****

Studio dello spettro del Charmonium mediante una interazione relativistica

M. De Sanctis

Universidad Nacional de Colombia, Departamento de Física,
Grupo de Campos y Partículas.

D. Molina (Dottorando)

****

Spettro del Charmonium come sistema legato

Hamiltoniano del Modello con Potenziale di Cornell:

$$H = K + V(r)$$

Schema nonrelativistico a *livello 0*

$$K = \frac{p^2}{m}\ , \qquad V(r) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r} + \sigma \cdot r + C$$

K energia cinetica relativistica per 2 quark di massa uguale

Termine *Coulomb-like*

Termine lineare in r *confinante* - struttura dello spettro

$C = 2m + ...$ Costante generata da effetti diversi

Effetti correttivi a *livello 1*

Spin-spin $U_{ss}(r)\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2$

Spin-orbita $U_{ls}(r)\vec{L} \cdot \vec{S}$ $\qquad \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \qquad \vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$

Tensoriale $U_t(r)O_t$ $\qquad O_t = (\vec{s}_1 \cdot \hat{\vec{r}})(\vec{s}_2 \cdot \hat{\vec{r}}) - \frac{1}{3}\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2$

Cammino puramente fenomenologico

Fit della spettroscopia parametrizzando in maniera opportuna

$V(r) \quad U_{ss}(r) \quad U_{ls}(r) \quad U_t(r) \quad ....$

Fisica: Invarianza trasf. Galilei, Parità, Rotazioni

Cammino del contenuto fisico

QCD e sua *soluzione* nel regime non perturbativo (?)   (Reticolo)

Modello effettivo *quantistico* e *relativistico* legato quanto più possibile alla teoria fondamentale (*di campo*) corrispondente.

Modello effettivo *quantistico* e *relativistico*

Equazione *d'onda* - cioè *quantistica* - con

A) Energia cinetica relativistica:

$$K = 2\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$$

primo passo *facile*, iniziano problemi per la soluzione numerica dati dal carattere non locale di K.
Modelli con K relativistica e interazione data dalla somma dei termini visti sopra.

B) Interazione ottenuta dalla struttura degli spinori di Dirac del quark e dell'antiquark.

C) Presenza all'interno del sistema legato (Charmonium), oltre ai quark di valenza, di stati virtuali:
particelle bosoniche e coppie quark-antiquark.

Punti B e C *ineludibili* per per un modello relativistico.

Non lasciarsi trarre in inganno da "m grande":

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$$

Interazione forte $\rightarrow$ Δx piccolo $\rightarrow$ p/m grande. (α_s)

Preliminare

Esistono tecniche speciali per il punto C (coppie)

Unquenched Quark Model - Correzioni di - *Self Energy*
dovute all'accoppiamento con coppie mesoniche nel continuo.
(E. Santopinto....)

Interazione di Fermi-Breit

Affrontiamo ora il punto B

Diagramma di Feynman a livello *tree* per l'interazione di due fermioni.
QED nel Gauge di Coulomb - scambio di un fotone virtuale (vettoriale)
Espansione nonrelativistica $\rightarrow$ interazione e.m. tra le due cariche.
Sperimentalmente OK per positronio e atomi mesici (?).

La invarianza relativistica *determina*, a partire dal potenziale (n.r.)
di Coulomb, la forma di U_{ls} U_{ss} U_t (correzioni relativistiche).

Per lo spettro del Charmonium è strettamente necessario sostituire
il termine di Coulomb con una espressione diversa $V(r)$ che da luogo
a nuovi U_{ls} U_{ss} U_t.
Inoltre il confinamento è almeno in parte dato dalla riduzione
di un termine dovuto allo scabio di una particella scalare.

Ciò rappresenta un forte *constraint* dato dal carattere relativistico
della interazione.

In dettaglio - Interazione Vettoriale

$$H_v^{int}(\vec{r},\vec{p}\,;\vec{\sigma}_1,\vec{\sigma}_2) = V_v(r) + \frac{1}{c^2}[\frac{1}{8m_1^2}(1+2\kappa_1) + \frac{1}{8m_2^2}(1+2\kappa_2)]\nabla^2 V_v(r) +$$

$$+\frac{1}{c^2}[(\frac{1}{4m_1^2}+\frac{1}{2m_1m_2})(1+2\kappa_1)\vec{\sigma}_1 + (\frac{1}{4m_2^2}+\frac{1}{2m_1m_2})(1+2\kappa_2)\vec{\sigma}_2]\cdot\vec{l}\frac{V_v'(r)}{r} +$$

$$+\frac{1}{c^2}\frac{1}{m_1m_2}(1+\kappa_1)(1+\kappa_2)[\frac{1}{6}\vec{\sigma}_1\cdot\vec{\sigma}_2\nabla^2 V_v(r) - \frac{1}{4}[(\vec{\sigma}_1\cdot\hat{\vec{r}})(\vec{\sigma}_2\cdot\hat{\vec{r}}) - \frac{1}{3}\vec{\sigma}_1\cdot\vec{\sigma}_2](-\frac{V_v'(r)}{r} + V_v''(r))]$$

$$+\frac{1}{c^2}\frac{1}{8m_1m_2}[\{p^2, V_v(r)\} + 2p^\alpha V_v(r)p^\alpha] +$$

$$+\frac{1}{c^2}\frac{1}{4m_1m_2}[\{p^\alpha p^\beta, \hat{r}^\alpha\hat{r}^\beta W_v(r)\} + 2p^\alpha\hat{r}^\alpha\hat{r}^\beta W_v(r)p^\beta]\ .$$

$$\vec{s}_i = \frac{1}{2}\vec{\sigma}_i$$

κ_i momenti cromo-magnetici anomali dei quark
$m_1 = m_2 = m$

In dettaglio - Interazione Scalare

$$H_s^{int}(\vec{r},\vec{p}\,;\vec{\sigma}_1,\vec{\sigma}_2) = V_s(r) - \frac{1}{8c^2}(\frac{1}{m_1^2}+\frac{1}{m_2^2})\nabla^2 V_s(r) -$$
$$-\frac{1}{4c^2}\left[(\frac{1}{m_1^2}\ \vec{\sigma}_1+\frac{1}{m_2^2}\ \vec{\sigma}_2)\cdot\vec{l}\,\right]\frac{V_s'(r)}{r}-$$
$$-\frac{1}{16c^2}(\frac{1}{m_1^2}+\frac{1}{m_2^2})[\{p^2,V_s(r)\}+2p^\alpha V_s(r)p^\alpha]+$$
$$+\frac{1}{c^2}\frac{1}{4m_1m_2}[\{p^\alpha p^\beta,\hat{r}^\alpha\hat{r}^\beta W_s(r)\}+2p^\alpha\hat{r}^\alpha\hat{r}^\beta W_s(r)p^\beta]$$

Spin-Spin e tensoriale assenti nella riduzione della interazione scalare

Soluzione di

$$H = K + H_v^{int} + H_s^{int}$$

Fit della spettroscopia con

$(m), \kappa$, parametri di $V_v(r)$ e $V_s(r)$

Stati di alta eccitazione - numeri quantici

Missing resonances

Critica: Relatività fino a $1/c^2$

La Fermi-Breit (termine vettoriale) vista sopra è ottenuta dalla riduzione fino a $1/c^2$ di

$$\hat{H}_v^{int} = J_1^\mu D_{\mu\nu}(q) J_2^\nu$$

e trasformazione di Fourier per avere un operatore Hermitico di $\vec{r}$, $\vec{p}$ e $\vec{s}_i$.

$\hat{}$: esatto - senza riduzione
$D_{\mu\nu}(q)$: propagatore - interazione effettiva
J_i^μ : correnti (Dirac) - spinori di energia positiva

$$J_i^\mu(\vec{p}\,', \vec{p}) = \bar{u}_i(\vec{p}\,')\gamma^\mu u_i(\vec{p})$$

(+ termini *anomali*).
Ciò consente di definire gli elementi di matrice *fortemente non locali* dell'operatore di interazione nella rappresentazione del momento:

$$\hat{H}_{v,s,..}^{int}(\vec{p}\,', \vec{p}) \ .$$

Conseguentemente, sommando i diversi termini di interazione, è possibile scrivere la equazione relativistica, in forma integrale:

$$K(p)\psi(\vec{p}) + \int d^3p' \hat{H}^{int}(\vec{p}\,, \vec{p}\,')\psi(\vec{p}\,') = E\psi(\vec{p})$$

Soluzione numerica e fit dello spettro con le macchine che *oggi* abbiamo a disposizione.

Commenti finali

La equazione relativistica che stiamo usando considera *solo* gli spinori di energia positiva (BbS).
Bethe- Salpeter $\rightarrow$ interazione istantanea $\rightarrow$ solo $++$ (proiezione su un sottospazio)

Mancano: $+-, \quad -+, \quad --$.

Esistono *moltissime* equazioni relativistiche che li includono.
È da prevedere un aumento considerevole della difficoltà della soluzione numerica.