nel caso in cui i segnali dell'interferometro producano un trigger con lo stesso template a distanza di meno di 15 ms, i due rapporti S/N vengono combinati **incoerentemente** in quadratura: il risultato viene chiamato $\hat{\rho}_c$ e costituisce la statistica di rivelazione.

Stima dei fondi

- Gli eventi sono divisi in tre classi a seconda della lunghezza del template: solo una classe verrà adoperata nel seguito.
- La stima del fondo casuale avviene, come nel caso precedente, aggiungendo un ritardo casuale al segnale di uno degli interferometri. Il campione di coincidenze casuali ottenuto è però dieci volte superiore, pari a circa 607000 anni di presa dati.
- Rimane l'incertezza se includere o meno l'evento nel campione di coincidenze casuali: se lo si esclude, si rischia di sottostimare il fondo nel caso in cui l'evento sia esso stesso una coincidenza casuale; se lo si include allora il fondo risulta sovrastimato nel caso in cui l'evento sia un evento reale. Per questo motivo si verificano entrambe le ipotesi...

grafici



Risultati

- GW150914 ha un valore di $\hat{\rho}_c$ pari a 23,6, maggiore di qualunque evento di fondo: tenendo conto della presenza di tre classi di eventi, ci si aspetta di osservare meno di una coincidenza casuale in **203000** anni. Pertanto la probabilità di osservare un evento con questo rapporto segnale/rumore è $< 2 \cdot 10^{-27}$, pari ad una significatività maggiore di 5.1 sigma.
- Nell'ipotesi che GW150914 sia davvero un segnale gravitazionale, possiamo anche stimare che il secondo evento in ordine di significatività ha una frequenza di falso allarme di circa uno ogni due anni e mezzo: troppo poco per essere identificato chiaramente come un evento di coalescenza.

Parametri dell'evento

- La ricerca tramite template non consente di ricostruire i dettagli dell'evento, soprattutto per due motivi:
 - Lo spazio dei template è discreto, e troppo rado nella zona di interesse; inoltre i template non tengono conto dei dettagli dello spin.
 - La ricerca tramite template combina incoerentemente i dati dei due rivelatori: pertanto non è possibile risalire alla polarizzazione né tantomeno localizzare l'evento nel cielo.
- Per questo motivo è necessaria una ricerca più dettagliata

Procedura

I parametri che regolano la coalescenza tra due buchi neri sono molto pochi:

- Massa dei due buchi neri;
- Spin e loro orientazione;
- Posizione: direzione e distanza;
- Parametri orbitali: inclinazione ed eccentricità;
- Parametri di coalescenza: istante e fase della coalescenza.

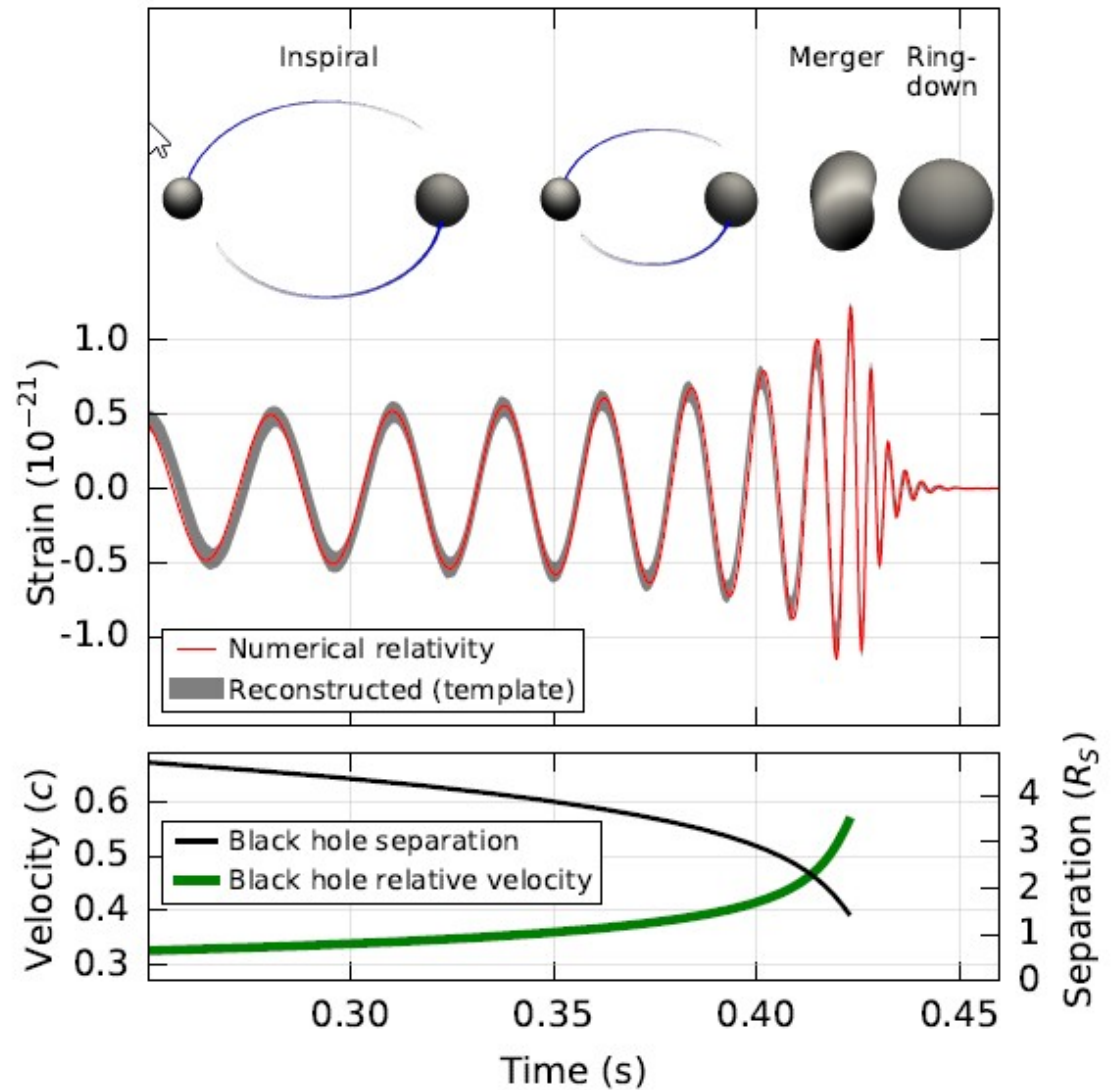
La regione al 90% di CL per ciascuno di questi parametri viene individuata tramite applicazione del teorema di Bayes, stimando la likelihood a posteriori in base al confronto con modelli ottenuti tramite la relatività generale.

Modelli

- I modelli integrano calcoli analitici e simulazioni numeriche, molto importanti nella fase di merger e ringdown.
- Si tiene conto degli spin dei buchi neri, e della loro precessione, ma con modelli semplificati: in particolare, vengono adoperati due set di simulazioni con diversi modelli del comportamento dello spin, ottenendo risultati simili.
- In aggiunta al fit tramite modello, la forma d'onda viene ricostruita in forma indipendente tramite un fit che adoperava le **wavelets** di tipo seno-gaussiano, ed è in grado di fornire una stima autonoma del rumore. I risultati sono in accordo sorprendente con i modelli relativistici.

Forma d'onda

La forma d'onda non filtrata si estende ovviamente anche a frequenze più basse di 30 Hz.



Risultati:

- I risultati principali sono riassunti in questa lista. Massa e spin finale sono ricavati dai modelli in base ai dati iniziali. I parametri non elencati sono determinati con precisione insufficiente.

Primary black hole mass	$36^{+5}_{-4} M_{\odot}$
Secondary black hole mass	$29^{+4}_{-4} M_{\odot}$
Final black hole mass	$62^{+4}_{-4} M_{\odot}$
Final black hole spin	$0.67^{+0.05}_{-0.07}$
Luminosity distance	$410^{+160}_{-180} \text{Mpc}$
Source redshift, z	$0.09^{+0.03}_{-0.04}$

Localizzazione

La localizzazione avviene soprattutto in base al ritardo tra i due rivelatori (7 msec rispetto ad un massimo di 10 msec) che individua un anello nella volta celeste. L'analisi coerente dell'evento, che tiene conto della polarizzazione, consente di ridurre questa regione ad una zona di circa 600 gradi quadrati. Se Virgo fosse stato acceso, avremmo potuto ottenere una precisione di 10-20 gradi quadrati!

